УДК 332.145:519.834(477)

Р.В. Вовк

Моделювання регіонального співробітництва у формі коаліційної гри з нечіткими умовами

Запропоновано метод регіональної структуризації адміністративно-територіального устрою України з урахуванням основних соціально-економічних показників територій. Модель побудована із застосуванням теорії коаліційних ігор у формі характеристичної функції та нечітких множин. Для забезпечення можливості використання інформації різного типу пропонується застосувати лінгвістичні змінні. Оптимальна структуризація визначається ядром нечіткої коаліційної гри. Модель дозволяє отримати розподіл на економічні райони, які будуть приблизно рівноцінними учасниками національного економічного простору і відповідатимуть стандартам «номенклатури територіальних одиниць для статистичних цілей» NUTS I, що використовується у країнах Європи.

Ключові слова: регіональна структура, коаліційна гра, нечітка множина.

Рівень розвитку країни значною мірою залежить від рівня розвитку її регіонів. Ефективна економічна, фінансова, інвестиційна та соціальна політика держави вимагає врахування ресурсних можливостей, матеріальних та фінансових джерел розвитку кожного регіону і залежить від ряду соціально-економічних, технологічних, природно-ресурсних, екологічних, політико-правових, демографічних, культурних, історичних та інших особливостей територій.

В умовах дефіциту бюджету та фінансового спаду на світовому ринку регіональна політика України має бути спрямована на оптимальне використання власних ресурсів, розробку та впровадження сучасних технологій в усіх сферах суспільного життя, від освітніх та культурних програм до високотехнологічного виробництва. Одним із кроків на шляху до підвищення ефективності державного управління, вироблення спільної стратегії розвитку територій чи впровадження проектів із взаємовигідним застосуванням природних, трудових та інших ресурсів могло би стати утворення міжобласних об'єднань – економічних районів. Зрозуміло, що такі об'єднання повинні створюватися на взаємовигідних засадах. Утворені райони можуть дещо відрізнятися між собою за територією, кількістю населення чи іншими кількісними показниками без певних обмежень. Єдиними умовами, яким вони повинні задовольняти, з огляду на євроінтеграційні перспективи України, – це відповідність стандартам «номенклатури територіальних одиниць для статистичних цілей» першого рівня (NUTS I), які накладають обмеження щодо кількості населення від 3 до 7 мільйонів.

За теоретичні основи формування такої регіональної структури України візьмемо методи теорії коаліційних ігор, де гравцями вважатимемо області, які можуть утворювати коаліції, що відповідатимуть економічним районам у нашому розумінні. Розв'язком цієї задачі буде коаліційна структура, в якій райони матимуть приблизно однакову вагу. Такий підхід дозволить враховувати наявність певного виду ресурсів в одних гравців і потребу тих же ресурсів іншими, що цілком узгоджується із загальною концепцією формування регіональної структури.

Суттєвою перешкодою на шляху до побудови моделі, яка могла б бути реалізована за наявних умов, є відсутність достатньої кількості статистичних даних або їх наближений характер. У зв'язку з цим пропонується застосувати теорію нечітких множин, що дасть змогу використати як реальні точні чи наближені показники, так і експертні оцінки відповідних показників.

1. Коаліційні ігри

Нехай дано множину гравців $N=\{1, 2, \dots, n\}$. Припустимо, що існує можливість оцінити сукупність усіх доступних для гравців ресурсів. Дану величину назвемо ціною гри і позначимо через p. Задача полягає в тому, щоб знайти такий розподіл ціни між гравцями $(u_1, u_2, \ldots, u_n)$, де $v(K) \geq \sum_{i \in K} v(i)$. Множину усіх допустимих розподілів позначимо R^N.

У ході гри учасники можуть об'єднуватися в певні структури чи просто керуватися спільними домовленостями. Такі об'єднання назвемо коаліціями і позначимо, де $K_1, K_2, \ldots, K_m$, де $K_j \subset N$, $j = 1, \ldots, m$. Коаліції можуть утворюватися за будь-якою ознакою, якщо це вигідно їх учасникам. Порожня множина Ø відповідає коаліції, до якої не належить жодний гравець. Вважатимемо також, що кожний гравець не може належати більше ніж до однієї коаліції, тобто $K_i \cap K_j = \varnothing$ для всіх $i \neq j$. Усі коаліції в сукупності становлять коаліційну структуру гри $K_1 \cup K_2 \cup \ldots \cup K_m = N$.

