

DOI: <https://doi.org/10.15407/rpra29.02.127>  
УДК 621.373.826+537.874.6+537.876.2

**А.В. Дегтярьов, М.М. Дубінін,  
В.О. Маслов, К.І. Мунтян, О.О. Свистунов**

Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна  
майдан Свободи, 4, м. Харків, 61022, Україна  
E-mail: v.a.maslov@karazin.ua

## ПОШИРЕННЯ ТЕРАГЕРЦОВИХ ВИХРОВИХ ЛАЗЕРНИХ ПУЧКІВ У ВІЛЬНОМУ ПРОСТОРИ

**Предмет і мета роботи.** На цей час набули поширення ідеї розробки методів формування вихрових пучків — областей кругового руху потоку енергії в електромагнітній хвилі навколо так званих точок фазових сингулярностей, обумовлених порушенням топологічної структури хвильового фронту. Мета цієї роботи — отримання аналітичних виразів для опису непараксіальної дифракції мод діелектричного хвильовідного резонатора терагерцового лазера у процесі їх взаємодії зі спіральною фазовою пластинкою та вивчення фізичних особливостей отриманих вихрових пучків при їх поширенні у вільному просторі.

**Методи та методологія.** Для вивчення поширення вихрових лазерних пучків, збуджуваних модами діелектричного хвильовідного квазіоптичного резонатора при їх взаємодії зі спіральною фазовою пластинкою в різних зонах дифракції, була застосована векторна теорія Релея–Зоммерфельда.

**Результати.** Уперше отримано аналітичні вирази для опису непараксіальної дифракції мод діелектричного хвильовідного резонатора терагерцового лазера у процесі їх взаємодії зі спіральною фазовою пластинкою з довільним топологічним зарядом ( $n$ ). Вивчені фізичні особливості отриманих вихрових пучків при їх поширенні у вільному просторі. Показано, що спіральна фазова пластинка для лінійно поляризованої  $EH_{11}$ -моди з структури із максимумом інтенсивності в центрі ( $n = 0$ ) формує кільцеву ( $n = 1, 2$ ) структуру. Для азимутально поляризованої  $TE_{01}$ -моди кільцева ( $n = 0$ ) структура перетворюється на структуру із максимумом інтенсивності в центрі ( $n = 1$ ), а надалі знову в кільцеву ( $n = 2$ ). За таких умов фазовий фронт променя лінійно поляризованої  $EH_{11}$ -моди перетворюється зі сферичного в спіральний з однією точкою сингулярності на осі, тоді як для фазової структури азимутально поляризованої  $TE_{01}$ -моди з'являється область з двома точками фазової сингулярності поза віссю.

**Висновки.** Результати дослідження можуть забезпечити ефективний метод передачі інформації у високошвидкісних системах ПГц-зв'язку та виконання завдань, пов'язаних з томографією, із дослідженням властивостей матеріалів, знаходженням астрофізичних джерел, що робить їх дуже перспективними в сучасних технологіях.

**Ключові слова:** терагерцовий лазер, хвильовідний резонатор, спіральна фазова пластинка, вихрові пучки, поляризація, поширення випромінювання.

Ц и т у в а н н я: Дегтярьов А.В., Дубінін М.М., Маслов В.О., Мунтян К.І., Свистунов О.О. Поширення терагерцових вихрових лазерних пучків у вільному просторі. *Радіофізика і радіоастрономія*. 2024. Т. 29. № 2. С. 127–136. <https://doi.org/10.15407/rpra29.02.127>

Citation: Degtyarev, A.V., Dubinin, M.M., Maslov, V.A., Muntean, K.I., Svistunov, O.O., 2024. Free-space propagation of terahertz laser vortex beams. *Radio Phys. Radio Astron.*, 29(2), pp. 127–136. <https://doi.org/10.15407/rpra29.02.127>

© Видавець ВД «Академперіодика» НАН України, 2024. Статтю опубліковано відповідно до умов відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>)

© Publisher PH "Akademperiodyka" of the NAS of Ukraine, 2024. This is an open access article under the CC BY-NC-ND license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>)

## Вступ

В останнє десятиліття привертає дедалі більшу увагу проблема формування терагерцових лазерних пучків [1]. Серед таких хвильових полів важливе місце у дослідженнях займають вихрові пучки. Унікальність вихрових лазерних пучків полягає в особливій спіральній структурі хвильового фронту, що забезпечує наявність у них орбітального кутового моменту з великою кількістю станів і відповідно додаткових ступенів свободи [2–4]. Вихрові лазерні пучки мають великий потенціал для застосування у високошвидкісних мультиплексних системах ТГц-зв'язку, у томографії, вивченні лінійних та нелінійних властивостей матеріалів, прискоренні та маніпулюванні електронними згустками, виявленні астрофізичних джерел [5–9].

На цей час найбільш дослідженими є два методи генерації терагерцових вихрових пучків: на основі модуляції хвильового фронту за допомогою спеціальних зовнішніх пристроїв; шляхом прямого збудження вихрових пучків на виході резонатора. Позарезонаторний принцип модуляції хвильового фронту реалізується на основі використання спіральних фазових пластин,  $q$ -пластин, ахроматичних поляризаційних елементів, дифракційних оптичних елементів, метаповерхонь, рідкокристалічних розгалужених поляризаційних решіток, комп'ютерних голограм, просторових модуляторів [10–17]. Для формування вихрових пучків на виході лазерного резонатора використовують оптичне випромінювання, різницево-частотну генерацію та лазерно-плазмові методи [18–20]. Однак усі ці дослідження в більшості випадків проводилися з використанням ширококутового випромінювання генераторів субпікосекундних імпульсів на основі фемтосекундних лазерів, взаємодія якого з речовиною значно відрізняється від взаємодії при безперервному випромінюванні та значно ускладнює виготовлення лазерних систем.

Як відомо, молекулярні лазери з оптичним накачуванням залишаються поки що єдиним компактним джерелом безперервного терагерцового випромінювання, які можуть дискретно перестроюватися у всьому терагерцовому діапазоні і мають малу ширину спектральної лінії ( $\Delta\nu < 10$  кГц). Останнім часом інтерес до цих

джерел посилюється у зв'язку з можливістю використання як джерела накачування квантово-каскадних лазерів середнього ГЧ-діапазону, що безперервно перестроюються [21]. У більшості лазерів з оптичним накачуванням застосовуються хвилевідні резонатори, що дозволяє за порівняно невеликих розмірів резонатора отримувати досить високі потужності (до 1 Вт) у безперервному режимі [22]. Серед мод таких резонаторів  $EH_{11}$ -мода з лінійною поляризацією поля та  $TE_{01}$ -мода з азимутальною поляризацією мають найнижчі втрати енергії [23].

Спіральна фазова пластинка, товщина якої азимутально змінюється, є одним з найбільш відомих оптичних елементів для формування вихрових пучків [3, 24]. Працюючи шляхом безпосереднього накладання спірального фазового зсуву на лазерний пучок, що падає на неї, вона дозволяє перетворити майже 100 % енергії падаючого випромінювання на вихровий пучок.

Мета цієї роботи — отримати аналітичні вирази для опису непараксильної дифракції мод діелектричного хвилевідного резонатора терагерцового лазера в процесі їх взаємодії зі спіральною фазовою пластинкою та вивчити фізичні особливості отриманих вихрових пучків при їх поширенні у вільному просторі.

