

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕЗОНАНСНОЙ ЧАСТОТЫ И ДОБРОТНОСТИ ПОЛУДИСКОВОГО ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО РЕЗОНАТОРА ПРИ ПОМОЩИ ДРОБНО-РАЦИОНАЛЬНОЙ АППРОКСИМАЦИИ

В статье рассмотрены проблемы определения резонансной частоты и добротности колебаний типа шепчущей галереи в полудисковом диэлектрическом резонаторе. Исследовано влияние нарушений условий взаимности, недиссипативности, симметрии в элементе связи на вид частотной характеристики отражения такого резонатора. Для этих случаев проанализированы вопросы корректности применения классических методик измерения собственной частоты и добротности резонатора. Для решения данной задачи была рассмотрена возможность применения дробно-рациональной аппроксимации частотной характеристики резонатора. Предложена реализация дробно-рациональной аппроксимации на основе цепных дробей, которая позволяет получать устойчивые корректные оценки собственной комплексной частоты и, соответственно, добротности резонатора. Использование рассмотренного подхода позволило провести анализ зависимости собственной частоты полудискового диэлектрического резонатора от степени связи, определяемой радиальным местоположением и шириной щели связи. Было показано, что по разности значений полюса и нуля можно судить о степени связи.

Ключевые слова: полудисковый диэлектрический резонатор, добротность резонатора, резонансная частота, дробно-рациональная аппроксимация, цепные дроби

1. Введение

Анализ мод типа шепчущей галереи в полудисковых диэлектрических резонаторах широко представлен в научной литературе, см., например, [1, 2]. Процесс измерений параметров резонаторов для выбранной моды заключается в определении резонансной частоты и добротности. Традиционным подходом при определении добротности резонатора по частотной характеристике отражения является использование методики, изложенной в [3], которая базируется на моделировании характеристик резонатора на основе эквивалентных схем одиночного колебательного контура с сосредоточенными и частотнонезависимыми элементами. Очевидно то обстоятельство, что резонансная характеристика такого колебательного контура является симметричной функцией. Методика [3] предполагает измерение коэффициента стоячей волны по напряжению (КСВН) как функции частоты и определение коэффициента связи, который находится посредством исследования поведения узла стоячей волны при уходе от частоты резонанса. При этом полагается, что резонансной соответствует частота, на которой наблюдается минимум частотной зависимости КСВН. Далее, согласно этой методике, по соответствующим

формулам необходимо определить значения КСВН, отвечающие половинному уровню мощности на резонансной частоте, а по ним значения частот, на которых наблюдается указанный уровень мощности. Используя совокупность указанных частот, вычисляют добротность резонатора для выбранного типа колебаний. Аналогичным образом проводится анализ мод типа шепчущей галереи в полусферических диэлектрических резонаторах [4]. В отличие от одиночного колебательного контура резонаторы СВЧ характеризуются набором резонансных частот, поэтому, строго говоря, подход [3] может быть применен, только если исследуемое колебание в резонаторе может быть рассмотрено независимо от других колебаний. Подобный подход, основанный на определении уровня половинной мощности и ширины полосы пропускания на этом уровне, приведен в [5]. Более гибкой (не привязанной к уровню половинной мощности и к соответствующим параметрам эквивалентных схем) является методика, изложенная в [6].

Альтернативой подходу [3] являются цифровые методы определения добротности. Наиболее эффективный цифровой метод определения добротности резонатора предложен в [7]. Он основан на использовании дробно-линейной аппроксимации резонансных кривых.

Следует отметить, что дробно-линейная аппроксимация является весьма неустойчивой процедурой, что особенно заметно проявляется, если обрабатываемые данные не совпадают с дробно-линейной функцией частоты (расстройки). Следует также отметить, что резонансная кривая распределенной резонансной структуры отличается от дробно-линейной функции тем больше, чем меньше добротность резонатора. Другим фактором, определяющим отклонение реальной резонансной характеристики от дробно-линейной зависимости, является зависимость свойств узла связи от частоты. Поэтому все описанные выше подходы имеют ограниченные возможности применения и не во всех случаях могут быть использованы формальным способом. Прежде всего, ограничения связаны с типом резонатора и с характером узла связи, используемого для возбуждения резонатора.

Применение дробно-рациональной аппроксимации частотной характеристики отражения позволяет повысить устойчивость определения значений ее полюсов и нулей. После определения собственной комплексной частоты (значения полюса) f_m^p добротность Q_m колебания может быть найдена исходя из фундаментального соотношения [8]

$$Q_m = \frac{\operatorname{Re}(f_m^p)}{2 \operatorname{Im}(f_m^p)}.$$

Целью настоящей работы является исследование возможности применения дробно-рациональной аппроксимации для определения собственной частоты и добротности колебаний в полудисковом диэлектрическом резонаторе.

2. Частотная зависимость коэффициента отражения полудискового диэлектрического резонатора

Расчетным путем на основе метода конечных элементов [9] были получены распределения поля и значения комплексного коэффициента отражения в фиксированной полосе частот для полудискового диэлектрического резонатора 1 (см. рис. 1), расположенного на металлическом зеркале 2, возбуждаемого через щель 3 на конце плавного волноводного перехода. Радиус резонатора при рас-

