

В. М. Фітьо¹, І. Я. Яремчук¹, Я. В. Бобицький^{1,2}

¹Національний університет «Львівська політехніка»

12, вул. С. Бандери, Львів, 79013, Україна

E-mail: polyana@polynet.lviv.ua

²Інститут техніки Жешувського університету

16^б, вул. Рейтана, Жешув, 35959, Польща

ТОЧНІСТЬ АНАЛІЗУ ОПТИЧНОЇ ДИФРАКЦІЇ НА РЕЛЬЄФНИХ ГРАТКАХ МЕТОДОМ ЗВ'ЯЗАНИХ ХВИЛЬ

Досліджено збіжність методу зв'язаних хвиль для аналізу дифракції на деяких рельєфних ґратках в оптичному та ближньому інфрачервоному діапазонах для певних довжин хвиль. Показано, що для металічних ґраток з вузькими щілинами (прямокутний рельєф) у випадку дифракції хвиль TE -поляризації за наявності резонансу залежність пропускання від кількості використаних зв'язаних хвиль монотонно прямує до певного значення з похибкою $O\left(\frac{1}{N^3}\right)$, а для хвиль TM -поляризації – з похибкою, яка осцилює відносно асимптотичного значення в межах $\pm O\left(\frac{1}{N^2}\right)$. Похибки в коефіцієнті пропускання при використанні 101 зв'язаної хвилі складає менше ніж 0,001 для хвиль TE -поляризації і 0,005 для TM -поляризації. Якщо маємо прямокутну діелектричну рельєфну ґратку, то похибка для обох поляризацій монотонно зменшується за виразом $O\left(\frac{1}{N^3}\right)$, проте наявні деякі незначні відхилення від цієї кривої. Похибки обчислення при $N = 101$ для хвиль TE - і TM -поляризації, відповідно, менші ніж 10^{-5} і 10^{-3} . Якщо діелектрична проникність середовища ґратки міняється за косинусоїдальним законом, то дифракційна ефективність з ростом кількості зв'язаних хвиль дуже швидко прямує до асимптотичного значення. Л. 7. Табл. 1. Бібліогр.: 18 назв.

Ключові слова: дифракція, метод зв'язаних хвиль, рельєфна ґратка, точність розв'язку.

Метод зв'язаних хвиль (МЗХ, у англомовній науковій літературі цей метод називається *Rigorous coupled-wave analysis (RCWA)*) набув широкого поширення в аналізі дифракції на різноманітних періодичних структурах: об'ємні голографічні ґратки [1], рельєфні, в тому числі металізовані ґратки [2], металічні ґратки з прямокутним рельєфом [3], фотонні кристали [4, 5], ґратки Брегга на оптичних волокнах [6]. У цьому методі рівняння Максвелла

$$\begin{cases} \operatorname{rot} \mathbf{E} = -i\mu_2 \frac{\omega}{c} \mathbf{H}, \\ \operatorname{rot} \mathbf{H} = -i\varepsilon_2 \frac{\omega}{c} \mathbf{E} \end{cases}$$

замінюються еквівалентною системою лінійних диференціальних рівнянь з постійними чи змінними коефіцієнтами [3, 7], причому відповідна квадратна матриця (\mathbf{V}_e для хвиль TE -поляризації та \mathbf{V}_m , відповідно, для хвиль TM -поляризації) є нескінченно вимірною. Для отримання розв'язку числовими методами проводять обрізання нескінченно вимірної системи диференціальних рівнянь до розмірності N такої величини, щоб можна отримати числовий розв'язок задовільної точності.

Проблемі точності аналізу оптичної дифракції МЗХ присвячено відносно невелику кількість робіт, серед яких можна відзначити [8–11].

Так, у роботі [8] приведено твердження без якогось теоретичного доведення чи як наслідок числових експериментів, що похибка аналізу для хвиль

TE -поляризації пропорційна $O\left(\frac{1}{N^3}\right)$, відповідно, для

хвиль TM -поляризації – $O\left(\frac{1}{N^2}\right)$. В роботах [9, 10]

наведено детальне обґрунтування оцінки точності аналізу для різних типів ґраток в НВЧ-діапазоні. Якщо ці оцінки можна використати для оптичної дифракції на діелектричних ґратках, то для металічних ґраток в оптичному діапазоні потрібно провести додаткові числові експерименти, оскільки діелектричні проникності металу в оптичному та в НВЧ-діапазонах суттєво якісно та кількісно відрізняються. У роботі [11] вказано без всякого теоретичного чи експериментального (числові експерименти) обґрунтування, що для отримання задовільної точності аналізу дифракції на металевій ґратці зі щілинами, в якій може виникнути аномально високе пропускання, достатньо використати 150–200 зв'язаних хвиль.

