УДК 537.86:539.12

С. И. Ханкина, В. М. Яковенко

О РАСПАДНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ЭЛЕКТРОННЫХ ВОЛН И ЭФФЕКТЕ ВАВИЛОВА-ЧЕРЕНКОВА

Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины
12, ул. Ак. Проскуры, Харьков, 61085, Украина
E-mail: yavm@ire.kharkov.ua

Исследовано явление распадной неустойчивости при взаимодействии электронных волн с электромагнитными и электростатическими волнами в материальных средах. Получены соответствующие выражения для инкрементов. Показано, что эффект Вавилова-Черенкова можно представить как процесс неупругого рассеяния электрона на создаваемых им волнах. Библиогр.: 7 назв.

Ключевые слова: заряженная частица, электронная волна, распадная неустойчивость, эффект Вавилова-Черенкова.

Распадная неустойчивость электромагнитных волн в плазме была предсказана и детально рассматривалась в работах [1, 2]. Она возникает при нелинейном взаимодействии волн вследствие перекачки энергии от мощной волны, обладающей высокой частотой, к волнам, имеющим более низкие частоты и меньшую интенсивность. При этом выполняются законы сохранения энергии и импульса: частота и волновой вектор волны с большой амплитудой равны сумме частот и волновых векторов волн с малыми амплитудами. Амплитуды волн с наименьшими частотами нарастают во времени. При распадной неустойчивости природа взаимодействующих волн может быть самой различной [3]. С этой точки зрения заслуживают внимания волновые свойства электрона, которые могут проявляться при его движении в материальной среде. Интерес к ним особенно возрос в последнее время в связи с получением новых материалов, содержащих различного рода потенциальные барьеры (квантовые ямы, квантовые точки и др.) [4–6]. Движение электрона в таких средах должно описываться уравнением Шредингера, причем электрон представляется в виде волны, называемой электронной волной.

Большой интерес вызывает исследование распадной неустойчивости электронной волны при ее взаимодействии с другими, например с электромагнитными волнами, распространяющимися в материальной среде. Легко убедиться, что условия распадной неустойчивости электронной волны отвечают условию возникновения эффекта Вавилова-Черенкова. Этот эффект является классическим и частица в нем представляется как материальная точка. Между тем волновой подход для описания электрона при его взаимодействии с электромагнитным полем позволяет более детально проанализировать поведение частицы.

Наша работа посвящена исследованию распадной неустойчивости электронных волн.

1. Рассеяние электрона на поперечной электромагнитной волне. Пусть в среде с диэлектрической постоянной ε вдоль оси x распространяется поперечная электромагнитная волна, вектор-потенциал которой имеет вид

$$\vec{A}(x,t)=(0,A_y,0),$$
$$A_y = A_q \exp\left[i\left(qx-\omega_q t\right)\right]+A_{-q}\exp\left[-i\left(qx-\omega_q t\right)\right], \quad (1)$$
$$A_{-q}=A_q^*, \quad \omega_{-q}=-\omega_q.$$

Вектор-потенциал удовлетворяет уравнению

$$\frac{\varepsilon}{c^2}\frac{\partial^2 A_y}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 A_y}{\partial x^2}. \quad (2)$$

Отсюда находят связь между частотой ω и волновым числом q (дисперсионное уравнение)

$$q^2=\frac{\omega_q^2}{c^2}\varepsilon. \quad (3)$$

Напряженности электрического и магнитного полей определяются из условия

$$\vec{E}=-\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}, \quad \vec{H}=\operatorname{rot}\vec{A}. \quad (4)$$

Предположим, что под некоторым углом к оси x движется заряженная частица – электрон (или группа частиц), поведение которой мы будем описывать волновой функцией

$$\Psi_0=C_k\exp\left[i\left(k_x x+k_y y-\omega_k t\right)\right], \quad (5)$$

где $\vec{k}$ – волновой вектор; $\omega_k=\dfrac{\hbar k^2}{2m}$ – частота электронной волны.