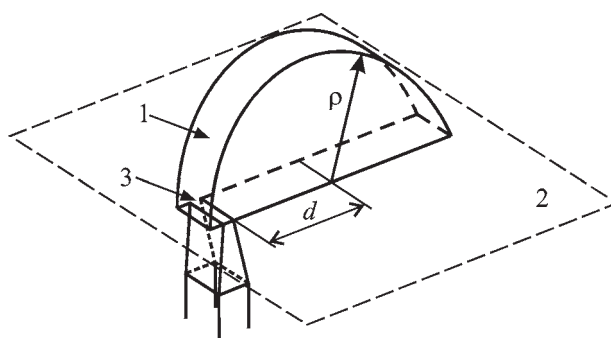


Рис. 1. Полудисковый диэлектрический резонатор с возбуждением через щель связи

четах составлял 39 мм, в качестве материала резонатора был рассмотрен фторопласт с диэлектрической проницаемостью 2.04 и тангенсом угла диэлектрических потерь $\operatorname{tg} \delta = 1.7 \cdot 10^{-4}$. Величина связи между возбуждающим волноводом и резонатором изменялась путем радиального смещения узла связи d и изменения ширины b щели связи. Выбор указанных размеров был определен данными, приведенными в работах других авторов, в частности в [10]. Результаты расчета распределения поля были использованы для идентификации типа колебаний. Структура поля (количество вариаций) однозначно позволила определить азимутальный индекс колебания типа шепчущей галереи, который был равен 35, таким образом, набор индексов составил 35,1,1. Ориентация элемента связи позволяет обеспечить преимущественное возбуждение EH или HE колебаний. Согласно [10] при возбуждении, показанном на рис. 1, формируется колебание EH -типа. Был рассмотрен также случай возбуждения HE колебания, при этом для тех же индексов резонансная частота существенно отличалась от базового случая.

Известно, что в полудисковом диэлектрическом резонаторе, расположенном на металлическом зеркале и работающем на колебаниях типа шепчущей галереи, при возбуждении его щелью связи в зеркале (рис. 1) степень связи, а значит и нагруженная добротность, определяется близостью узла связи к местоположению максимумов кривой, на которой располагаются максимумы рассматриваемого резонансного типа колебаний [1]. Несколько типичных частотных зависимостей коэффициента отражения $R(f)$ для полудискового диэлектрического резонатора с радиусом диска $\rho = 39$ мм для нескольких значе-

ний радиального местоположения d щели связи с размерами 7.2×1 мм представлены на рис. 2, а. Во всех этих случаях, за исключением слабой связи при $d = 40$ мм, частотная характеристика имеет сугубо несимметричный характер.

При варьировании d степень связи с резонатором меняется, что хорошо демонстрирует изменение поведения фазочастотной характеристики $\arg[R(f)]$, представленной на рис. 2, б. Для $d = 36$ мм наблюдается “пересвязь”, а для остальных значений – “недосвязь” с резонатором (в соответствии с классификацией из [5]). Для диапазона значений $d = 34 \div 37$ мм возникает сильная связь, поскольку эти значения d определяют радиус траектории, на которой лежат максимумы поля колебаний типа шепчущей галереи.

Для исследования влияния изменения размера b щели связи на характер связи с резонатором и

на его характеристики был рассмотрен экранированный полудисковый диэлектрический резонатор, у которого основание и торцы покрыты металлом с бесконечной проводимостью. На рис. 3 приведены частотные зависимости модуля коэффициента отражения для моды типа шепчущей галереи с индексами $35,1,1$ в случае расположения элемента связи в точке, соответствующей максимуму поля колебания, при разных размерах щели $b \times 7.2$ мм, где размер узкой стенки b выбирался из ряда значений 0.1, 0.2, 0.5, 1.5 мм. Точное значение собственной частоты (в отсутствие элемента связи) для данного типа колебаний было предоставлено Ю. В. Прокопенко (ИРЭ НАНУ, г. Харьков) и составило $(37.8616 - j30.6281 \cdot 10^{-4})$ ГГц при добротности 6180. Следует отметить, что для малого размера отверстия (слабой связи) значение частоты, при которой наблюдается минимум