## 1. Теоретичні співвідношення

Для опису поширення лазерного випромінювання у вільному просторі вздовж осі  $Oz$  застосуємо відомі інтеграли Релея–Зоммерфельда [25–27]:

$$\begin{aligned} E_x(\vec{r}) &= -\frac{1}{2\pi} \iint_{\Sigma_0} E_x^0(\vec{r}_0) \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{\exp(ikR)}{R} \right] dx_0 dy_0, \\ E_y(\vec{r}) &= -\frac{1}{2\pi} \iint_{\Sigma_0} E_y^0(\vec{r}_0) \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{\exp(ikR)}{R} \right] dx_0 dy_0, \\ E_z(\vec{r}) &= \frac{1}{2\pi} \iint_{\Sigma_0} \left\{ E_x^0(\vec{r}_0) \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\exp(ikR)}{R} \right] + \right. \\ &\quad \left. + E_y^0(\vec{r}_0) \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{\exp(ikR)}{R} \right] \right\} dx_0 dy_0, \end{aligned} \quad (1)$$

де  $E_x^0(\vec{r}_0)$  і  $E_y^0(\vec{r}_0)$  — комплексні амплітуди  $x$ - та  $y$ -компонент вхідного електричного поля;  $\Sigma_0$  — область, в якій задано вхідне поле;  $k = 2\pi / \lambda$  — хвильове число,  $\lambda$  — довжина хвилі;

$\vec{r}_0 = x_0 \vec{e}_x + y_0 \vec{e}_y$ ,  $(x_0, y_0)$  – декартові координати у початковій площині;  $\vec{r} = x \vec{e}_x + y \vec{e}_y + z \vec{e}_z$ ,  $(x, y, z)$  – декартові координати у площині спостереження;  $R = ((x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + z^2)^{1/2}$ . Використовуючи непараксіальну апроксимацію (1), можна наближено розкласти  $R$  у ряд, зберігаючи перший і другий його члени у вигляді [28–30]

$$R \cong r + \frac{x_0^2 + y_0^2 - 2xx_0 - 2yy_0}{2r}, \quad (2)$$

де  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ .

Підставивши (2) у підінтегральні швидко осцилюючі експоненти в (1) (в інших випадках –  $R \cong r$ ) і перейшовши до циліндричних координат, скористаємося виразами для компонент поля в різних зонах дифракції [27]:

$$E_x(\rho, \beta, z) = -\frac{iz}{\lambda r^2} \exp(ikr) \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} E_x^0(\vec{r}_0) \exp\left(ik \frac{\rho_0^2}{2r}\right) \times \exp\left(-ik \frac{\rho \rho_0 \cos(\varphi - \beta)}{r}\right) \rho_0 d\rho_0 d\varphi; \quad (3.1)$$

$$E_y(\rho, \beta, z) = -\frac{iz}{\lambda r^2} \exp(ikr) \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} E_y^0(\vec{r}_0) \exp\left(ik \frac{\rho_0^2}{2r}\right) \times \exp\left(-ik \frac{\rho \rho_0 \cos(\varphi - \beta)}{r}\right) \rho_0 d\rho_0 d\varphi; \quad (3.2)$$

$$E_z(\rho, \beta, z) = \frac{i}{\lambda r^2} \exp(ikr) \times \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \left[ E_x^0(\vec{r}_0)(\rho \cos \beta - \rho_0 \cos \varphi) + E_y^0(\rho \sin \beta - \rho_0 \sin \varphi) \right] \exp\left(ik \frac{\rho_0^2}{2r}\right) \times \exp\left(-ik \frac{\rho \rho_0 \cos(\varphi - \beta)}{r}\right) \rho_0 d\rho_0 d\varphi. \quad (3.3)$$

Тут  $(\rho, \beta, z)$  – циліндричні координати в площині спостереження;  $(\rho_0, \varphi)$  – полярні координати в області задання вхідного поля,  $r = \sqrt{\rho^2 + z^2}$ .

Моди досліджуваного діелектричного резонатора збігаються із модами порожнистого круглого діелектричного хвилеводу. З огляду на це в

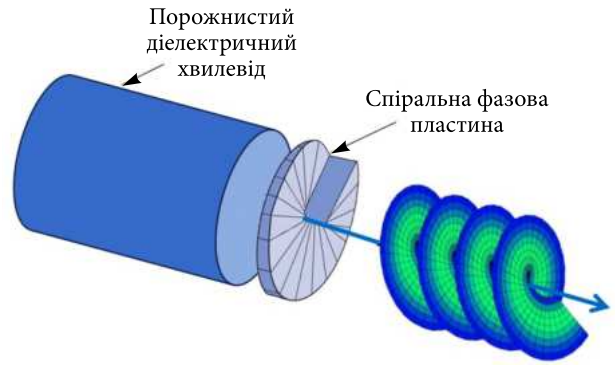


Рис. 1. Теоретична схема розрахункової моделі

початковій площині задаємо випромінювання у вигляді симетричних лінійно і азимутально поляризованих  $EH_{11}$ - і  $TE_{01}$ -мод. Відповідні вирази для декартових компонент електромагнітних полів цих мод у площині джерела  $z = 0$  мають такий вигляд [23]:

$$EH_{11}\text{-мода} - \begin{cases} E_x^0(\rho_0, \varphi) = 0, \\ E_y^0(\rho_0, \varphi) = A_{11} J_0\left(U_{11} \frac{\rho_0}{a}\right), \end{cases} \quad (4)$$

$$TE_{01}\text{-мода} - \begin{cases} E_x^0(\rho_0, \varphi) = -B_{01} J_1\left(U_{01} \frac{\rho_0}{a}\right) \sin(\varphi), \\ E_y^0(\rho_0, \varphi) = B_{01} J_1\left(U_{01} \frac{\rho_0}{a}\right) \cos(\varphi). \end{cases} \quad (5)$$

Тут  $a$  – радіус хвилеводу;  $U_{11}$  і  $U_{01}$  – перші корені рівнянь  $J_0(x) = 0$  і  $J_1(x) = 0$ , відповідно;  $A_{11} = (a\sqrt{\pi} J_1(U_{11}))^{-1}$  і  $B_{01} = (a\sqrt{\pi} J_2(U_{01}))^{-1}$  – нормуючі множники для  $EH_{11}$ - і  $TE_{01}$ -мод;  $J_0, J_1, J_2$  – функції Бесселя першого роду нульового, першого та другого порядків.

Розглянемо взаємодію цих мод зі спіральною фазовою пластинкою (СФП) із довільним топологічним зарядом ( $n$ ) [31]. Розташуємо СФП на виході хвилеводу з отвором такого самого діаметра (рис. 1). Комплексна функція пропускання цієї СФП радіусом  $a$  в полярних координатах має вигляд [3]:

$$T_n(\rho_0, \varphi) = \text{circ}\left(\frac{\rho_0}{a}\right) \exp(in\varphi) = \begin{cases} \exp(in\varphi), & \rho_0 \leq a, \\ 0, & \rho_0 > a. \end{cases} \quad (6)$$

де  $\text{circ}(\cdot)$  – кругова функція.

