

**Ю. О. Аверков, Н. Н. Белецкий, В. М. Яковенко**

*Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины*

*12, ул. Ак. Проскуры, Харьков, 61085, Украина*

E-mail: [yuriyaverkov@gmail.com](mailto:yuriyaverkov@gmail.com)

## ПОВЕРХНОСТНЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В ПЛАЗМОПОДОБНОЙ СРЕДЕ, ГРАНИЧАЩЕЙ СО СЛОИСТО-ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СТРУКТУРОЙ

Теоретически исследованы поверхностные электромагнитные волны на границе раздела плазмopodobной среды и слоисто-периодической структуры с элементарной ячейкой, состоящей из двух различных немагнитных диэлектриков. Изучены дисперсионные свойства поверхностных  $TM$ - и  $TE$ -электромагнитных волн в зависимости от конфигурации элементарной ячейки слоисто-периодической структуры. Показано, что взаимное расположение и толщина диэлектрических слоев в элементарной ячейке оказывает существенное влияние на число поверхностных электромагнитных мод, особенности их спектра и условия их существования. Ил. 7. Библиогр.: 19 назв.

**Ключевые слова:** слоисто-периодическая структура, плазмopodobная среда, поверхностные электромагнитные волны, поверхностные электромагнитные состояния.

Хорошо известно, что в плазмopodobных средах (газоразрядной плазме, полупроводниках и металлах) могут существовать поверхностные электромагнитные волны (ПЭВ) [1–3]. Условия существования и свойства этих волн зависят от типа материальной среды, граничащей с плазмopodobной средой. Если с плазмopodobной средой граничит среда с положительной диэлектрической проницаемостью, то ПЭВ существуют в том случае, когда диэлектрическая проницаемость плазмopodobной среды является отрицательной. Если среда с положительной диэлектрической проницаемостью является однородной, то ПЭВ могут иметь лишь  $TM$ -поляризацию. При этом продольное волновое число ПЭВ должно превышать волновое число объемных электромагнитных волн в диэлектрической среде. Это означает, что ПЭВ являются медленными электромагнитными волнами и их фазовая скорость меньше, чем фазовая скорость объемных электромагнитных волн в диэлектрической среде.

Другую ситуацию наблюдаем, когда плазмopodobная среда с отрицательной диэлектрической проницаемостью граничит со слоисто-периодической диэлектрической структурой. В этом случае  $TM$ - и  $TE$ -поляризованные ПЭВ могут существовать при малых значениях продольного волнового числа, включая нулевое значение [4–13]. В последнем случае мы имеем дело с поверхностными электромагнитными состояниями, которые не распространяются вдоль границы раздела сред. Изучению свойств поверхностных электромагнитных состояний было посвящено значительное количество работ в силу потенциальных возможностей их использования в терагерцевой и оптической электронике. В СВЧ-диапазоне возникновение поверхностных электромагнитных состояний было, по-видимому, впервые экспериментально продемонстрировано в [7]. Отметим, что наиболее обстоятельное теоретическое исследование

поверхностных электромагнитных состояний проведено недавно в работе [13]. В ней были детально изучены свойства поверхностных электромагнитных состояний с учетом частотной дисперсии плазмopodobной среды при различных конфигурациях элементарной ячейки слоисто-периодической структуры.

В то же время дисперсионные свойства ПЭВ на границе плазмopodobной среды и слоисто-периодической диэлектрической структуры остаются еще недостаточно хорошо изученными. Так, например, до сих пор не исследовано влияние частотной дисперсии плазмopodobной среды на спектр ПЭВ. Это касается как спектра ПЭВ в области малых значений продольного волнового числа, так и спектра ПЭВ в различных запрещенных зонах слоисто-периодической структуры. Необходимость изучения дисперсионных свойств ПЭВ на границе плазмopodobной среды со слоисто-периодической структурой вызвана широким использованием такого рода структур в фотонике и плазмонике [14, 15].

Настоящая работа посвящена дальнейшему развитию теории ПЭВ на границе плазмopodobной среды – слоисто-периодической диэлектрической структуры. Мы ограничились рассмотрением слоисто-периодических структур, элементарная ячейка которых состоит из двух различных немагнитных диэлектриков, имеющих положительные диэлектрические проницаемости. Основное внимание было уделено изучению влияния частотной дисперсии плазмopodobной среды на дисперсионные свойства  $TM$ - и  $TE$ -поляризованных ПЭВ. Кроме того, в работе детально изучено влияние конфигурации элементарной ячейки на число поверхностных электромагнитных мод, особенности их спектра и условия их существования. При этом считалось, что толщина элементарной ячейки является фиксированной величиной, а взаимное расположение и соотношение

между толщинами двух диэлектрических слоев изменяется. Показано, что число поверхностных электромагнитных мод и их частоты зависят не только от порядка чередования диэлектрических слоев в элементарной ячейке, но и от соотношения между толщинами диэлектрических слоев. Все расчеты были произведены в безразмерном виде, что позволяет использовать результаты нашей работы в широкой области частот – от терагерцевой до оптической.

**1. Постановка задачи и основные уравнения.** Пусть граница раздела плазмоподобной среды и слоисто-периодической структуры расположена в плоскости  $xу$ . Плазмоподобная среда занимает полупространство  $z < 0$ , а слоисто-периодической структура – полупространство  $z > 0$ . Слоисто-периодическая структура представляет собой периодическую последовательность элементарных ячеек размером  $d$ . Каждая ячейка состоит из двух немагнитных диэлектриков с положительными диэлектрическими проницаемостями  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  и толщинами  $d_1$  и  $d_2$  соответственно (рис. 1,  $d = d_1 + d_2$ ).