Волновая функция Ψ_0 нормирована таким образом, что $\int\Psi_0^*\Psi_0 d\vec{r}=N_0$, где $N_0=C_k C_k^* V$ – число частиц в состоянии k. В частности, N_0 может быть равно единице.

В результате рассеяния на потенциале $\vec{A}$ электрон переходит на уровни с энергией $\hbar\omega_\pm=\hbar\left(\omega_k\pm\omega_q\right)$, а соответствующие волновые функции $\Psi_\pm$ находят из уравнения Шредингера

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}+\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi=\frac{ie\hbar}{mc}\vec{A}\vec{\nabla}\Psi_0. \qquad (6)$$

Отсюда следует, что при $\vec{k}_{\pm}=\vec{k}\pm\vec{q}$

$$\Psi_+=C_{k_+}\exp\left[i\left(\vec{k}_+\vec{r}-\omega_+t\right)\right]; \qquad (7)$$

$$\Psi_-=C_{k-}\exp\left[i\left(\vec{k}_-\vec{r}-\omega_-t\right)\right]. \qquad (8)$$

Тогда

$$\frac{\partial C_{k_+}}{\partial t}=\frac{iev_y}{\hbar c}A_qC_k;\quad \frac{\partial C_{k_-}}{\partial t}=\frac{iev_y}{\hbar c}A_{-q}C_k. \qquad (9)$$

Токи, обусловленные переходом электрона на разные уровни, запишем как

$$\vec{j}_{\pm}=\frac{ie\hbar}{2m}\times \left(\Psi_0\nabla\Psi_{\pm}^*-\Psi_0^*\nabla\Psi_{\pm}+\Psi_{\pm}\nabla\Psi_0^*-\Psi_{\pm}^*\nabla\Psi_0\right). \qquad (10)$$

Эти токи вызывают медленное изменение во времени амплитуды основной волны $\frac{\partial A_{\pm q}}{\partial t}(x,t)$ и создают дополнительные электромагнитные поля $\vec{A}'(x,t)$. Величины $\frac{\partial A_q}{\partial t}(x,t)$ и $\vec{A}'(x,t)$ находят из уравнения

$$\frac{\varepsilon_0}{c^2}\frac{\partial^2\vec{A}_{\sim}}{\partial t^2}-\Delta\vec{A}_{\sim}+\operatorname{grad}\operatorname{div}\vec{A}_{\sim}=\frac{4\pi}{c}\vec{j}, \qquad (11)$$

где $\vec{A}_{\sim}(x,t)=\vec{A}(x,t)+\vec{A}'(x,t),\quad \vec{j}=\vec{j}_++\vec{j}_-$.

В результате для тока, создаваемого при переходе электрона на нижний уровень k_-, имеем следующее выражение:

$$\vec{j}_-=\frac{e\hbar}{2m}\left(\vec{k}+\vec{k}_-\right)C_k^*C_{k_-}\exp\left[-i\left(qx-\omega_qt\right)\right]. \qquad (12)$$

Из уравнения (11) получим соответствующее изменение амплитуды $\vec{A}_{-q}$:

$$\frac{\partial A_{-q}}{\partial t}=-\frac{2\pi\, iecv_y}{\omega_q\varepsilon}C_k^*C_{k_-}. \qquad (13)$$

При этом j_x-составляющая тока создает дополнительное поле

$$A_x'(x,t)=-\frac{4\pi ev_x}{\omega^2\varepsilon_0}C_k^*C_{k_-}\exp\left[-i\left(qx-\omega_qt\right)\right].$$

При переходе электрона на верхний уровень k_+ из выражений (10) и (11) следует

$$\frac{\partial A_q}{\partial t}=\frac{2\pi iecv_y}{\omega_q\varepsilon}C_k^*C_{k_-}. \qquad (14)$$

