

**РЕЗОНАНСНОЕ ПОВЫШЕНИЕ ДОБРОТНОСТИ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ
ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТИПА В ОТКРЫТОМ РЕЗОНАТОРЕ
С ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ШАРОВЫМ ВКЛЮЧЕНИЕМ**

*Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины
12, ул. Ак. Проскуры, Харьков, 61085, Украина
E-mail: svishchov@ire.kharkov.ua*

Построена строгая математическая модель аксиально-симметричных собственных колебаний электрического типа в открытом резонаторе со сферическими зеркалами, содержащем диэлектрическое шаровое включение. Обнаружен и исследован эффект падения (повышения) дифракционной добротности собственных колебаний при изменении геометрических и материальных параметров шарового включения. Установлена природа резонансного изменения добротности собственных колебаний. Ил. 3. Библиогр.: 14 назв.

Ключевые слова: открытый резонатор, собственная частота, добротность собственных колебаний.

В работах [1, 2] был обнаружен эффект резонансного падения (повышения) добротности собственных колебаний в открытом резонаторе со сферическими зеркалами (ОР) при размещении в нем металлического шара определенного радиуса. Показано, что этот эффект является следствием междутиповой связи колебаний в ОР.

Ранее [3–5] этот эффект был обнаружен в открытом резонаторе с цилиндрическими зеркалами, содержащем диэлектрический [3] или металлический [4, 5] цилиндр. Происхождение эффекта объяснялось в первом случае возбуждением собственного колебания в самом диэлектрическом включении [3], а втором случае – противофазным сложением полей за пределами резонатора и перестройкой поля в самом резонаторе [4, 5]. Как видно, трактовки обнаруженного эффекта отличаются как между собой, так и от трактовки, приведенной в работе [2]. Это обстоятельство послужило стимулом для поиска и исследования особенностей проявления эффекта резонансного изменения добротности в трехмерном ОР, содержащем диэлектрическое включение (диэлектрический шар).

Следует подчеркнуть, что обнаружение эффекта резонансного изменения добротности собственных колебаний в открытых резонаторах стало возможным только на основе строгих математических моделей рассмотренных в работах [1–5] электродинамических структур. Для ОР с диэлектрическим шаром подобная модель построена ранее не была.

Целью настоящей работы является построение строгой математической модели для ОР с включением в виде диэлектрического шара и исследование на ее основе поведения спектральных характеристик рассматриваемой структуры при изменении геометрических и материальных параметров шарового включения.

В работе изучаются аксиально-симметричные собственные колебания электрического

типа ($E_r \neq 0, H_r = 0$), когда длина волны соизмерима с размерами ОР.

Общая схема построения математической модели аналогична схеме, используемой при исследовании спектральных характеристик пустого ОР [6] и ОР с металлическим шаровым включением [1, 2].

1. Постановка и решение спектральной задачи. Пусть в безграничной однородной среде с электродинамическими параметрами ϵ_0, μ_0 расположен ОР (рис. 1), образованный бесконечно тонкими идеально проводящими сферическими зеркалами.

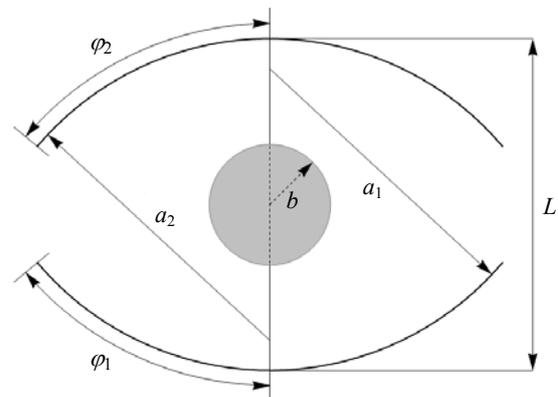


Рис. 1. ОР с диэлектрическим шаровым включением

Он характеризуется радиусами кривизны зеркал a_j , угловыми размерами зеркал ϕ_j и расстоянием L между зеркалами. Между зеркалами резонатора (на его оси симметрии) помещен диэлектрический шар радиусом b с комплексными диэлектрической ϵ и магнитной μ проницаемостями ($\epsilon \neq \epsilon_0, \mu \neq \mu_0$). Расстояние между центрами резонатора и шара равно ΔZ .

