

DOI: <https://doi.org/10.15407/rpra29.03.214>  
УДК 319.61.126  
PACS 9260

**А.М. Лінкова**

Інститут радіофізики та електроніки ім. О.Я. Усикова НАН України  
вул. Акад. Проскури, 12, м. Харків, 61085, Україна  
E-mail: [gannalinkova@gmail.com](mailto:gannalinkova@gmail.com)

## ВІДНОВЛЕННЯ НЕОДНОРІДНОГО ПРОФІЛЮ ІНТЕНСИВНОСТІ ДОЩУ ШЛЯХОМ РОЗВ'ЯЗАННЯ ІНТЕГРАЛЬНОГО РІВНЯННЯ РОЗСІЯННЯ ПРИ ЗАСТОСУВАННІ ДВОЧАСТОТНОГО ЗОНДУВАННЯ

**Предмет і мета роботи.** Розробка методів дистанційного зондування опадів є актуальною задачею, спрямованою на вирішення нагальних проблем у провідних галузях економіки. До числа таких задач належать, зокрема, оцінка кількості опадів для запобігання масштабним повеням та зсувам ґрунту, прийняття рішення про додаткове зрошення сільськогосподарських земель. Метою роботи є подальше удосконалення алгоритму розв'язання оберненої задачі двочастотного зондування опадів на основі методу регуляризації Тихонова для відновлення неоднорідного профілю їх інтенсивності. У роботі розглянуто вплив ослаблення сигналів та похибок вимірювання прийнятих потужностей на результати відновлення неоднорідного профілю інтенсивності дощу.

**Методи та методологія роботи** — чисельне моделювання з використанням підходу до розв'язання інтегрального рівняння розсіювання на основі методів регуляризації при застосуванні двочастотного зондування неоднорідного профілю інтенсивності дощу.

**Результати.** Проведено чисельне моделювання відновлення неоднорідного просторового профілю інтенсивності дощу в діапазоні до 30 мм/год для робочих довжин хвиль 8.2 мм і 3.2 см та для різних похибок вимірювання прийнятої потужності й ослаблення сигналів. Встановлено, що ослаблення сигналу на меншій довжині хвилі (8.2 мм) значно впливає на відновлення інтенсивності дощу більше 5 мм/год і дальності більше 1 км. Ослабленням на довжині хвилі 3.2 см можна нехтувати для максимальної інтенсивності в профілі менше 30 мм/год і дальності менше 20 км. Показано, що помилка відновлення неоднорідного профілю інтенсивності не перевищує 40 % для значень інтенсивності в профілі більше 3 мм/год і похибок вимірювання  $\pm 20$  %.

**Висновки.** Аналіз результатів показав, що запропонований двочастотний метод розв'язання інтегрального рівняння розсіювання дозволяє відновлювати неоднорідний профіль інтенсивності дощу з максимальною помилкою менше 40 % для значень інтенсивності більше 3 мм/год і помилок вимірювання прийнятих потужностей та ослаблення сигналу на довжині хвилі 8.2 мм  $\pm 20$  %.

**Ключові слова:** обернена задача, інтенсивність дощу, неоднорідний профіль, ослаблення сигналу.

### Вступ

Останнім часом дистанційне зондування ефективно застосовується для моніторингу кількості опадів. Зокрема, методи двочастотного радіо-

локаційного зондування [1, 2], вимірювання на двох поляризаціях [3, 4], а також методи спільного активно-пасивного зондування [5] дозволяють підвищити надійність результатів моні-

Цит у в а н н я: Лінкова А.М. Відновлення неоднорідного профілю інтенсивності дощу шляхом розв'язання інтегрального рівняння розсіювання при застосуванні двочастотного зондування. *Радіофізика і радіоастрономія*. 2024. Т. 29. № 3. С. 214–221. <https://doi.org/10.15407/rpra29.03.214>

© Видавець ВД «Академперіодика» НАН України, 2024



Це стаття відкритого доступу за ліцензією CC BY-NC-ND 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode.uk>)

торингу порівняно з одночастотними методами [6, 7]. Обернена задача радіолокаційного зондування рідких опадів описується нелінійним інтегральним рівнянням [8], яке пов'язує параметри рідких опадів з величиною потужності на вході приймального пристрою метеорадара [9, 10].

Розв'язання такого типу рівнянь являє собою досить складну задачу, тому на практиці використовують спрощені підходи, які дозволяють звести початкове рівняння до трансцендентного або лінійного інтегрального. Одним із таких методів розв'язання цієї задачі є параметризація закону розподілу крапель дощу за розмірами [11–13], яка передбачає попереднє задання вигляду функції розподілу крапель за розмірами. У цьому випадку інтегральне рівняння відносно невідомої функції розподілу трансформується до трансцендентного рівняння відносно невідомих параметрів розподілу. Очевидно, що точність такого підходу залежить від точності відповідності обраної моделі розподілу реальним розподілам крапель у дощі. На цей час у радіометеорології [11–13], в основному, використовується трипараметричний гамма-розподіл [14], який передбачає наявність результатів вимірювань мінімум трьох некорельованих величин для розв'язання трансцендентного рівняння. У цьому випадку при використанні двочастотних радарів постає проблема неповної визначеності оберненої задачі дистанційного зондування. Як правило, ця проблема вирішується шляхом фіксації одного з параметрів розподілу на основі наявної додаткової інформації про властивості опадів [15, 16] або використання кореляційного зв'язку між двома параметрами розподілу [17–19].