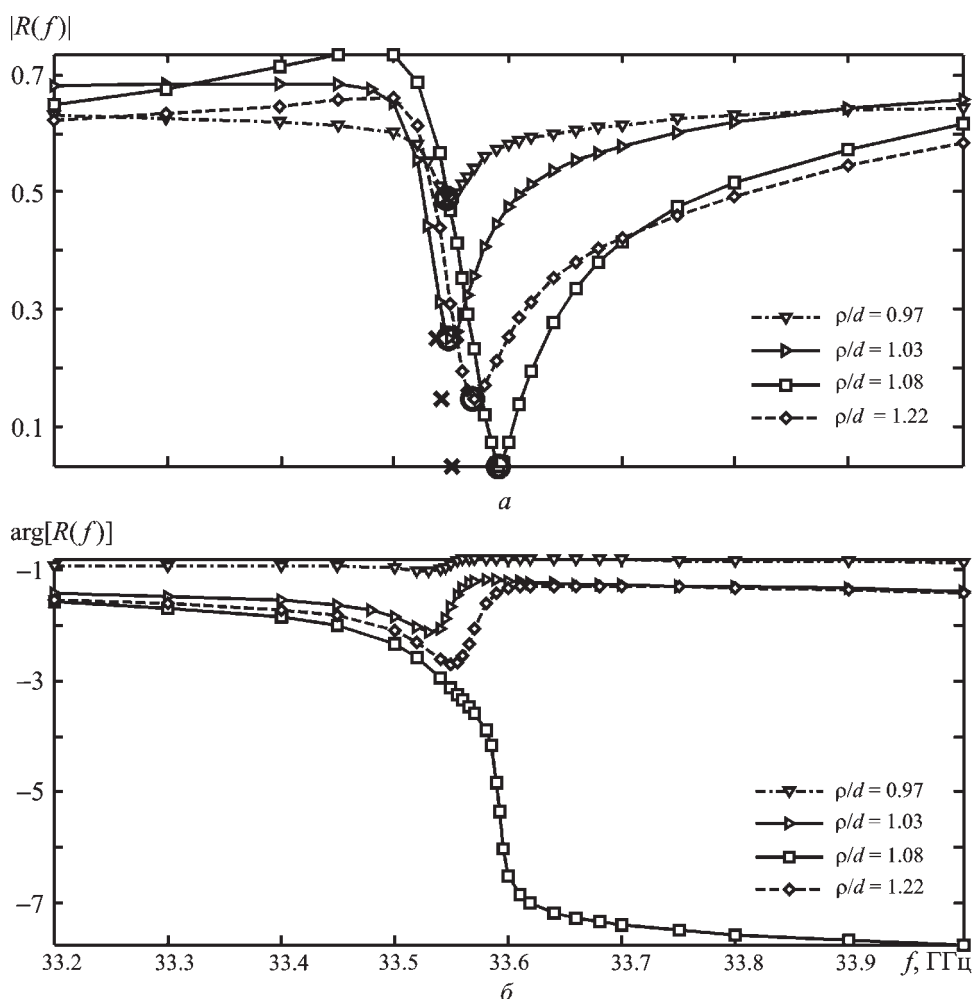


Рис. 2. Частотные зависимости модуля (а) и фазы (б) коэффициента отражения полудискового диэлектрического резонатора при разных местоположениях узла связи

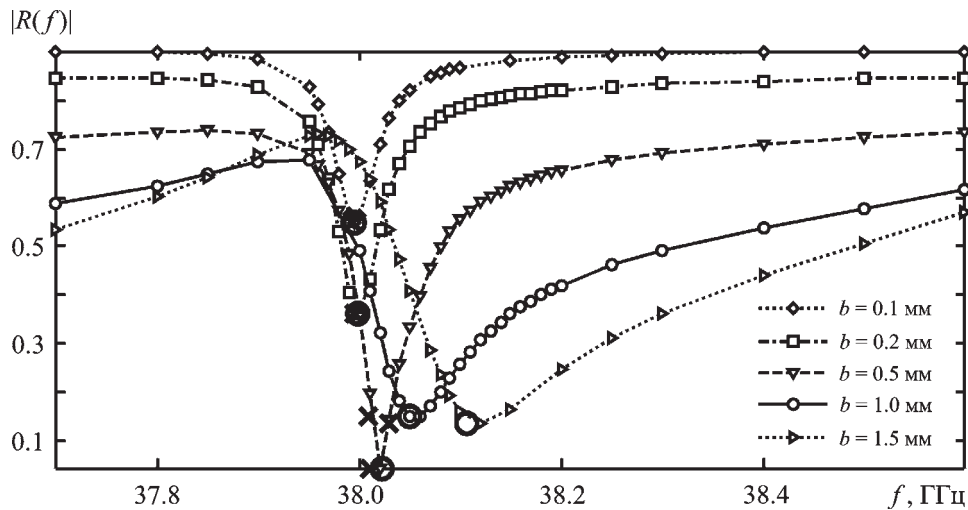


Рис. 3. Частотная зависимость модуля коэффициента отражения экранированного полудискового диэлектрического резонатора при разных размерах щели

модуля коэффициента отражения, близко к значению собственной частоты резонатора. В случае сильной связи (размер $b = 1.5$ мм) отклонение этой частоты от значения собственной частоты резонатора без элемента связи (37.8616 ГГц) достигало 248 МГц (0.66 %). Для размера $b = 0.1$ мм (слабая связь) характеристика носит практически симметричный характер, по мере роста размера отверстия связи (степени связи) асимметрия возрастает.

Использование классических методов [3, 5, 6] для определения добротности колебаний типа шепчущей галереи по представленным характеристикам отражения диэлектрического резонатора вызывает значительные затруднения. Прежде всего, это связано с тем, что эквивалентная схема в виде параллельного контура, которая традиционно используется для упрощения моделирования резонансных характеристик, не вполне соответствует рассматриваемому типу резонаторов.

Рис. 2 демонстрирует, что резонансные кривые являются асимметричными относительно резонансной частоты и при значительной расстройке частоты не выходят на единичный уровень коэффициента отражения, как это должно быть для эквивалентной схемы в виде параллельного контура. В силу этого уровень половинной мощности, который определяет полосу пропускания и используется для вычисления добротности, может лежать выше имеющейся резонансной кривой и нигде ее не пересекать, что не позволяет

вычислять добротность с помощью классических подходов. Даже если точки пересечения с экспериментальной кривой могут быть получены, то они могут находиться в той ее части, которая существенно отличается от классического вида резонансной кривой, что будет приводить к оценкам добротности с очень большой погрешностью.

Для понимания процессов, которые приводят именно к такому виду частотной характеристики, рассмотрим наиболее простую конструкцию резонатора в виде отрезка линии передачи без дисперсии (с постоянной распространения $\gamma = \omega/c$, где $\omega = 2\pi f$ – круговая частота, а c – скорость света в вакууме) электрической длины D , имеющего элемент связи и заканчивающегося отражателем с коэффициентом отражения R_2 . Элемент связи как четырехполюсник СВЧ описывается матрицей рассеяния S . Будем предполагать, что рассматриваемый отрезок подключен в виде оконечной нагрузки ко внешней линии связи, содержащей измеритель характеристики отражения. Тогда коэффициент отражения такого резонатора описывается выражением [11]

$$R(f) = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}R_2 \exp(-j\gamma 2D)}{1 - S_{22}R_2 \exp(-j\gamma 2D)}. \quad (1)$$

Для моделирования примем, что $R_2 = -0.98$, а $D = 4.36$ см. В наиболее простом случае, когда элемент связи может рассматриваться как взаимный недиссипативный симметричный четырехпо-

люсник, выражение (1) относится к классической модели СВЧ резонатора, положенной в основу методик определения резонансной частоты и добротности [3]. В этом случае характеристика отражения симметрична даже при уменьшении модуля коэффициента отражения от узла связи и отклонении фазы коэффициента отражения от π .