Пусть S_j – поверхность j -го зеркала, S'_j – дополнение S_j до замкнутой сферы, S_3 – поверхность шара, P_j – открытый шар радиуса a_j ($j=1,2$) или b ($j=3$) с центром O_j , совпадающим с центром кривизны j -го зеркала или центром шара ($j=3$). Наряду с основной системой координат $Oxyz$ введем локальные сферические системы координат (r_j, θ_j, φ) с центрами O_j .

Аксиально-симметричные поля электрического типа описываются электрическим потенциалом Дебая u , магнитный потенциал Дебая v при этом равен нулю (электромагнитное поле имеет отличные от нуля три компоненты E_r, E_θ, H_φ). Учитывая это, соответствующая спектральная задача о спектре собственных электромагнитных колебаний ОР с шаровым диэлектрическим включением состоит в следующем. Требуется определить значения спектрального параметра $k = \omega/c$ (ω – комплексная частота, c – скорость света в вакууме), при которых существуют нетривиальные решения уравнения (p – точка пространства с координатами (x, y, z)):

$\Delta u(p) + k^2 E(p)u(p) = 0, p \in R^3 \setminus (S_1 \cup S_2 \cup S_3),$ (1)
 которые обеспечивают выполнение граничных условий на зеркалах (равенство нулю тангенциальной составляющей электрического поля на S_j и непрерывность электромагнитного поля на S'_j):

$$E_{\theta_j} \Big|_{r_j=a_j-0} = E_{\theta_j} \Big|_{r_j=a_j+0} = 0, \quad p \in S_j; \quad (2)$$

$$E_{\theta_j} \Big|_{r_j=a_j-0} = E_{\theta_j} \Big|_{r_j=a_j+0}, \quad p \in S'_j; \quad (3)$$

$$H_\varphi \Big|_{r_j=a_j-0} = H_\varphi \Big|_{r_j=a_j+0}, \quad p \in S'_j, \quad (4)$$

условий сопряжения на границе диэлектрического включения (непрерывность тангенциальной составляющей электромагнитного поля на S_3):

$$E_{\theta_3} \Big|_{r_3=b-0} = E_{\theta_3} \Big|_{r_3=b+0}; \quad (5)$$

$$H_\varphi \Big|_{r_3=b-0} = H_\varphi \Big|_{r_3=b+0}; \quad (6)$$

условия конечности энергии электромагнитного поля в любой ограниченной области пространства

$$\iiint_V \left\{ \varepsilon_0 |\vec{E}|^2 + \mu_0 |\vec{H}|^2 \right\} dV < \infty, \quad (7)$$

а также удовлетворяющие в некоторой окрестности бесконечно удаленной точки условию излучения (аналог условия Рейхардта в двумерном случае, временная зависимость выбрана в виде $\exp(-i\omega t)$):

$$u(p) = \frac{1}{kr} \sum_{n=1}^{\infty} A_n \xi_n(kr) \hat{P}_n^0(\cos \theta), \quad (8)$$

где A_n – некоторые коэффициенты; $\psi_n(t), \xi_n(t)$ – сферические функции Бесселя и Ханкеля в обозначениях Дебая [7]; $\hat{P}_n^m(t)$ – ортонормированные присоединенные функции Лежандра [8]; $E(p) = \varepsilon_0 \mu_0$, если $p \notin P_3$, и $E(p) = \varepsilon \mu$, если $p \in P_3$.

Спектральная задача (1)–(8) затруднительна для прямого исследования. Однако, как показано ниже, удастся построить некоторую оператор-функцию, нелинейно зависящую от спектрального параметра k , задача на характеристические числа которой эквивалентна задаче (1)–(8).

Решение задачи (1)–(8) на основе метода разделения переменных в локальных координатах (r_j, θ_j, φ) будем искать в виде

$$u(p) = \begin{cases} \sum_{j=1}^2 \left\{ u^{j1}, p \in P_j \right\} + u^{30}, p \notin P_3, \\ u^{31}, p \in P_3; \end{cases} \quad (9)$$

$$u^{j1} = \frac{1}{k_0 r_j} \sum_{n=1}^{\infty} A_n^{j1} z_n^1(k_0 r_j) \hat{P}_n^0(\cos \theta_j), \quad j=1,2; \quad (10)$$

$$u^{31} = \frac{1}{k_1 r_3} \sum_{n=1}^{\infty} \begin{cases} C_n^{30} \xi_n(k_0 r_3), r_3 > b \\ C_n^{31} \psi_n(k_1 r_3), r_3 < b \end{cases} \hat{P}_n^0(\cos \theta_3), \quad (11)$$

где A_n^{j1}, C_n^{3l} – неизвестные коэффициенты; $z_n^0(t) = \xi_n(t); z_n^1(t) = \psi_n(t); k_0 = k\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}; k_1 = k\sqrt{\varepsilon \mu}$.