Ще одним шляхом розв'язання початкової оберненої задачі є перетворення вихідного рівняння до лінійного інтегрального рівняння [20] з подальшим використанням методів регуляризації [21, 22] для його розв'язку. Однак у цьому випадку для розв'язання інтегрального рівня необхідно мати виміряну частотну залежність прийнятої потужності в якості вільного члена інтегрального рівня. Такий підхід не набув широкого застосування серед розробників багаточастотних радарів у міліметровому діапазоні хвиль через технічну складність реалізації. Хоча в оптичному діапазоні багаточастотне зондування активно застосовується для дослідження властивостей атмосфери [23, 24].

У свою чергу, у роботах [25–27] для вирішення зазначеної проблеми запропоновано використовувати результати двочастотного зондування з подальшою їх апроксимацією на інші частоти.

Зокрема, було досліджено метод розв'язання оберненої задачі відновлення інтенсивності дощу за допомогою двочастотного зондування на робочих довжинах хвиль 8.2 мм і 3.2 см. Метод засновано на розв'язанні інтегрального рівняння розсіяння з використанням регуляризації Тихонова [28]. Для врахування ослаблення сигналів використовується обернена ітераційна процедура оцінки ослаблення в кожному елементі дальності (ітераційний процес рухається від останнього елемента розподілу за дальністю до першого) [29, 30]. У цьому випадку необхідне проведення незалежної оцінки повного ослаблення сигналу на трасі (ослаблення, якого зазнає сигнал наприкінці зони дощу) в якості початкових умов для ітераційного процесу [31]. Такі оцінки можна отримати, наприклад, за допомогою радіометричних вимірювань.

Крім того, розроблено алгоритм відновлення однорідного в просторі профілю інтенсивності дощу, досліджено вплив похибки вимірювання повного ослаблення та прийнятої потужності на результати відновлення. Зокрема, в роботі [27] показано, що нехтування ослабленням сигналу на більшій довжині хвилі (3.2 см) суттєво не впливає на результат, а метод у цілому дозволяє відновлювати профіль інтенсивності дощу з помилкою 25 % для інтенсивності  $I$  не більше 20 мм/год і для зони дощу 4 км при похибках вимірювання повного ослаблення і прийнятої потужності  $\pm 20$  %.

Однак більшість дощів мають неоднорідний розподіл інтенсивності в просторі, у зв'язку з цим є цікавим застосування рекомендованого підходу для випадку неоднорідного горизонтального профілю інтенсивності.

## 1. Неоднорідний профіль інтенсивності дощу

Результати експериментальних досліджень [32] показали, що інтенсивність дощу спадає за експоненціальним законом при русі від центру зони дощу до її периферії.

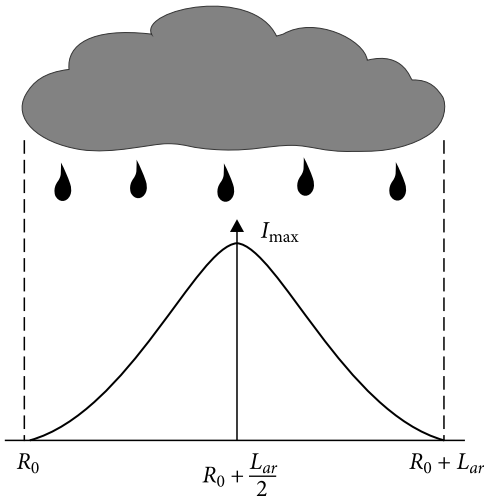


Рис. 1. Горизонтальний профіль інтенсивності дощу

На основі цих даних запропонована така модель неоднорідного профілю інтенсивності дощу (рис. 1) [32]:

$$I(R) = I_{\max} \exp \left[ -a_p \left| R - \left( R_0 + \frac{L_{ar}}{2} \right) \right| \right] \times \begin{cases} \left( 2 \frac{R - R_0}{L_{ar}} \right)^{\frac{2}{b_p}} & \text{для } R \leq R_0 + \frac{L_{ar}}{2}, \\ \left( 2 \frac{(R_0 + L_{ar}) - R}{L_{ar}} \right)^{\frac{2}{b_p}} & \text{для } R > R_0 + \frac{L_{ar}}{2}, \end{cases} \quad (1)$$

де  $I_{\max}$  — максимальне значення інтенсивності в профілі;  $R$  — відстань до розсіювального об'єму;  $R_0$  — відстань до початку зони дощу;  $L_{ar} = R_1 - R_0$  — горизонтальна протяжність зони дощу;  $R_1$  — відстань до кінця зони дощу;  $a_p = 0.65$  і  $b_p = 1.54$  — параметри, значення яких обумовлюють форму профілю інтенсивності [32].

## 2. Результати відновлення неоднорідного профілю інтенсивності дощу

Для відновлення неоднорідного профілю інтенсивності дощу (1) використано метод, заснований на розв'язанні інтегрального рівняння методом регуляризації [25–27].

Чисельне моделювання проведено для робочих довжин хвиль 8.2 мм і 3.2 см. Інші параметри чисельного моделювання такі самі, що і в роботах [26, 27].

