

УДК 004.92

О. Н. РОМАНЮК, А. В. СНИГУР, О. В. РОМАНЮК, Л. Г. КОВАЛЬ, Є. К. ЗАВАЛЬНЮК

АПРОКСИМАЦІЯ ДИСТРИБУТИВНОЇ ФУНКЦІЇ ВІДБИВНОЇ ЗДАТНОСТІ ПОВЕРХНІ ПОЛІНОМ ТРЕТЬОГО СТЕПЕНЯ

*Вінницький національний технічний університет, Хмельницьке шосе 95, 21021, Вінниця, Україна,
e-mail: rom8591@gmail.com*

Анотація. У статті розроблено дистрибутивну функцію відбивної здатності на основі поліному третього степеня. Проаналізовано основні недоліки функцій відбивної здатності Шліка, Фонга, Блінна. Запропоновано апроксимацію моделі Блінна-Фонга кубічним поліномом для підвищення продуктивності формування тривимірних зображень. Обчислено формули коефіцієнтів апроксимаційного кубічного полінома. Розглянуто недоліки застосування запропонованого кубічного полінома для відтворення зони затухання відблиску. Запропоновано функцію для високоточного відтворення даної зони, обчислено формули її коефіцієнтів. Запропоновано комбіновану функцію, що поєднує кубічний поліном для відтворення зони епіцентру відблиску та функцію для відтворення зони блюмінгу. Побудовано графік комбінованої функції. Показано, що комбінована функція відтворює зони епіцентру та затухання відблиску з малими відносними та абсолютними похибками. Розроблена модель відбивної здатності забезпечує високопродуктивне формування тривимірних сцен у системах комп'ютерної графіки. Запропонована дистрибутивна функція відбивної здатності поверхні може бути використана в системах комп'ютерної графіки.

Ключові слова: двопроненева функція відбивної здатності, кубічний поліном, рендеринг, модель Блінна-Фонга, високопродуктивність.

Abstract. In the article a bidirectional reflectance distribution function based on a polynomial of the third degree is developed. The main disadvantages of Schlick, Phong, Blinn reflectance models are analyzed. The approximation of Blinn-Phong model by a cubic polynomial is proposed to improve the productivity of three-dimensional image formation. Formulas for the coefficients of the approximation cubic polynomial are calculated. The disadvantages of using the proposed cubic polynomial for reproducing the glare's attenuation zone are considered. A function for high-precision reproduction of this zone is proposed, formulas of its coefficients are calculated. A combined function, combining a cubic polynomial for reproducing the glare's epicenter zone and a function for reproducing the attenuation zone, is proposed. The plot of the combined function is built. It is shown that the combined function reproduces the glare's epicenter and attenuation zones with small relative and absolute errors. The developed reflectance model provides a highly-productive formation of three-dimensional scenes in computer graphics systems. The proposed distribution function of surface reflectivity can be used in computer graphics systems.

Keywords: bidirectional reflectance distribution function, cubic polynomial, rendering, Blinn-Phong model, high productivity.

DOI: 10.31649/1681-7893-2023-46-2-37-43

ВСТУП

У комп'ютерній графіці одним із найбільш важливих завдань є забезпечення високопродуктивної візуалізації графічних сцен. Ця вимога є особливо актуальною у динамічних та інтерактивних графічних системах, де у відповідь на дію користувача необхідне оперативне формування високореалістичного зображення.

Серед етапів графічного конвеєра на продуктивність візуалізації сцени найбільше впливає етап рендерингу. При зафарбовуванні поверхні об'єкта для кожної її точки необхідно обчислити значення моделі відбивної здатності. Для цього враховуються положення точки відносно джерела світла та спостерігача, поверхнева нормаль, спекулярні властивості поверхні. Від особливостей обраної моделі відбивної здатності значно залежить кінцева швидкість візуалізації об'єктів.

Тому питання підвищення продуктивності зафарбовування об'єктів у тривимірних графічних системах є актуальними.

1. ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

Інтенсивність кольору у точці визначається за формулою функції зафарбовування [1-3]

$$I_a \cdot k_a + I \cdot k_d \cdot \cos(\theta) + I \cdot k_s \cdot f_r(\vec{L}, \vec{V}),$$

де I_a – інтенсивність розсіяного світла, I – інтенсивність джерела світла, k_a , k_d , k_s – відповідно коефіцієнти розсіяної, дифузної, спекулярної складових кольору, $f_r(\vec{L}, \vec{V})$ – модель відбивної здатності (\vec{L}, \vec{V} – відповідно вектори до джерела світла й спостерігача), θ – кут між нормаллю і \vec{L} .