Дифференцируя уравнение (9) по времени и принимая во внимание малость величины $\frac{\partial C_k}{\partial t}$ ($\frac{\partial C_k}{\partial t}\sim A_{-q}C_{k_+}$), получим

$$\frac{\partial^2C_{k_-}}{\partial t^2}=\frac{2\pi e^2v_y^2}{\varepsilon\hbar\omega_q}\left|C_k\right|^2C_{k_-},$$
$$\frac{\partial^2C_{k_+}}{\partial t^2}=-\frac{2\pi e^2v_y^2}{\varepsilon\hbar\omega_q}\left|C_k\right|^2C_{k_+}. \qquad (15)$$

Отсюда следует, что амплитуда C_{k_-} нарастает во времени ($C_{k_-}\sim\exp(\gamma t)$) с инкрементом γ:

$$\gamma=\left(\frac{2\pi e^2v_y^2}{\varepsilon\hbar\omega_q}\left|C_k\right|^2\right)^{1/2}. \qquad (16)$$

С таким же инкрементом нарастает и амплитуда электромагнитного поля A_{-q}. Однако в результате перехода электрона на верхний уровень k_+ нарастания амплитуд C_{k_+} и A_q не происходит.

2. Рассеяние электрона на продольных волнах. Как известно, в средах с частотной и пространственной дисперсией диэлектрической проницаемости существуют волны, дополнительные по отношению к поперечным электромагнитным волнам. В плазме, например, это продольные волны, закон дисперсии которых зависит от концентрации носителей заряда и их температуры [7]. Рассмотрим особенности рассеяния заряженной частицы на такого рода волнах.

Для описания волновых процессов в плазмоподобной среде воспользуемся следующей системой уравнений:

$$\operatorname{rot}\vec{E}=0,\quad \varepsilon_0\operatorname{div}\vec{E}=4\pi en; \qquad (17)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t}+n_0\operatorname{div}\vec{u}=0; \qquad (18)$$

$$m\frac{\partial\vec{u}}{\partial t}=e\vec{E}-\frac{T}{n_0}\vec{\nabla}n. \qquad (19)$$

Здесь $\vec{E}=-\vec{\nabla}\varphi$; φ – потенциал электрического поля; n_0 – равновесная концентрация электронов проводимости; n – отклонение концентрации от равновесного состояния; T – температура электронов; $e,m,\vec{u}$ – заряд, масса и скорость электронов соответственно; ε_0 – диэлектрическая постоянная решетки. В равновесном состоянии плазма нейтральна: заряд единицы объема электронной подсистемы компенсируется положительно заряженным фоном кристаллической решетки.

Систему уравнений (17)–(19) легко преобразовать к виду

$$\frac{\partial^2 n}{\partial t^2} - v_T^2 \Delta n + \omega_p^2 n = 0, \tag{20}$$

где $\omega_p^2 = \frac{4\pi e^2 n_0}{m\varepsilon_0}$; $v_T^2 = \frac{T}{m}$. Так же, как в разд. 1 направим ось x вдоль распространения волны. Если концентрацию и потенциал представить в виде

$$n(x,t) = n_q \exp[i(qx - \omega_q t)] + n_{-q} \exp[-i(qx - \omega_q t)],$$

$$n_{-q} = n_q^*,\ \omega_{-q} = -\omega_q,$$

$$\varphi(x,t) = \varphi_q \exp[i(qx - \omega_q t)] + \varphi_{-q} \exp[-i(qx - \omega_q t)],$$

где $\varphi_q = \frac{4\pi e n_q}{\varepsilon_0 q^2}$, то из уравнения (20) получим следующий закон дисперсии:

$$\omega_q^2 = \omega_p^2 + q^2 v_T^2. \tag{21}$$

Считаем, что электронная волна также распространяется вдоль оси x, тогда

$$\Psi_0 = C_k \exp[i(kx - \omega_k t)]. \tag{22}$$

Уравнение Шредингера для волновой функции рассеянного электрона $\Psi(x,t)$ имеет вид