Если условие взаимности, недиссипативности и симметричности узла связи нарушено, например, матрица рассеяния узла связи имеет вид

$$S = \begin{bmatrix} 0.5e^{j2.477} & 0.45\sqrt{1-0.225^2}e^{-j1.330} \\ \sqrt{1-0.5^2}e^{-j1.330} & 0.225e^{j2.477} \end{bmatrix},$$

то модуль коэффициента отражения приобретает несимметричный вид (рис. 4), как и для рассматриваемого полудискового диэлектрического резонатора. Таким образом, отличия от полого резонатора, а именно: наличие элемента связи, размеры которого не могут рассматриваться как малые, отражение не всей волны, распространяющейся из резонатора в сторону элемента связи, нарушение фазовых соотношений, справедливых для недиссипативного четырехполосника, – приводят к асимметрии частотной характеристики отражения в окрестности минимума. Для удобства анализа на рис. 4 приведены частотные зависимости числителя и знаменателя выражения (1), причем эти зависимости представлены для комплексной час-

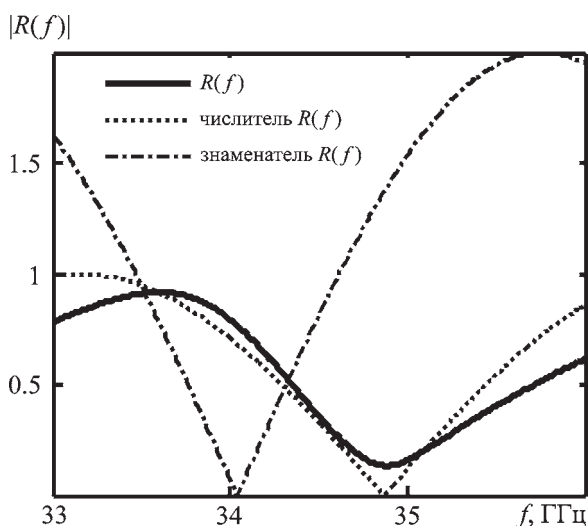


Рис. 4. Зависимости модуля коэффициента отражения, числителя и знаменателя выражения (1) от частоты для идеального резонатора с невязанным диссипативным несимметричным узлом связи с малым коэффициентом отражения

тоты, чтобы числитель и знаменатель могли принимать значения, равные нулю. Итак, значения, при которых знаменатель и числитель равны нулю, соответствуют значениям полюса и нуля выражения (1). Полюсы, как известно, описывают собственные частоты резонатора, нули описывают явление взаимной компенсации интерферирующих волн, отраженных от передней и задней границ резонатора, причем при расчете нулей для выражения (1) проводится учет многократных переотражений внутри резонирующего объема. Таким образом, из данных рис. 4 следует, что минимум частотной зависимости модуля коэффициента отражения не соответствует значению полюса и, следовательно, собственной частоты. Частотная зависимость модуля коэффициента отражения носит асимметричный характер из-за расхождения положений полюса и нуля. При этом асимметрия характеристики имеет место даже в отсутствие зависимости свойств элемента связи от частоты.

Следовательно, для открытых резонаторов [1, 2, 4] при наличии элемента связи, размеры которого не могут рассматриваться как малые, возможность использования классических традиционных подходов должна быть обоснована. Вместе с тем применение дробно-рациональной аппроксимации [12] позволяет во многих случаях получить обоснованные результаты. Указанный алгоритм в достаточной полноте изложен в [13].

3. Математический аппарат цепных дробей для реализации дробно-рациональной аппроксимации частотной характеристики отражения резонатора

Будем предполагать, что в результате измерений (например, при помощи стандартного панорамного измерителя) получена частотная характеристика $R(f)$, описывающая отражение от резонатора, включенного как оконечное устройство. Эта зависимость определена своими N значениями $\vec{R} = \{R(f_1), R(f_2), \dots, R(f_N)\}$ на дискретной сетке частот $\vec{f} = \{f_1, f_2, \dots, f_N\}$. Поскольку частотная характеристика резонатора $R(f)$ может быть представлена дробно-рациональной моделью [8] (определяемой коэффициентами полиномов числителя $\vec{a} = \{a_0, a_1, \dots, a_M\}$ и знаменателя $\vec{b} = \{b_0, b_1, \dots, b_M\}$):

$$R_M(f) = \frac{P(f)}{Q(f)} = \frac{\sum_{m=0}^M a_m f^m}{\sum_{m=0}^M b_m f^m} = g \frac{\prod_{m=1}^M (f - f_m^z)}{\prod_{m=1}^M (f - f_m^p)}, \quad (2)$$

параметры резонатора (резонансная частота, добротность, коэффициент связи) должны определяться полюсами $\vec{p} = \{f_1^p, f_2^p, \dots, f_M^p\}$ и нулями $\vec{z} = \{f_1^z, f_2^z, \dots, f_M^z\}$ этой модели. Здесь M – порядок модели и $g = a_M/b_M$.

В общем случае задача аппроксимации отношением полиномов является сложной нелинейной проблемой, которая требует значительных вычислительных ресурсов. Это может приводить к отсутствию гарантированного и устойчивого решения. Поэтому актуально рассмотрение быстрой и устойчивой процедуры определения параметров дробно-рациональной модели, дающих возможность физической интерпретации.