Двопроменева функція відбивної здатності (ДФВЗ) є основою спекулярної складової кольору та визначає ступінь відбиття світла від поверхні.

Широкого поширення набула ДФВЗ Шліка [4] (рис. 1 – 1 [5]), що обчислюється за формулою

$$\frac{\cos(x)}{n - n \cdot \cos(x) + \cos(x)},$$

де n – коефіцієнт спекулярності поверхні.

Дана функція характеризується наявністю трудомісткої операції ділення та низькою точністю, оскільки реалістично відтворюється лише епіцентр вібліску.

Більш поширеною є функція Фонга [1] (рис. 1 – 2 [5]), що розраховується за формулою $\cos(\psi)^n$,

де ψ – кут між \vec{V} і вектором дзеркального відбиття \vec{R} .

Функція Блінна [1, 6] полягає у використанні кута γ між \vec{N}, \vec{H} (нормаль та серединний вектор \vec{L}, \vec{V} відповідно) замість ψ . ДФВЗ Блінна та Фонга включають піднесення косинуса кута до n -го степеня, що обумовлює високу обчислювальну складність.

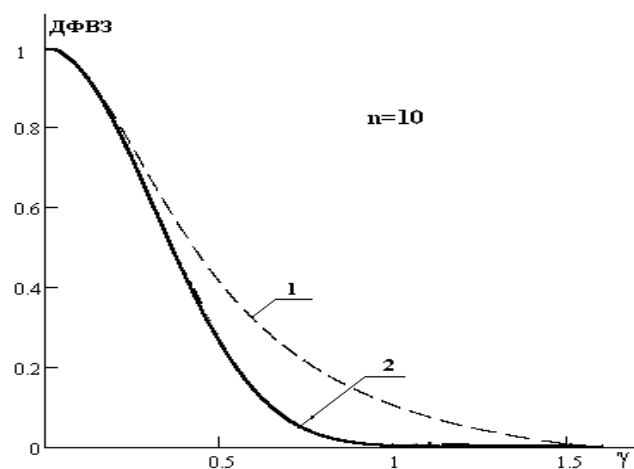


Рисунок 1 – Двопроменеві функції: 1 – Шліка, 2 – Фонга

Моделі Блінна й Фонга можливо апроксимувати за допомогою функції k -го степеня [7] (зазвичай $k \in [2, 8]$)

$$\cos^k\left(\sqrt{\frac{n}{k}} \cdot \lambda\right),$$

де λ – кут.

Недоліком зазначеної апроксимаційної моделі є складність обчислення кута λ , оскільки необхідне використання обернених тригонометричних операцій [9, 10].

Тому актуальною є розробка дистрибутивної функції відбивної здатності низького степеня та невеликої обчислювальної складності.

Мета статті – розробка моделі відбивної здатності, що апроксимує модель Блінна-Фонга, оперує з косинусом кута та має низький степінь.

2. ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ

Апроксимуємо ДФВЗ кубічним поліномом $f(x)$, який має вигляд

$$f(x) = a \cdot \cos(x)^3 + b \cdot \cos(x)^2 + c \cdot \cos(x) + d = \cos(x)^n \quad (1)$$

Знайдемо невідомі a, b, c, d . Враховуючи, що $\cos(0) = 1$, отримуємо :

$$a + b + c + d = 1 . \quad (2)$$

За умови, що $\cos(x) = 0$ отримуємо

$$d = 0 . \quad (3)$$

Прирівняємо значення ДФВЗ та кубічного многочлена у точці t , де $\cos(t)^n = 0.5$. Враховуючи, що $\cos(t) = \sqrt[n]{0.5}$, запишемо

$$a \cdot \cos(t)^3 + b \cdot \cos(t)^2 + c \cdot \cos(t) + d = 0.5 . \quad (4)$$

Останнє рівняння системи для знаходження невідомих a, b, c, d можна отримати, якщо прирівняти похідні від ДФВЗ та запропонованого кубічного многочлена у точці t , де $\cos(t)^n = 0.5$.