Але з усіх літературних джерел впливає, що при рості числа використаних зв'язаних хвиль розв'язок асимптотично прямує до точного розв'язку, або іншими словами: прямує до постійної величини [9–11]. Враховуючи, що час аналізу швидко зростає нелінійно зі збільшенням N [12], то визначення необхідної кількості зв'язаних

хвиль для досягнення заданої точності є важливою задачею.

Найпростіше оцінку точності числового аналізу можна здійснити за величиною дифракційної ефективності того чи іншого порядку дифракції на ґратці в залежності від кількості врахованих при аналізі зв'язаних хвиль. Проте, на наш погляд, більш фундаментально оцінити точність аналізу можна по залежності розподілу поля в ґратці від числа N . Але такий підхід досить складний, і для більшості практичних ситуацій достатньо знати, як прямує до точного значення дифракційна ефективність нижчих порядків дифракції. Оцінку точності також можна одержати на основі залежності власних чисел μ чи $-i\sqrt{\mu}$ матриць \mathbf{V}_e та \mathbf{V}_m від кількості зв'язаних хвиль, використаних при аналізі. Особливо така оцінка зручна для дифракції хвиль на металевих ґратках з вузькими щілинами.

Можна допустити, що значення дифракційної ефективності може по-різному прямувати для різних типів ґраток: металеві ґратки з діелектричними щілинами, в яких можуть виникати резонансні явища [11], рельєфні діелектричні ґратки, в яких діелектрична проникність в залежності від координати x описується періодичною функцією зі скінченими розривами, та діелектричні ґратки, в яких діелектрична стала залежить неперервно від x (наприклад, об'ємні голографічні ґратки). Слід також допустити, що по-різному може прямувати дифракційна ефективність до точного значення в залежності від числа зв'язаних хвиль N при дифракції хвиль різної поляризації. Це зв'язано з тим, що коли залежність діелектричної проникності ґратки має розрив, то складова напруженості поля в ґратці, яка паралельна до межі однорідного і неоднорідного середовищ, для хвиль TM -поляризації матиме також розрив, і цей розрив відсутній для дифракції хвиль TE -поляризації на такій же ґратці.

Отже, метою нашої роботи є дослідження збіжності числового аналізу МЗХ дифракції оптичних хвиль на деяких типах дифракційних ґраток.

Слід зауважити, що в наших числових експериментах при усіх розрахунках контролювався закон збереження енергії. Показано, що в МЗХ для ґраток без втрат, незалежно від кількості використаних зв'язаних хвиль, сума всіх дифракційних ефективностей дорівнює одиниці [13]. В наших числових експериментах для діелектричних ґраток завжди контролювалась сума всіх дифракційних ефективностей і її відхилення від одиниці за рахунок заокруглень числового процесу було менше ніж 10^{-6} . Для металічних ґраток перевірка на закон збереження енергії проводи-

лась, нехтуючи уявною частиною діелектричної проникності металу. У цьому випадку втрати у ґратці відсутні. Перед аналізом металічних ґраток з втратами налаштування комп'ютерної програми проводилось так, щоб при нульовій уявній частині проникності сума всіх дифракційних ефективностей відрізнялась від одиниці менше ніж на 10^{-6} .

1. Дифракція на прямокутних металевих ґратках. Спочатку наведемо результати дослідження металевої ґратки з вузькими щілинами постійної ширини, яка відображена на рис. 1. Така ґратка за певних умов може мати аномально високе пропускання, навіть якщо ширина щілини a набагато менше періоду Λ , яка в свою чергу повинна бути меншою довжини хвилі λ .

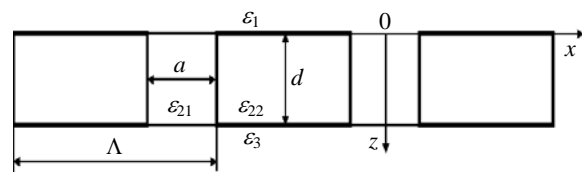


Рис. 1. Металева ґратка з вузькими щілинами

На даному рисунку ϵ_1 та ϵ_3 , відповідно, діелектричні проникності першого та третього однорідних середовищ, і які дорівнюють 1; ϵ_{21} – діелектрична проникність матеріалу, що заповнює щілину, і яка дорівнює 1 та 9, відповідно, для хвиль TM - та TE -поляризації. Ширина щілини a дорівнює 0,26 мкм для TE -поляризації і 0,143 мкм для TM -поляризації. Період ґратки складає 1 мкм. Аналіз проводився для $\lambda = 1,5$ мкм та $\Lambda = 1$ мкм.

Спектральна залежність діелектричної проникності металу (срібло) визначається наступним аналітичним виразом [11, 14]: $\epsilon = 4 - 54\lambda^2 + i\lambda(0,38 + 0,71\lambda^2)$, отже, ϵ_{22} на довжині хвилі $\lambda = 1,5$ мкм дорівнює: $-117,50 + i2,966$.