Как и в работах [1, 2, 6], применим к задаче (1)–(8) подход, основанный на процедуре аналитического обращения оператора, который соответствует главной сингулярности парной системы функциональных уравнений относительно неизвестных A_n^{j0} , с помощью метода регуляризации [9]. В результате применения такого вида регуляризации, с учетом условий сопряжения (5), (6) и краевых условий (2)–(4), задача (1)–(8) эквивалентным образом сведена к связанной системе уравнений вида

$$x^j - \sum_{j=1}^3 \mathbf{A}^{js}(k) x^s = 0, \quad j=1,2,3; \quad (12)$$

$$x^j = \left\{ (n+3/2)^{1/2} a_{n+1}^j \right\}_{n=0}^{\infty}, \quad j=1,2;$$

$$a_n^j = A_n^{j1} [n(n+1)]^{1/2} [4\xi_n'(k_0 a_j)]^{-1};$$

$$A_n^{j0} = A_n^{j1} \psi_n'(k_0 a_j) / \xi_n'(k_0 a_j);$$

$$x^3 = \left\{ C_{n+1}^{30} / \psi_{n+1}'(k_0 b) \right\}_{n=0}^{\infty}, \quad C_n^{31} = -i C_n^{30} / \delta_n;$$

$$\delta_n = (\mu_0 / \mu_1) \psi_n(k_1 b) \psi_n'(k_0 b) - (k_0 / k_1) \psi_n'(k_1 b) \psi_n(k_0 b). \quad (13)$$

Элементы оператор-функций $\mathbf{A}^{js}(k)$ при $j=1,2$ и $s=1,2$ совпадают с соответствующими мат-

ричными элементами, приведенными в [6], а остальные имеют вид

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^{j3}(k) &= \left\{ (n+3/2)^{1/2} A_{n+1,q+1}^{j3} \right\}_{n,q=0}^{\infty}, \\ A_{nq}^{j3} &= ik_0 a_j [n(n+1)]^{1/2} (2n+1)^{-1} \xi_n'(k_0 a_j) \gamma_q \hat{A}_{0n0q}^{(3)3j}, \\ \mathbf{A}^{3s}(k) &= \left\{ (q+3/2)^{-1/2} A_{n+1,q+1}^{3s} \right\}_{n,q=0}^{\infty}, \\ A_{nq}^{3s} &= -4[q(q+1)]^{-1/2} \rho_n \xi_q'(k_0 a_s) \hat{A}_{0n0q}^{(1)s3}, \\ \mathbf{A}^{33}(k) &= \left\{ \delta_{nq} A_{n+1,q+1}^{33} \right\}_{n,q=0}^{\infty}, \quad A_{nq}^{33} = 1 - (\rho_n \gamma_n / \delta_n) \Delta_n, \end{aligned}$$

где $\gamma_q = \psi_n'(k_0 b)$;

$$\begin{aligned} \rho_n &= \psi_n(k_0 b) \left[\frac{i(n+1)}{2n+1} \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon - \varepsilon_0} \left(1 + \frac{n}{n+1} \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right) \right]^{-1}; \\ \Delta_n &= (\mu_0 / \mu_1) \psi_n(k_1 b) \xi_n'(k_0 b) - \\ &- (k_0 / k_1) \psi_n'(k_1 b) \xi_n(k_0 b). \end{aligned} \quad (14)$$

Элементы A_{nn}^{33} диагональной матрицы $\mathbf{A}^{33}(k)$ при $n \rightarrow \infty$ стремятся к нулю как $O(n^{-2})$. Следовательно, матрица $\mathbf{A}^{33}(k)$ задает в пространстве l_2 ядерную конечномероморфную по k и по ε оператор-функцию. Оценки для всех остальных матричных элементов при $n \gg 1, q \gg 1$ оператор-функции $\mathbf{A}(k) = \left\| \mathbf{A}^{js}(k) \right\|_{j,s=1}^3$ аналогичны оценкам для соответствующих матричных элементов в работе [6]. Другими словами, $\mathbf{A}(k)$ – ядерная оператор-функция, конечномероморфно зависящая от k и ε .