$$BRDF' = -n \cdot \cos(x)^{n-1} \cdot \sin(x) . \quad (5)$$

$$f(x)' = -3 \cdot a \cdot \cos(x)^2 \cdot \sin(x) - 2 \cdot b \cdot \cos(x) \cdot \sin(x) - c \cdot \sin(x) . \quad (6)$$

Прирівняємо праві частини виразів (5) і (6) та розділимо їх на $-\sin(x)$:

$$n \cdot \cos(t)^{n-1} = 3 \cdot a \cdot \cos(t)^2 + 2 \cdot b \cdot \cos(t) + c . \quad (7)$$

Рівняння (2), (3), (4), (7) утворюють систему рівнянь для знаходження коефіцієнтів кубічного многочлена (1) :

$$\begin{cases} a + b + c + d = 1, \\ d = 0, \\ a \cdot \cos(t)^3 + b \cdot \cos(t)^2 + c \cdot \cos(t) + d = 0.5 \\ n \cdot \cos(t)^{n-1} = 3 \cdot a \cdot \cos(t)^2 + 2 \cdot b \cdot \cos(t) + c . \end{cases} \quad (8)$$

Після еквівалентних перетворень отримуємо систему з двох рівнянь :

$$\begin{cases} a \cdot \cos(t)^3 + b \cdot \cos(t)^2 + (1 - a - b) \cdot \cos(t) = 0.5 , \\ n \cdot \cos(t)^{n-1} = 3 \cdot a \cdot \cos(t)^2 + 2 \cdot b \cdot \cos(t) + (1 - a - b), \end{cases}$$

де $\cos(t) = \sqrt[n]{0.5}$.

Розв'язок останньої системи рівнянь у загальному випадку призводить до таких формул :

$$a = 0.5 \cdot \frac{-2q + 1 + 2q^2 + n \cdot q - n}{q^2[-2q + q^2 + 1]}, \quad b = -0.5 \frac{4q^3 + q^2 \cdot n - 3q^2 - n + 1}{(q-1)^2 \cdot q^2},$$

$$\text{де } q = e^{\frac{-0.6931471}{n}}.$$

Коефіцієнти a та b для всіх можливих n доцільно зберігати у блоці постійної пам'яті.

На рис. 2 наведено приклад апроксимації ДФВЗ кубічним многочленом. Як видно з графіка, для зони затухання відблиску використання кубічного поліному є неприпустимим, оскільки значення ДФВЗ на даному проміжку зростає.

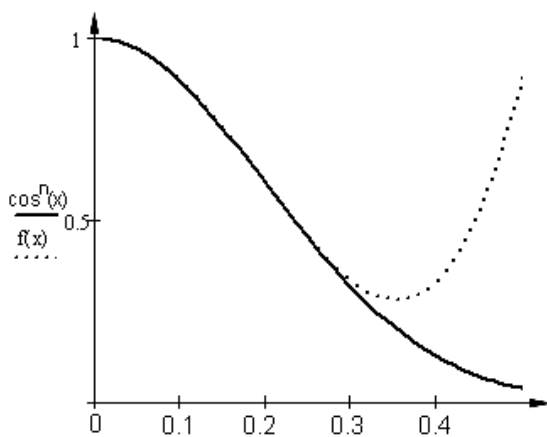


Рисунок 2 – Приклад апроксимації ДФВЗ для $n=25$

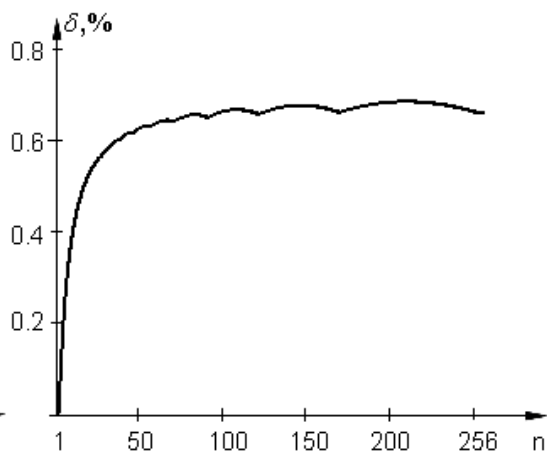


Рисунок 3 – Графік максимальної та відносної похибки апроксимації ДФВЗ

Моделювання показало, що для $\forall n \in [1;256] \Rightarrow \delta(n) \leq 0.67\%$ (рис. 3).