Для спрощення розрахунків інтегрування за кутом  $\varphi$  в (3) можна виконати, використовуючи відомі співвідношення для цілого  $m \geq 0$  [26]:

$$\int_0^{2\pi} \cos(m\varphi + \varphi_0) \exp[-ix \cos(\varphi - \theta)] d\varphi = 2\pi (-i)^m J_m(x) \cos(m\theta + \varphi_0),$$

$$\int_0^{2\pi} \sin(m\varphi + \varphi_0) \exp[-ix \cos(\varphi - \theta)] d\varphi = 2\pi (-i)^m J_m(x) \sin(m\theta + \varphi_0).$$

Тоді отримаємо співвідношення

$$\int_0^{2\pi} e^{-ix \cos(\varphi - \beta)} e^{in\varphi} d\varphi = 2\pi e^{in\beta} (-i)^n J_n(x). \quad (7)$$

Використовуючи формулу Ейлера для тригонометричних функцій, з урахуванням (7) можна отримати вирази для інтегралів:

$$\int_0^{2\pi} e^{-ix \cos(\varphi - \beta)} e^{in\varphi} \sin m\varphi d\varphi = \frac{\pi}{i} \left[ e^{i(n+m)\beta} (-i)^{n+m} J_{n+m}(x) - e^{i(n-m)\beta} (-i)^{n-m} J_{n-m}(x) \right]; \quad (8.1)$$

$$\int_0^{2\pi} e^{-ix \cos(\varphi - \beta)} e^{in\varphi} \cos m\varphi d\varphi = \pi \left[ e^{i(n+m)\beta} (-i)^{n+m} J_{n+m}(x) + e^{i(n-m)\beta} (-i)^{n-m} J_{n-m}(x) \right]. \quad (8.2)$$

У нашому випадку з урахуванням виразів для  $EH_{11}$ - і  $TE_{01}$ -мод за умови  $m = 1$  маємо

$$\int_0^{2\pi} e^{-ix \cos(\varphi - \beta)} e^{in\varphi} \sin \varphi d\varphi = -\pi e^{in\beta} (-i)^n [e^{i\beta} J_{n+1}(x) + e^{-i\beta} J_{n-1}(x)], \quad (9.1)$$

$$\int_0^{2\pi} e^{-ix \cos(\varphi - \beta)} e^{in\varphi} \cos \varphi d\varphi = \pi e^{in\beta} (-i)^{n+1} [e^{i\beta} J_{n+1}(x) - e^{-i\beta} J_{n-1}(x)]. \quad (9.2)$$

Підставляючи у (3) вираз для комплексної функції пропускання СФП (6) та використовуючи формули (7) і (9.1), отримаємо вирази для

компонент поля, що описують непараксіальну дифракцію  $EH_{11}$ -моди на СФП з топологічним зарядом  $n$  у вільному просторі:

$$E_x(\rho, \beta, z) = 0, \quad (10.1)$$

$$E_y(\rho, \beta, z) = \frac{(-i)^{n+1} k z}{r^2} \exp[i(n\beta + kr)] A_{11} G_{10n}(\rho, z); \quad (10.2)$$

$$E_z(\rho, \beta, z) = \frac{(-i)^{n+1} k}{2r^2} \exp[i(n\beta + kr)] \times A_{11} \{ 2\rho \sin \beta G_{10n}(\rho, z) + \exp(i\beta) H_{10n+1}(\rho, z) + \exp(-i\beta) H_{10n-1}(\rho, z) \}, \quad (10.3)$$

де введені такі позначення:

$$G_{10n}(\rho, z) = \int_0^a J_0 \left( U_{11} \frac{\rho_0}{a} \right) \exp \left( ik \frac{\rho_0^2}{2r} \right) J_n \left( \frac{k\rho\rho_0}{r} \right) \rho_0 d\rho_0,$$

$$H_{10n}(\rho, z) = \int_0^a J_0 \left( U_{11} \frac{\rho_0}{a} \right) \exp \left( ik \frac{\rho_0^2}{2r} \right) J_n \left( \frac{k\rho\rho_0}{r} \right) \rho_0^2 d\rho_0.$$

Використовуючи формули (9.1) і (9.2), отримаємо вирази для компонент поля, що описують непараксіальну дифракцію  $TE_{01}$ -моди на СФП:

$$E_x(\rho, \beta, z) = \frac{(-i)^{n+1} k z}{2r^2} \exp[i(n\beta + kr)] B_{01} \times \left[ \exp(i\beta) G_{21n+1}(\rho, z) + \exp(-i\beta) G_{21n-1}(\rho, z) \right]; \quad (11.1)$$

$$E_y(\rho, \beta, z) = \frac{(-i)^{n+2} k z}{2r^2} \exp[i(n\beta + kr)] B_{01} \times \left[ \exp(i\beta) G_{21n+1}(\rho, z) - \exp(-i\beta) G_{21n-1}(\rho, z) \right]; \quad (11.2)$$

$$E_z(\rho, \beta, z) = \frac{(-i)^{n+1} k \rho}{2r^2} \exp[i(n\beta + kr)] B_{01} \times \left[ G_{21n+1}(\rho, z) + G_{21n-1}(\rho, z) \right], \quad (11.3)$$

де

$$G_{21n}(\rho, z) = \int_0^a J_1 \left( U_{01} \frac{\rho_0}{a} \right) \exp \left( ik \frac{\rho_0^2}{2r} \right) J_n \left( \frac{k\rho\rho_0}{r} \right) \rho_0 d\rho_0.$$

## 2. Результати розрахунків та їх аналіз

З використанням отриманих виразів були проведені розрахунки поздовжнього розподілу інтенсивності поля ( $I = |E_x|^2 + |E_y|^2 + |E_z|^2$ ), а також поперечних розподілів інтенсивності та фази поля лазерних пучків випромінювання, що збуджуються у зоні Френеля і в дальній зоні дифракції симетричними азимутально та лінійно поляризованими  $TE_{01}$ - і  $EH_{11}$ -модами діелектричного хвилевідного резонатора терагерцового лазера при їх взаємодії зі СФП. Довжина хвилі випромінювання була обрана в середній частині терагерцового діапазону:  $\lambda = 0.4326$  мм (лінія генерації лазера

з оптичним накачуванням на молекулі НСООН [32]). Діаметр хвилеводу  $2a = 35$  мм. Спіральна фазова пластинка з апертурою однакового діаметра розміщувалася на виході хвилеводу. Топологічний заряд  $n$  змінювався від нуля до двох.