Пусть $\sigma(k)$ – множество характеристических чисел фредгольмовой оператор-функции $\mathbf{I} - \mathbf{A}(k)$. Используя свойства $\mathbf{A}(k)$ и повторяя проведенные в работах [6, 10] рассуждения, получаем, что $\sigma(k)$ – дискретное, конечнократное множество с единственной точкой накопления на бесконечности. Кроме того, k является характеристическим числом $\mathbf{I} - \mathbf{A}(k)$ (собственной частотой краевой задачи (1)–(8)) тогда и только тогда, когда k удовлетворяет дисперсионному уравнению

$$\det\{\mathbf{I} - \mathbf{A}(k)\} = 0, \quad (15)$$

где $\det\{\mathbf{I} - \mathbf{A}(k)\}$ – бесконечный характеристический определитель оператор-функции $\mathbf{I} - \mathbf{A}(k)$.

Наряду с уравнением (15) построим последовательность приближенных уравнений

$$\det \mathbf{A}_M(k) = 0, \quad M = 1, 2, \dots \quad (16)$$

Здесь $\mathbf{A}_M(k) = \left\| \delta_{nq} - (\mathbf{A}(k) e_n, e_q) \right\|_{n,q=0}^M$ – конечномерная матрица; $\{e_n\}_{n=0}^{\infty}$ – произвольный орто-

нормированный базис, а $(,)$ – скалярное произведение в l_2 . Из свойств $\mathbf{A}(k)$ и результатов работы [11] следует, что корни (15) могут аппроксимироваться корнями (16) с любой заранее заданной точностью.

2. Анализ численных результатов. Рассмотрим сначала вопрос о классификации собственных колебаний в пустом ОР и в ОР с неоднородностью в виде металлического или диэлектрического шарового включения.

Типу колебаний в пустом ОР приписывается [6] символ TM_{0nq} , который означает, что единственная отличная от нуля компонента магнитного поля H_φ обращается в нуль q раз по оси резонатора и n раз в перпендикулярном направлении (по радиусу в цилиндрической системе координат). С изменением размера апертуры зеркал или расстояния между зеркалами наблюдается описанное [6, 12] явление междутиповой связи колебаний, что приводит к образованию гибридных типов колебаний в узком диапазоне изменения геометрических параметров (при этом может происходить обмен типами колебаний за пределами этого диапазона).

Типу колебаний в ОР с металлическим шаровым включением приписывается [1, 2] символ TM_{0nq} , если при уменьшении радиуса шара до нуля найденные собственные колебания ОР с шаровым включением непрерывно переходят в собственные колебания пустого ОР. Если обнаруженное [1, 2] явление междутиповой связи колебаний наблюдается при относительно небольших значениях радиуса шара, то такая классификация достаточна для описания свойств ОР с шаровым включением (как и в пустом ОР, возможно образование гибридных типов колебаний с последующим обменом типами колебаний). Для относительно больших значений радиуса шара структура колебаний может существенно измениться, что приводит к необходимости введения дополнительной классификации, основанной именно на структуре колебания. В работах [1, 2] эти колебания обозначены $TM_{0nq,ij}$. При уменьшении радиуса шара до нуля эти типы колебаний, как правило, через некоторые гибридные типы колебаний переходят в колебания TM_{0nq} пустого ОР.

Как показали расчеты, внесение в ОР диэлектрического шара вместо металлического еще более усложняет классификацию колебаний. Этого и следовало ожидать, поскольку диэлектрический шар сам является открытым резонатором. Если шар будет занимать значительную часть объема ОР, то он, без сомнения, будет (как

и металлический шар) при достаточно большом ε заметно изменять структуру поля пустого ОР. Можно ввести колебания, подобные колебаниям $TM_{0nq,ij}$ ОР с металлическим шаром, и проследить переход при $b \rightarrow 0$ от этих колебаний к колебаниям пустого ОР (через некоторые гибридные типы колебаний). Поэтому далее будем предполагать, что радиус шара является относительно небольшим. Опишем колебания, которые наблюдаются при этом условии в ОР.