На рис. 2 наведені розрахункові залежності коефіцієнта пропускання від використаного числа зв'язаних хвиль N при числовому аналізі, товщина ґратки для TE -поляризації складає 0,17 мкм, а для TM -поляризації – 0,44 мкм. Товщини ґраток для обох випадків поляризації підібрані таким чином, що поширення енергії через щілини проходить в режимі, близькому до резонансу, що забезпечує достатньо високий коефіцієнт пропускання ґраток, 0,532 і 0,539 відповідно для хвиль TE - та TM -поляризації. У даному випадку під коефіцієнтом пропускання T розуміємо відношення інтенсивності плоскої хвилі, що пройшла через ґратку, до інтенсивності плоскої хвилі, що падає на ґратку. Для цих числових експериментів падіння плоскої хвилі на ґратку є нормальним.

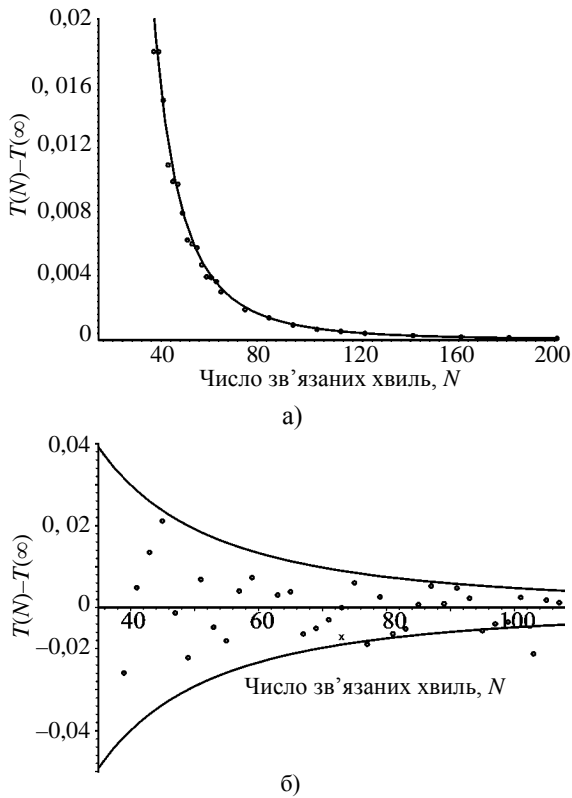


Рис. 2. Залежність різниці коефіцієнтів пропускання $T(N) - T(\infty)$ металеві гратки від числа N врахованих зв'язаних хвиль; точки – результат розрахунку, неперервні криві – апроксимаційні криві: а) – TE -поляризація; б) – TM -поляризація

Для хвиль TE -поляризації розрахункові точки добре лягають на апроксимаційну криву у відповідності до аналітичного виразу $T(N) - T(\infty) = 733/N^3$. Для хвиль TM -поляризації ситуація складніша, і криві аналогічних залежностей мають дещо інший вигляд. Майже всі розрахункові точки розміщуються між апроксимаційними кривими, які описуються такими аналітичними виразами: $T(N) - T(\infty) = \pm 54/N^2$. Проте бачимо, що деякі точки виходять за межі цих кривих. Це можна пояснити так: для хвиль TM -поляризації серед власних значень матриці \mathbf{V}_m є такі, що $\beta = -i\sqrt{\mu}$ представляє собою комплексне число з достатньо великою дійсною частиною та малою уявною частиною (наприклад, при наших даних $-i\sqrt{\mu} = 67,4 - i0,878 \text{ мкм}^{-1}$ при $N = 99$), причому ця постійна поширення дещо різко міняється при збільшенні N на одиницю, і для деяких N може виникнути «неправдивий резонанс» в щілині ґратки, що призводить до різкої зміни коефіцієнта пропускання. Така ситуація виникає для $N = 103$, внаслідок чого розрахункова точка випадає за границі обмежуючих кривих. Вплив «неправдивого резонансу» при числовому аналізі в щілині суттєво зменшується за рахунок відносно великої

уявної частини даної постійної поширення, якщо значно збільшити товщину ґратки, наприклад до 10,3 мкм, залишаючи решту параметрів періодичної структури без змін. Для цієї товщини коефіцієнт пропускання $T(\infty) = 0,563$. Розподіл розрахункових точок в залежності від N вже має більш регулярний характер, що демонструє рис. 3. Причому розміщення точок відносно кривої, яка описується функцією $0,563 - 433/N^3$, має осцилюючий характер, а величина осциляцій зменшується з ростом N , і криві, що обмежують осциляції для даної конкретної ґратки, описуються виразом $0,563 \pm 45,4/N^2$. Зазначимо, що період осциляцій складає 14. Це пов'язано з тим, що відношення ширини щілини $a = 0,143 \text{ мкм}$ до періоду ґратки $\Lambda = 1 \text{ мкм}$ складає $1/7$ і, отже, 7 послідовних коефіцієнтів ряду Фур'є розкладу діелектричної сталі мають один знак, а наступні члени – протилежний.