Порівняно з моделлю дистрибутивної функції Шліка [4] на даному інтервалі максимальна відносна похибка апроксимації зменшена більш, як в 17 разів.

Слід зауважити, що при апроксимації дистрибутивної функції найбільш жорсткі вимоги до точності пред'являються при відображенні епіцентру відблиску [4], який має місце до точки перегину функції. Для зони затухання відблиску достатнім є забезпечення монотонного спадання графіка ДФВЗ до рівня осі абсцис [4,8]. При чому, функція не повинна набувати від'ємні значення. Точне обчислення значень ДФВЗ у периферійній зоні зазвичай не вимагається [9].

Використання кубічного многочлена для апроксимації ДФВЗ за умови, що $\cos^n(x) < 0.5$ може призвести до такого небажаного результату, який зображено на рис. 4. Він полягає в тому, що на інтервалі визначення ДФВЗ остання приймає від'ємне значення навіть за умови, що для неї вибрані обмеження, як і для розглянутого раніше випадку, коли $\cos^n(x) > 0.5$.

Розглянемо апроксимацію ДФВЗ функцією виду $g(x) = \frac{\cos(x)}{a - b \cos(x)}$ за умови, що

$\cos^n(x) < 0.5$. Коефіцієнти a, b знайдемо прирівнявши значення функції $g(x)$ і $\cos^n(x)$ в точці $x = \arccos(\sqrt[n]{0.5})$, а також їх похідних в цій точці. В результаті отримуємо систему рівнянь :

$$\begin{cases} \frac{\cos(t)}{a - b \cdot \cos(t)} = 0.5, \\ \frac{1}{a - b \cdot \cos(t)} + \frac{\cos(t) \cdot b}{(a - b \cdot \cos^2(t))} = n \cdot \cos^{n-1}(t), \text{ де } \cos^n(t) = 0.5. \end{cases}$$

Покажемо, що $b = 2 \cdot n - 2$, $a = 2n^n \sqrt[n]{0.5}$.

Дійсно, розв'язок системи буде такий :

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \cdot n \cdot \cos^{n+1}(t) \\ 4 \cdot n \cdot \cos^n(t) - 2 \end{pmatrix}.$$

Враховуючи, що $\cos^n(t) = 0.5$, звідки $\cos(t) = \sqrt[n]{0.5}$ отримуємо

$$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot n \cdot \sqrt[n]{0.5} \\ 2 \cdot n - 2 \end{pmatrix}.$$