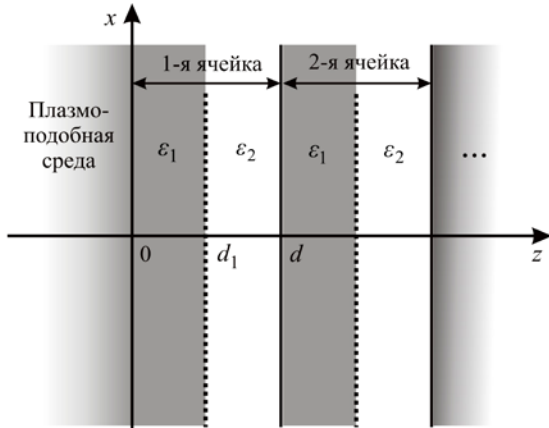


Рис. 1. Геометрия задачи

Зависимость напряженностей электрического  $\vec{E}$ - и магнитного  $\vec{H}$ -полей ПЭВ от координаты  $x$  и времени  $t$  будем описывать экспоненциальным множителем  $\exp[i(k_x x - \omega t)]$ . Здесь  $\omega$  и  $k_x$  – частота и продольное волновое число ПЭВ. Вдоль оси  $y$  электромагнитные поля будем считать однородными ( $\partial/\partial y = 0$ ).

Примем, что плазмоподобная среда обладает электронным типом проводимости, а ее диэлектрическая проницаемость имеет вид

$$\varepsilon_p(\omega) = \varepsilon_0 \left( 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right), \quad (1)$$

где  $\omega_p = \sqrt{4\pi e^2 N_p / (\varepsilon_0 m^*)}$  – плазменная частота;

$\varepsilon_0$  – диэлектрическая постоянная кристаллической решетки плазмоподобной среды;  $N_p$  и  $m^*$  – концентрация и эффективная масса электронов проводимости плазмоподобной среды.

**2. Дисперсионное уравнение для ПЭВ ТМ-типа.** Для ПЭВ ТМ-типа отличны от нуля  $E_x$ -,  $E_z$ - и  $H_y$ -компоненты электромагнитного поля. Для волн этого типа тангенциальные компоненты электромагнитного поля в плазмоподобной среде имеют следующий вид (в этих и в последующих формулах тангенциальный множитель  $\exp[i(k_x x - \omega t)]$  будем опускать):

$$H_y^p(z) = A_0 \exp(ik_{pz}z); \quad (2)$$

$$E_x^p(z) = \frac{ck_{pz}}{\omega \varepsilon_p(\omega)} H_y^p(z), \quad (3)$$

где  $A_0$  – произвольная постоянная;

$$k_{pz} = -i \sqrt{k_x^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_p(\omega)}. \quad (4)$$

Из условия убывания электромагнитного поля поверхностной волны вглубь плазмоподобной среды необходимо, чтобы подкоренное выражение в формуле (4) было положительным.

Тангенциальные компоненты электромагнитного поля поверхностных волн ТМ-типа в первом слое  $n$ -й ячейки слоисто-периодической структуры ( $n = 1, 2, \dots$ ) имеют следующий вид:

$$H_{1y}^{(n)} = A_1^{(n)} \exp\{ik_{1z}[z - (n-1)d]\} + A_2^{(n)} \exp\{-ik_{1z}[z - (n-1)d]\}; \quad (5)$$

$$E_{1x}^{(n)} = \frac{ck_{1z}}{\omega \varepsilon_1} (A_1^{(n)} \exp\{ik_{1z}[z - (n-1)d]\} - A_2^{(n)} \exp\{-ik_{1z}[z - (n-1)d]\}). \quad (6)$$

Тангенциальные компоненты электромагнитного поля во втором слое  $n$ -й ячейки слоисто-периодической структуры представим в виде

$$H_{2y}^{(n)} = B_1^{(n)} \exp\{ik_{2z}[z - (n-1)d]\} + B_2^{(n)} \exp\{-ik_{2z}[z - (n-1)d]\}; \quad (7)$$

$$E_{2x}^{(n)} = \frac{ck_{2z}}{\omega \varepsilon_2} (B_1^{(n)} \exp\{ik_{2z}[z - (n-1)d]\} - B_2^{(n)} \exp\{-ik_{2z}[z - (n-1)d]\}). \quad (8)$$

В формулах (5)–(8) величины  $A_j^{(n)}$  и  $B_j^{(n)}$  – постоянные коэффициенты,  $j = 1, 2$ . Выражения для поперечных волновых чисел имеют следующий вид:

$$k_{jz} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_j - k_x^2}. \quad (9)$$

Для получения дисперсионного уравнения, описывающего спектр ПЭВ на границе  $z=0$ , воспользуемся методом матрицы распространения [16, 17]. Для этого введем вектор-столбец  $\Psi_{TM}(z)$ , составленный из тангенциальных компонент электромагнитного поля

$$\Psi_{TM}(z) = \begin{Bmatrix} H_y(z) \\ E_x(z) \end{Bmatrix}. \quad (10)$$

Отметим, что этот вектор-столбец непрерывен на каждой границе раздела рассматриваемой структуры.

Из формул (5)–(8) можно показать, что значения  $\Psi_{TM}(z)$  на левой и правой границе первой элементарной ячейки слоисто-периодической структуры связаны между собой соотношением

$$\Psi_{TM}(d) = \mathbf{M}^{(TM)} \Psi_{TM}(0). \quad (11)$$

Здесь  $\mathbf{M}^{(TM)}$  – матрица второго порядка, компоненты которой имеют следующий вид [13, 18]:

$$M_{11}^{(TM)} = \cos(k_{1z}d_1)\cos(k_{2z}d_2) - \frac{\varepsilon_2 k_{1z}}{\varepsilon_1 k_{2z}} \sin(k_{1z}d_1)\sin(k_{2z}d_2); \quad (12)$$

$$M_{12}^{(TM)} = i \frac{\omega}{c} \begin{pmatrix} \frac{\varepsilon_1}{k_{1z}} \sin(k_{1z}d_1)\cos(k_{2z}d_2) \\ + \frac{\varepsilon_2}{k_{2z}} \cos(k_{1z}d_1)\sin(k_{2z}d_2) \end{pmatrix}; \quad (13)$$

$$M_{21}^{(TM)} = i \frac{c}{\omega} \begin{pmatrix} \frac{k_{1z}}{\varepsilon_1} \sin(k_{1z}d_1)\cos(k_{2z}d_2) \\ + \frac{k_{2z}}{\varepsilon_2} \cos(k_{1z}d_1)\sin(k_{2z}d_2) \end{pmatrix}; \quad (14)$$

$$M_{22}^{(TM)} = \cos(k_{1z}d_1)\cos(k_{2z}d_2) - \frac{\varepsilon_1 k_{2z}}{\varepsilon_2 k_{1z}} \sin(k_{1z}d_1)\sin(k_{2z}d_2). \quad (15)$$