Типу колебаний в ОР с диэлектрическим шаровым включением приписывается символ TM_{0nq} , если при $b \rightarrow 0$ (уменьшении радиуса шара до нуля) и/или при $\varepsilon \rightarrow 1$ найденные собственные колебания ОР с шаровым включением непрерывно переходят в собственные колебания пустого ОР. Рассматриваются значения b и ε , при которых структура поля визуально близка к структуре поля пустого ОР. Дальнейшее увеличение b и/или ε , как показали расчеты, приводит к образованию следующих типов колебаний:

– $TM_{0nq,pr}$ – колебания, распределение поля которых вне шара соответствует колебаниям TM_{0nq} пустого ОР, а внутри шара – колебаниям TM_{0pr} диэлектрического шара;

– $TM_{0,pr}$ – колебания, амплитуда поля которых вне шара заметно меньше амплитуды поля в шаре (поле сосредоточено в шаре), а внутри шара – колебаниям TM_{0pr} диэлектрического шара.

Кроме того, наблюдаются гибридные типы колебаний, имеющие черты введенных типов колебаний в узком диапазоне изменения b и ε .

На рис. 2 показаны зависимости реальных частей (нормированных) собственных частот $Re(ka)$ и логарифмов добротностей $lg(Q)$ ($Q = -0,5 Re(ka) / Im(ka)$) собственных колебаний TM_{0nq} от реальной части диэлектрической проницаемости $Re(\varepsilon)$ шара, размещенного в центре конфокального ОР ($\Delta Z = 0, \varphi = \varphi_1 = \varphi_2$), с относительным радиусом $b/L = 0,1$. Символами вида nq, pr обозначены колебания, распределение поля которых вне шара соответствует колебаниям TM_{0nq} ОР, а внутри шара – колебаниям TM_{0pr} диэлектрического шара. Символами вида $0, pr$ обозначены колебания, амплитуда поля которых вне шара заметно меньше амплитуды поля в шаре, а внутри шара – колебаниям TM_{0pr} диэлектрического шара. Символами $\sim nq, pr \sim$ обозначены гибридные типы колебаний.

Пунктирными кривыми на рис. 2, а изображены собственные частоты диэлектрического шара. При увеличении $Re(\varepsilon)$ происходит изменение как добротности, так и частоты собственных колебаний. Для некоторых значений ε наблюдается резонансное повышение добротности колебаний на несколько порядков по сравнению с добротностью колебаний в пустом ОР. Такие значения ε далее будем называть резонансными. В рассматриваемом диапазоне изменения $Re(\varepsilon)$ для колебания TM_{012} имеются 2 резонансных значения ε , при которых достигается максимум $lg(Q)$; для колебаний TM_{002} и TM_{003} – одно резонансное значение ε . Следовательно, эффект зависит как от значения диэлектрической проницаемости, так и от типа колебаний. Эффект характерен для основных и для неосновных типов колебаний. При определенных значениях ε наблюдается не только резонансное повышение, но и резонансное падение добротности колебаний по сравнению с добротностью колебаний в пустом ОР.