Діючи самостійно, кожний гравець i може забезпечити собі виграш $v(i)$. Спільний дохід коаліції позначимо $v(K)$. Логічно також припустити, що гравці входитимуть до коаліції лише в тому випадку, коли це гарантуватиме їм виграш не менший від $v(i)$. Таким чином, необхідною умовою формування коаліції є виконання нерівності $v(K) \geq \sum_{i \in K} v(i)$. Функція, яка кожному гравцеві і кожній коаліції ставить у відповідність деяке дійсне число, називається характеристичною, якщо виконуються дві умови:

$$v(\varnothing) = 0;$$

$$v(K \cap M) \geq v(K) + v(M), \text{ якщо } K \cap M.$$

Характеристична функція однозначно описує гру. Якщо для одних і тих самих учасників задати іншу характеристичну функцію, то отримаємо цілком іншу гру зі своїми властивостями та можливими розв'язками.

Кожна коаліція намагатиметься забезпечити собі як максимальний сукупний виграш, так і найбільший виграш для кожного з її учасників. Розподіл $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ вважатимемо кращим за розподіл $y = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$ відносно коаліції K, якщо $x_i \geq y_i$ для кожного $i \in K$, і принаймні для одного з гравців $j \in K$, виконується нерівність $x_j > y_j$. Цей факт позначатимемо $x \underset{K}{\prec} y$. Серед усіх можливих розподілів знайдуться такі, які можна покращити для деякої коаліції, але будуть такі, які покращити неможливо. Множина усіх розподілів, які не допускають покращання для будь-якої $K \subset N$ коаліції утворює ядро гри C.

$$C = \left\{ x \in R^N \mid \sum_{i=1}^{n} x_i \leq v(N) \ \text{ і } \ \sum_{i \in K} x_i \geq v(K) \ \text{ для будь-яких } K \subset N \right\} \tag{1}$$

Розв'язок гри слід шукати серед розподілів, що належать до ядра. Варто підкреслити, що в деяких іграх ядро може не існувати або визначатися неоднозначно. У таких ситуаціях треба використовувати інші підходи або проводити ще додаткові дослідження. Методи розв'язування коаліційних ігор на даний час достатньо добре досліджені та існує багато прикладів їх застосування [1].

2. Нечіткі множини

Нагадаємо основні поняття та означення з теорії нечітких множин, які будуть використані далі. Будь-яка підмножина a множини дійсних чисел R разом із функцією належності $\mu_a : R \to [0, 1]$ називається нечітким числом, якщо виконуються умови:

1) існує таке число $x_a \in R$, для якого $\mu_a(x_a) = 1$;

2) існують такі дійсні числа $x_a^1, x_a^2 \in R$, що $x_a^1 < x_a < x_a^2$ і $\mu_a(x) = 0$ для всіх $x \in [x_a^1,\ x_a^2]$.

Число x_a називається модальним значенням a. Множину усіх нечітких чисел позначимо $\Re$.

Додавання нечітких чисел визначається за принципом розширення. Для будь-яких $a, b \in \Re$, сума $a \oplus b$ є також нечітким числом із функцією належності $\mu_{a \oplus b}$, яка визначається за правилом:

$$\mu_{a\oplus b}(x) = \sup_{y\in R}\left(\min\left(\mu_a(y),\ \mu_b(x-y)\right)\right) \quad (2)$$

Протилежний елемент до числа $a \in \Re$ є нечітке число $-a \in \Re$ із функцією належності $\mu_{-a}(x) = \mu_a(x)$ для будь-яких $x \in R$. Віднімання нечітких чисел здійснюється за правилом $a \oplus (-b)$.

Визначена таким чином операція додавання є комутативною і асоціативною.

Нечітке число є виродженим, якщо його функція належності «згорнута» до одного числа. Позначатимемо такі числа $\langle c \rangle \in \Re$, де $c \in R$ і функція належності визначається $\mu_{<c>}(x) = 1$, якщо $x = c$ і $\mu_{<c>}(x) = 0$ для всіх інших значень x.