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} = eC_k \exp[i(kx - \omega_k t)] \times \times \{\varphi_q \exp[i(qx - \omega_q t)] + \varphi_{-q} \exp - [i(qx - \omega_q t)]\}. \tag{23}$$

Рассмотрим переход электрона в состояние с меньшей энергией $\omega_{k_-} = \omega - \omega_q$, $k_- = k - q$, тогда

$$\Psi_- = C_{k_-} \exp[i(k_- x - \omega_- t)]. \tag{24}$$

Подставляя (24) в (23), для медленного изменения во времени амплитуды C_{k_-} ($\omega_{k_-} C_{k_-} >> \frac{\partial C_{k_-}}{\partial t}$) получим следующее уравнение:

$$i\hbar\frac{\partial C_{k_-}}{\partial t} = \frac{4\pi e^2 n_{-q}}{\varepsilon_0 q^2} C_k. \tag{25}$$

При переходах электрона на нижний или верхний уровни происходит модуляция электронной плотности $\Psi_0\Psi_-^* + \Psi_0^*\Psi_- = n^0$ и возникает переменная концентрация плотности плазмы, которую определяем из уравнения

$$\frac{\partial^2 n}{\partial t^2} - v_T^2 \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \omega_p^2 n = -\omega_p^2 n^0, \tag{26}$$

где

$$n^0 = C_k C_{k_-}^* \exp[i(qx - \omega_q t)] + C_k^* C_k \exp[-i(qx - \omega_q t)].$$

Отсюда для медленного изменения $n_{-q}(t)$ получим

$$2i\omega_q \frac{\partial n_{-q}}{\partial t} = -\omega_p^2 C_k^* C_{k_-}. \tag{27}$$

Дифференцируя это уравнение по времени и пренебрегая производной $\partial C_k^* / \partial t$ в силу ее малости по сравнению с другими членами, имеем

$$\frac{\partial^2 n_{-q}}{\partial t^2} = \omega_p^2 \frac{2\pi e^2 |C_k|^2}{\hbar\omega_q \varepsilon_0 q^2} n_{-q}. \tag{28}$$

Таким образом, в результате перехода электрона на низкоэнергетический уровень амплитуда плазменной волны нарастает с инкрементом

$$\gamma = \omega_p \left(\frac{2\pi e^2 |C_k|^2}{\hbar\omega_q \varepsilon_0 q^2}\right)^{1/2}. \tag{29}$$

Если принять во внимание условие резонанса $\omega_p \cong q v_x$, то это выражение совпадает с формулой (16).

Если ввести «плазменную частоту» электрона $\omega_b^2 = \frac{4\pi e^2 |C_k|^2}{m_0 \varepsilon_0}$, то инкремент приобретает вид $\gamma = \omega_b \left(\frac{m_0 v_x^2}{2\hbar\omega_q}\right)^{1/2}$, где m_0 – масса свободного электрона.

Таким образом, инкремент пропорционален квадратному корню из отношения энергии электрона к энергии фотона.

3. К эффекту Вавилова-Черенкова. В классической электродинамике плотность заряда ρ и тока $\vec{j}$, создаваемые движущимся электроном, представляются через δ-функции: $\rho = e\delta(\vec{r} - \vec{v}t)$, $\vec{j} = e\vec{v}\delta(\vec{r} - \vec{v}t)$, $\vec{v} = (v,0,0)$. При движении заряженной частицы в плазмоподобной среде ею возбуждаются продольные и поперечные волны [7]. Это означает, что амплитуды поперечной и продольной волн определяются зарядом и скоростью частицы. Поля этих волн воздействуют на частицу, вызывая при определенных условиях потери ее энергии (эффект Вавилова-Черенкова). Интерес представляет процесс рассеяния электрона на создаваемых им же полях. Заметим, что в предыдущих разделах предполагалось, что поперечные и продольные поля существуют в среде независимо от заряда.