Вплив ослаблення сигналу на результати відновлення профілю інтенсивності дощу. На рис. 2 показані результати відновлення неоднорідного профілю інтенсивності дощу (1) для випадків: нехтування ослабленням сигналу на двох довжинах хвиль (крива 1), урахування ослаблення на двох довжинах хвиль (крива 2) і урахування ослаблення тільки на меншій довжині хвилі (крива 3). Крива 4 — заданий профіль для  $I_{\max} = 30$  мм/год. Помилка відновлення інтенсивності дощу розраховувалася за формулою

$$\delta_I(R) = \left| \frac{I_m(R) - I_r(R)}{I_m(R)} \right| \cdot 100 \%, \quad (2)$$

де  $I_m(R)$  — значення інтенсивності в заданому профілі;  $I_r$  — відновлені значення інтенсивності в профілі.

Отримані результати показують, що нехтування ослабленням при розв'язанні оберненої задачі призводить до різкого зростання помилок відновлення інтенсивності при інтенсивності понад 5 мм/год і дальності більше 1 км (крива 1).

У свою чергу, ослаблення на довжині хвилі 3.2 см практично не впливає на результати відновлення (криві 2 і 3 мало відрізняються одна від одної), що дозволяє спростити завдання і врахувати ослаблення сигналу тільки на меншій довжині хвилі.

Для випадків урахування ослаблення (криві 2 і 3) спостерігаються значні помилки відновлення (до 90 %) для малих інтенсивностей (менше 2 мм/год), що у випадку малої інтенсивності не має вирішального значення для практичного застосування. Починаючи з 3 мм/год, де помилка спадає практично до 0 %, відбувається зростання помилок за рахунок збільшення значення інтенсивності. Після максимальної інтенсивності в профілі помилка починає зменшуватися до значень інтенсивності 2...3 мм/год, нижче яких вона знову починає зростати до 80...90 %.

Вплив протяжності зони дощу на результати відновлення профілю інтенсивності. Якщо збільшити зону дощу з 5 км до 20 км (рис. 3, а, б відповідно), то помилка незначно зросте. При цьому для більшої інтенсивності (30 мм/год) вона зросте в основному для спадної гілки профілю інтенсивності (рис. 3, штрихова крива), однак після максимуму інтенсивності збільшення по-

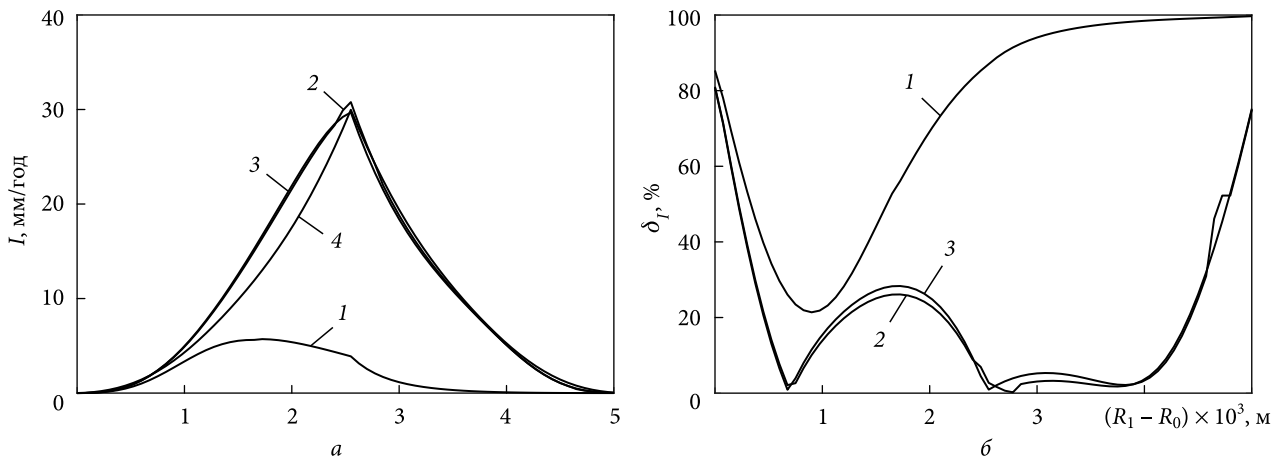


Рис. 2. Вплив ослаблення сигналу на відновлення неоднорідного профілю інтенсивності дощу для  $I_{\max} = 30$  мм/год: а — відновлений неоднорідний профіль; б — помилка відновлення неоднорідного профілю