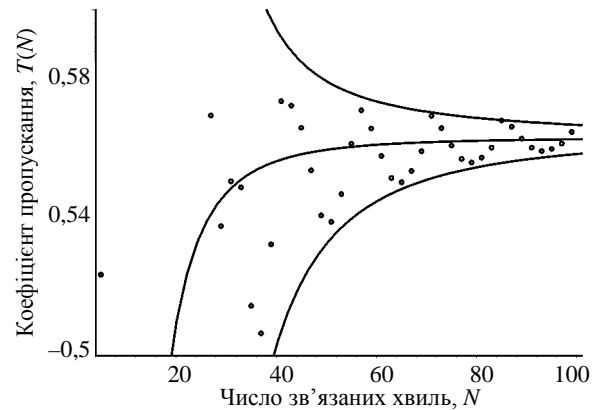


Рис. 3. Залежність коефіцієнта пропускання $T(N)$ металеві гратки від числа N врахованих зв'язаних хвиль для хвиль TM -поляризації, товщина ґратки 10,3 мкм: точки – результат розрахунку, неперервна крива – апроксимаційна крива

По-різному себе поведуть постійні поширення $\beta = -i\sqrt{\mu}$ для обох поляризацій, які відповідалі за високе проходження енергії через щілину ґратки, в залежності від N . Параметри ґраток підібрані таким чином, що лише одна постійна поширення (для кожної поляризації) має дуже малу уявну частину, що забезпечує мале поглинання в щілині. Слід зауважити, що $\beta(\infty)$ можна досить точно визначити незалежно на основі хвилеводного ефекту в планарному хвилеводі [15], який складається з діелектричного шару товщиною a між плоскими металевими поверхнями.

На рис. 4 наведені ці залежності. Бачимо, що $\text{Re}[\beta(N)]$ для обох поляризацій міняється подібним чином, як і коефіцієнт пропускання від N . Для TE -поляризації $\text{Re}[\beta(N)]$ з ростом N моно-

тонно прямує до $\text{Re}[\beta(N)]$ згідно з аналітичним виразом $\text{Re}[\beta(N)] = 7,09 - 869/N^3$. Для TM -поляризації $\text{Re}[\beta(N)]$ осцилює між двома кривими, у відповідності до виразу $4,799 \pm 329/N^3$.

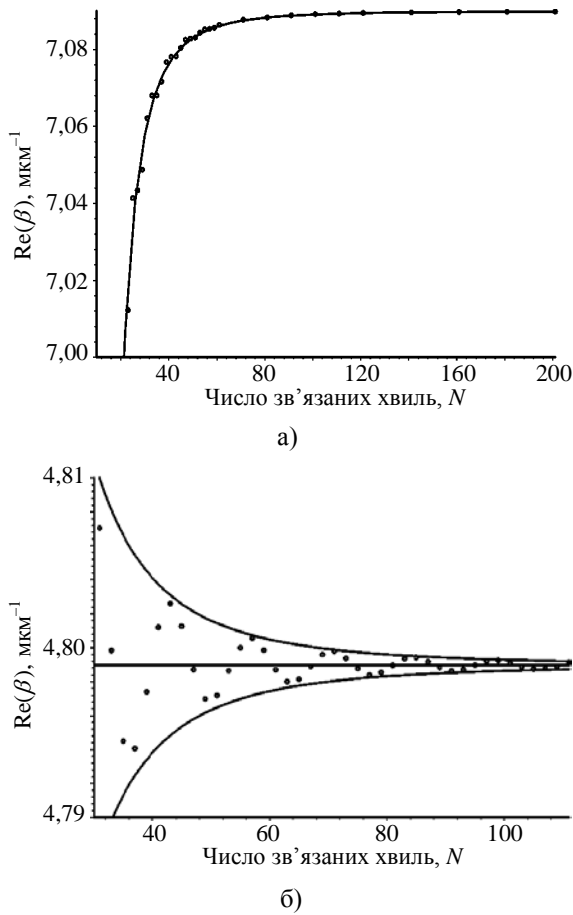


Рис. 4. Залежність дійсної частини постійної поширення β металевій ґратці від числа N врахованих зв'язаних хвиль; точки – результат розрахунку, неперервні криві – апроксимаційні криві: а) – TE -поляризація, б) – TM -поляризація

Аналогічним чином поведуться уявні частини постійних поширення для обох поляризацій. Ці залежності $\text{Im}[\beta(N)]$ подано на рис. 5.

Для TE -поляризації $\text{Im}[\beta(N)]$ з ростом N монотонно прямує до $\text{Im}[\beta(\infty)]$ у відповідності до виразу $\text{Im}[\beta(N)] = 0,02552 - 25,87/N^3$. Для TM -поляризації $\text{Im}[\beta(N)]$ осцилює між двома кривими, що описуються формулами $0,00736 \pm 3,488/N^3$. Знову ж таки період осциляцій дорівнює 14.