Нетрудно убедиться, что определитель матрицы  $\mathbf{M}^{(TM)}$  равен единице. Это означает, что матрица  $\mathbf{M}^{(TM)}$  является унимодулярной и ее собственные числа являются комплексными. При этом произведение собственных чисел матрицы равно единице [18, 19]. Из свойства унимодулярности матрицы  $\mathbf{M}^{(TM)}$  следует, что

$$\mathbf{M}^{(TM)} \Psi_{TM}(0) = \exp(ik_B^{(TM)}d) \Psi_{TM}(0). \quad (16)$$

Здесь  $\exp(ik_B^{(TM)}d)$  – собственное число матрицы  $\mathbf{M}^{(TM)}$ ; величина  $k_B^{(TM)}$  представляет собой блоховское волновое число.

Из выражения (16) находим, что связь между тангенциальными компонентами электрического и магнитного полей на границе слоисто-периодической среды можно представить в двух видах:

$$E_x(0) = \frac{\exp(ik_B^{(TM)}d) - M_{11}^{(TM)}}{M_{12}^{(TM)}} H_y(0); \quad (17)$$

$$E_x(0) = \frac{M_{21}^{(TM)}}{\exp(ik_B^{(TM)}d) - M_{22}^{(TM)}} H_y(0). \quad (18)$$

Из условия эквивалентности уравнений (17) и (18) следует, что блоховское волновое число  $k_B^{(TM)}$  должно удовлетворять следующему уравнению [17–19]:

$$\cos(k_B^{(TM)}d) = (M_{11}^{(TM)} + M_{22}^{(TM)})/2. \quad (19)$$

Необходимо отметить, что ПЭВ существуют при выполнении условия

$$\text{Im}(k_B^{(TM)}) > 0. \quad (20)$$

Дисперсионное уравнение для нахождения спектра ПЭВ находим из условий непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей на границе раздела сред. Так как имеется два альтернативных соотношения (17) и (18) для тангенциальных компонент электромагнитного поля поверхностных волн, то из граничных условий следуют два альтернативных дисперсионных уравнения.

Воспользовавшись выражениями (3) и (17), находим следующее выражение для нахождения спектра ПЭВ

$$\exp(ik_B^{(TM)}d) = M_{11}^{(TM)} + \frac{ck_{pz}}{\omega\varepsilon_p(\omega)} M_{12}^{(TM)}. \quad (21)$$

В то же время из уравнений (3) и (18) находим альтернативное выражение для спектра:

$$\exp(ik_B^{(TM)}d) = M_{22}^{(TM)} + \frac{\omega\varepsilon_p(\omega)}{ck_{pz}} M_{21}^{(TM)}. \quad (22)$$

Так как правые части уравнений (20) и (21) должны быть равны друг другу, то можно представить дисперсионное уравнение в следующем виде:

$$M_{11}^{(TM)} - M_{22}^{(TM)} = \frac{\omega\varepsilon_p(\omega)}{ck_{pz}} M_{21}^{(TM)} - \frac{ck_{pz}}{\omega\varepsilon_p(\omega)} M_{12}^{(TM)}. \quad (23)$$

Это уравнение удобно для анализа спектра ПЭВ, так как оно не содержит  $k_B^{(TM)}$ . При этом, однако, необходимо контролировать, чтобы найденные из уравнения (23) решения удовлетворяли условию (20).

**3. Дисперсионное уравнение для ПЭВ TE-типа.** ПЭВ TE-типа имеют отличные от нуля  $H_x$ ,  $H_z$  и  $E_y$  компоненты электромагнитного поля. Для волн этого типа тангенциальные компоненты электромагнитного поля в плазмоподобной среде имеют следующий вид:

$$E_y^p(z) = A_0 \exp(ik_{pz}z); \quad (24)$$

$$H_x^p(z) = -\frac{ck_{pz}}{\omega} E_y^p(z). \quad (25)$$

Здесь  $A_0$  – произвольная постоянная, величина  $k_{pz}$  определяется уравнением (4).

Тангенциальные компоненты электромагнитного поля поверхностных волн TE-типа в первом слое  $n$ -й ячейки слоисто-периодической структуры ( $n = 1, 2, \dots$ ) можно переписать таким образом:

$$E_{1y}^{(n)} = A_1^{(n)} \exp\{ik_{1z}[z - (n-1)d]\} + A_2^{(n)} \exp\{-ik_{1z}[z - (n-1)d]\}; \quad (26)$$

$$H_{1x}^{(n)} = -\frac{ck_{1z}}{\omega} (A_1^{(n)} \exp\{ik_{1z}[z - (n-1)d]\} - A_2^{(n)} \exp\{-ik_{1z}[z - (n-1)d]\}). \quad (27)$$

Тангенциальные компоненты электромагнитного поля поверхностных волн TE-типа во втором слое  $n$ -й ячейки слоисто-периодической структуры представим в виде

$$E_{2y}^{(n)} = B_1^{(n)} \exp\{ik_{2z}[z - (n-1)d]\} + B_2^{(n)} \exp\{-ik_{2z}[z - (n-1)d]\}; \quad (28)$$

$$H_{2x}^{(n)} = -\frac{ck_{2z}}{\omega} (B_1^{(n)} \exp\{ik_{2z}[z - (n-1)d]\} - B_2^{(n)} \exp\{-ik_{2z}[z - (n-1)d]\}). \quad (29)$$

Величины  $A_j^{(n)}$  и  $B_j^{(n)}$  – постоянные коэффициенты ( $j = 1, 2$ ), поперечные волновые числа  $k_{pz}$  определяются выражением (9).