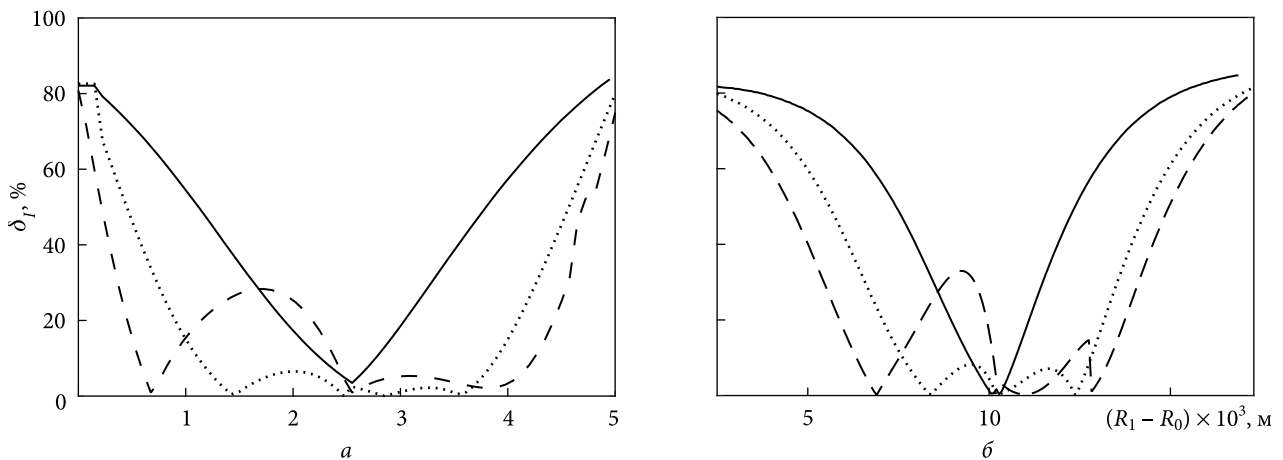


Рис. 3. Помилка відновлення неоднорідного профілю для протяжності зони дощу  $L_{ar} = 5$  км (а) і  $L_{ar} = 20$  км (б): суцільна крива —  $I_{\max} = 3$  мм/год, пунктирна —  $I_{\max} = 15$  мм/год, штрихова —  $I_{\max} = 30$  мм/год

милки не значне. У цілому, для  $L_{ar} = 20$  км поза межами малих інтенсивностей максимальна помилка відновлення не перевищує 35 % для  $I_{\max}$  не більше 30 мм/год.

Вплив похибок вимірювання на результати відновлення профілю інтенсивності дощу. За допомогою рівняння (1) було проведено чисельне моделювання відновлення профілю інтенсивності дощу для різних  $I_{\max}$  і похибок вимірювання прийнятої потужності на двох довжинах хвиль і повного ослаблення на довжині хвилі 8.2 мм.

Отримані результати показані на рис. 4–6 для максимальних інтенсивностей 3, 15 і 30 мм/год відповідно (суцільні жирні криві — заданий профіль) і для різних похибок вимірювання прийнятої потужності на двох довжинах хвиль та повного ослаблення на довжині хвилі 8.2 мм (кри-

ві 1 — похибка вимірювання повного ослаблення та прийнятих потужностей 0 %, криві 2 — похибка вимірювання повного ослаблення і прийнятих потужностей +20 %, криві 3 — похибка вимірювання повного ослаблення -20 % і прийнятих потужностей +20 %, криві 4 — похибка вимірювання повного ослаблення +20 % і прийнятих потужностей -20 %, криві 5 — похибка вимірювання повного ослаблення і прийнятих потужностей -20 %).

Порівняльний аналіз наведених графіків залежностей свідчить, що найбільші помилки відновлення спостерігаються для випадків, коли похибки вимірювання прийнятих потужностей і повного ослаблення відрізняються за знаком (рис. 4–6, криві 3 і 4). При цьому похибки вимірювання найбільше впливають на спадну гілку

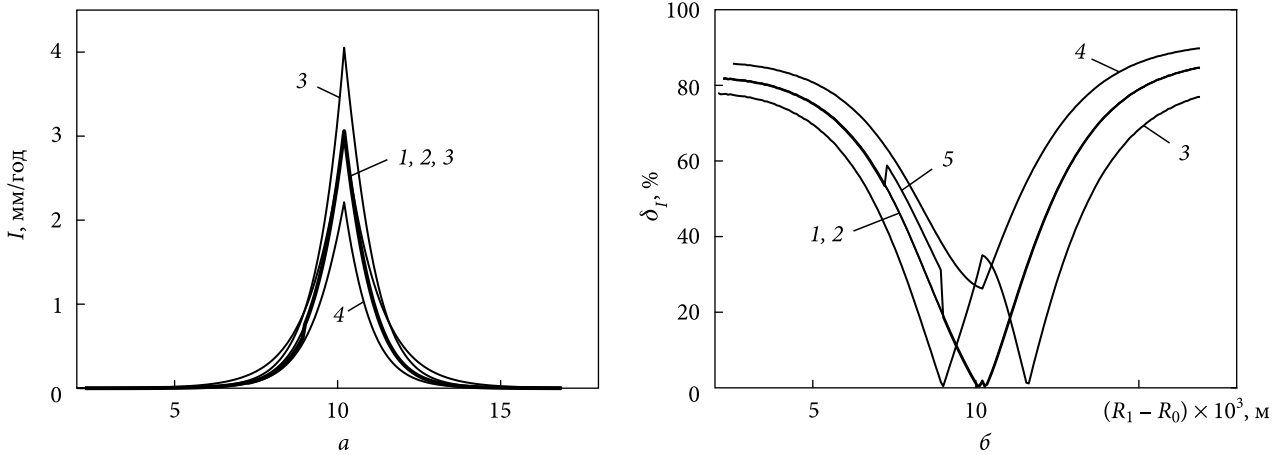


Рис. 4. Вплив похибок вимірювання на результати відновлення профілю інтенсивності дощу ( $I_{\text{max}} = 3 \text{ мм/год}$ ): а — заданий (жирна крива) і відновлений неоднорідний профілі; б — помилка відновлення профілю