На рис. 2, *a* показані результати поздовжнього розподілу інтенсивності поля в зоні Френеля ( $z = 100 \dots 1000$  мм), а на рис. 2, *г* — приклад поперечного розподілу інтенсивності поля моди  $EH_{11}$  у цій зоні дифракції для  $z = 708$  мм (де число Френеля дорівнює 1) за відсутності СФП на виході хвилеводу. Як бачимо, максимум розподілу поздовжньої інтенсивності даної моди спостерігається на відстані 500 мм. Діаметр пучка на

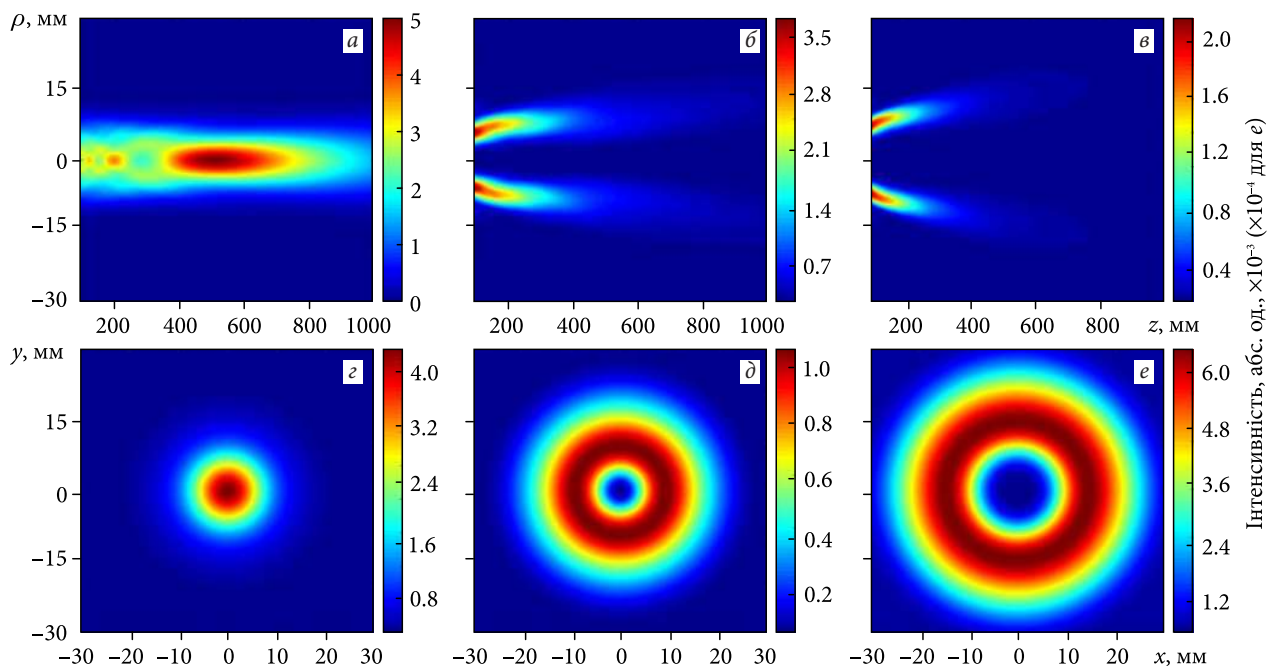


Рис. 2. Розрахункові розподіли поздовжньої (*a–в*) та поперечної (*г–е*) інтенсивності поля  $EH_{11}$ -моди в зоні Френеля. Перший, другий і третій стовпці відповідають  $n = 0$ ,  $n = 1$  та  $n = 2$ , відповідно

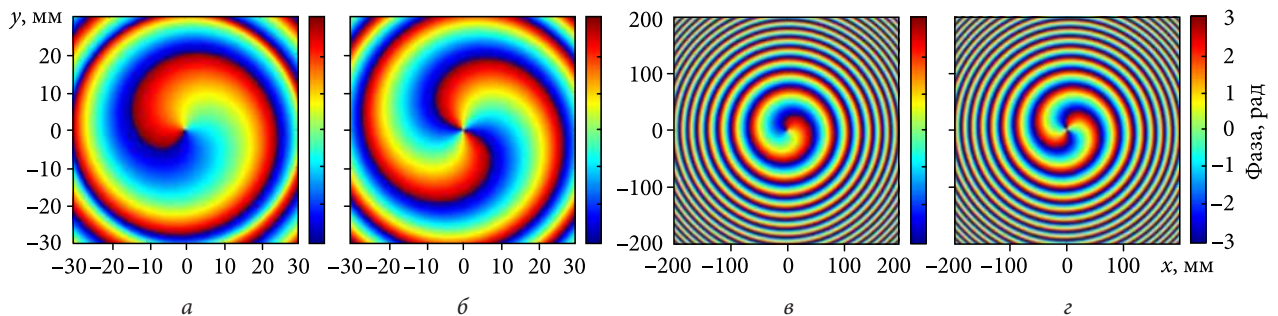


Рис. 3. Розрахункові поперечні розподіли фази для  $E_y$ -компоненти  $EH_{11}$ -моди в зоні Френеля (*a, б*) і в дальній зоні (*в, г*) за умови  $n = 1$  (*a, в*) та  $n = 2$  (*б, г*)

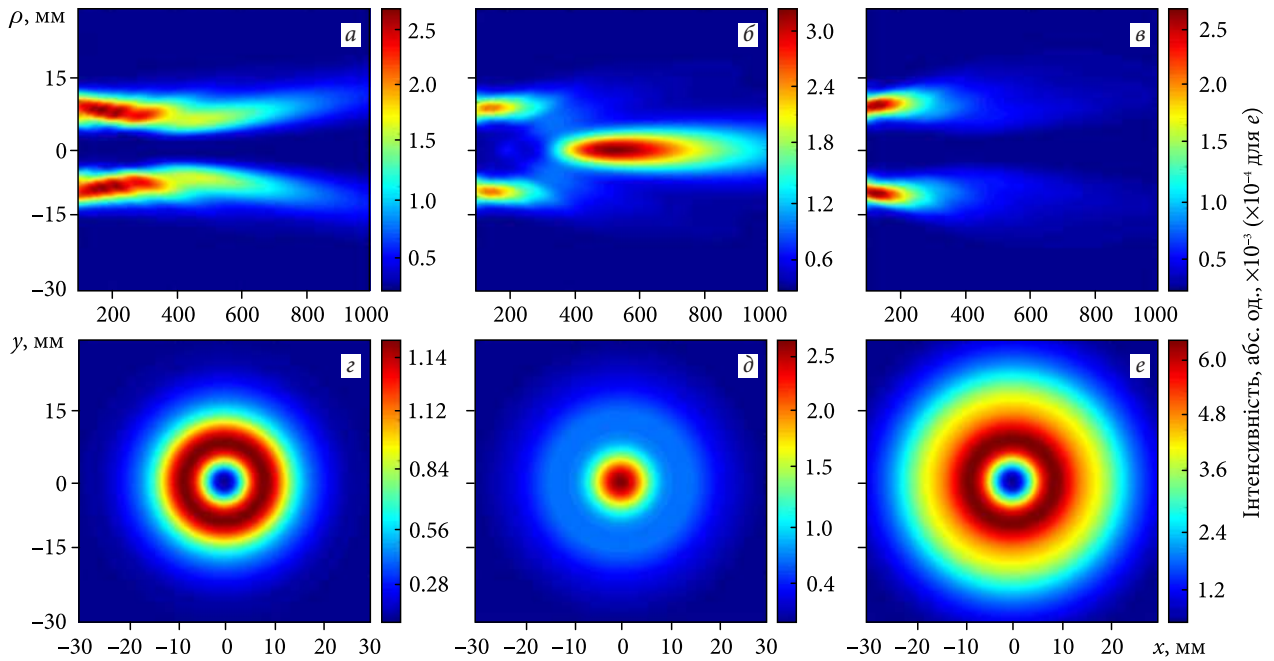


Рис. 4. Розрахункові розподіли поздовжньої (а–в) та поперечної (г–е) інтенсивності поля  $TE_{01}$ -моди в зоні Френеля. Перший, другий і третій стовпці відповідають  $n = 0, n = 1$  та  $n = 2$ , відповідно