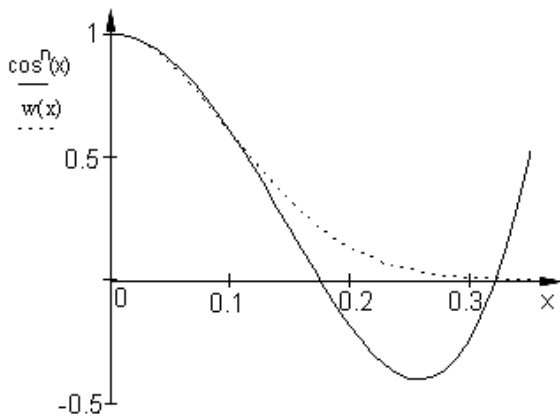


Рисунок 4 – Артефакт при використанні кубічного поліному

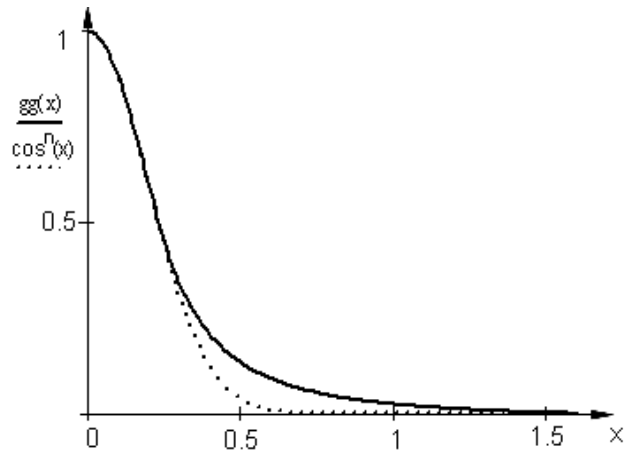


Рисунок 5 – Приклад апроксимації ДФВЗ функціями $f(x)$, $g(x)$ при $n = 25$

На рис. 5 зображено приклад апроксимації ДФВЗ функціями $f(x)$, $g(x)$ - функція $gg(x)$. Слід зазначити, що і для функції $g(x)$, яка відповідає за зону затухання відблиску, максимальна відносна похибка не перевищує 1% за умови, що $0.42 < f(x) < 0.5$. При $0.37 < f(x) < 0.42$ δ не перевищує 3%, а при $0.27 < f(x) < 0.37$ - 10%. Це є достатньо прийнятним для зони затухання відблиску.

Розроблену функцію $gg(x)$ було протестовано у засобі BRDF Explorer. На рис. 6 зображено результат візуалізації $gg(x)$.



Рисунок 6 – Результат візуалізації $gg(x)$

Отже, запропонована функція забезпечує досить точне відтворення відблисків на поверхнях об'єктів.

ВИСНОВКИ

Запропонована у роботі нова апроксимація ДФВЗ з достатньо високою точністю відтворює відблиск на поверхні графічних об'єктів. При цьому апроксимуюча функція оперує косинусом кута між вектором нормалі \vec{N} і серединним вектором \vec{H} . Порівняно з ДФВЗ Шліка досягнуто суттєве зменшення похибки апроксимації як при відображенні епіцентру відблиску, так і його зони затухання.

Підготовлено та видано за грантової підтримки Національного фонду досліджень України в рамках проєкту 2022.01/0135 "Розробка лазерно-фотонного лікувально-діагностичного комплексу медичної реабілітації пацієнтів з політравмами різного ступеня важкості"

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. О. Н. Романюк, "Класифікація дистрибутивних функцій відбивної здатності поверхні", *Наукові праці Донецького національного технічного університету. Сер.: Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка*, вип. 9., с. 145-151, 2008.
2. R. F. Lyon, "Phong Shading Reformulation for Hardware Renderer Simplification", Apple Computer, Inc., CA, USA, # 43, 1993.
3. О. Н. Романюк, О. В. Романюк, та Р. Ю. Чехмestрук. *Комп'ютерна графіка. Навчальний посібник*. Вінниця: ВНТУ, 2022.
4. C. Schlick, "A Fast Alternative to Phong's Specular Model", in *Graphics Gems IV*. San Diego, CA, USA: Academic Press, 1994, pp. 385 – 387.
5. О. Н. Романюк, та А. В. Чорний, *Високопродуктивні методи та засоби зафарбовування тривимірних графічних об'єктів*. Вінниця, Україна: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2006.
6. Є. К. Завальнюк, О. Н. Романюк, С. В. Павлов, Р. П. Шевчук, та Т. І. Коробейнікова, "Розробка фізично коректної моделі відбиття другого степеня", *Оптико-електронні інформаційно-енергетичні технології*, вип. 44, № 2, с. 19 – 25, 2023.
7. О. Н. Романюк, та А. В. Чорний, «Новий підхід до визначення спекулярної складової кольору», *Оптико-електронні інформаційно-енергетичні технології*, с. 85 – 92, 2004.
8. C. F. Chang, G. Bishop, and A. Lastra, "LDI Tree: A Hierarchical Representation for Image-Based Rendering", in *SIGGRAPH '99 Proceedings*, 1999, pp. 291 – 298.
9. J. D. Foley et al., *Computer Graphics: Principles and Practice*. USA: Addison-Wesley, 1996.
10. Olexander N. Romanyuk, Sergii V. Pavlov, and etc. "A function-based approach to real-time visualization using graphics processing units", Proc. SPIE 11581, Photonics Applications in Astronomy, Communications, Industry, and High Energy Physics Experiments 2020, 115810E (14 October 2020); <https://doi.org/10.1117/12.2580212>.
11. Leonid I. Timchenko, Natalia I. Kokriatskaia, Sergii V. Pavlov, and etc. "Q-processors for real-time image processing", Proc. SPIE 11581, Photonics Applications in Astronomy, Communications, Industry, and High Energy Physics Experiments 2020, 115810F (14 October 2020); <https://doi.org/10.1117/12.2580230>.