Для решения задачи аппроксимации частотной характеристики резонатора дробно-рациональной функцией была использована цепная дробь [14] порядка $L = 2M + 1$,

$$R_L(f, \vec{f}^L) = r_1 + \frac{f - \tilde{f}_1}{r_2 + \frac{f - \tilde{f}_2}{\dots + \frac{f - \tilde{f}_{L-1}}{r_L}}},$$

которая определяется опорными точками $\vec{f}^L = \{\tilde{f}_1, \tilde{f}_2, \dots, \tilde{f}_L\} \subset \vec{f}$ и позволяет выполнять интерполяцию заданной в этих точках функции $R_M(f)$. Параметры цепной дроби $\vec{r}_L = \{r_1, r_2, \dots, r_L\}$ находятся через значения функции $\vec{R}^L = \{R(\tilde{f}_1), \dots, R(\tilde{f}_L)\}$ в опорных точках \vec{f}^L в соответствии с [14]

$$r_k = \frac{\tilde{f}_k - \tilde{f}_{k-1}}{\dots - \dots} = \frac{\tilde{f}_k - \tilde{f}_1}{R(\tilde{f}_k) - r_1} - r_2$$

Интерполяция цепными дробями предполагает, что дробно-рациональное представление (2) имеет

определенный порядок полиномов числителя и знаменателя, который определяется порядком цепной дроби (числом точек, по которым проводится интерполяция) $L = 2M + 1$. По параметрам цепной дроби при помощи итерационной процедуры (для $m = 0, 1, \dots, M$)

$$\begin{cases} a_0^1 = r_L, a_m^1 = 0 \\ b_0^1 = 1, b_m^1 = 0 \end{cases} \dots \begin{cases} a_m^{k+1} = r_{L-k} a_m^k - \tilde{f}_{L-k} b_m^k + b_{m-1}^k \\ b_m^{k+1} = a_m^k \end{cases}$$

$(k = \overline{1, L-1})$

можно вычислить коэффициенты полиномов $\vec{a} = \{a_m^L\}_{m=0, M}$ и $\vec{b} = \{b_m^L\}_{m=0, M}$, а по ним найти параметры модели в виде векторов нулей \vec{z} и полюсов \vec{p} .

Аппроксимирующие возможности цепной дроби определяются отобранными опорными точками \vec{f}^L , т. е. множеством $\mathbf{I} = \{n_1, n_2, \dots, n_L\}$ отобранных индексов из множества индексов всех частот \vec{f} , на которых задана анализируемая функция. Очевидно, что при прочих равных условиях качество аппроксимации будет лучшим в случае, если отобраны точки с наибольшими значениями отношения сигнал/шум. Поэтому критерием оптимальности отобранных для проведения интерполяции L опорных точек $\vec{f}^L = \vec{f}_{\mathbf{I}} = \{f_{n_k}\}_{n_k \in \mathbf{I}}$ может являться значение ошибки аппроксимации

$$\delta(\mathbf{I}) = \|\vec{R} - \vec{R}_L(\mathbf{I})\|^2,$$

где $\vec{R}_L(\mathbf{I}) = \{R_L(f_1, \vec{f}_{\mathbf{I}}), \dots, R_L(f_N, \vec{f}_{\mathbf{I}})\}$ – дробно-рациональная модель, построенная на основе цепной дроби порядка L по набору опорных точек частот $\vec{f}_{\mathbf{I}}$.

Будем говорить, что набор индексов \mathbf{I}_1 лучше, чем \mathbf{I}_2 , если ошибка аппроксимации для первого случая, будет меньшей, чем для второго: $\delta(\mathbf{I}_1) < \delta(\mathbf{I}_2)$. Оптимальным набором точек \mathbf{I}_{opt} для проведения интерполяции будем считать тот, который обеспечивает минимальное значение ошибки аппроксимации на множестве \mathbf{I}_L^N всех возможных наборов длиной L из множества N отсчетов:

$$\mathbf{I}_{\text{opt}} = \arg \min_{\mathbf{I} \in \mathbf{I}_L^N} (\delta(\mathbf{I})).$$

Полное число доступных для перебора вариантов $N!/(L!(N-L)!)$ конечно, но очень велико. Поэтому поиск оптимального набора путем простого перебора из всех возможных вариантов неприемлем с точки зрения временных затрат.

Для решения этой проблемы был предложен упрощенный подход к отбору оптимальных отсчетов, основанный на итерационной процедуре наращивания порядка модели, одномерной процедуре поиска лучшего отсчета для последней опорной точки и циклической смене порядка опорных точек. Оптимальные отсчеты $\mathbf{I}_k = \{n_1, n_2, \dots, n_k\}$, полученные на предыдущем этапе k , используются на следующем этапе $k+1$. При увеличении порядка модели на единицу должен быть добавлен отсчет n_{k+1} , исходя из одномерной оптимизационной процедуры выбора того отсчета, который при добавлении к уже сформированному набору \mathbf{I}_k минимизирует ошибку аппроксимации. Суть одномерной процедуры поиска лучшего отсчета для последней опорной точки состоит в следующем. Множество из k индексов, определяющее опорные точки, разбивается на два подмножества: первое, включающее $k-1$ индексов, $\mathbf{I}_{k-1} = \{n_1, n_2, \dots, n_{k-1}\}$, которые в пределах одной итерации поисковой процедуры сохраняются неизменными, и второе, состоящее всего из одного последнего индекса n_k исходного множества \mathbf{I}_k , который предполагается уточнять путем последовательного перебора всех возможных для данного этапа индексов $n_k \in \mathbf{J}_k = \{1, 2, \dots, N\} - \mathbf{I}_{k-1}$.

Смысл этого подхода состоит в том, что одномерный перебор путем изменения лишь одной последней опорной точки численно может быть реализован более быстро за счет использования выражений, позволяющих вычислять цепную дробь через цепную дробь на единицу меньшего порядка. Для опорных точек \mathbf{I}_{k-1} определяются числитель и знаменатель цепной дроби данного порядка, а также на единицу меньшего. Затем производится последовательный перебор значений n_k из множества \mathbf{J}_k с вычислением соответствующего значения ошибки аппроксимации для опорных точек с индексами $\mathbf{I}_k = \{\mathbf{I}_{k-1}, n_k\}$. При этом для отобранного отсчета $n_k = \arg \min_{n \in \mathbf{J}_k} [\delta(\{\mathbf{I}_{k-1}, n\})]$ вычисляется значение r_k с помощью итерационной схемы:

$$r_k^1 = R(f_{n_k}); \quad r_k^j = (f_{n_k} - \tilde{f}_{j-1}) / (r_k^{j-1} - r_{j-1}),$$

$$j = 2, \dots, k; \quad r_k = r_k^k.$$

Затем, с его использованием, для всех точек $\tilde{\mathbf{f}}$ уточняется значение цепной дроби, вычисляемой с учетом добавляемой опорной точки с индексом n_k :

$$R_k(f) = P^k(f)/Q^k(f) = [r_k P^{k-1}(f) + \tilde{P}^{k-1}(f)] / [r_k Q^{k-1}(f) + \tilde{Q}^{k-1}(f)],$$