Уравнение (20) в данном случае приобретает вид

$$\frac{\partial^2 n}{\partial t^2} - v_T^2 \Delta n + \omega_p^2 n = -\omega_p^2 \delta(\vec{r} - \vec{v}t). \tag{30}$$

Правую часть этого уравнения можно записать следующим образом:

$$\omega_p^2\delta(\vec r-\vec v t)=\frac{\omega_p^2}{2\pi S v}\times \\ \times\sum_{q_y,q_z}\int_{-\infty}^{\infty}\exp\left\{i\left[\omega\left(\frac{x}{v}-t\right)+q_y y+q_z z\right]\right\}d\omega, \qquad (31)$$

где S – площадь поперечного сечения образца, в котором движется частица.

Тогда решение уравнения (30) получаем в виде

$$n(\vec r,t)=\sum_{q_y,q_z}\left\{\begin{matrix} n_q\exp\left[i\left(\vec q\vec r-\omega_q t\right)\right] \\ +n_{-q}\exp\left[-i\left(\vec q\vec r-\omega_q t\right)\right]\end{matrix}\right\}, \qquad (32)$$

где $q_x=\omega_q/v$; $n_q=\dfrac{\omega_p^2}{2\pi S v\omega_q}$; $n_{-q}=n_q^*$;

$\omega_q=\left(\omega_p^2+q^2v_T^2\right)^{1/2}$; $\omega_q\sim\omega_p$; $\omega_{-q}=-\omega_q$;

$\varphi_q=\dfrac{2\pi i e\omega_p}{\varepsilon_0 q^2 S v}$. Видно, что амплитуда плазменной волны обратно пропорциональна скорости частицы.

Плотность частицы в данном случае определяется величиной $\Psi_0(\vec r,t)\Psi_0^*(\vec r,t)$. Волновые функции $\Psi_0(\vec r,t)$ и $\Psi_0^*(\vec r,t)$ можно разложить по собственным функциям оператора Гамильтона:

$$\Psi_0(\vec r t)=\sum_k C_{k'}\exp\left[i\left(\vec k'\vec r-\omega_{k'}t\right)\right], \\ \Psi^*(\vec r t)=\sum_{k''}C_{k''}^*\exp\left[-i\left(\vec k''\vec r-\omega_{k''}t\right)\right]. \qquad (33)$$

Поскольку электрон находится вблизи стационарного состояния с энергией $\hbar\omega_k=\dfrac{\hbar^2k^2}{2m}$ и импульсом $\hbar\vec k$, то произведение $\Psi_0(\vec r,t)\Psi_0^*(\vec r,t)$ представляем в виде волнового пакета

$$\Psi_0(\vec r,t)\Psi^*(\vec r,t)=\left|C_k\right|^2\sum_q\exp\left[i\vec q(\vec r-\vec v t)\right], \qquad (34)$$

где $\vec q=\vec k'-\vec k''$, $|\vec q|<\left|\vec k'\right|$.

Предполагаем, что на потенциале φ_q и φ_{-q} рассеивается основная гармоника $C_k\exp\left[i\left(\vec k\vec r-\omega_k t\right)\right]$ волнового пакета, порождая волновые функции $\Psi_\pm$, которые приводят к нарастанию во времени n_{-q} и φ_{-q}.

Видно, что скорость частицы при этом уменьшается как

$$v\sim\exp(-\gamma t). \qquad (35)$$

Другими словами, процесс происходит аналогично процессу, который описывается соотношениями (23)–(27).