Для будь-якого дійсного числа $r \in R$ і нечіткого $a \in \Re$ визначимо чіткий добуток $r \times a$ як нечітке число з функцією належності $\mu_{r\times a}(x) = \mu_a(x/r)$ для всіх ненульових значень r і $\mu_{r\times a}(x) = \mu_{<c>}(x)$ для r=0.

Сума нечіткого і чіткого числа визначається за правилом $r + a = \langle r \rangle \oplus a$. Справджується також дистрибутивний закон $r(a \oplus b) = r \cdot a \oplus r \cdot b$ для будь-якого дійсного r і нечітких a і b.

Відношення порядку на множині нечітких чисел задається за допомогою нечіткого відношення $\tilde{\succ}$. Так, для будь-яких двох нечітких чисел $a, b \in \Re$ можливість існування нечіткого відношення $a \tilde{\prec} b$ визначається дійсним числом $\nu_{\tilde{\succ}}(a, b) \in [0, 1]$, яке обчислюється за формулою

$$\nu_{\tilde{\succ}}(a,b) = \sup_{\substack{x,y\in R \\ x\ge y}}[\min(\mu_a(x), \mu_b(y))]. \quad (3)$$

Аналогічно визначається нечітке відношення еквівалентності, відповідно до якого еквівалентність нечітких чисел визначається величиною

$$\nu_{\sim}(a,b) = \sup_{x\in R}[\min(\mu_a(x), \mu_b(x))].$$

За детальнішою інформацією щодо наведених та інших операцій над нечіткими числами можна звернутися до [2].

3. Коаліційна гра з нечіткими умовами

Розглянемо тепер нечітке розширення коаліційної гри (N, v), в якій ціна гри та характеристична функція можуть бути задані нечіткими числами. У цьому випадку характеристична функція w визначається таким чином, що кожній коаліції $K \subset N$ поставлено у відповідність нечітку ціну $w(K) \in \Re$ із функцією належності $\mu_K : R \to [0, 1]$, що виконуються умови

1) $\mu_K(v(K)) = 1$;
2) $\mu_K(x)$ є неспадною для $x < v(K)$ і незростаючою для $x > v(K)$;
3) $\mu_{\emptyset}(x) = 1$, якщо x=0 і $\mu_{\emptyset}(x) = 0$ для $x \neq 0$, тобто $w(\emptyset) = <0>$.

Отриману таким чином гру позначатимемо (N, w). За деталями можна звернутися до [3]. Зрозуміло, що для однієї гри (N, v) може існувати багато нечітких розширень, які визначатимуться різними функціями належності. Основні властивості коаліційних ігор у такому розширенні зберігатимуться.

Розглянемо коаліційну структуру $\mathcal{K} = \{K_1, K_2, ..., K_m\}$, для якої виконуватиметься умова $w(K_1 \cup ... \cup K_m) \succsim w(K_1) \oplus ... \oplus w(K_m)$. Подібно до детермінованих ігор, розв'язок шукатимемо в ядрі, яке також називатимемо нечітким. Ядром розширеної гри є нечітка підмножина C_F в множині R^N із функцією належності $\gamma_C : R^N \to [0, 1]$, яка визначає належність будь-якого розподілу гри $x \in R^N$ до ядра. Допустимий розподіл повинен підтримуватися хоч би однією коаліцією і не заперечуватися жодною з них. Рівень підтримки розподілу x коаліційною структурою $\mathcal{K}$ визначається рівнянням

$$\begin{aligned}\tau_{\mathcal{K}}(x) &= \min\left(\nu_{\succsim}(w(K), \sum_{i \in K} x_i) \mid K \in \mathcal{K} \right) = \\ &= \min\left(\sup\left(\mu_K(y) \mid y \in R, y \geq \sum_{i \in K} x_i \right) \mid K \in \mathcal{K} \right)\end{aligned} \qquad (4)$$