где в качестве вторых слагаемых использованы заранее вычисленные значения величин:

$$\tilde{P}^{k-1}(f) = (f - \tilde{f}_{k-1}) P^{k-2}(f) = P^k(f) - r_k P^{k-1}(f),$$

$$\tilde{Q}^{k-1}(f) = (f - \tilde{f}_{k-1}) Q^{k-2}(f) = Q^k(f) - r_k Q^{k-1}(f).$$

Третья идея упрощенного подхода к отбору оптимальных отсчетов состоит в циклическом уточнении отобранных отсчетов $\tilde{\mathbf{f}}_{\mathbf{I}_k}$ с целью снижения ошибки аппроксимации, выполняемой путем циклической смены порядка опорных точек и повторного поиска лучшего отсчета для последней опорной точки. Связано это с тем, что отобранный лучший отсчет для последней опорной точки $n_k = \arg \min_{n \in \mathbf{J}_k} [\delta(\{\mathbf{I}_{k-1}, n\})]$ зависит от значений индексов \mathbf{I}_{k-1} . Оптимальный отсчет (в отличие от субоптимального) не должен зависеть от \mathbf{I}_{k-1} . Дальнейшее улучшение качества аппроксимации достигалось за счет использования нелинейной оптимизации по вектору параметров цепной дроби $\tilde{\mathbf{f}}_L$ для зафиксированного на предыдущем этапе оптимального набора опорных точек.

Рассмотренная дробно-рациональная аппроксимация частотных характеристик резонаторов с постепенным увеличением порядка модели дает возможность вычислять комплексные собственные частоты резонаторов в реальном масштабе времени с незначительными погрешностями даже в случае больших погрешностей как самих измерений, так и значений дискретных частот, на которых проведены измерения. Более того, использование аппроксимационного подхода для обработки резонансных характеристик позволяет эффективно определять параметры резонаторов по данным измерений на сетке частот, шаг которой превышает ширину резонансных кривых.

4. Результаты определения собственных частот полудискового диэлектрического резонатора

Оценки полюсов и нулей, полученные в результате применения дробно-рациональной аппроксимации резонансных кривых к рассмотренным выше характеристикам отражения, представлены на рис. 2, а и рис. 3 маркерами в виде креста (для полюса) и окружности (для нуля), на уровнях, соответствующих минимуму резонансной кривой. При слабой связи оценки полюса и нуля накладываются друг на друга, при сильной связи они расходятся, как это и предусматривает анализ выражения (1).

Использование дробно-рациональной аппроксимации с постепенным увеличением порядка модели позволило выявлять высокодобротные резонансы со слабой связью на фоне низкодобротного. Так, при $d = 23$ мм вид резонансной кривой в основном определяет низкодобротный резонанс (рис. 5). Поэтому ее аппроксимация однополюсной функцией ($M = 1$) не позволяет выявить высокодобротный резонанс колебания типа шепчущей галереи. Действительная часть оценки полюса оказывается вне пределов рассматриваемой полосы частот. Использование порядка модели $M = 2$ позволило получить оценку полюса, соответствующего резонансу колебания типа шепчущей галереи (показан маркером в виде креста на рис. 5), и достичь более точной аппроксимации резонансной кривой.

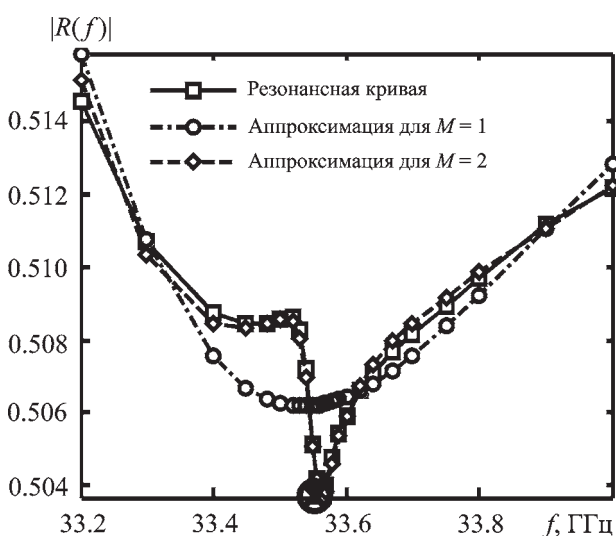


Рис. 5. Характеристика отражения полудискового резонатора при $d = 23$ мм и результаты ее аппроксимации однополюсной и двухполюсной функциями

С целью исследовать влияние связи на добротность полудискового диэлектрического резонатора оценки нагруженной добротности при помощи дробно-рациональной аппроксимации с использованием цепных дробей были получены для нескольких значений радиального местоположения узла связи d . Поскольку, как показано выше, однополюсная аппроксимация не всегда определяется высокодобротным информативным полюсом, при проведении анализа порядок модели M увеличивался. Результаты расчетов зависимости добротности от параметра ρ/d , полученные для разных M , демонстрируют значительное снижение нагруженной добротности в области сильной связи ($d = 34 \div 37$ мм) и приближение ее к значению собственной добротности при удалении от этой области. Чтобы оценки добротности высокодобротного колебания в области слабой связи были неискаженными, порядок модели M должен учитывать наличие других колебаний, которые оказывают существенное влияние на формирование соответствующей частотной характеристики.