Ток, обусловленный точечным зарядом, создает электромагнитное поле, вектор-потенциал $\vec A(\vec r,t)$ которого находится из уравнения

$$\frac{\varepsilon_0}{c^2}\frac{\partial^2\vec A_\sim}{\partial t^2}-\Delta\vec A_\sim+\operatorname{grad}\operatorname{div}\vec A_\sim=\frac{4\pi}{c}e\vec v\delta(\vec r-\vec v t). \qquad (36)$$

Представим ток в следующем виде:

$$\vec j=e\vec v\delta(x-vt)\delta(y)\delta(z)= \\ =\sum_{q_yq_z}\int_{-\infty}^{\infty}\vec j(\omega,\vec q)\exp\left[i(\vec q\vec r-\omega t)\right]d\omega, \qquad (37)$$

где $\vec j(\omega,\vec q)=\dfrac{e\vec v}{2\pi v S}$; $q_x=\dfrac{\omega}{v}$, а потенциал –

$$\vec A(\vec r,t)=\sum_{q_yq_z}\int_{-\infty}^{\infty}\vec A(\omega,\vec q)\exp\left[i(\vec q\vec r-\omega t)\right]d\omega.$$

Тогда из уравнения (36) следует

$$\vec A(\omega,\vec q)=-\frac{4\pi}{c\left(\dfrac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_0-q^2\right)}\left[\vec j-\frac{c^2}{\omega^2\varepsilon_0}\vec q\left(\vec q\vec j\right)\right]. \qquad (38)$$

Подставляя выражение (38) в формулу (37) и интегрируя ее по частоте, получим

$$\vec A(\vec r,t)=\sum_{q_yq_z}\left\{\vec A(x,t,q)\exp\left[i\left(q_y y-q_z z\right)\right]+\text{к.с.}\right\}, \qquad (39)$$

где $\vec A(x,t,q)=\vec A_q\exp\left[i\dfrac{\omega_q}{v}(x-vt)\right]$;

$$\vec A_q=\frac{2\pi ie\beta}{\omega_q\left(\beta^2\varepsilon_0-1\right)}\left[\vec v-\frac{\vec q(\vec q\vec v)}{q^2}\right]; \qquad (40)$$

$\vec A_{-q}=\vec A_q^*$; $\beta=\dfrac{v}{c}$; $\beta^2\varepsilon_0>1$; $\omega_q^2=\dfrac{q^2c^2}{\varepsilon_0}$.

Заметим, что $\vec q\vec A_q=0$ и компоненты $\vec A_q$ связаны между собой соотношениями

$$A_{qy}=-\frac{q_xq_y}{q_y^2+q_z^2}A_{qx},\quad A_{qz}=-\frac{q_zq_y}{q_y^2+q_z^2}A_{qz},$$

где $A_{qx}=\dfrac{2\pi iec}{q_x v\varepsilon_0 S}$.

Основная гармоника волнового пакета $C_k\exp\left[i(kx-\omega_k t)\right]$ в этом случае рассеивается на потенциале $\vec A(\vec r,t)$. В результате возникают (см. разд. 1) волновые функции Ψ_+, Ψ_- и токи $\vec j_+$, $\vec j_-$, которые создают дополнительные поля и вызывают изменения амплитуды электромагнитной волны.

Рассмотрим процесс перехода электрона на нижний уровень, тогда имеем

$$\Psi_- = C_{k_-} \exp[i(k_- x - \omega_- t)],$$
$$\frac{\partial C_{k_-}}{\partial t} = \frac{iev}{\hbar c} A_{-qx} C_k. \tag{41}$$

Для получения уравнения, описывающего изменение во времени $\frac{\partial A_{-qx}}{\partial t}$, необходимо воспользоваться уравнением (11). В рассматриваемом случае поля являются функциями $\vec{r}$ и t, а ток равен

$$\vec{j}(\vec{r},t) = e\vec{v}\delta(\vec{r} - \vec{v}t) + \frac{ie\hbar}{2m}\left(\Psi_0 \vec{\nabla}\Psi^* + \Psi\vec{\nabla}\Psi_0^* - \text{к.с.}\right), \tag{42}$$

где $\Psi = \Psi_+ + \Psi_-$.