Для ПЭВ TE-типа введем вектор-столбец  $\Psi_{TE}(z)$  следующего вида

$$\Psi_{TE}(z) = \begin{Bmatrix} E_y(z) \\ H_x(z) \end{Bmatrix}. \quad (30)$$

Из формул (26)–(29) следует, что значения  $\Psi_{TE}(z)$  на левой и правой границе 1-й элементарной ячейки слоисто-периодической структуры связаны между собой соотношением

$$\Psi_{TE}(d) = \mathbf{M}^{(TE)} \Psi_{TE}(0). \quad (31)$$

Компоненты матрицы  $\mathbf{M}^{(TE)}$  имеют следующий вид:

$$M_{11}^{(TE)} = \cos(k_{1z}d_1)\cos(k_{2z}d_2) - \frac{k_{1z}}{k_{2z}} \sin(k_{1z}d_1)\sin(k_{2z}d_2); \quad (32)$$

$$M_{12}^{(TE)} = -i \frac{\omega}{c} \begin{Bmatrix} \frac{1}{k_{1z}} \sin(k_{1z}d_1)\cos(k_{2z}d_2) \\ + \frac{1}{k_{2z}} \cos(k_{1z}d_1)\sin(k_{2z}d_2) \end{Bmatrix}; \quad (33)$$

$$M_{21}^{(TE)} = -i \frac{c}{\omega} \begin{Bmatrix} k_{1z} \sin(k_{1z}d_1)\cos(k_{2z}d_2) \\ + k_{2z} \cos(k_{1z}d_1)\sin(k_{2z}d_2) \end{Bmatrix}; \quad (34)$$

$$M_{22}^{(TE)} = \cos(k_{1z}d_1)\cos(k_{2z}d_2) - \frac{k_{2z}}{k_{1z}} \sin(k_{1z}d_1)\sin(k_{2z}d_2). \quad (35)$$

Матрица  $\mathbf{M}^{(TE)}$  является унимодулярной, поэтому приведено соотношение

$$\mathbf{M}^{(TE)} \Psi_{TE}(0) = \exp(ik_B^{(TE)}d) \Psi_{TE}(0). \quad (36)$$

Здесь  $\exp(ik_B^{(TE)}d)$  – собственное число матрицы  $\mathbf{M}^{(TE)}$ ; величина  $k_B^{(TE)}$  – блоховское волновое число.

Из выражения (36) находим два альтернативных выражения для связи между тангенциальными компонентами электрического и магнитного полей ПЭВ TE-типа:

$$H_x(0) = \frac{\exp(ik_B^{(TE)}d) - M_{11}^{(TE)}}{M_{12}^{(TE)}} E_y(0); \quad (37)$$

$$H_x(0) = \frac{M_{21}^{(TE)}}{\exp(ik_B^{(TE)}d) - M_{22}^{(TE)}} E_y(0). \quad (38)$$

Эквивалентность уравнений (37) и (38) приводит к следующему уравнению для нахождения  $k_B^{(TE)}$ :

$$\cos(k_B^{(TE)}d) = (M_{11}^{(TE)} + M_{22}^{(TE)})/2. \quad (39)$$

ПЭВ удовлетворяют только те решения уравнения (39), для которых  $\text{Im}(k_B^{(TE)}) > 0$ .

Воспользовавшись выражениями (37) и (38), находим два эквивалентных дисперсионных уравнения для ПЭВ TE-типа:

$$\exp(ik_B^{(TE)}d) = M_{11}^{(TE)} - \frac{ck_{pz}}{\omega} M_{12}^{(TE)}; \quad (40)$$

$$\exp(ik_B^{(TE)}d) = M_{22}^{(TE)} - \frac{\omega}{ck_{pz}} M_{21}^{(TE)}. \quad (41)$$

Исключая из уравнений (40) и (41) зависимость от  $k_B^{(TE)}$ , получим следующее дисперсионное уравнение для ПЭВ  $TE$ -типа:

$$M_{11}^{(TE)} - M_{22}^{(TE)} = \frac{ck_{pz}}{\omega} M_{12}^{(TE)} - \frac{\omega}{ck_{pz}} M_{21}^{(TE)}. \quad (42)$$

В разд. 4 и 5 мы приведем спектры ПЭВ  $TM$ - и  $TE$ -типа в случае, когда элементарная ячейка слоисто-периодической структуры состоит из таких широко используемых в электронике материалов, как кварц ( $\varepsilon = 4,56$ ) и тефлон ( $\varepsilon = 2,04$ ). Основное внимание уделим исследованию эволюции спектра ПЭВ при изменении толщин кварца и тефлона, а также при изменении взаимного расположения диэлектрических слоев в элементарной ячейке. При этом мы будем считать, что размер элементарной ячейки является фиксированным. Мы полагаем, что диэлектрическая проницаемость кристаллической решетки плазмopodobной среды довольно велика ( $\varepsilon_0 = 16$ ). Такое значение  $\varepsilon_0$  характерно для полупроводниковой плазмы. Для того чтобы численные расчеты не зависели от конкретных значений концентрации и эффективной массы электронов плазмopodobной среды, мы использовали безразмерные величины – частоту  $\xi$ , волновое число  $\zeta$  и толщины слоев элементарной ячейки слоисто-периодической среды  $\delta_{1,2}$ :

$$\xi = \frac{\omega}{\omega_p}; \quad \zeta = \frac{ck_x}{\omega_p}; \quad \delta_{1,2} = d_{1,2} \frac{\omega_p}{c}. \quad (43)$$

Далее будем исследовать зависимости  $\xi$  от  $\zeta$  при различных значениях величин  $\delta_{1,2}$ .

**4. Спектр ПЭВ  $TM$ -типа.** Пусть размер элементарной ячейки слоисто-периодической среды  $\delta = \delta_1 + \delta_2$  равен фиксированному значению  $\delta = 6,0$ . При этом соотношение между величинами  $\delta_1$  и  $\delta_2$  будем считать произвольным. Кроме того, мы будем изменять порядок чередования диэлектрических слоев в элементарной ячейке слоисто-периодической среды.