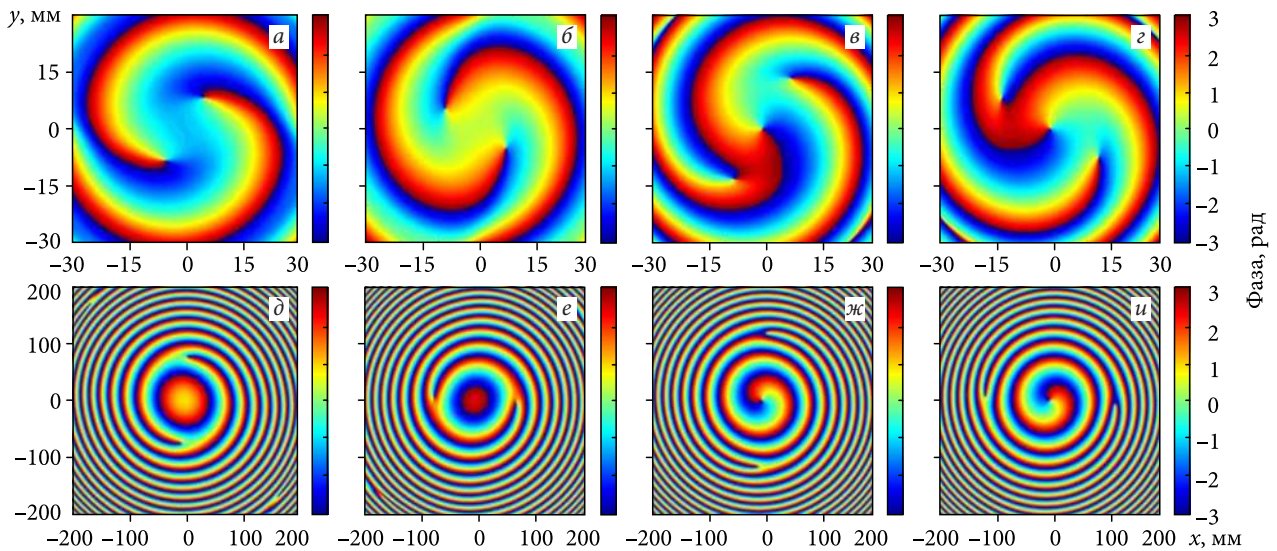


Рис. 5. Розрахункові поперечні розподіли фази для  $E_x$  (перший і третій стовпці) та  $E_y$  (другий та четвертий стовпці) компонент  $TE_{01}$ -моди в зоні Френеля (а–г) і в дальній зоні (д–з) за умови  $n = 1$  (перший та другий стовпці) і  $n = 2$  (третій та четвертий стовпці)

відстані 708 мм для  $EH_{11}$ -моди розрахований за формулою

$$d_{\sigma} = 2 \sqrt{\frac{\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \rho_2^2 I(\rho, \beta, z) \rho d\rho d\beta}{\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} I(\rho, \beta, z) \rho d\rho d\beta}}$$

та складає  $d_{\sigma} = 48.7\lambda$ . Поперечний профіль поля має відому гауссоподібну форму та сферичний фазовий фронт. Установлення СФП на виході хвилеводу з відмінним від нуля топологічним зарядом призводить у зоні Френеля до зміни профілю інтенсивності пучка на кільцевий (рис. 2, б і в). Діаметр пучка збільшується до  $d_{\sigma} = 96.6\lambda$  за умови  $n = 1$  і до  $d_{\sigma} = 161.0\lambda$  для  $n = 2$ .

Хвильовий фронт пучка зі сферичного перетворюється на вихровий і має одну точку фазової вихрової сингулярності на осі як в зоні Френеля, так і в дальній зоні (рис. 3). Однак за умови  $n = 1$  хвильовий фронт має одну гвинтову лінію, а при  $n = 2$  — дві. Як відомо з роботи [33], внесок повздовжньої  $E_z$ -компоненти для  $EH_{11}$ -моди і далі для  $TE_{01}$ -моди в загальну інтенсивність незначний, тому розподіли фази для цієї компоненти не наведено. Зазначимо, що аналогічний характер поведінки фазових сингулярностей хвильового фронту пучка описано у роботах [30, 34].

Установлення СФП на виході хвилеводу для  $TE_{01}$ -моди при зміні величини топологічного заряду від нуля до одиниці призводить до перетворення профілю інтенсивності пучка з кільцевого на гауссоподібний (рис. 4, а і з). Подальше збільшення топологічного заряду повертає профілю пучка початкову кільцеву форму (рис. 4, в і е). Діаметр пучка на відстані 708 мм для  $TE_{01}$ -моди збільшується від  $d_\sigma = 67.5\lambda$  за відсутності топологічного заряду ( $n = 0$ ) до  $d_\sigma = 89.1\lambda$  за умови  $n = 2$ .

На рис. 5 показано поперечні розподіли фази для  $E_x$ - та  $E_y$ -компонент  $TE_{01}$ -моди в зоні Френеля і в дальній зоні за наявності топологічного заряду. Фазовий фронт у цьому разі має вихровий характер. У центрі пучка за умови  $n = 1$

в зоні Френеля спостерігається поява двох точок фазової сингулярності (рис. 5, а і б), а при  $n = 2$  — трьох точок фазової сингулярності (рис. 5, в і з). Зауважимо, що у випадку  $n = 1$  хвильовий фронт має дві гвинтові лінії, а при  $n = 2$  — три. У дальній зоні ці точки сингулярності зберігаються, а вихор повністю сформований (рис. 5, д—и).

## Висновки

Отримано аналітичні вирази для опису непараксильної дифракції мод діелектричного хвилевідного резонатора терагерцового лазера у процесі їх з СПФ з різними топологічними зарядами ( $n$ ). Вивчені фізичні особливості отриманих вихрових пучків при їх поширенні у вільному просторі. Показано, що у вільному просторі СПФ для  $EH_{11}$ -моди з профілю із максимумом інтенсивності в центрі ( $n = 0$ ) формує кільцевий профіль ( $n = 1, 2$ ). Для  $TE_{01}$ -моди кільцева структура ( $n = 0$ ) перетворюється на структуру із максимумом інтенсивності в центрі ( $n = 1$ ), а надалі знову на кільцеву ( $n = 2$ ). Фазовий фронт променя лінійно поляризованої  $EH_{11}$ -моди перетворюється зі сферичного на спіральний з однією точкою сингулярності на осі, тоді як у фазовому профілі азимутально поляризованої  $TE_{01}$ -моди з'являється область із двома та трьома точками фазової сингулярності поза віссю.

## БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Headland D., Monnai Y., Abbott D., Christophe F., and Withawat W. Tutorial: Terahertz beamforming, from concepts to realizations. *APL Photonics*. 2018. Vol. 3, Iss. 5. P. 051101. DOI: 10.1063/1.5011063
2. Forbes A. Advances in orbital angular momentum lasers. *J. Light. Technol.* 2023. Vol. 41, Iss. 7. P. 2079–2086. DOI: 10.1109/JLT.2022.3220509.
3. Wang H., Song Q., Cai Y., Lin Q., Lu X., Shangguan H., Ai Y., and Xu Y. Recent advances in generation of terahertz vortex beams and their applications. *Chin. Phys. B*. 2020. Vol. 29, Iss. 9. P. 097404. DOI: 10.1088/1674-1056/aba2df
4. Petrov N.V., Sokolenko B., Kulya M.S., Gorodetsky A., and Chernykh A.V. Design of broadband terahertz vector and vortex beams: I. Review of materials and components. *Light: Adv. Manuf.* 2022. Vol. 3, Iss. 4. P. 640–652. DOI: 10.37188/lam.2022.043
5. Nagatsuma T., Ducournau G., and Renaud C.C. Advances in terahertz communications accelerated by photonics. *Nat. Photonics*. 2016. Vol. 10, Iss. 6. P. 371–379. DOI: 10.1038/nphoton.2016.65
6. Chen S.C., Feng, Z., Li J., Tan W., Du L.H., Cai J., and Zhu L.G. Ghost spintronic THz-emitter-array microscope. *Light Sci. Appl.* 2020. Vol. 9, Iss. 1. P. 99. DOI: 10.1038/s41377-020-0338-4
7. Nobahar D., Khorram S. Terahertz vortex beam propagation through a magnetized plasma-ferrite structure. *Opt. Laser Technol.* 2022. Vol. 146. P. 107522. DOI: 10.1016/j.optlastec.2021.107522
8. Hibberd M.T., Healy A.L., Lake D.S., Georgiadis V., Smith E.J., Finlay O. J., and Jamison S.P. Acceleration of relativistic beams using laser generated terahertz pulses. *Nat. Photonics*. 2019. Vol. 14, Iss. 12. P. 755–759. DOI: 10.1038/s41566-020-0674-1
9. Klug A., Nape I., and Forbes A. The orbital angular momentum of a turbulent atmosphere and its impact on propagating structured light fields. *New J. Phys.* 2021. Vol. 23, Iss. 9. P. 093012. DOI: 10.1088/1367-2630/ac1fca
10. Pinnock S.W., Roh S., Biesner T., Pronin A.V., and Dressel M. Generation of THz vortex beams and interferometric determination of their topological charge. *IEEE Trans. Terahertz Sci. Technol.* 2022. Vol. 13, Iss. 1. P. 44–49. DOI: 10.1109/TTHZ.2022.3221369
11. Rubano A., Cardano F., Piccirillo B., and Marrucci L. 2019. Q-plate technology: a progress review [Invited]. *J. Opt. Soc. Am. B*. 2019. Vol. 36, Iss. 5. P. D70–D87. DOI: 10.1364/JOSAB.36.000D70

12. Imai R., Kanda N., Higuchi T., Konishi K., and Kuwata-Gonokami M. Generation of broadband terahertz vortex beams. *Opt. Lett.* 2014. Vol. 39, Iss. 13. P. 3714–3717. DOI: 10.1364/OL.39.003714
13. Yang Y., Ye X., Niu L., Wang K., Yang Z., and Liu J. Generating terahertz perfect optical vortex beams by diffractive elements. *Opt. Express.* 2020. Vol. 28, Iss. 2. P. 1417–1425. DOI: 10.1364/OE.380076
14. Zhang K., Wang Y., Burokur S.N., and Wu Q. Generating dual-polarized vortex beam by detour phase: from phase gradient metasurfaces to metagratings. *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.* 2022. Vol. 70, Iss. 1. P. 200–209. DOI: 10.1109/TMTT.2021.3075251
15. Zhang X.D., Su Y.H., Ni J.C., Wang Z.Y., Wang Y.L., Wang C.W., and Chu, J.R. Optical superimposed vortex beams generated by integrated holographic plates with blazed grating. *Appl. Phys. Lett.* 2017. Vol. 111, Iss. 6. P. 061901. DOI: 10.1063/1.4997590
16. Ge S.J., Shen Z.X., Chen P., Liang X., Wang X.K., Hu W., and Lu Y.Q. Generating, separating and polarizing terahertz vortex beams via liquid crystals with gradient-rotation directors. *Crystals.* 2017. Vol. 7, Iss. 10. 314. DOI: 10.3390/cryst7100314
17. Guan S., Cheng J., and Chang S. Recent progress of terahertz spatial light modulators: materials, principles and applications. *Micromachines.* 2022. Vol. 13, Iss. 10. 1637. DOI: 10.3390/mi13101637
18. Al Dhaybi A., Degert J., Brasselet E., Abraham E., and Freysz E.A. Terahertz vortex beam generation by infrared vector beam rectification. *J. Opt. Soc. Am. B.* 2019. Vol. 36, Iss. 1. P. 12–18. DOI: 10.1364/JOSAB.36.000012
19. Miyamoto K., Sano K., Miyakawa T., Niinomi H., Toyoda K., Vallés A., and Omatsu T. Generation of high-quality terahertz OAM mode based on soft-aperture difference frequency generation. *Opt. Express.* 2019. Vol. 27, Iss. 22. P. 31840–31849. DOI: 10.1364/OE.27.031840
20. Sobhani H., and Dadar E. Terahertz vortex generation methods in rippled and vortex plasmas. *J. Opt. Soc. Am. A.* 2019. Vol. 36, Iss. 7. P. 1187–1196. DOI: 10.1364/JOSAA.36.001187
21. Chevalier P., Amirzhan A., Wang F., Piccardo M., Johnson S.G., Capasso F., and Everitt H.O. Widely tunable compact terahertz gas laser. *Science.* 2019. Vol. 366, Iss. 6467. P. 856–860. DOI: 10.1126/science.aay8683
22. Farhoomand J., and Pickett H.M. Stable 1.25 watts CW far infrared laser radiation at the 119  $\mu\text{m}$  methanol line. *Int. J. Infrared Millim. Waves.* 1987. Vol. 8, Iss. 5. P. 441–447. DOI: 10.1007/BF01013257
23. Marcantili E.A.J., and Schmeltzer R.A. Hollow metallic and dielectric waveguides for long distance optical transmission and lasers. *Bell Syst. Tech. J.* 1964. Vol. 43, Iss. 4. P. 1783–1809. DOI: 10.1002/j.1538-7305.1964.tb04108.x
24. Beijersbergen M.W., Coerwinkel R.P.C., Kristensen M., and Woerdman J.P. Helical-wavefront laser beams produced with a spiral phase plate. *Opt. Commun.* 1994. Vol. 112, Iss. 5–6. P. 321–327. DOI: 10.1016/0030-4018(94)90638-6
25. Kotlyar V.V., and Kovalev A.A. Nonparaxial propagation of a Gaussian optical vortex with initial radial polarization, *J. Opt. Soc. Am. A.* 2010. Vol. 27, Iss. 3. P. 372–380. DOI: 10.1364/JOSAA.27.000372
26. Gu B., and Cui Y. Nonparaxial and paraxial focusing of azimuthal-variant vector beams. *Opt. Express.* 2012. Vol. 20, Iss. 16. P. 17684–17694. DOI: 10.1364/OE.20.017684
27. Zhang Y., Wang L., and Zheng C. Vector propagation of radially polarized Gaussian beams diffracted by an axicon. *J. Opt. Soc. Am. A.* 2005. Vol. 22, Iss. 11. P. 2542–2546. DOI: 10.1364/JOSAA.22.002542
28. Lu B., and Duan K., Nonparaxial propagation of vectorial Gaussian beams diffracted at a circular aperture. *Opt. Lett.* 2003. Vol. 28, Iss. 24. P. 2440–2442. DOI: 10.1364/OL.28.002440
29. Jia X., Wang Y., and Li B., Nonparaxial analyses of radially polarized beams diffracted at a circular aperture, *Opt. Express.* 2010. Vol. 18, Iss. 7. P. 7064–7075. DOI: 10.1364/OE.18.007064
30. Cui X., Wang C., and Jia X., Nonparaxial propagation of vector vortex beams diffracted by a circular aperture, *J. Opt. Soc. Am. A.* 2019. Vol. 36, Iss. 1. P. 115–123. DOI: 10.1364/JOSAA.36.000115
31. Nye J.F., and Berry M.V. Dislocations in wave trains. *Proc. R. Soc. London. Ser. A.* 1974. Vol. 336, Iss. 1605. P. 165–190. DOI: 10.1098/rspa.1974.0012
32. Gurin O.V., Degtyarev A.V., Dubinin N.N., Legenkiy M.N., Maslov V.A., Muntean K.I., Ryabykh V.N., and Senyuta V.S. Formation of beams with nonuniform polarisation of radiation in a cw waveguide terahertz laser. *Quantum Electron.* 2021. Vol. 51, Iss. 4. P. 338–342. DOI: 10.1070/QEL17511
33. Gurin O.V., Degtyarev A.V., Dubinin M.M., Maslov V.A., Muntean K.I., Ryabykh V.N., and Senyuta V.S. Focusing of modes with an inhomogeneous spatial polarization of the dielectric resonator of a terahertz laser. *Telecommunications and Radio Engineering.* 2020. Vol. 79, Iss. 2. P. 105–116. DOI: 10.1615/TelecomRadEng.v79.i2.30
34. Guo J., Zheng S., Zhou K., and Feng G. Measurement of real phase distribution of a vortex beam propagating in free space based on an improved heterodyne interferometer. *Appl. Phys. Lett.* 2021. Vol. 119, Iss. 2. 023504. DOI: 10.1063/5.0054755