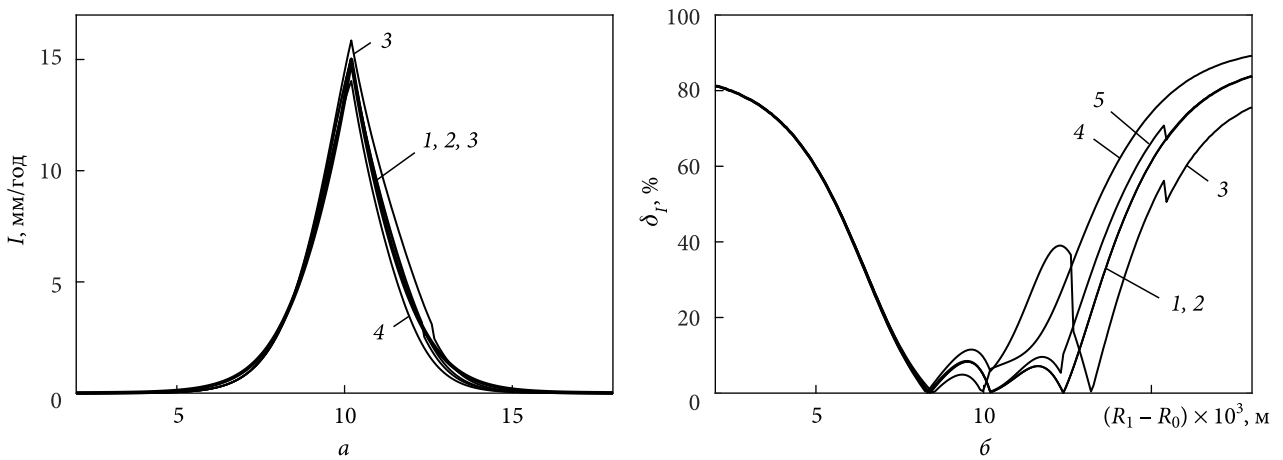


Рис. 5. Вплив похибок вимірювання на результати відновлення профілю інтенсивності дощу ( $I_{\text{max}} = 15 \text{ мм/год}$ ): а — заданий (жирна крива) і відновлений неоднорідний профілі; б — помилка відновлення профілю

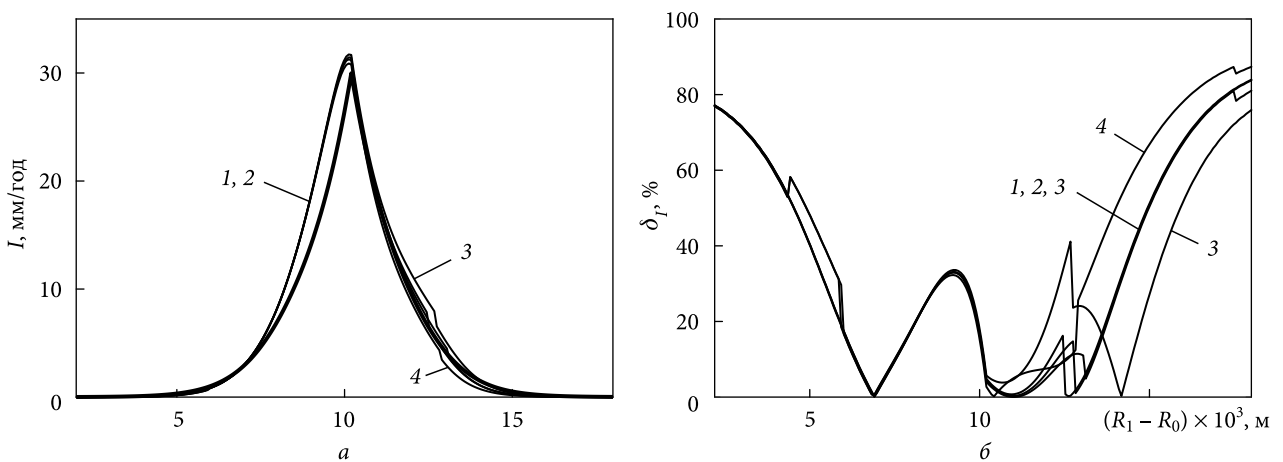


Рис. 6. Вплив похибок вимірювання на результати відновлення профілю інтенсивності дощу ( $I_{\text{max}} = 30 \text{ мм/год}$ ): а — заданий (жирна крива) і відновлений неоднорідний профілі; б — помилка відновлення профілю

профілю, що пов'язано з накопиченням похибок з відстанню (рис. 5 і 6). У разі збігу знаків похибок вимірювання повного ослаблення і прийнятих потужностей їх величини слабо впливають на помилку відновлення (криві 1 близькі до кривих 2 і 5).

У цілому, запропонований метод дозволяє відновлювати неоднорідний профілю інтенсивності з максимальною помилкою не більше 40 % для значень інтенсивності в профілі більше 3 мм/год при протяжності зони дощу 20 км і похибках вимірювання не більше  $\pm 20\%$ .