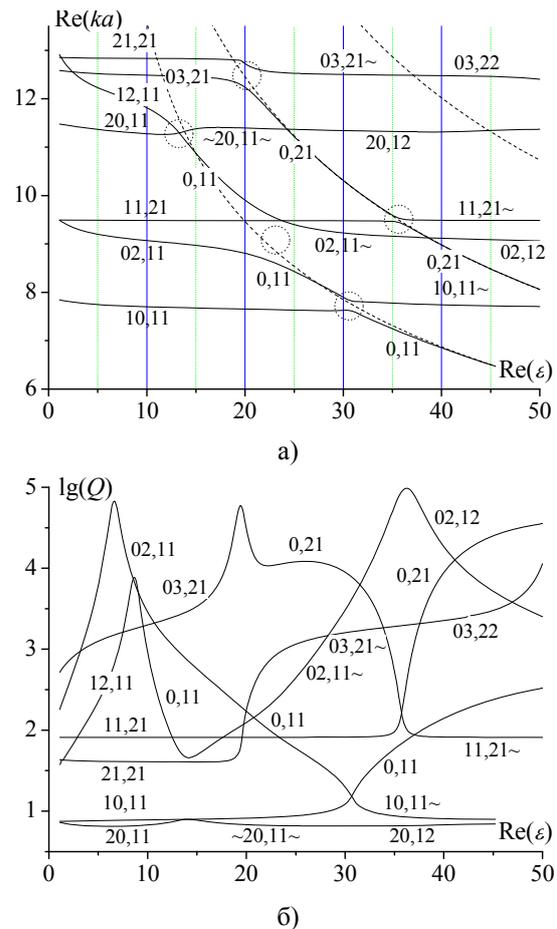


Рис. 2. Зависимости реальных частей собственных частот и логарифмов добротностей собственных колебаний конфокального ОР с диэлектрическим шаровым включением от реальной части диэлектрической проницаемости шарового включения

радиуса $b = 0,1L$, расположенного в центре ОР ($L/a = 1$, $\varphi = 50^\circ$, $\text{Im}(\varepsilon) = 0,001$)

Отметим, что качественно картина сохраняется, если рассмотреть не конфокальный ОР, а ОР с другим значением расстояния между зеркалами или с другим размером апертуры зеркал. Изменяются только резонансные значения ε .

На рис. 3 приведены распределения магнитного поля в ОР с диэлектрическим шаровым

включением при нескольких (в том числе резонансных) значениях ε . Анализ структуры полей показал, что размещение в ОР шара с определенным значением ε может заметно изменить структуру поля пустого резонатора.