Отже, з числових експериментів для даної ґратки при наявності резонансу можна зробити висновок, що для хвиль TE -поляризації достатньо використати 100 зв'язаних хвиль для досягнення точності $|T(N) - T(\infty)| < 0,001$. Для досягнення цієї ж точності у випадку хвиль TM -поля-

ризації необхідно використовувати при аналізі значно більше зв'язаних хвиль, і як впливає з виразу $T(N) - T(\infty) = \pm 54/N^2$, число N повинно бути близько 200, так що можна погодитись з висновком автора роботи [11]. Якщо в металевій ґратці з прямокутним рельєфом на металевій підкладці відсутній резонанс, то достатньо взяти 50 зв'язаних хвиль для досягнення високої точності $|\eta_{11}(N) - \eta_{11}(\infty)| < 0,001$ [3, 8], причому для обох поляризацій. Тут η_{11} – дифракційна ефективність ґратки на відбивання в перший порядок дифракції.

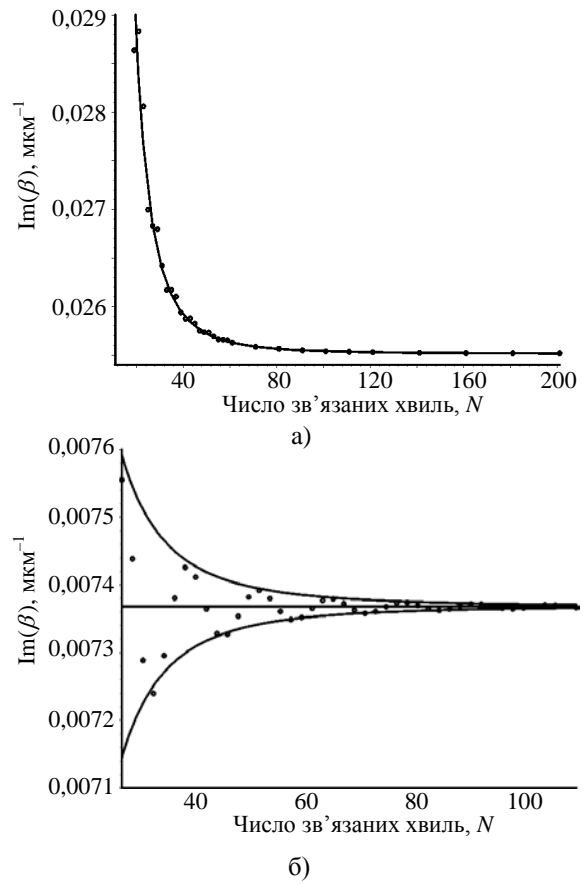


Рис. 5. Залежність уявної частини постійної поширення β металевій ґратці від числа N врахованих зв'язаних хвиль; точки – результат розрахунку, неперервні криві – апроксимаційні криві: а) – TE -поляризація, б) – TM -поляризація

2. Оптична дифракція на прямокутних діелектричних ґратках. Для оцінки точності числового аналізу дифракції на прямокутній діелектричній ґратці вибрана структура з такими параметрами: $\lambda = \Lambda = 1$ мкм, $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_{21} = 1$, $\epsilon_{22} = 9$, коефіцієнт заповнення ґратки $F = 0,5$, причому $F = (\Lambda - a)/\Lambda$ у відповідності до рис. 1, кут падіння плоскої хвилі на ґратку дорівнює $\pi/6$, де кут відраховується від осі z проти стрілки годинника. При такому куті виконуються умови

Брега першого порядку. Товщина ґратки для хвиль TE -поляризації складала $d = 2,5$ мкм, причому дифракційна ефективність першого порядку на пропускання дорівнює 0,2105. Товщина ґратки для аналізу дифракції хвиль TM -поляризації дорівнює $d = 2,9$ мкм, а дифракційна ефективність першого порядку на пропускання складала 0,7870.

На рис. 6 подано розрахункові залежності різниці $T(N) - T(\infty)$ від використаного числа зв'язаних хвиль N при числовому аналізі. Тут $T(N)$ є дифракційною ефективністю на пропускання першого порядку дифракції. На рис. 6 кола відповідають непарній кількості використаних зв'язаних хвиль при розрахунку, а квадрати – парній кількості. Можна зауважити, що апроксимаційні криві типу $T(N) - T(\infty) = A/N^3$ добре лягають на кола, причому для обох поляризацій. Коефіцієнти A відповідно рівні 2,4 для TE -поляризації та 166 для TM -поляризації.