Для демонстрации эффективности предложенного подхода полученная зависимость добротности от степени связи сопоставлена на рис. 6 с аналогичными оценками добротности, найденными классическими методами. Кривая 1 – это оценки добротности, полученные при помощи дробно-рациональной аппроксимации, кривая 2 – получена на основе подхода [6], кривая 3 – по методике [3]. Видно, что методика [3], предполагающая определение уровня половинной мощности, дает намного заниженные оценки, причем ее удалось использовать не для всех имеющихся

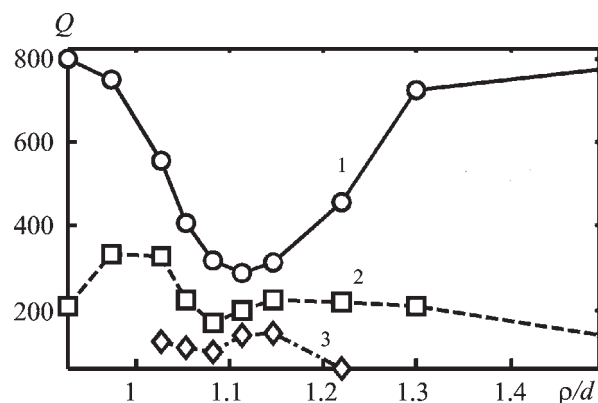


Рис. 6. Зависимости добротности колебаний от положения узла связи, полученные разными методами

частотных характеристик. Отказ от использования уровня половинной мощности, как это сделано в [6], позволяет получить оценки для всех характеристик, но они все равно оказываются явно заниженными. Наиболее точно дает оценки нагруженной добротности рассмотренный подход, причем полученная кривая имеет четко выраженный минимум в области сильной связи, чего не наблюдается при использовании других подходов.

При сильной связи для рассматриваемого типа резонатора характерна существенная асимметричность резонансной кривой и несовпадение положений полюса и нуля на оси действительных частот. Поскольку дробно-рациональная аппроксимация резонансных кривых дает информацию о ее полюсах и нулях, было проведено исследование зависимости их значений от степени связи. Была выявлена синхронность изменений разностей действительных и мнимых частей значений полюса f^p и нуля f^z при варьировании степени связи за счет изменения радиального местоположения узла связи: наиболее заметно значения полюсов и нулей отличались в области сильной связи и стремились друг к другу при удалении от этой области, что хорошо иллюстрируется ре-

зультатами дробно-рациональной аппроксимации, приведенными в табл. 1. Зависимость разности значений полюса и нуля $f^p - f^z$ от степени связи позволяет определять степень связи.

Значения оценок полюсов, а следовательно, оценок резонансной частоты при изменении степени связи в широких пределах сохраняются практически неизменными, несмотря на то, что минимум частотной характеристики изменяет свое местоположение, причем при слабой связи резонансная кривая имеет симметричный, а при сильной связи – ярко выраженный несимметричный характер.

При варьировании размера щели также наблюдается синхронность изменений разности значений полюса f^p и нуля f^z : чем шире щель, тем больше не совпадают их значения. Зависимость разности значений полюса и нуля $f^p - f^z$ от размера щели, представленная в табл. 2, подтверждает, что по значению указанной разности можно определять степень связи. Следует отметить, что при слабой связи ($b = 0.1$ мм) значение действительной части полюса (37.994 ГГц) практически совпадает с точным значением частоты собственного колебания (37.8616 ГГц).

Таблица 1. Зависимость значений полюса и нуля резонансной кривой от положения узла связи d

ρ/d	$\text{Re}(f^p)$, ГГц	$\text{Im}(f^p)$	$\text{Re}(f^z)$, ГГц	$\text{Im}(f^z)$	$\text{Re}(f^p - f^z)$	$\text{Im}(f^p - f^z)$
0.93	33.553	0.021	33.553	0.020	0.000	0.001
0.98	33.546	0.022	33.547	0.018	0.001	0.004
1.03	33.537	0.032	33.548	0.014	0.011	0.018
1.05	33.541	0.044	33.570	0.009	0.029	0.035
1.08	33.552	0.054	33.591	-0.004	0.039	0.058
1.11	33.557	0.056	33.589	-0.013	0.032	0.069
1.15	33.554	0.051	33.582	-0.005	0.028	0.056
1.22	33.540	0.044	33.571	0.014	0.031	0.030
1.30	33.531	0.044	33.543	0.039	0.012	0.005

Таблица 2. Зависимость значений полюса и нуля резонансной кривой от ширины щели связи b

b , мм	$\text{Re}(f^p)$, ГГц	$\text{Im}(f^p)$	$\text{Re}(f^z)$, ГГц	$\text{Im}(f^z)$	$\text{Re}(f^p - f^z)$	$\text{Im}(f^p - f^z)$
0.1	37.994	0.028	37.995	0.017	0.001	0.011
0.2	37.996	0.032	37.998	0.014	0.002	0.018
0.5	38.011	0.042	38.022	0.003	0.011	0.039
1.0	38.010	0.059	38.050	-0.019	0.040	0.078
1.5	38.029	0.075	38.106	-0.030	0.077	0.105

5. Выводы

1. Нарушение условий взаимности, недиссипативности, симметрии в элементе связи, которое наблюдается при практической реализации диэлектрического полудискового резонатора, вызывает асимметрию частотной характеристики отражения и нарушает корректность применения классических методов измерения собственной частоты и добротности, развитых для полых волноводных резонаторов с малыми отверстиями связи.

2. Реализация дробно-рациональной аппроксимации частотной характеристики отражения диэлектрического полудискового резонатора на основе цепных дробей позволяет получить корректные оценки собственной комплексной частоты и, соответственно, добротности.

3. Для больших размеров отверстия связи в резонаторе формируются как высокодобротное собственное колебание типа шепчущей галереи, так и низкодобротное. Это обстоятельство приводит к необходимости использовать дробно-рациональные модели повышенного порядка, учитывающего оба этих существенных колебания.