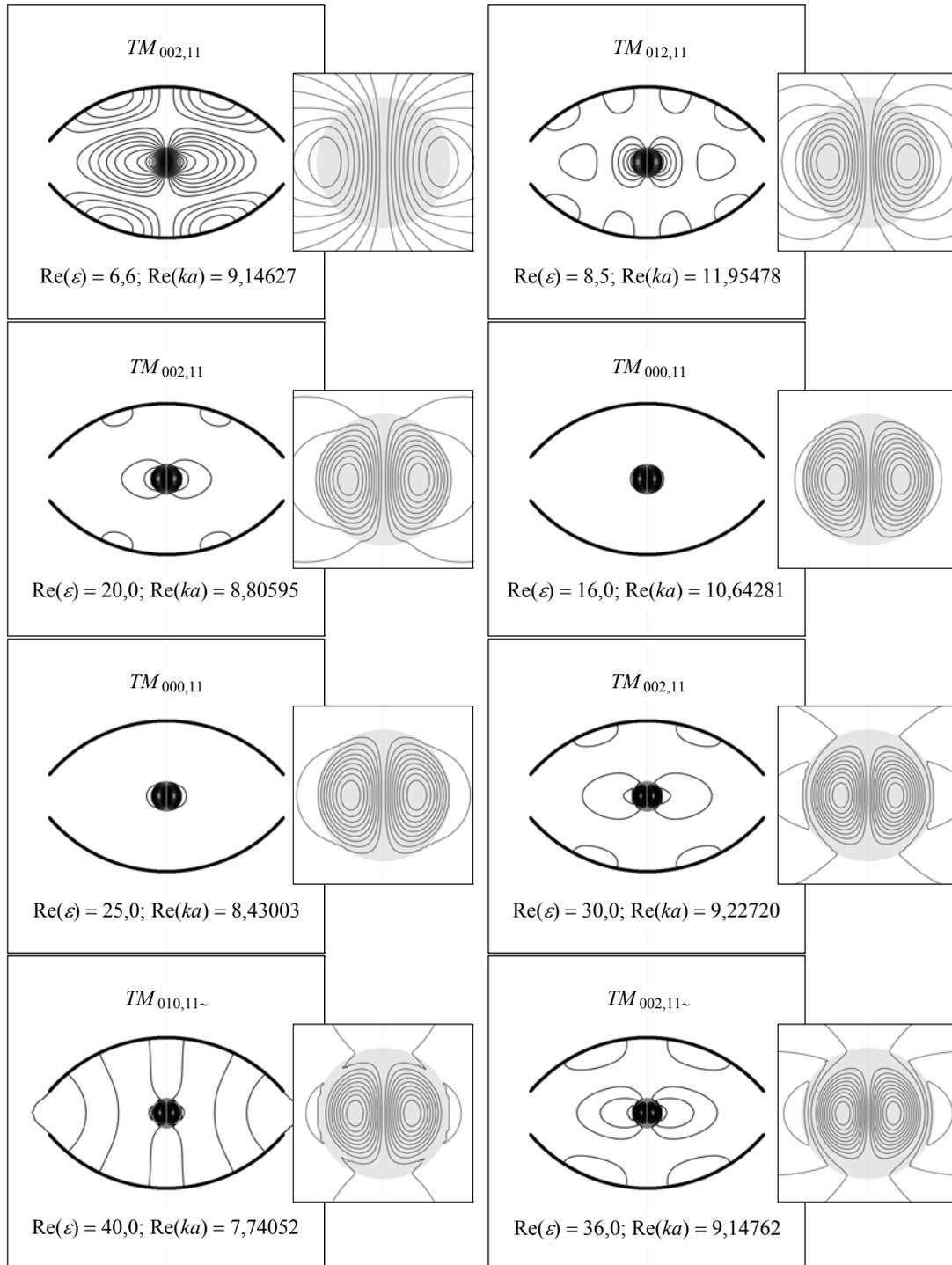


Рис. 3. Схематичное изображение пространственной структуры $|H_\varphi|^2$ собственных колебаний $TM_{0nq,ij}$ в ОР с диэлектрическим шаровым включением ($L/a = 1$; $\varphi = 50^\circ$; $\Delta Z/L = 0$; $b/L = 0,1$; $\text{Im}(\varepsilon) = 0,001$)

На рис. 2 можно проследить, как изменяется структура колебаний ОР с диэлектрическим шаром при увеличении $\text{Re}(\varepsilon)$. Кругами на рис. 2, а условно обозначены области на плоскости ($\text{Re}(\varepsilon)$, $\text{Re}(ka)$), где наблюдаются гибридные типы колебаний. Реальные части собственных частот в этих

областях либо пересекаются, либо имеют вид графика Вина (в этом случае наблюдается обмен типа колебаний). Вне этих окрестностей можно однозначно идентифицировать типы колебаний. Следовательно, поведение спектральных характеристик ОР с диэлектрическим шаровым включением такое же, как и описанное более детально

в работах [2, 12]. Можно утверждать, что эффект повышения (падения) добротности колебаний связан с явлением междутиповой связи колебаний.

Математическую основу явления междутиповой связи колебаний составляет понятие морсовской критической точки соответствующего характеристического определителя [13]. Численный эксперимент показал, что характер зависимостей спектральных характеристик от геометрических и материальных параметров ОР с диэлектрическим шаровым включением может быть весьма разнообразным. Возможные эпюры поведения собственных частот в окрестности морсовской критической точки приведены в работах [13, 14].

Выводы. Построена строгая математическая модель, описывающая аксиально-симметричные собственные колебания электрического типа в ОР, содержащем диэлектрическое шаровое включение. Доказана дискретность и конечная кратность спектра собственных частот, построен математически обоснованный алгоритм вычисления спектра.

Проведен расчет зависимостей первых собственных частот аксиально-симметричных собственных колебаний ОР, содержащего диэлектрическое шаровое включение, от геометрических и материальных параметров шарового включения. Предложен способ классификации колебаний, в которые трансформируются собственные колебания пустого ОР при размещении в нем диэлектрического шара.

Обнаружен и исследован эффект резонансного повышения (падения) добротности собственных колебаний в ОР при размещении в нем диэлектрического шара определенного радиуса: он является следствием междутиповой связи колебаний в ОР. Описанный эффект следует учитывать как при размещении в ОР различного рода неоднородностей, так и при восстановлении амплитудного распределения поля методом пробного тела.

1. Свищев Ю. В. Аксиально-симметричные собственные колебания в открытом резонаторе, содержащем металлическое шаровое включение / Ю. В. Свищев // Радиофизика и электрон. – 2010. – 1(15), № 3. – С. 46–50.
2. Свищев Ю. В. Резонансное повышение добротности собственных колебаний электрического типа в открытом резонаторе с металлическим шаровым включением / Ю. В. Свищев // Изв. вузов. Радиофизика. – 2010. – 53, № 5. – С. 403–411.
3. Строгая теория открытых двумерных резонаторов с диэлектрическими включениями / В. Н. Кошпаренко, П. Н. Мележик, А. Е. Поединчук, В. П. Шестопалов // Изв. вузов. Радиофизика. – 1985. – 28, № 10. – С. 1311–1322.
4. Мележик П. Н. Открытые резонаторы с проводящими цилиндрическими вставками. Ч. 1. Двухмерная модель / П. Н. Мележик, В. С. Мирошниченко, Е. Б. Сенкевич // Изв. вузов. Радиофизика. – 2005. – 48, № 7. – С. 596–604.
5. Мележик П. Н. Открытые резонаторы с проводящими цилиндрическими вставками. Ч. 2. Резонаторы с зеркалами конечной длины / П. Н. Мележик, В. С. Мирошниченко,