## Висновки

Проведено чисельне моделювання відновлення неоднорідного профілю інтенсивності дощу з використанням оберненої ітераційної процеду-

ри для урахування ослаблення сигналів, а також розглянуто вплив похибок вимірювання повного ослаблення та прийнятих потужностей на результати відновлення інтенсивності дощу.

Показано, що нехтування ослабленням на меншій довжині хвилі (8.2 мм) призводить до значних помилок відновлення для інтенсивності понад 5 мм/год і дальності більше 1 км. При цьому ослаблення на довжині хвилі 3.2 см суттєво не впливає на помилку для  $I_{\max} = 30$  мм/год і відстані менше 20 км.

Використання запропонованого алгоритму розв'язання оберненої задачі дозволяє відновлювати неоднорідний профілю інтенсивності дощу з максимальною помилкою менше 40 % для інтенсивності понад 3 мм/год при похибках вимірювання повного ослаблення та прийнятих потужностей  $\pm 20\%$ .

## БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

- Mardiana R., Iguchi T., Takahashi N. A dual-frequency rain profiling method without the use of a surface reference technique. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* 2004. Vol. 42, Iss. 10. P. 2214–2225.
- Haddad Z.S., Meagher J.P., Durden S.L., Smith E.A., Im E. Drop size ambiguities in the retrieval of precipitation profiles from dual-frequency radar measurements. *J. Atmos. Sci.* 2006. Vol. 63, Iss. 1. P. 204–217.
- Mott H. *Remote Sensing with Polarimetric Radar*. John Wiley & Sons, 2007. 309 p.
- Яновський Ф.Й. *Метеонавігаційні радіолокаційні системи повітряних суден*. Київ: Міністерство освіти і науки України Національний авіаційний університет, 2003. 307 с.
- Olson W.S., Kummerow C.D., Heymsfield G.M., Giglio L. A Method for Combined Passive-Active Microwave Retrievals of Cloud and Precipitation Profiles. *J. Appl. Meteorol.* 1996. Vol. 35, Iss. 10. P. 1763–1789.
- Атлас Д. *Успехи радарной метеорологии*. Пер. с англ. Ленинград: Гидрометеоиздат, 1967. 194 с.
- Stout G.E., Mueller E.A. Survey of Relationships between Rainfall Rate and Radar Reflectivity in the Measurement of Precipitation. *J. Appl. Meteorol.* 1968. Vol. 7, Iss. 3. P. 465–474.
- Забрейко П.П., Кошелев А.И., Красносельский М.А., Михлин С.Г., Раковщик Л.С., Стеценко В.Я. *Интегральные уравнения*. М.: Наука, 1968. 448 с.
- Doviak R. J., Zrnic D.S. *Doppler radar and weather observations*. Academic Press: 1984. 458 p.
- Розенберг В.И. *Рассеяние и ослабление электромагнитного излучения атмосферными частицами*. Ленинград: Гидрометеоиздат, 1972.
- Rose C.R., Chandrasekar V. A GPM Dual-Frequency Retrieval Algorithm: DSD Profile-Optimization Method. *J. Atmos. Oceanic Technol.* 2006. Vol. 23. P. 1372–1383.
- Rincon R.F., Lang R.H. Microwave link dual-wavelength measurements of path-average attenuation for the estimation of drop size distributions and rainfall. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* 2002. Vol. 40, Iss. 4. P. 760–770.
- Munchak S. J. Retrieval of Raindrop Size Distribution from Simulated Dual-Frequency Radar Measurements. *J. Appl. Meteorol. Climatol.* 2008. Vol. 47. P. 223–239.
- Айвазян Г.М. *Распространение миллиметровых и субмиллиметровых волн в облаках*. Ленинград: Гидрометеоиздат, 1991. 480 с.
- Goldhirsh J., Katz I. Estimation of raindrop size distribution using multiple wavelength radar systems. *Radio Sci.* 1974. Vol. 9. P. 439–446.
- Дадали Ю.А., Абшаев М.Т. Радиолокационное измерение дождей и снегопадов. *Тр. Высокочастотного геофизического института*. 1972. Вып. 20. С. 61–108.
- Zang G., Vivekanandan J., Brandes E. A. The shape-slope relation in observed gamma rain drop size distribution: statistical error or useful information? *J. Atmos. Oceanic Technol.* 2003. Vol. 20. P. 1106–1119.
- Литвинов И.В. *Структура атмосферных осадков*. Ленинград: Гидрометеоиздат, 1974. 153 с.
- Seifert A. On the shape-slope relation of drop size distributions in convective rain. *J. Appl. Meteorol.* 2005. Vol. 44. P. 1146–1151.
- Colton D.L., Kress R. *Integral equation methods in scattering theory*. New York: Wiley, 1983.
- Морозов В.А. *Регулярные методы решения некорректно поставленных задач*. Москва: Наука, 1987.