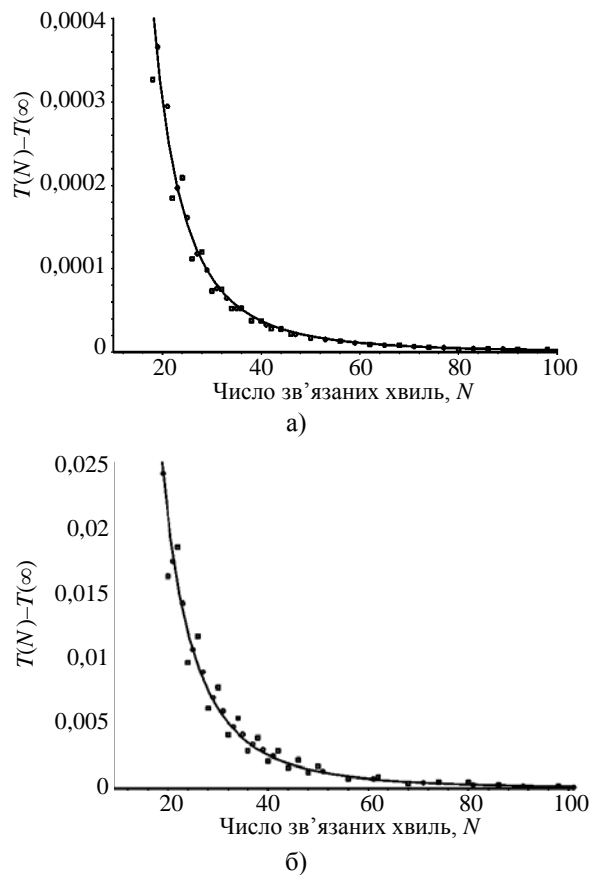


Рис. 6. Залежність різниці дифракційних ефективностей $T(N) - T(\infty)$ діелектричної ґратки від числа N врахованих зв'язаних хвиль; точки – результат розрахунку, неперервні криві – апроксимаційні криві: а) – TE -поляризація, б) – TM -поляризація

Для парної кількості зв'язаних хвиль (квадрати) маємо невелике відхилення від апроксимаційних кривих типу $T(N) - T(\infty) = A/N^3$, але це відхилення швидко зменшується з ростом N . Ці відхилення також пояснюються зміною знаку коефіцієнтів розкладу діелектричної сталої матеріалу ґратки при зміні N , оскільки коефіцієнт заповнення ґратки F дорівнює 0,5, відповідно період зміни знаків рівний 4. Можна допустити, що відхилення розрахункових точок від апроксимаційних кривих типу $T(N) - T(\infty) = A/N^3$ (причому більший для хвиль TM -поляризації ніж для хвиль TE -поляризації) можна пояснити великим стрибком діелектричної сталої на періоді прямокутної ґратки. Причому цей стрибок дуже великий для металевих ґраток, що приводить до похибки обчислення типу $O(1/N^2)$ для хвиль TM -поляризації.

Остаточно можна висловити думку, що для діелектричних ґраток можна взяти 50 зв'язаних хвиль для досягнення задовільної точності, що впливає з виразу $T(N) - T(\infty) = A/N^3$.

3. Оптична дифракція на діелектричних ґратках з косинусоїдальною зміною діелектричної проникності. Для числових досліджень точності аналізу дифракції на діелектричній ґратці з неперервною зміною діелектричної проникності вибрана ґратка товщиною 21,1 мкм з параметрами: $\varepsilon_2(x) = 2,49 + 1,89 \cos\left(\frac{2\pi x}{\Lambda}\right)$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = 2,49$, $\Lambda = 2\lambda$, $\lambda = 0,6328$ мкм; падіння оптичної хвилі на ґратку нормальне. ґратку з такими параметрами реалізувати неможливо через дуже велику модуляцію діелектричної проникності, але вона показує можливість МЗХ для ґраток з неперервною зміною діелектричної проникності.

Нами розраховувалась дифракційна ефективність поширюваних плоских хвиль в першому η_{1j} та третьому η_{3j} однорідних середовищах згідно з виразами [7]:

$$\eta_{1j} = \operatorname{Re}(r_j (r_j \cos \theta_{1j})^* / \cos \theta_{1j}),$$

$$\eta_{3j} = \operatorname{Re}(t_j (t_j n_3 \cos \theta_{3j})^* / (n_1 \cos \theta_{1j})),$$

де r_j – амплітуда плоскої хвилі, що відбивається від ґратки та поширюється у першому середовищі під кутом θ_{1j} до осі z ; t_j – амплітуда плоскої хвилі, що поширюється у третьому середовищі під кутом θ_{3j} до осі z ; θ_1 – кут, під яким падає плоска хвиля одиничної амплітуди на ґратку в першому середовищі; j – номер дифракційного порядку; $n_1 = \sqrt{\varepsilon_1}$; $n_3 = \sqrt{\varepsilon_3}$.

Отже, дифракційна ефективність η_{3j} – це дифракційна ефективність першого порядку дифракції плоскої хвилі, що поширюється в третьому середовищі.

Отже, дифракційна ефективність η_{3j} – це дифракційна ефективність першого порядку дифракції плоскої хвилі, що поширюється в третьому середовищі.