На рис. 2–4 приведен спектр ПЭВ  $TM$ -типа для  $\delta = 6,0$  при различных значениях  $\delta_1$  и  $\delta_2$ . Рис. 2 соответствует  $\delta_1 = 1,0$ ,  $\delta_2 = 5,0$ ; рис. 3 –  $\delta_1 = 3,0$ ,  $\delta_2 = 3,0$ ; рис. 4 –  $\delta_1 = 5,0$ ,  $\delta_2 = 1,0$ . Сплошным жирным линиям на рис. 2–4 (обозначенным цифрами без штриха) соответствуют дисперсионные кривые для случая, когда с плазмopodobной средой граничит слой с большей диэлектрической проницаемостью ( $\varepsilon_1 = 4,56$ ,  $\varepsilon_2 = 2,04$ ). Жирные штриховые линии на этих рисунках (они отмечены цифрами со штрихом) – это дисперсионные кривые для противоположно-

го случая, когда с плазмopodobной средой граничит слой с меньшей диэлектрической проницаемостью ( $\varepsilon_1 = 2,04$ ,  $\varepsilon_2 = 4,56$ ). Пунктирные кривые на рис. 2–4 обозначают границы запрещенных зон слоисто-периодической структуры в случае, когда  $\varepsilon_1 = 4,56$  и  $\varepsilon_2 = 2,04$ . Штрихпунктирные линии соответствуют границам запрещенных зон слоисто-периодической структуры в противоположном случае, когда  $\varepsilon_1 = 2,04$  и  $\varepsilon_2 = 4,56$ . Существенно, что при  $\delta_1 = \delta_2$  (рис. 3) положение границ запрещенных зон не зависит от порядка чередования диэлектрических слоев в элементарной ячейке слоисто-периодической структуры. Штриховая линия  $k_{pz} = 0$  определяет верхнюю границу существования ПЭВ по частоте. Все дисперсионные кривые на рис. 2–4 расположены в запрещенных зонах слоисто-периодической структуры. Номер моды ПЭВ соответствует номеру запрещенной зоны. Полые кружки на дисперсионных кривых располагаются на граничных линиях и соответствуют делокализации электромагнитного поля поверхностной волны.

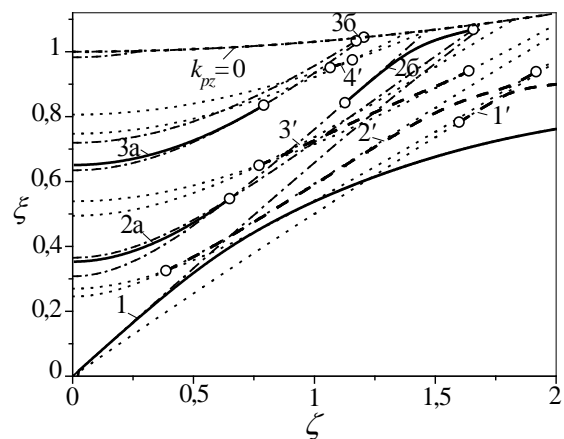


Рис. 2. Спектр ПЭВ  $TM$ -типа при  $\delta_1 = 1,0$ ,  $\delta_2 = 5,0$

Рассмотрим вначале случай  $\varepsilon_1 > \varepsilon_2$ , когда с плазмopodobной средой граничит слой с большей диэлектрической проницаемостью (жирные сплошные линии на рис. 2–4). Самая нижняя низкочастотная ветвь спектра (кривая 1) представляет собой аналог ПЭВ на границе плазмopodobная среда – однородный диэлектрик. Эта ветвь начинается в начале системы координат, идет правее линии  $k_{z2} = 0$ , а затем асимптотически приближается к частоте поверхностного плазмона  $\xi_{sp} = \sqrt{\varepsilon_0 / (\varepsilon_0 + \varepsilon_1)}$ . С увеличением вклада первого слоя в элементарную ячейку (с увеличением толщины первого слоя и соответствующем уменьшении толщины второго слоя для сохранения постоянного значения толщины элементарной ячейки) самая нижняя ветвь спектра смеща-

ется в область более низких частот. Наиболее отчетливо этот эффект проявляется при малых значениях  $\zeta$ . Таким образом, мы можем изменять частоту 1-й моды ПЭВ путем изменения соотношения между толщинами диэлектрических слоев элементарной ячейки.

Из рис. 2–4 видно, что в спектре ПЭВ существуют также и другие, более высокочастотные моды. Они могут начинаться или на линии  $\zeta = 0$ , или на границах запрещенных зон. Поверхностные моды первого типа содержат нулевое волновое число. Это означает, что они могут существовать в виде поверхностных электромагнитных состояний, не переносящих энергию вдоль границы [6, 13]. На рис. 2 и 3 первому типу поверхностных мод соответствуют кривые 2а (они оканчиваются в точках, в которых вторая запрещенная зона имеет нулевую ширину) и кривые 3а (точки их окончания лежат на нижней границе третьей запрещенной зоны). Поверхностные моды второго типа существуют лишь при конечных значениях продольного волнового числа. Во второй запрещенной зоне – это мода 2б, а в третьей запрещенной зоне – мода 3б (рис. 2, 3).

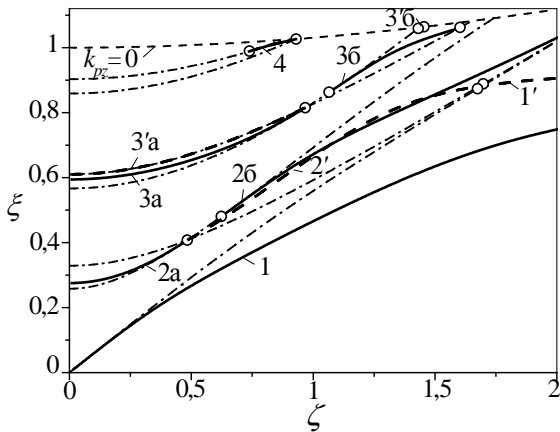


Рис. 3. Спектр ПЭВ *TM*-типа при  $\delta_1 = 3,0, \delta_2 = 3,0$

Таким образом, лишь в первой запрещенной зоне поверхностные волны существуют при всех значениях продольного волнового числа. В высших запрещенных зонах спектр ПЭВ является разрывным, так как ПЭВ существуют в лишь ограниченных интервалах частот и продольных волновых векторов.