22. Twomey S. *Introduction to the mathematics of inversion in remote sensing and indirect measurements*. New York: Dover Publications, Inc., 1996. 243 p.
23. Shifrin K.S., Zolotov I.G. Spectral attenuation and aerosol particle size distribution. *Appl. Opt.* 1996. Vol. 35, Iss. 12. P. 2114–2124.
24. Walters P.T. Practical applications of inverting spectral turbidity data to provide aerosol size distribution. *Appl. Opt.* 1980. Vol. 19, Iss. 14. P. 2353–2365.
25. Лінкова А.М. Восстановление интенсивности дождя путем решения интегрального уравнения рассеяния при двухчастотном зондировании. *Радиофизика и электроника*. 2017. Т. 22, № 3. С. 23–32.
26. Лінкова А.М. Вплив помилки розрахунку питомої ефективної поверхні розсіяння на результат відновлення інтенсивності дощу за допомогою двочастотного зондування. *Радиофизика та електроніка*. 2021. Т. 26, № 2. С. 16–22.
27. Лінкова А.М. Урахування ослаблення сигналів при відновленні інтенсивності дощу за допомогою двочастотного зондування. *Радиофизика та електроніка*. 2021. Т. 26, № 3. С. 3–10.
28. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. *Методы решения некорректных задач*. 2-е изд. Москва: Наука, 1979. 285 с.
29. Meneghini R., Kumagai H., Wang J.R., Iguchi T., Kozu T. Microphysical retrievals over stratiform rain using measurements from an airborne dual-wavelength radar radiometer. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* 1997. Vol. 35, Iss. 3. P. 487–506.
30. Войтович О.А., Лінкова А.М., Хлопов Г.И. Двухчастотное профилирование параметров дождя. *Радиофизика и электроника*. 2011. Т. 2(16), № 3. С. 51–60.
31. Menenghini R, Jones J.A., Gesell L.H. Analysis of a dual-wavelength surface reference radar technique. *IEEE Trans. Geosc. Remote Sens.* 1987. Vol. 25. P. 456–471.
32. Сальман У.М. Радиолокационное исследование структуры ливней и гроз. *Тр. Главной Геофизической Обсерватории им. А.И. Воейкова*. 1967. Вып. 72. С. 46–65.

Стаття надійшла 16.11.2023

## REFERENCES

1. Mardiana, R., Iguchi, T., Takahashi, N., 2004. A dual-frequency rain profiling method without the use of a surface reference technique. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, **42**(10), pp. 2214–2225.
2. Haddad, Z.S., Meagher, J.P., Durden, S.L., Smith, E.A., Im, E., 2006. Drop size ambiguities in the retrieval of precipitation profiles from dual-frequency radar measurements. *J. Atmos. Sci.*, **63**(1), pp. 204–217.
3. Mott, H., 2007. *Remote Sensing with Polarimetric Radar*. John Wiley & Sons Publ.
4. Yanovskyi, F.I., 2003. *Meteorological radar systems of aircraft*. Kyiv: Ministry of Education and Science of Ukraine National Aviation University Publ. (in Ukrainian).
5. Olson, W.S., Kummerow, C.D., Heymsfield, G.M., Giglio, L., 1996. A Method for Combined Passive-Active Microwave Retrievals of Cloud and Precipitation Profiles. *J. Appl. Meteorol.*, **35**(10), pp. 1763–1789.
6. Atlas, D., 1964. *Advances in radar meteorology*. New-York: Academic Press.
7. Stout, G.E., Mueller, E.A., 1968. Survey of Relationships between Rainfall Rate and Radar Reflectivity in the Measurement of Precipitation. *J. Appl. Meteorol.*, **7**(3), pp. 465–474.
8. Zabreiko, P.P., Koshelev, A.I., Krasnoselskiy, M.A., Mikhlin, S.G., Rakovshchik, L.S., Stetsenko, V.Y., 1968. *Integral equations*. Moscow: Nauka Publ. (in Russian).
9. Doviak, R.J., Zrnic, D.S., 1984. *Doppler radar and weather observations*. Academic Press Publ.
10. Rozenberg, V.I., 1972. *Scattering and attenuation of electromagnetic radiation by atmospheric particles*. Leningrad: Gidrometeoizdat Publ. (in Russian).
11. Rose, C.R., Chandrasekar, V., 2006. A GPM Dual-Frequency Retrieval Algorithm: DSD Profile-Optimization Method. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, **23**, pp. 1372–1383.
12. Rincon, R.F., Lang, R.H., 2002. Microwave link dual-wavelength measurements of path-average attenuation for the estimation of drop size distributions and rainfall. *IEEE Trans. Geosc. Remote Sens.*, **40**(4), pp. 760–770.
13. Munchak, S.J., 2008. Retrieval of Raindrop Size Distribution from Simulated Dual-Frequency Radar Measurements. *J. Appl. Meteorol. Climatol.*, **47**, pp. 223–239.
14. Ayvazian, G.M., 1991. *Propagation of millimeter and sub millimeter waves in the clouds*. Leningrad: Gidrometeoizdat Publ. (in Russian).
15. Goldhirsh, J., Katz, I., 1974. Estimation of raindrop size distribution using multiple wavelength radar systems. *Radio Sci.*, **9**, pp. 439–446.
16. Dadali, Y.A., Abshae, M.T., 1972. Radar measurements of rain and snow. *Trudy Vysokogornogo geophisicheskogo instituta*, **20**, pp. 61–108 (in Russian).
17. Zang, G., Vivekanandan, J., Brandes, E.A., 2003. The shape-slope relation in observed gamma rain drop size distribution: statistical error or useful information? *J. Atmos. Oceanic Technol.*, **20**, pp. 1106–1119.
18. Litvinov, I.V., 1974. *Structure of atmosphere precipitation*. Leningrad: Gidrometeoizdat Publ. (in Russian).
19. Seifert, A., 2005. On the shape-slope relation of drop size distributions in convective rain. *J. Appl. Meteorol.*, **44**, pp. 1146–1151.
20. Colton, D.L., Kress, R., 1983. *Integral equation methods in scattering theory*. New York: Wiley Publ.
21. Morozov, V.A., 1987. *Regular methods for solution of ill-posed problems*. Moscow: Nauka Publ. (in Russian).
22. Twomey, S., 1996. *Introduction to the mathematics of inversion in remote sensing and indirect measurements*. New York: Dover Publ. Inc.