середовищі під кутом θ_{31} , де кут відраховується за стрілкою годинника від осі z , при умові, що кут падіння на ґратку θ_1 відраховується проти стрілки годинника від осі z . При одних і тих самих параметрах ґратки дифракційна ефективність $\eta_{31}(N)$ дещо швидше прямує до $\eta_{31}(\infty)$ з ростом N для хвиль TE -поляризації, ніж для TM -поляризації. У цьому можна переконатись, аналізуючи

дані таблиці. Це пояснюється тим, що для хвиль TE -поляризації матриця Тепліца $N \times N$ складена лише з трьох відмінних від нуля коефіцієнтів розкладу в комплексний ряд Фур'є функції $\varepsilon_2(x) = 2,49 + 1,89 \cos\left(\frac{2\pi x}{\Lambda}\right)$, а для TM -поляризації відповідна матриця складена з N коефіцієнтів ряду Фур'є періодичної функції $1/\varepsilon_2(x)$ [16].

Залежність розрахованої дифракційної ефективності від N

1	N	11	13	15	17	19	21
2	η_{31}, TE	0,1964637	0,1936847	0,1936508	0,1936508	0,1936508	0,1936508
3	η_{31}, TM	0,0069936	0,0078761	0,0078261	0,0078274	0,0078275	0,0078275

З таблиці також випливає, що для ґраток такого типу дифракційна ефективність з ростом N дуже швидко прямує до певної величини, в нашому випадку при $N > 17$ лише у 8-десятковому розряді після коми відбуваються зміни. Слід зауважити, що для даного випадку важко підібрати функціональну залежність типу $O(1/N^2)$. Проте починаючи з використання 15 зв'язаних хвиль, розрахункові точки (TE -поляризація) $\ln[\eta(N) - \eta(\infty)]$ добре лягають на пряму $34,2 - 3,26N$, що підтверджується рис. 7.



Рис. 7. Залежність $\ln[\eta(N) - \eta(\infty)]$ від числа N врахованих зв'язаних хвиль: точки – результат розрахунку, пряма лінія – апроксимаційна функція

Враховуючи те, що реальна модуляція показника заломлення при записі ґраток на фоточутливому середовищі голографічним методом складає 0,02 на фотополімерних композиціях [17] і не більше ніж 0,1 на халькогенідних стеклах [18], то для аналізу таких ґраток достатньо використати навіть дві зв'язані хвилі в наближеній теорії [1], чи декілька, якщо спостерігається нелінійний запис ґратки [17].

Бібліографічний список

1. *Kogelnic H.* Coupled wave theory for thick hologram grating / H. Kogelnic // Bell Syst. Tech. J. – 1969. – 48, N 11. – P. 2909–2947.
2. *Moharam M. G.* Rigorous coupled-wave analysis of metallic surface-relief grating / M. G. Moharam, T. K. Gaylord // J. Opt. Soc. Am. A. – 1986. – 3, N 5. – P. 1780–1787.
3. *Lalanne Ph.* Highly improved convergence of the coupled-wave method for TM polarization / Ph. Lalanne, G. M. Morris // J. Opt. Soc. Am. A. – 1996. – 13, N 4. – P. 779–784.
4. *Dansas P.* Fast modeling of photonic bandgap structures by use of diffraction-grating approach / P. Dansas, N. Paraire // J. Opt. Soc. Am. A. – 1998. – 15, N 6. – P. 1586–1597.
5. *Фітьє В. М.* Визначення дозволених частот поширення електромагнітних хвиль у 2D фотонному кристалі методом зв'язаних хвиль (МЗХ) / В. М. Фітьє, Я. В. Бобицький // Радиофизика и электрон.: сб. науч. тр. / Ин-т радиофизики и электрон. НАН Украины. – X., 2007. – 12, № 3. – С. 567–575.
6. *Passaro V.M.N.* Optical fiber Bragg gratings. Part II. Modeling of finitelength gratings and gratings arrays / V. M. N. Passaro, R. Diana, M. N. Armenise // J. Opt. Soc. Amer. A. – 2002. – 19, N 9. – P. 1855–1866.
7. *Гейлорд Т. К.* Анализ и применения оптической дифракции на решетках / Т. К. Гейлорд, М. Г. Мохарам // Тр. Ин-та инж. по электротехнике и радиоэлектрон. – 1985. – 73, № 5. – С. 53–103.
8. *Li L.* Convergence of the coupled-wave method for metallic lamellar diffraction gratings / L. Li // J. Opt. Soc. Am. A. – 1993. – 10, N 6. – P. 1184–1189.
9. *Шестопалов В. П.* Динамическая теория решеток / В. П. Шестопалов, Ю. К. Сиренко. – К.: Наук. думка, 1989. – 214 с.
10. *Резонансное рассеяние волн:* в 2 т. Т. 1. Дифракционные решетки / В. П. Шестопалов, А. А. Кириленко, С. А. Масалов, Ю. К. Сиренко. – К.: Наук. думка, 1986. – 232 с.
11. *Treacy M.M.J.* Dynamical diffraction explanation of the anomalous transmission of light through metallic gratings / M. M. J. Treacy // Phys. Rev. B. – 2002. – 66, iss. 19. – 195105(11 p.)
12. *Li L.* Note on the S-matrix propagation algorithm / L. Li // J. Opt. Soc. Am. A. – 2003. – 20, N 3. – P. 655–660.
13. *Russel P. St. J.* Power conservation and field structures in uniform dielectric grating / P. St. J. Russel // J. Opt. Soc. Amer. A. – 1984. – 1, N 3. – P. 293–299.
14. *Johnson P. B.* Optical constant of the noble metals / P. B. Johnson, R. W. Christy // Phys. Rev. B. – 1972. – 6, N 12. – P. 4370–4379.