С увеличением толщины первого слоя с большей диэлектрической проницаемостью границы запрещенных зон смещаются в область меньших частот, а число запрещенных зон, лежащих ниже граничной линии  $k_{pz} = 0$ , увеличивается. Это означает, что с увеличением толщины первого слоя с большей диэлектрической проницаемостью увеличивается число поверхностных

мод ПЭВ. Так, на рис. 4 имеются две дополнительные моды 4а и 4б. Кроме того, необходимо отметить, что с увеличением толщины первого слоя поверхностные моды первого типа оканчиваются не в точках нулевой запрещенной зоны, а на нижней границе соответствующих запрещенных зон (кривые 2а, 3а и 4а на рис. 4). При этом поверхностные моды второго типа начинаются в точках нулевой запрещенной зоны (кривые 2б, 3б и 4б на рис. 4).

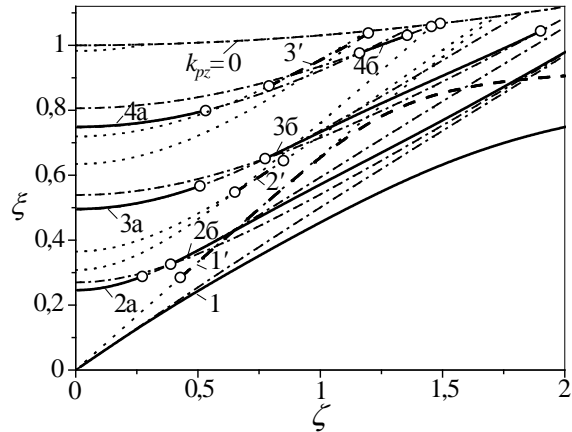


Рис. 4. Спектр ПЭВ *TM*-типа при  $\delta_1 = 5,0, \delta_2 = 1,0$

Рассмотрим теперь противоположный случай  $\epsilon_1 < \epsilon_2$ , когда с плазмopodobной средой граничит слой с меньшей диэлектрической проницаемостью (жирные штриховые линии на рис. 2–4). В этом случае, как следует из рис. 2–4, спектр ПЭВ существенно изменяется. Практически все поверхностные волны являются модами второго типа. Это означает, что они не содержат нулевого волнового числа. Исключение составляет лишь одна поверхностная мода 3'а, начинающаяся на линии  $\zeta = 0$ .

Если первый слой является тонким (рис. 2), то основную часть элементарной ячейки составляет слой с большей диэлектрической проницаемостью. При этом число поверхностных мод является максимальным (моды 1'–4'). Существенно, что основная мода ПЭВ (мода 1') начинается на границе первой запрещенной зоны, т. е. она имеет низкочастотную щель непроницаемости. Отметим также, что моды 2' и 3' начинаются в точках нулевой запрещенной зоны, а заканчиваются на нижних границах соответствующих запрещенных зон. Мода 4' начинается на верхней границе четвертой запрещенной зоны, а заканчивается в точке нулевой запрещенной зоны.

С увеличением толщины первого слоя доля второго слоя в элементарной ячейке уменьшается. При этом границы запрещенных зон смещаются в область более высоких частот и

уменьшается количество запрещенных зон, лежащих ниже граничной линии  $k_{pz} = 0$ . Следовательно, с увеличением толщины первого слоя число поверхностных мод уменьшается. Так, на рис. 4 число поверхностных мод на единицу меньше, чем на рис. 2. Отметим также, что с увеличением толщины первого слоя точка начала поверхностной моды 1' смещается в область более низких частот. Это приводит к уменьшению низкочастотной области непропускания 1-й основной моды поверхностных волн.

Таким образом, при фиксированной толщине двухслойной элементарной ячейки слоисто-периодической структуры можно изменять число мод, положение запрещенных зон и условия существования различных типов *TM*-поляризованных поверхностных волн. Этого можно достичь путем выбора взаимного расположения и толщин диэлектрических слоев элементарной ячейки. Параметры слоя с большей диэлектрической проницаемостью оказывают определяющее влияние на модовый состав и условия существования поверхностных волн. Толщина слоя с большей диэлектрической проницаемостью определяет количество поверхностных мод. Размещение слоя с большей диэлектрической проницаемостью в элементарной ячейке существенно влияет на условия возникновения поверхностных мод с нулевым волновым числом.

**5. Спектр ПЭВ *TE*-типа.** Будем считать, что безразмерная толщина элементарной ячейки слоисто-периодической среды равна тому же значению  $\delta = 6,0$ , которое использовалось при исследовании спектра *TM*-поляризованных ПЭВ. Как и в разд. 4, мы рассмотрим три случая: 1 –  $\delta_1 = 1,0$ ,  $\delta_2 = 5,0$  (рис. 5); 2 –  $\delta_1 = 3,0$ ,  $\delta_2 = 3,0$  (рис. 6); 3 –  $\delta_1 = 5,0$ ,  $\delta_2 = 1,0$  (рис. 7).

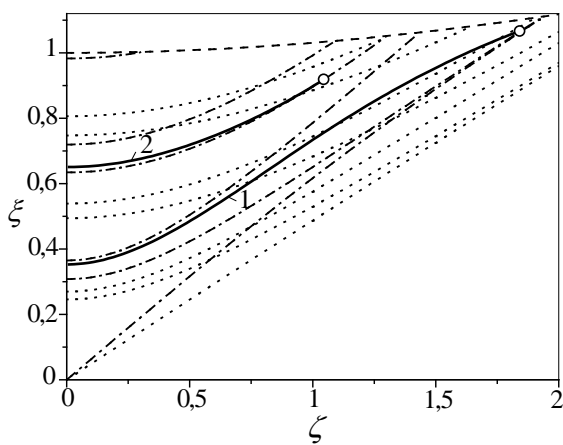


Рис. 5. Спектр ПЭВ *TE*-типа при  $\delta_1 = 1,0$ ,  $\delta_2 = 5,0$

Типы линий на рис. 5–7 соответствуют типам линий, используемым на рис. 2–4. Номер

моды ПЭВ на единицу меньше номера запрещенной зоны слоисто-периодической структуры. Это связано с тем, в первой запрещенной зоне ПЭВ *TE*-типа отсутствуют.