23. Shifrin, K.S., Zolotov, I.G., 1996. Spectral attenuation and aerosol particle size distribution. *Appl. Opt.*, **35**(12), pp. 2114–2124.
24. Walters, P.T., 1980. Practical applications of inverting spectral turbidity data to provide aerosol size distribution. *Appl. Opt.*, **19**(14), pp. 2353–2365.
25. Linkova, A.M., 2017. Reconstruction of rain intensity by solving the integral scattering equation for two-frequency sounding. *Radiofiz. Elektron.*, **22**(3), pp. 23–32 (in Russian).
26. Linkova, A.M., 2021. Influence of the measurement error of the received power on the retrieval of rain intensity by the solution of the integral equation of scattering at double frequency sensing. *Radiofiz. Elektron.*, **26**(2), pp. 16–22 (in Ukrainian).
27. Linkova, A.M., 2021. Taking into account the signal attenuation for retrieval of rain intensity by double-frequency sensing. *Radiofiz. Elektron.*, **26**(3), pp. 3–10 (in Ukrainian).
28. Tikhonov, A.N., Arsenin, V.Ya., 1979. *Methods for solving the ill-posed problems*. 2nd ed. Moscow: Nauka Publ. (in Russian).
29. Meneghini, R., Kumagai, H., Wang, J.R., Iguchi, T., Kozu, T., 1997. Microphysical retrievals over stratiform rain using measurements from an airborne dual-wavelength radar radiometer. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, **35**(3), pp. 487–506.
30. Voitovych, O.A., Linkova, A.M., Khlopov, G.I., 2011. Double frequency profiling of rain parameters. *Radiofiz. Elektron.*, **2**(16)(3), pp. 51–60 (in Russian).
31. Meneghini, R., Jones, J.A., Gesell, L.H., 1987. Analysis of a dual-wavelength surface reference radar technique. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, **25**, pp. 456–471.
32. Salman U.M., 1967. Radar study of the structure of showers and thunderstorms. *Trudy Glavnoy geofizicheskoy laboratorii*, **72**, pp. 46–65 (in Russian).

Received 16.11.2023

A.M. Linkova

O.Ya. Usikov Institute for Radiophysics and Electronics NAS of Ukraine  
12, Acad. Proskury St., Kharkiv, 61085, Ukraine

RETRIEVAL OF A NON-UNIFORM PROFILE  
OF RAIN INTENSITY BY SOLVING THE INTEGRAL SCATTERING EQUATION  
FOR DUAL-FREQUENCY SENSING CASE STUDY

**Subject and Purpose.** The methods for precipitation remote sensing continue to be developed. One of the trends has been assessing amounts of precipitations to determine whether to issue alerts for large-scale floods and landslides or to make decisions regarding the agricultural land irrigation. The present work focuses on the inverse problem of dual-frequency sensing and its solution through Tikhonov regularization. The goal is to improve the algorithm for solving the inverse problem and retrieve a non-uniform rainfall intensity profile. The retrieval results are enhanced by taking into account the impacts of the signal attenuation and errors in the received power measurements.

**Methods and Methodology.** The retrieval of a non-uniform spatial profile of rain intensity is carried out by the numerical simulation using the integral scattering equation solution via Tikhonov regularization and employing dual-frequency sensing data.

**Results.** The numerical simulations of a non-uniform spatial profile of the rain intensity in the range 0...30 mm/h have been performed at the operating wavelengths 8.2 mm and 3.2 cm and for various errors of the received power measurement and complete attenuation of the signals. It has been observed that the signal attenuation at the shorter (8.2 mm) operating wavelength has a significant effect on the retrieved intensity of rains heavier than 5 mm/h and more distant than 1 km. For the longer (3.2 cm) operating wavelength, the signal attenuation can be neglected when the maximum intensity in the profile is under 30 mm/h and the distance is less than 20 km. The retrieval error of a non-uniform rain intensity profile is shown to be no worse than 40% for the intensities in the profile above 3 mm/h and measurement errors of  $\pm 20\%$ .

**Conclusions.** The analysis of the results has shown that the proposed dual-frequency approach to solving the integral scattering equation makes it possible to retrieve a non-uniform rain intensity profile with a maximum error no worse than 40% for rain intensities above 3 mm/h and with the proviso that the error of the received power measurement and complete attenuation of signals at the shorter (8.2 mm) operating wavelength is no worse than  $\pm 20\%$ .

**Keywords:** inverse problem, rain intensity, non-uniform profile, signal attenuation.