15. *Fitio V. M.* Transmissions of metallic grating with narrow slots / V. M. Fitio // Proc. 8th Intern. Conf. Laser and Fiber-Optical Networks Modeling (LFNM 2006). – Kharkiv, 2006. – P. 113–116.
16. *Li L.* Use of Fourier series in the analysis of discontinuous periodic structures / L. Li // J. Opt. Soc. Am. A. – 1996. – 13, N 9. – P. 1870–1876.
17. *Fitio V. M.* Analysis of the diffraction by the gratings generated in the materials with a nonlinear response / V. M. Fitio, O. V. Sakhno, T. N. Smimova // Optik. – 2008. – 119, N 5. – P. 236–246.
18. *Фотостимулированные взаимодействия в структурах металл-полупроводник* / И. З. Индутный, М. Т. Костышин, О. П. Касярум и др. – К.: Наук. думка, 1992. – 278 с.

Рукопис надійшов 31.10.2011

V. M. Fitio, I. Ya. Yaremchuk, Ya. V. Bobitski

ACCURACY OF ANALYSIS OF OPTICAL DIFFRACTION IN RELIEF GRATINGS BY COUPLED WAVE METHOD

The convergence of coupled wave method (CWM) for the analysis of diffraction in certain optical relief gratings and near definite infrared wavelength range was investigated. It is shown that dependence of the transmission on number of coupled waves in metallic gratings with narrow slits (rectangular relief) monotonically tends to a value with error $O\left(\frac{1}{N^3}\right)$ for TE polarization, in the presence of the resonance and for TM polarization - with error, which oscillates relative asymptotic value within $\pm O\left(\frac{1}{N^2}\right)$. Error in transmittance is less than 0.001 for TE polarization and 0.005 for TM polarization using 101 coupled waves. Error for both polarizations decreases monotonously by the expression $O\left(\frac{1}{N^3}\right)$ if is rectangular dielectric relief grating. But there are some minor deviations from this curve. Errors of calculation are smaller than 10^{-5} and 10^{-3} at $N=101$ for waves of TE and TM polarizations, respectively. If the dielectric permittivity of the

grating environment is changing as cosines, then diffraction efficiency with increasing number of coupled waves very quickly tends to the asymptotic value.

Key words: diffraction, coupled wave method, relief grating, accuracy of solution.

В. М. Фитьо, И. Я. Яремчук, Я. В. Бобицкий

ТОЧНОСТЬ АНАЛИЗА ОПТИЧЕСКОЙ ДИФРАКЦИИ НА РЕЛЬЕФНЫХ РЕШЕТКАХ МЕТОДОМ СВЯЗАННЫХ ВОЛН

Исследована сходимость метода связанных волн для анализа дифракции на некоторых рельефных решетках в оптическом и ближнем инфракрасном диапазонах для определенных длин волн. Показано, что для металлических решеток с узкими щелями (прямоугольный рельеф) в случае дифракции волн TE-поляризации при наличии резонанса зависимость пропускания от количества использованных связанных волн монотонно стремится к определенному значению с погрешностью $O\left(\frac{1}{N^3}\right)$, а для волн TM-поляризации – с погрешностью, которая осциллирует относительно асимптотического значения в пределах $\pm O\left(\frac{1}{N^2}\right)$. Погрешность в коэффициенте пропускания при использовании 101 связанной волны составляет менее 0,001 для волн TE-поляризации и 0,005 для TM-поляризации. Если имеем прямоугольную диэлектрическую рельефную решетку, то погрешность для обеих поляризаций монотонно уменьшается в соответствии с выражением $O\left(\frac{1}{N^3}\right)$, однако имеются некоторые незначительные отклонения от этой кривой. Погрешности вычисления при $N=101$ для волн TE- и TM-поляризации, соответственно, меньше чем 10^{-5} и 10^{-3} . Если диэлектрическая проницаемость среды решетки меняется по косинусоидальному закону, то дифракционная эффективность с ростом количества связанных волн очень быстро стремится к асимптотическому значению.

Ключевые слова: дифракция, метод связанных волн, рельефная решетка, точность решения.

Ключевые слова: дифракция, метод связанных волн, рельефная решетка, точность решения.