Отметим, что *TE*- и *TM*-поляризованные электромагнитные состояния имеют одинаковые частоты. Значит, поверхностные электромагнитные моды *TE*-типа, имеющие нулевое тангенциальное волновое число, начинаются на линии  $\zeta = 0$  в тех же точках, что и поверхностные электромагнитные моды *TM*-типа.

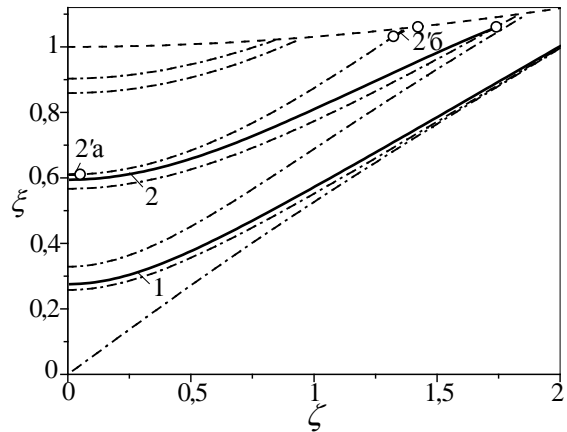


Рис. 6. Спектр ПЭВ *TE*-типа при  $\delta_1 = 3,0$ ,  $\delta_2 = 3,0$

Анализ спектра ПЭВ *TE*-типа мы начнем со случая, когда с плазмоподобной средой граничит диэлектрический слой с большей диэлектрической проницаемостью.

Из рис. 5–7 видно, что в высших запрещенных зонах слоисто-периодической структуры существуют лишь поверхностные моды первого типа (дисперсионные кривые 1 и 2). Они начинаются на линии  $\zeta = 0$ , а заканчиваются на нижней границе соответствующих запрещенных зон. С увеличением толщины первого слоя (рис. 6, 7) запрещенные зоны смещаются в низкочастотную область. При этом увеличивается число запрещенных зон в области существования ПЭВ. В результате число поверхностных мод возрастает (дисперсионные кривые 1–3 на рис. 7).

Пусть теперь  $\epsilon_1 < \epsilon_2$ , т. е. с плазмоподобной средой граничит слой с меньшей диэлектрической проницаемостью (жирные штриховые линии на рис. 5–7). Этот случай является неблагоприятным для распространения ПЭВ. Поверхностные моды возникают лишь тогда, когда толщина первого слоя превосходит некоторое критическое значение. Так, например, при  $\delta_1 = 1,0$ ,  $\delta_2 = 5,0$  (рис. 5) ПЭВ отсутствуют. При  $\delta_1 = \delta_2 = 3,0$  (рис. 6) имеется лишь одна мода ПЭВ, состоящая из двух ветвей 2'а и 2'б со щелью между ними. Наконец, в случае, когда тол-

шина первого слоя много больше толщины второго слоя имеются две поверхностные моды (кривые 1' и 2' на рис. 7) вблизи верхней границы существования поверхностных волн.

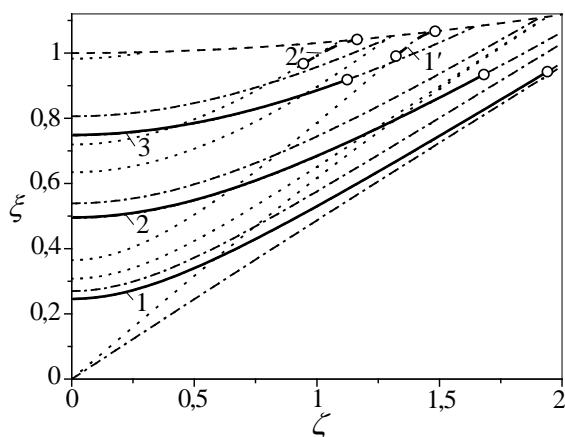


Рис. 7. Спектр ПЭВ  $TE$ -типа при  $\delta_1 = 5,0$ ,  $\delta_2 = 1,0$

Таким образом, наиболее благоприятная ситуация для возникновения ПЭВ  $TE$ -типа реализуется тогда, когда с плазмоподобной средой граничит диэлектрический слой с большей проницаемостью. В этом случае поверхностные электромагнитные моды существуют в широкой области частот при произвольном соотношении между толщинами слоев. Если, при этом, толщина первого слоя превосходит толщину второго слоя, имеющего меньшую диэлектрическую проницаемость, то число поверхностных мод будет наибольшим.

**Выводы.** Теоретически исследованы ПЭВ в плазмоподобной среде, граничащей со слоисто-периодической диэлектрической структурой. Изучены спектры ПЭВ  $TM$ - и  $TE$ -типа с учетом частотной дисперсии плазмоподобной среды. Основное внимание уделено исследованию влияния структуры элементарной ячейки слоисто-периодической структуры на дисперсионные свойства ПЭВ. Показано, что при фиксированной толщине элементарной ячейки слоисто-периодической структуры важную роль играет взаимное расположение диэлектрических слоев и соотношение их толщин. Найдено, что выбором расположения диэлектрических слоев и выбором их толщин мы можем управлять спектром ПЭВ. Расположение слоя с большей диэлектрической проницаемостью вблизи плазмоподобной среды приводит к увеличению числа поверхностных мод и расширению частотного диапазона, в которых они существуют.

Исследованные нами явления могут быть использованы для создания различного рода приборов микро- и наноэлектроники в широкой об-

ласти частот – от терагерцевой до оптической. Кроме того, полученные результаты могут быть использованы для бесконтактной диагностики параметров граничащих сред.