Стаття надійшла 11.12.2023

## REFERENCES

1. Headland, D., Monnai, Y., Abbott, D., Christophe, F., and Withawat, W., 2018. Tutorial: Terahertz beamforming, from concepts to realizations. *APL. Photonics*, **3**(5), pp. 051101. DOI: 10.1063/1.5011063
2. Forbes, A., 2023. Advances in orbital angular momentum lasers. *J. Light. Technol.*, **41**(7), pp. 2079–2086. DOI: 10.1109/JLT.2022.3220509
3. Wang, H., Song, Q., Cai, Y., Lin, Q., Lu, X., Shanguan, H., Ai, Y., and Xu, Y., 2020. Recent advances in generation of terahertz vortex beams and their applications. *Chin. Phys. B.*, **29**(9), pp. 097404. DOI: 10.1088/1674-1056/aba2df



4. Petrov, N.V., Sokolenko, B., Kulya, M.S., Gorodetsky, A., and Chernykh, A.V., 2022. Design of broadband terahertz vector and vortex beams: I. Review of materials and components. *Light: Adv. Manuf.*, **3**(4), pp. 640–652. DOI: 10.37188/lam.2022.043
5. Nagatsuma, T., Ducournau, G., and Renaud, C.C., 2016. Advances in terahertz communications accelerated by photonics. *Nat. Photonics.*, **10**(6), pp. 371–379. DOI: 10.1038/nphoton.2016.65
6. Chen, S., Feng, Z., Li, J., Tan, W., Du, L., H., Cai, J., and Zhu, L.G., 2020. Ghost spintronic THz-emitter-array microscope. *Light Sci. Appl.*, **9**(1), 99. DOI: 10.1038/s41377-020-0338-4
7. Nobahar, D., Khorram, S., 2022. Terahertz vortex beam propagation through a magnetized plasma-ferrite structure. *Opt. Laser Technol.*, **146**, 107522. DOI: 10.1016/j.optlastec.2021.107522
8. Hibberd, M.T., Healy, A.L., Lake, D.S., Georgiadis, V., Smith, E.J., Finlay, O.J., and Jamison, S.P., 2019. Acceleration of relativistic beams using laser generated terahertz pulses. *Nat. Photonics*, **14**(12), pp. 755–759. DOI: 10.1038/s41566-020-0674-1
9. Klug, A., Nape, I., and Forbes, A., 2021. The orbital angular momentum of a turbulent atmosphere and its impact on propagating structured light fields. *New J. Phys.*, **23**(9), 093012. DOI: 10.1088/1367-2630/ac1fca
10. Pinnock, S.W., Roh, S., Biesner, T., Pronin, A.V., and Dressel, M., 2022. Generation of THz vortex beams and interferometric determination of their topological charge. *IEEE Trans. Terahertz Sci. Technol.*, **13**(1), pp. 44–49. DOI: 10.1109/TTHZ.2022.3221369
11. Rubano, A., Cardano, F., Piccirillo, B., and Marrucci, L., 2019. Q-plate technology: a progress review [Invited]. *J. Opt. Soc. Am. B.*, **36**(5), pp. D70–D87. DOI: 10.1364/JOSAB.36.000D70
12. Imai, R., Kanda, N., Higuchi, T., Konishi, K., and Kuwata-Gonokami, M., 2014. Generation of broadband terahertz vortex beams. *Opt. Lett.*, **39**(13), pp. 3714–3717. DOI: 10.1364/OL.39.003714
13. Yang, Y., Ye, X., Niu, L., Wang, K., Yang, Z., and Liu, J., 2020. Generating terahertz perfect optical vortex beams by diffractive elements. *Opt. Express*, **28**(2), pp. 1417–1425. DOI: 10.1364/OE.380076
14. Zhang, K., Wang, Y., Burokur, S.N., and Wu, Q., 2022. Generating dual-polarized vortex beam by detour phase: from phase gradient metasurfaces to metagratings. *IEEE Trans. Microw. Theory Techn.*, **70**(1), pp. 200–209. DOI: 10.1109/TMTT.2021.3075251
15. Zhang, X.D., Su, Y.H., Ni, J.C., Wang, Z.Y., Wang, Y.L., Wang, C.W., and Chu, J.R., 2017. Optical superimposed vortex beams generated by integrated holographic plates with blazed grating. *Appl. Phys. Lett.*, **111**(6), 061901. DOI: 10.1063/1.4997590
16. Ge, S.J., Shen, Z.X., Chen, P., Liang, X., Wang, X.K., Hu, W., and Lu, Y.Q., 2017. Generating, separating and polarizing terahertz vortex beams via liquid crystals with gradient-rotation directors. *Crystals*, **7**(10), 314. DOI: 10.3390/cryst7100314
17. Guan, S., Cheng, J., and Chang, S., 2022. Recent progress of terahertz spatial light modulators: materials, principles and applications. *Micromachines*, **13**(10), 1637. DOI: 10.3390/mi13101637
18. Al Dhaybi, A., Degert, J., Brasselet, E., Abraham, E., and Freysz, E.A., 2019. Terahertz vortex beam generation by infrared vector beam rectification. *J. Opt. Soc. Am. B.*, **36**(1), pp. 12–18. DOI: 10.1364/JOSAB.36.000012
19. Miyamoto, K., Sano, K., Miyakawa, T., Niinomi, H., Toyoda, K., Vallés, A., and Omatsu, T., 2019. Generation of high-quality terahertz OAM mode based on soft-aperture difference frequency generation. *Opt. Express*, **27**(22), pp. 31840–31849. DOI: 10.1364/OE.27.031840
20. Sobhani, H., and Dadar, E., 2019. Terahertz vortex generation methods in rippled and vortex plasmas. *J. Opt. Soc. Am. A.*, **36**(7), pp. 1187–1196. DOI: 10.1364/JOSAA.36.001187
21. Chevalier, P., Amirzhan, A., Wang, F., Piccardo, M., Johnson, S.G., Capasso, F., and Everitt, H.O., 2019. Widely tunable compact terahertz gas laser. *Science*, **366**(6467), pp. 856–860. DOI: 10.1126/science.aay8683
22. Farhood, J., and Pickett, H.M., 1987. Stable 1.25 watts CW far infrared laser radiation at the 119  $\mu\text{m}$  methanol line. *Int. J. Infrared Millim. Waves*, **8**(5), pp. 41–447. DOI: 10.1007/BF01013257
23. Marcatili, E.A.J., and Schmeltzer, R.A., 1964. Hollow metallic and dielectric waveguides for long distance optical transmission and lasers. *Bell Syst. Tech. J.*, **43**(4), pp. 1783–1809. DOI: 10.1002/j.1538-7305.1964.tb04108.x
24. Beijersbergen, M.W., Coerwinkel, R.P.C., Kristensen, M., and Woerdman, J.P., 1994. Helical-wavefront laser beams produced with a spiral phase plate. *Opt. Commun.*, **112**(5–6), pp. 321–327. DOI: 10.1016/0030-4018(94)90638-6
25. Kotlyar, V.V., and Kovalev, A.A., 2010. Nonparaxial propagation of a Gaussian optical vortex with initial radial polarization. *J. Opt. Soc. Am. A.*, **27**(3), pp. 372–380. DOI: 10.1364/JOSAA.27.000372
26. Gu, B., and Cui, Y., 2012. Nonparaxial and paraxial focusing of azimuthal-variant vector beams. *Opt. Express*, **20**(16), pp. 17684–17694. DOI: 10.1364/OE.20.017684
27. Zhang, Y., Wang, L., and Zheng, C., 2005. Vector propagation of radially polarized Gaussian beams diffracted by an axicon. *J. Opt. Soc. Am. A.*, **22**(11), pp. 2542–2546. DOI: 10.1364/JOSAA.22.002542
28. Lu, B., and Duan, K., 2003. Nonparaxial propagation of vectorial Gaussian beams diffracted at a circular aperture. *Opt. Lett.*, **28**(24), pp. 2440–2442. DOI: 10.1364/OL.28.002440
29. Jia, X., Wang, Y., and Li, B., 2010. Nonparaxial analyses of radially polarized beams diffracted at a circular aperture. *Opt. Express*, **18**(7), pp. 7064–7075. DOI: 10.1364/OE.18.007064
30. Cui, X., Wang, C., and Jia, X., 2019. Nonparaxial propagation of vector vortex beams diffracted by a circular aperture. *J. Opt. Soc. Am. A*, **36**(1), pp. 115–123. DOI: 10.1364/JOSAA.36.000115
31. Nye, J.F., and Berry, M.V., 1974. Dislocations in wave trains. *Proc. R. Soc. London. Ser. A.*, **336**(1605), pp. 165–190. DOI: 10.1098/rspa.1974.0012
32. Gurin, O.V., Degtyarev, A.V., Dubinin, N.N., Legenkiy, M.N., Maslov, V.A., Muntean, K.I., Ryabykh, V.N., and Senyuta, V.S., 2021. Formation of beams with nonuniform polarisation of radiation in a cw waveguide terahertz laser. *Quantum Electron.*, **51**(4), pp. 338–342. DOI: 10.1070/QEL17511