Изменение амплитуды $\frac{\partial \vec{A}_{-q}}{\partial t}$ и дополнительные поля в уравнении (11) обусловлены гармоникой тока $\vec{j}_-$, содержащей величину $C_{k_-} \exp[-i(q_y y + q_z z)]$, т. е.

$$\vec{j}_- = \vec{j}(x,t,\vec{q})\exp[-i(q_y y + q_z z)]. \tag{43}$$

Представим ток $\vec{j}(x,t,q)$ и поле $\vec{A}(x,t,q)$ в виде разложения в интеграл Фурье по частотам ω

$$\vec{j}(x,t,\vec{q}) = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{j}(\omega,\vec{q})\exp\left[-i\frac{\omega}{v}(x - vt)\right]d\omega,$$
$$\vec{A}(x,t,\vec{q}) = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{A}(\omega,\vec{q})\exp\left[-i\frac{\omega}{v}(x - vt)\right]d\omega, \tag{44}$$

где $\vec{j}(\omega,\vec{q}) = \vec{j}_{-q}\delta(\omega - \omega_q)$;

$$\vec{j}_{-q} = \frac{e\hbar(\vec{k} + \vec{k}_-)}{2m} C_k^* C_{k_-};\quad \vec{A}(\omega,\vec{q}) = \vec{A}_{-q}\delta(\omega - \omega_q);$$

$$\vec{A}_{-q} = -\frac{2\pi ie\beta}{\omega(\beta^2\varepsilon_0 - 1)}\left[\vec{v} - \frac{c^2\vec{q}(\vec{q}\vec{v})}{\omega^2\varepsilon_0}\right].$$

Поле $\vec{A}'(\vec{r},t)$ также представляем в виде

$$\vec{A}'(\vec{r},t) = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{A}'(\omega,q)\exp\left[-i\frac{\omega}{v}(x - vt)\right]d\omega \times \exp[-i(q_y y + q_z z)].$$

Тогда уравнение (11) преобразуется следующим образом:

$$L_{ij} A'_{-qj} = \frac{4\pi}{c} I_i, \tag{45}$$

где $L_{ij} = \left(q^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_0\right)\delta_{ij} - q_i q_j$;

$$I_i = \left(j_{-qi} - i\frac{\omega\varepsilon_0}{2\pi c}\frac{\partial A_{-q_i}}{\partial t}\right)\delta(\omega - \omega_q),\; i,j = (x,y,z).$$

Для того чтобы получить связь $\frac{\partial \vec{A}_{-q}}{\partial t}$ с током, введем произвольный вектор $\vec{f}$, ортогональный вектору $\vec{I}$, т. е.

$$f_i I_i = 0. \tag{46}$$

Связь между компонентами f_i находим из системы уравнений

$$f_i L_{ij} = 0. \tag{47}$$

Она имеет вид

$$f_y = \frac{q_y}{q_x} f_x,\; f_z = \frac{q_z^2 - \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon_0}{q_x q_z} f_x.$$

Подставляя значение f_i в формулу (46), получим уравнение

$$\frac{\partial A_{-qx}}{\partial t} = -\frac{2\pi ievc}{\omega_q\varepsilon_0}\frac{(q_y^2 + q_z^2)}{q^2} C_k^* C_{k_-}, \tag{48}$$

которое отличается от формулы (13) множителем $\frac{(q_y^2 + q_z^2)}{q^2}$.

В результате

$$\frac{\partial^2 A_{-qx}}{\partial t^2} = \gamma^2 A_{-qx}, \tag{49}$$

где $\gamma^2 = \frac{2\pi e^2 v^2}{\hbar\omega_q\varepsilon_0}\frac{(q_y^2 + q_z^2)}{q^2}|C_k|^2$.