З огляду на те, що будь-яка коаліція $K \in \mathcal{K}$ буде підтримувати розподіл $x \in R^N$ лише тоді, коли $\sum_{i \in K} x_i \succsim w(K)$, можна визначити міру впевненості в тому, що не буде коаліцій, які виступатимуть проти даного розподілу, як функцію належності

$$\lambda_C(x) = \min\left(\nu_{\succsim}\left(\sum_{i \in K} x_i, w(K) \right) \mid K \in \mathcal{K} \right). \qquad (5)$$

Підтримка розподілу $x \in R^N$ принаймні однією коаліційною структурою опишеться функцією належності

$$\tau_C(x) = \max(\tau_{\mathcal{K}}(x) \mid \mathcal{K} \text{ - коаліційна структура}). \qquad (6)$$

Із рівнянь (5) і (6) визначимо функцію належності розподілу x до ядра C:

$$\gamma_C = \min(\tau_C(x), \lambda_C(x)) \qquad (7)$$

для будь-якої коаліційної структури $\mathcal{K}$.

4. Коаліційна модель економічних районів

Перейдемо до побудови моделі регіонального співробітництва. Множину областей України разом з АР Крим вважатимемо гравцями у згаданому вище розумінні і позначимо N={1, 2, ... , 25}. Задача полягає у визначенні такої коаліційної структури, яка була б прийнятною для усіх гравців і забезпечувала кожному з них найбільший можливий виграш. З огляду на географічне розташування областей, розглядатимемо лише такі коаліції, які забезпечують територіальну єдність. Кількість населення на кінець 2009 р. становить приблизно 46 млн. осіб. Враховуючи згадане на початку статті обмеження щодо чисельності населення, кількість отриманих коаліцій може коливатися від 15 до 7.

Для визначення характеристичної функції гри необхідно обчислити ціну кожного гравця. Зрозуміло, що ця величина повинна враховувати всі основні показники, які характеризують область, і певним чином їх узагальнювати. До таких показників можна віднести: кількість населення, площа території, внутрішній регіональний продукт, виробництво промислової продукції, виробництво сільськогосподарської продукції, обсяг наданих послуг, обсяг виконаних будівельних робіт, обсяг інвестицій, вантажообіг, експорт та імпорт товарів і послуг, рівень безробіття, кількість загальноосвітніх закладів, кількість вищих навчальних закладів, кількість закладів охорони здоров'я, кількість готельних закладів, спортивна інфраструктура, рівень туристичної привабливості тощо. Множину усіх показників позначимо $P = \{p_1, p_2, \ldots, p_l)$. Враховуючи різноплановий характер названих показників, пропонуємо для їх оцінки використовувати лінгвістичні змінні, тобто кожному показникові поставити у відповідність один із елементів множини

$$T=\{HHH, HHC, HCC, CCC, CCB, CBB, BBB\} = \{t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7).,$$

що відповідатиме значенням {*низький; більше низький, ніж середній; більше середній, ніж низький; середній; більше середній, ніж високий; більше високий, ніж середній; високий*}. Кількість елементів множини T може бути змінена, в залежності від «точності» оцінки. Найчастіше використовують множини з непарною кількістю елементів від 5 до 11.

Множина T є впорядкованою. Керуючись простою логікою, вважатимемо, що $t_i \geq t_j$, якщо $i \geq j$. Серед будь-якої скінченної кількості таких елементів можна знайти максимальний та мінімальний. Так, якщо $i \geq j$, то max $(t_i, t_j) = t_i$ і min $(t_i, t_j) = t_j$. Протилежним до елемента t_i вважатимемо елемент $-t_i = t_{7-I+1}$. Використовуючи наведені операції, можна виконувати будь-які обчислення над лінгвістичними змінними, подібно до дій з нечіткими числами.

Для двох змінних t_i і t_j із множини T середньозважене значення знаходиться як результат обчислення виразу $t_k = \lambda_1 \otimes t_i \oplus \lambda_2 \otimes t_j$, для деяких $\lambda_1 + \lambda_2 = 1$. Тут $k = \min\{|T|\}, \rho(\lambda_1 \cdot i + \lambda_2 \cdot j)\}$, а $|T|$ означає кількість елементів множини T, у нашому випадку $|T| = 7$, а функція ρ є округленням, тобто кожному дійсному числу ставить у відповідність ціле, найближче до нього.