REFERENCES

1. O. N. Romaniuk, "Classification of distribution functions of surface reflectivity", *Scientific work of Donetsk National Technical University. Ser.: Informatics, cybernetics and computer technology*, Vol. 9, pp. 145-151, 2008.
2. R. F. Lyon, "Phong Shading Reformulation for Hardware Renderer Simplification", Apple Computer, Inc., CA, USA, # 43, 1993.
3. O. N. Romaniuk, O. V. Romaniuk, and R. Yu. Chekhmestruk. *Computer Graphics. Tutorial*. Vinnytsia: VNTU, 2022.
4. C. Schlick, "A Fast Alternative to Phong's Specular Model", in *Graphics Gems IV*. San Diego, CA, USA: Academic Press, 1994, pp. 385 – 387.
5. O. N. Romanyuk, and A. V. Chorny, *High-performance methods and tools for painting three-dimensional graphic objects*. Vinnytsia, Ukraine: UNIVERSUM-Vinnytsia, 2006.
6. E. K. Zavalniuk, O. N. Romanyuk, S. V. Pavlov, R. P. Shevchuk, and T. I. Korobeinikova, "Development of a physically correct model of reflection of the second degree", *Optoelectronic Information-Power Technologies*, Vol. 44, № 2, pp. 19 – 25, 2023.

МЕТОДИ ТА СИСТЕМИ ОПТИКО-ЕЛЕКТРОННОЇ І ЦИФРОВОЇ ОБРОБКИ ЗОБРАЖЕНЬ ТА СИГНАЛІВ

7. O. N. Romaniuk, and A. V. Chornyi, «The New Approach for Specular Color Component Calculation», *Optoelectronic Information-Power Technologies*, pp. 85 – 92, 2004.
8. C. F. Chang, G. Bishop, and A. Lastra, “LDI Tree: A Hierarchical Representation for Image-Based Rendering”, in *SIGGRAPH '99 Proceedings*, 1999, pp. 291 – 298.
9. J. D. Foley *et al.*, *Computer Graphics: Principles and Practice*. USA: Addison-Wesley, 1996.
10. Olexander N. Romanyuk, Sergii V. Pavlov, and etc. "A function-based approach to real-time visualization using graphics processing units", Proc. SPIE 11581, Photonics Applications in Astronomy, Communications, Industry, and High Energy Physics Experiments 2020, 115810E (14 October 2020); <https://doi.org/10.1117/12.2580212>.
11. Leonid I. Timchenko, Natalia I. Kokriatskaia, Sergii V. Pavlov, and etc. "Q-processors for real-time image processing", Proc. SPIE 11581, Photonics Applications in Astronomy, Communications, Industry, and High Energy Physics Experiments 2020, 115810F (14 October 2020); <https://doi.org/10.1117/12.2580230>.

Надійшла до редакції 10.11.2023 р.

РОМАНИЮК ОЛЕКСАНДР НИКИФОРОВИЧ – д.т.н., професор, завідувач кафедри програмного забезпечення, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, Україна,
e-mail: rom8591@gmail.com

СНИГУР АНАТОЛІЙ ВАСИЛЬОВИЧ – к.т.н., доцент кафедри обчислювальної техніки, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, Україна, ***e-mail: sanv12@i.ua***

РОМАНИЮК ОКСАНА ВОЛОДИМИРІВНА – к.т.н., доцент кафедри програмного забезпечення, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, Україна,
e-mail: romaniukoksana@gmail.com

КОВАЛЬ ЛЕОНІД ГРИГОРОВИЧ – к.т.н., доцент, зав. каф. біомедичної інженерії та оптико-електронних систем, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, Україна,
e-mail: koval.l@vntu.edu.ua

ЗАВАЛЬНИЮК ЄВГЕН КОСТЯНТИНОВИЧ – аспірант, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, Україна, ***e-mail: qq9272627@gmail.com***

O. N. ROMANYUK, A. V. SNIGUR, O. V. ROMANYUK, L. G. KOVAL, E. K. ZAVALNYUK

APPROXIMATION OF THE DISTRIBUTION FUNCTION OF THE REFLECTIVENESS OF THE SURFACE BY THE THIRD-DEGREE POLYNOM

Vinnytsia National Technical University