4. Разность значений действительных и мнимых частей полюса и нуля частотной зависимости коэффициента отражения позволяют оценить степень связи резонатора с возбуждающим волноводом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Когут А. Е., Матяш О. А. О возбуждении колебаний шепчущей галереи в полудисковом диэлектрическом резонаторе щелью связи в зеркале // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 2006. – Т. 49, № 2. – С. 10–16.
2. Barannik A. A., Cherpak N. T., and Chuyko D. E. Q-Factor measurement of quasi-optical dielectric resonators under conditions of the whispering gallery mode degeneration removal // IEEE Trans. Instrum. Meas. – 2006. – Vol. 55, No. 1. – P. 70–73.
3. Гинзтон Э. Л. Измерения на сантиметровых волнах. – М.: ИИЛ, 1960. – 620 с.
4. Eremenko Z. E., Filippov Yu. F., Kharkovskii S. N., Kutuzov V. V., and Kogut A. E. Whispering gallery modes in shielded hemispherical dielectric resonators // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – 2002. – Vol. 50, No. 11. – P. 2647–2649.
5. Альтман Дж. Л. Устройства сверхвысоких частот. – М.: Мир, 1968. – 488 с.
6. Тишер Ф. Техника измерений на сверхвысоких частотах. – М.: Физматгиз, 1963. – 367 с.
7. Kajfez D. Linear fractional curve fitting for measurement of high Q factors // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. – 1994. – Vol. 42, No. 7. – P. 1149–1153.

8. Григорьев А. Д. Электродинамика и микроволновая техника. – СПб.: Лань, 2007. – 704 с.
9. Swanson D. G. and Hoefler W. J. R. Microwave Circuit Modeling Using Electromagnetic Field Simulation. – Boston–London: Artech House, 2003. – 469 p.
10. Кириченко А. Я., Прокопенко Ю. В., Филиппов Ю. Ф., Черпак Н. Т. Квазиоптические твердотельные резонаторы. – Киев: Наукова думка, 2008. – 296 с.
11. Бова Н. Т., Резников Г. Б. Антенны и устройства СВЧ. – Киев: Вища школа, 1977. – 260 с.
12. Andreev M. V., Borulko V. F., Drobakhin O. O., and Saltykov D. Yu. Determination of parameters of fractional-rational model using interpolation by continued fraction // Proc. of 11th Int. Conf. On Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET-06). – Kharkov (Ukraine). – 2006. – P. 264–266.
13. Андреев М. В., Борулько В. Ф., Дробахин О. О., Салтыков Д. Ю. Определение комплексных собственных частот резонаторов при помощи дробно-рациональной аппроксимации цепными дробями // Вестник Днепропетровского университета. Серия “Физика. Радиоэлектроника”. 2007. – Вып. 14, № 12/1. – С. 5–9.
14. Хованский А. Н. Приложение цепных дробей и их обобщений к вопросам приближенного анализа. – М.: Гостехиздат, 1956. – 204 с.

М. В. Андреев, О. О. Дробахин, Д. Ю. Салтыков

Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара,
просп. Гагаріна, 72, м. Дніпропетровськ, 49010, Україна

ВИЗНАЧЕННЯ РЕЗОНАНСНОЇ ЧАСТОТИ ТА ДОБРОТНОСТІ НАПІВДИСКОВОГО ДІЕЛЕКТРИЧНОГО РЕЗОНАТОРА ЗА ДОПОМОГОЮ ДРОБОВО-РАЦІОНАЛЬНОЇ АПРОКСИМАЦІЇ

У статті розглядаються проблеми визначення резонансної частоти і добротності коливань типу шепчущої галереї в напівдисковому диелектричному резонаторі. Досліджено вплив порушень умов взаємності, недиссипативності, симетрії в елементі зв'язку на вид частотної характеристики відбиття такого резонатора. Для цих випадків проаналізовано питання щодо коректності застосування класичних методик вимірювання власної частоти і добротності резонатора. Для розв'язання даної задачі було розглянуто можливість застосування дробово-раціональної апроксимації частотної характеристики резонатора. Запропоновано реалізацію дробово-раціональної апроксимації на основі ланцюгових дробів, яка дозволяє отримувати стійкі коректні оцінки власної комплексної частоти і, відповідно, добротності резонатора. Використання розглянутого підходу дозволило проаналізувати залежності власної частоти напівдискового диелектричного резонатора від ступеня зв'язку, обумовленого радіальним місцеположенням і шириною щілини зв'язку. Було показано, що за різницею значень полюса і нуля можна судити про ступінь зв'язку.

M. V. Andreev, O. O. Drobakhin, and D. Yu. Saltykov

Oles Honchar Dnipropetrovsk National University,
72, Gagarin Av., Dnipropetrovsk, 49010, Ukraine

DETERMINATION OF THE RESONANCE
FREQUENCY AND THE Q-FACTOR
OF A HALF-DISK DIELECTRIC RESONATOR
USING FRACTIONAL RATIONAL APPROXIMATION

The problems of determining the resonant frequency and the Q-factor of whispering gallery type oscillations in a half-disk dielectric resonator have been considered. The influence of violations of the conditions of reciprocity, non-dissipative character, symmetry for coupler of the resonator on its reflection characteristic versus frequency are investigated. For mentioned

cases, the correctness of using classical methods of measuring the resonator natural frequency and Q-factor of the resonator has been analyzed. To solve this problem, the possibility of using a fractionally rational approximation of the resonator frequency response was discussed. The realization of the rational approximation based on continued fractions is proposed that allows obtaining stable estimates for evaluating the complex frequency and Q-factor. The use of this approach has allowed analyzing the dependence of the natural frequency of the half-disk dielectric resonator versus degree of coupling which is determined by radial location and width of the coupling slot. It has been shown that the difference between the pole and zero frequencies allows estimating the degree of coupling.

Статья поступила в редакцию 16.09.2013