Выводы. Показано, что при взаимодействии электрона с поперечной электромагнитной волной в диэлектрике или с продольной волной в плазмоподобной среде может развиваться неустойчивость этих волн; в результате взаимодействия электрона с электромагнитной волной возникают рассеянные электронные волны, частоты и волновые векторы которых равны разности частот и волновых векторов исходных волн. Энергия электрона (исходной электронной волны) передается электромагнитной волне и рассеянной электронной волне, т. е. имеет место распадная неустойчивость. Найдены соответствующие инкременты неустойчивости.

Обнаружено, что эффект Вавилова-Черенкова можно представить как процесс неупругого рассеяния электрона на создаваемых им электромагнитных волнах. В результате скорость частицы экспоненциально уменьшается. Абсолютная величина декремента убывания скорости равна инкременту распадной неустойчивости электромагнитных волн.

1. *Ораевский В. М.* Об устойчивости установ щихся продольных колебаний плазмы / В. М. Ораевский, Р. З. Сагдеев // Журн. техн. физики. – 1962. – 32, вып. 11. – С. 1291–1296.
2. *Галлеев А. А.* Турбулентная теория слабонеравновесной разреженной плазмы и структура ударных волн / А. А. Галлеев, В. И. Карпман // Журн. эксперим. и теорет. физики. – 1963. – 44, вып. 2. – С. 592–602.
3. *Плазменные* неустойчивости и нелинейные явления в полупроводниках / Н. Н. Белецкий, А. А. Булгаков, С. И. Ханкина, В. М. Яковенко. – К.: Наук. думка, 1984. – 192 с.
4. *Беленов Э. М.* Излучение и поглощение электромагнитных волн при столкновении электрона с границей металл-диэлектрик / Э. М. Беленов, П. Н. Лускинович, А. Г. Соболев // Журн. техн. физики. – 1986. – 56, вып. 10. – С. 1902–1908.
5. *Яковенко В. М.* Нелинейное взаимодействие плазмонов с потоком заряженных частиц, проходящих через границу / В. М. Яковенко, И. В. Яковенко // Доп. НАН України. – 2000. – № 1. – С. 70–74.
6. *Magnetoresistance* of magnetic tunneling junctions with low barrier heights / N. N. Beletskii, G. P. Berman, S. A. Borysenko et al. // J. Appl. Phys. – 2007. – 101, N 7. – P. 074305(7).
7. *Силин В. П.* Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред / В. П. Силин, А. А. Рухадзе. – М.: Госатомиздат, 1962. – 244 с.

S. I. Khankina, V. M. Yakovenko

ABOUT THE DECAY INSTABILITY OF THE ELECTRONIC WAVES IN VAVILOV-CHERENKOV EFFECT

The decay instability effect at the interaction of electronic waves with electromagnetic and electrostatic waves has been studied in material media. The corresponding expressions for the instability increment are obtained. It is shown that the Vavilov-Cherenkov effect can be represented as a scattering process of inelastic scattering of electrons on the electron-induced waves.

Key words: charged particle, electronic wave, decay instability, Vavilov-Cherenkov effect.

С. І. Ханкіна, В. М. Яковенко

ПРО РОЗПАДНУ НЕСТІЙКІСТЬ ЕЛЕКТРОННИХ ХВИЛЬ У ЕФЕКТІ ВАВІЛОВА-ЧЕРЕНКОВА

Досліджено явище розпадної нестійкості при взаємодії електронних хвиль з електромагнітними і електростатичними хвилями в матеріальних середовищах. Отримано відповідні вирази для інкрементів. Показано, що ефект Вавілова-Черенкова можна зобразити як процес непружного розсіяння електрона на створених ним хвилях.

Ключові слова: заряджена частинка, електронна хвиля, розпадна нестійкість, ефект Вавілова-Черенкова.

Рукопись поступила 13.01.11 г.