33. Gurin, O.V., Degtyarev, A.V., Dubinin, M.M., Maslov, V.A., Muntean, K.I., Ryabykh, V.N., and Senyuta, V.S., 2020. Focusing of modes with an inhomogeneous spatial polarization of the dielectric resonator of a terahertz laser. *Telecommunications and Radio Engineering*, **79**(2), pp. 105–116. DOI: 10.1615/TelecomRadEng.v79.i2.30
34. Guo, J., Zheng, S., Zhou, K., and Feng, G., 2021. Measurement of real phase distribution of a vortex beam propagating in free space based on an improved heterodyne interferometer. *Appl. Phys. Lett.*, **119**(2), 023504. DOI: 10.1063/5.0054755

Received 11.12.2023

A.V. Degtyarev, M.M. Dubinin,  
V.A. Maslov, K.I. Muntean, O.O. Svistunov  
V.N. Karazin Kharkiv National University  
4, Svobody Sq., Kharkiv, 61022, Ukraine

#### FREE-SPACE PROPAGATION OF TERAHERTZ LASER VORTEX BEAMS

**Subject and Purpose.** Currently, numerous ideas and different methods have been in growth for generating vortex beams — areas of the circular motion of the electromagnetic wave energy flow around the so-called phase singularity points caused by a violation of the wave front topological structure. The purpose of this work is to obtain analytical expressions describing the nonparaxial diffraction of wave modes of the waveguide resonator of a terahertz laser during the wave mode interaction with a spiral phase plate. The resulting vortex beams are examined for their physical features in free space propagation.

**Methods and Methodology.** The Rayleigh-Sommerfeld vector theory is adopted to consider the propagation of vortex laser beams generated by wave modes of the quasi-optical waveguide cavity when interacting with a spiral phase plate in different diffraction zones.

**Results.** For the first time, analytical expressions have been obtained to describe the nonparaxial diffraction of wave modes of the waveguide resonator of a terahertz laser, when resonator modes interact with a spiral phase plate at different topological charges,  $n$ . The physical features of the resulting vortex beams were studied in their free space propagation. It has been shown that a spiral phase plate modifies the structure of the linearly polarized  $EH_{11}$  mode so that the original ( $n = 0$ ) intensity profile with the maximum energy at the center turns at  $n = 1$  and  $2$  into a ring-like donut shape with an energy hole in the center. The azimuthally polarized  $TE_{01}$  mode has originally ( $n = 0$ ) a ring-shaped intensity. At  $n = 1$ , this configuration changes to have the maximum intensity in the center. At  $n = 2$ , it becomes annular again. In the process, the spherical phase front of the beam of the linearly polarized  $EH_{11}$  mode becomes spiral and have one singularity point on the axis, whereas the phase structure of the azimuthally polarized  $TE_{01}$  mode gains a region with two phase singularity points off the axis.

**Conclusions.** The results of the study can effectively facilitate information transfer in high-speed THz communication systems. They can provide a real platform to perform tasks related to tomography, exploring properties of materials, detecting astrophysical sources, which makes them very promising in modern technologies.

**Keywords:** terahertz laser, waveguide resonator, spiral phase plate, vortex beams, polarization, radiation propagation.