- Е. Б. Сенкевич // Изв. вузов. Радиофизика. – 2005. – 48, № 8. – С. 684–691.
6. Свищев Ю. В. Аксиально-симметричные собственные колебания электрического типа в открытом резонаторе со сферическими зеркалами / Ю. В. Свищев // Радиофизика и электрон.: сб. науч. тр. / Ин-т радиофизики и электрон. НАН Украины. – Х., 2005. – 10, № 1. – С. 51–61.
7. Иванов Е. А. Дифракция электромагнитных волн на двух телах / Е. А. Иванов. – Минск: Наука и техника, 1968. – 564 с.
8. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров: определения, теоремы, формулы / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1984. – 832 с.
9. Тучкин Ю. А. Об одном модельном классе краевых задач электродинамики / Ю. А. Тучкин, В. П. Шестопалов // Дифференциальные уравнения. – 1982. – 18, № 4. – С. 663–673.
10. Шестопалов В. П. Спектральная теория и возбуждение открытых структур / В. П. Шестопалов. – К.: Наук. думка, 1987. – 288 с.
11. Вайникко Г. М. О быстрой сходимости приближенных методов в проблеме собственных значений с нелинейным вхождением спектрального параметра / Г. М. Вайникко, О. О. Карма // Журн. вычисл. математики и мат. физики. – 1974. – 14, № 6. – С. 1393–1408.
12. Свищев Ю. В. О добротности собственных колебаний электрического типа TM_{0ng} открытого резонатора со сферическими зеркалами / Ю. В. Свищев // Радиофизика и электрон.: сб. науч. тр. / Ин-т радиофизики и электрон. НАН Украины. – Х., 2009. – 14, № 2. – С. 128–132.
13. Шестопалов В. П. Морсовские критические точки дисперсионных уравнений / В. П. Шестопалов. – К.: Наук. думка, 1992. – 240 с.
14. Об аналитической природе явления междутиповой связи собственных колебаний / П. Н. Мележик, А. Е. Поединчук, Ю. А. Тучкин, В. П. Шестопалов // Докл. АН СССР. – 1988. – 300, № 6. – С. 1356–1359.

Yu. V. Svishchov

RESONANT INCREASE OF ELECTRICAL-TYPE EIGENMODE QUALITY OF AN OPEN RESONATOR WITH A SPHERICAL DIELECTRIC INSERT

A rigorous mathematical model has been built for describing electrical-type axially-symmetric eigenmode of a spherical-mirror open resonator with a spherical dielectric insert. The effect that the diffraction quality of resonator eigenmodes rises (falls) with varying geometrical and material parameters of the spherical insert has been found and investigated. The nature of the resonant change of eigenmode quality has been understood.

Key words: open resonator, eigenfrequency, eigenmode quality.

Ю. В. Свищев

РЕЗОНАНСНЕ ПІДВИЩЕННЯ ДОБРОТНОСТІ ВЛАСНИХ КОЛИВАНЬ ЕЛЕКТРИЧНОГО ТИПУ У ВІДКРИТОМУ РЕЗОНАТОРІ З ДІЕЛЕКТРИЧНИМ КУЛЬОВИМ ВКЛЮЧЕННЯМ

Побудовано строгую математичну модель аксіально-симетричних власних коливань електричного типу у відкритому резонаторі зі сферичними дзеркалами, який містить діелектричне кульове включення. Знайдено та досліджено ефект резонансного падіння (підвищення) дифракційної добротності власних коливань при зміні геометричних і матеріальних па-

раметрів кульового включення. Установлено природу ефекту резонансного змінення добротності власних коливань.

Ключові слова: відкритий резонатор, власна частота, добротність власних коливань.

Рукопись поступила 01.08.11 г.