#### Библиографический список

1. *Surface polaritons: Electromagnetic waves at surfaces and interfaces* / eds. V. M. Agranovich, D. L. Mills. – Amsterdam: North-Holland, 1982. – 718 p.
2. *Дмитрук Н. Л. Поверхностные поляритоны в полупроводниках и диэлектриках* / Н. Л. Дмитрук, В. Г. Литовченко, В. Л. Стрижевский. – К.: Наук. думка, 1989. – 376 с.
3. *Yariv A. Optical waves in Crystals* / A. Yariv, P. Yeh. – N. Y.: Wiley, 1984. – 608 p.
4. *Surface state peculiarities in one-dimensional photonic crystal interfaces* / A. P. Vinogradov, A. V. Dorofeenko, S. G. Erokhin et al. // *Phys. Rev. B.* – 2006. – 74, N 4. – 045128 (8 p.).
5. *Optical Tamm States in One-Dimensional Magnetophotonic Structures* / T. Goto, A. V. Dorofeenko, A. M. Merzlikin et al. // *Phys. Rev. Lett.* – 2008. – 101, N 11. – 113902 (3 p.).
6. *Поверхностные состояния в фотонных кристаллах* / А. П. Виноградов, А. В. Дорофеев, А. М. Мерзлик, А. А. Лисянский // *Успехи физ. наук.* – 2010. – 180, вып. 3. – С. 249–263.
7. *The mmW band Tamm states in one-dimensional magnetophotonic crystals* / S. I. Tarapov, M. K. Khodzitskiy, S. V. Chernovtsev et al. // *Solid State Phenomena.* – 2009. – 152–153. – P. 394–396.
8. *Bass F. G. High-frequency phenomena in semiconductor superlattices* / F. G. Bass, A. P. Tetervov // *Phys. Rep.* – 1986. – 140, N 5. – P. 237–322.
9. *Tamm plasmon-polaritons: Possible electromagnetic states at the interface of a metal and a dielectric Bragg mirror* / M. Kaliteevski, I. Iorsh, S. Brand et al. // *Phys. Rev. B.* – 2007. – 76, N 16. – 165415 (5 p.).
10. *Tamm plasmon polaritons: Slow and spatially compact light* / M. E. Sasin, R. P. Seisyan, M. A. Kaliteevski et al. // *Appl. Phys. Lett.* – 2008. – 92, N 25. – 251112 (3 p.).
11. *Tamm plasmon-polaritons: First experimental observation* / M. E. Sasin, R. P. Seisyan, M. A. Kaliteevski et al. // *Superlattices and Microstructures.* – 2010. – 47, N 1. – P. 44–49.
12. *Belozorov D. P. Tamm states in magnetophotonic crystals and permittivity of wire medium* / D. P. Belozorov, M. K. Khodzitskiy, S. I. Tarapov // *J. Phys. D.: Appl. Phys.* – 2009. – 42, N 5. – 055003 (5 p.).
13. *Аверков Ю. О. Зависимость частот поверхностных электромагнитных состояний в фотонных кристаллах от параметров двухслойной диэлектрической элементарной ячейки* / Ю. О. Аверков, Н. Н. Белецкий, В. М. Яковенко // *Радиофизика и электрон.* – 2011. – 2(16), № 2. – С. 40–47.
14. *Yariv A. Photonics: Optical Electronics in Modern Communications* / A. Yariv, P. Yeh. – 6<sup>th</sup> ed. – N. Y.: Oxford University Press, 2007. – 836 p.
15. *Maier S. A. Plasmonics: Fundamentals and Applications* / S. A. Maier. – N. Y.: Springer-Verlag Berlin, 2007. – 234 p.
16. *Demers J.-G. S. Propagation matrix formalism and efficient linear potential solution to Schrodinger's equation heights* / J.-G. S. Demers, R. Maciejko // *J. Appl. Phys.* – 2001. – 90, N 12. – P. 6120–6129.
17. *Magnetoresistance of magnetic tunnel junctions with low barrier heights* / N. N. Beletskii, G. P. Berman, S. A. Borysenko et al. // *J. Appl. Phys.* – 2007. – 101, N 7. – 074305 (7 p.).
18. *Басс Ф. Г. Высоочастотные свойства полупроводников со сверхрешеткой* / Ф. Г. Басс, А. А. Булгаков, А. П. Тетервов. – М.: Наука, 1989. – 288 с.
19. *Yeh P. Electromagnetic propagation in periodic stratified media. I. General theory* / P. Yeh, A. Yariv, Chi-Shain Hong // *J. Opt. Soc. Am.* – 1977. – 67, N 4. – P. 423–438.

Рукопись поступила 17.11.2011



Yu. O. Averkov, N. N. Beletskii,  
V. M. Yakovenko

### SURFACE ELECTROMAGNETIC WAVES IN PLASMA-LIKE MEDIUM BORDERING ON A PERIODIC LAYERED STRUCTURE

In this paper, we present the theoretical analysis of dispersion properties of the surface electromagnetic waves (SEMWs) of *TM*- and *TE*-types propagating at the interface between a photonic crystal and a plasma-like medium. It was assumed that an elementary cell of the photonic crystal is composed of two different non-magnetic dielectrics. The change of the trend of the SEMWs dispersion curves with the configuration of the elementary cell has been studied. We suppose that the width of the elementary cell is constant while the relationship between the widths of the dielectric layers of the elementary cell can be changed. We have shown that the layer sequence in the elementary cell and the relationship of their widths exert a significant influence on the dispersion properties of the SEMWs. It has been established that in the case where the dielectric layer with the highest dielectric constant borders on the plasma-like medium the SEMWs exist in the wide frequency range at an arbitrary relationship between the layers widths. The considered structures can be used for up-to-date applications of nanoelectronics.

**Key words:** periodic layered structure, plasma-like medium, surface electromagnetic waves, surface electromagnetic states.

Ю. О. Аверков, М. М. Білецький,  
В. М. Яковенко

### ПОВЕРХНЕВІ ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ ХВИЛІ У ПЛАЗМОПОДІБНОМУ СЕРЕДОВИЩІ, ЩО МЕЖУЄ ІЗ ШАРУВАТО-ПЕРІОДИЧНОЮ СТРУКТУРОЮ

Теоретично досліджено поверхневі електромагнітні хвилі на межі розділу плазмподібного середовища та шарувато-періодичної структури з елементарною коміркою, яка складається з двох різних немагнітних діелектриків. Вивчено дисперсійні властивості поверхневих *TM*- та *TE*-електромагнітних хвиль залежно від конфігурації елементарної комірки шарувато-періодичної структури. Показано, що взаємне розташування і товщина діелектричних шарів в елементарній комірці суттєво впливає на число поверхневих електромагнітних мод, особливості їх спектра та умови їх існування.

**Ключові слова:** шарувато-періодична структура, плазмподібне середовище, поверхневі електромагнітні хвилі, поверхневі електромагнітні стани.