Із врахуванням наведених міркувань, узагальнюючий показник, який відповідатиме ціні гравця, отримаємо за допомогою рекурентної формули

$$\mathrm{C}\{\alpha_i, t_i \mid i = 1,\ldots,l\} = \alpha_1 \otimes t_1 \oplus (1-\alpha_1) \otimes \mathrm{C}\{\beta_j, t_j \mid j = 2,\ldots,l\}, \quad (8)$$

де $\beta_j = \alpha_j \Big/ \sum_{k=2}^{l} \alpha_k$, $k = 2, \ldots, l$.

У формулі (8) через $t_i \in T$ позначено елементи множини значень лінгвістичної змінної для $1 \leq i \leq 7$, α_j – величина, яка визначає вагу показника ρ_j, причому $\sum_{k=1}^{l} \alpha_k = 1$. Вищенаведений метод обчислення середньозважених значень лінгвістичних змінних вперше був запропонований у статті [4].

У результаті проведення таких розрахунків, кожному гравцеві $i \in N$ буде поставлено у відповідність деяке числове значення $w_i \in [0,1]$, яке назвемо ціною гравця. Ціну гри обчислимо як суму цін усіх гравців $x \in R^N$. Коаліційну структуру $\mathcal{K} = \{K_1, K_2, ..., K_m\}$ формуватимемо таким чином, щоб ціна кожної з таких коаліцій була приблизно однаковою, тобто

$$\left| w(K_i) - w(K_j) \right| \to \min \text{ для всіх } i \neq j, \qquad (9)$$

і виконувалися наведені вище обмеження. При цьому розподіл $x \in R^N$ повинен підтримуватися даною коаліційною структурою і належати до ядра.

За допомогою описаної методики отримаємо розподіл території України на економічні райони, які будуть приблизно рівноцінними учасниками національного економічного простору. Даний підхід дозволить враховувати соціально-економічні особливості територій та їх взаємодію в межах одного району.

Список використаних джерел

1. Driessen T.S.H. Cooperative Games, Solutions and Applications. – Dordrecht: Kluwer Academic Publisher, 1988. – 222 p.
2. Mares M. Computation over Fuzzy Quantities. – Boca Raton: CRC-Press, 1994. – 158 p.
3. Mares M. Fuzzy coalition structures // Fuzzy Sets and Systems. – 2000 – Vol. 114. – P.23-33.
4. Herera F., Herera-Viedma E., Verdegay J.L. A Sequential Selection Process in Group Decision Making with a Linguistic Assessment Approach // Information Sciences – 1995 – Vol. 85. – P. 223-239.

Вовк Р.В. Моделирование регионального сотрудничества в форме коалиционной игры с нечеткими условиями.

Предложен метод региональной структуризации административно-территориального устройства Украины с учетом основных социально-экономических показателей территорий. Модель построена с применением теории коалиционных игр в форме характеристической функции и нечетких множеств. Для обеспечения возможности использования информации различного типа предлагается применять лингвистические переменные. Оптимальная структуризация определяется ядром нечеткой коалиционной игры. Модель позволяет получить распределение на экономические районы, которые будут приблизительно равноценными участниками национального экономического пространства и соответствовать стандартам «номенклатуры территориальных единиц для статистических целей» NUTS I, используемым в странах Европы.
Ключевые слова: региональная структура, коалиционная игра, нечеткое множество.

Vovk R.V. Modeling of Regional Cooperation in the Form of Coalition Game under Fuzzy Conditions.

The method of regional structuring of administrative-territorial system of Ukraine with account of main socio-economic indicators of territories has been proposed. The model is developed on the basis of theory of coalition games in form of characteristic function and fuzzy sets. Linguistic variables are proposed to be applied to enable the use of different types of information. Optimal structuring is defined by the core of an fuzzy coalition game. The model provides allocation of economic areas, which will constitute approximately equivalent members of the national economic space and will meet the standards of NUTS I «Nomenclature of Territorial Units for Statistics» used in Europe.
Key words: regional structure, coalition game, fuzzy set.

Надійшло 16.03.2010 р.