

Н. К. Сахненко

Харьковский национальный университет радиоэлектроники

14, пр. Ленина, Харьков, 61166, Украина

E-mail: n_sakhnenko@yahoo.com

**НЕСТАЦИОНАРНЫЙ ОТКЛИК МОДЫ КРУГЛОГО ВОЛНОВОДА
НА ИЗМЕНЕНИЕ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ В СЕРДЦЕВИНЕ**

С помощью строгого математического метода изучено преобразование направляемой моды круглого диэлектрического волновода в результате скачкообразного изменения во времени показателя преломления сердцевинки. Предположение резкого изменения показателя преломления позволило построить аналитическое решение в виде преобразования Лапласа. Обратное преобразование во временную область получено с помощью теоремы о вычетах и оценки интегралов вдоль разрезов комплексной плоскости. Полученные решения позволили изучить переходные процессы и установившийся режим, продемонстрировать возможность сдвига частоты, а также установить возможность преобразования направляемой моды в моды излучения, быстро покидающие сердцевину волновода. Ил. 7. Библиогр.: 9 назв.

Ключевые слова: диэлектрический волновод, меняющиеся во времени среды.

Динамические структуры, в которых при помощи воздействия стороннего поля возможен контроль параметров материала, представляют большие возможности для их использования в устройствах полностью оптического переключения, перенастраиваемых фильтрах и системах замедления и остановки света [1–2]. Изменение во времени диэлектрической проницаемости на практике может быть реализовано, например, лазерной накачкой, приложением напряжения [3], ионизацией [4] или изменением температурного режима [5].

Известно, что изменение показателя преломления неограниченной среды ведет к преобразованию частоты и амплитуды первичного поля [6]. Смещение частоты наблюдается также при изменении показателя преломления в волноводящих [7] и резонансных структурах [8–9].

В настоящей работе исследуется преобразование моды диэлектрического волновода круглого сечения в результате скачкообразного изменения диэлектрической проницаемости в сердцевине. Предположение такого изменения позволило построить аналитическое решение в виде преобразования Лапласа. Обратное преобразование получено в виде суммы вычетов в особых точках, соответствующих модам волновода, и интегралов вдоль разрезов комплексной плоскости, которые описывают потери на излучение.

1. Постановка задачи и метод решения.

Рассматривается однородный диэлектрический волновод бесконечной протяженности кругового поперечного сечения. Пусть сердцевина волновода радиусом a имеет диэлектрическую проницаемость ϵ_1 , а внешняя область имеет диэлектрическую проницаемость ϵ . Все среды будем считать линейными и немагнитными. Введем цилиндрическую систему координат ρ, φ, z , в которой ось z совпадает с осью волновода. Примем общую для всех компонент поля зависимость от z в виде

$e^{-i\beta z}$. Зависимость от времени предполагается равной $e^{i\omega_0 t}$.

Ограничимся рассмотрением аксиально-симметричных негибридных мод. В качестве первичного поля рассматривается TM -мода, для которой $H_z = 0$, либо TE -мода, для которой $E_z = 0$. Запишем выражение для поля в виде

$$U = \begin{cases} J_0(\kappa\rho), & \rho < a, \\ bK_0(\gamma\rho), & \rho > a. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь U представляет собой E_z (для TM -моды)

либо H_z (для TE -моды); $\kappa = \sqrt{\omega_0^2/v_1^2 - \beta^2}$ является

поперечным волновым числом, а $\gamma = \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2/v^2}$ – продольным волновым числом;

v_1 и v – фазовые скорости сердцевинки и оболочки соответственно. Из граничных условий, требующих непрерывности на границе тангенциальных составляющих поля, следует, что $b = J_0(\kappa a)/K_0(\gamma a)$, а также дисперсионные соотношения

$$\frac{J_1(\kappa a)}{\kappa J_0(\kappa a)} = -\frac{\epsilon}{\epsilon_1} \frac{K_1(\gamma a)}{\gamma K_0(\gamma a)} \quad (\text{для } TM\text{-мод}); \quad (2)$$

$$\frac{J_1(\kappa a)}{\kappa J_0(\kappa a)} = -\frac{K_1(\gamma a)}{\gamma K_0(\gamma a)} \quad (\text{для } TE\text{-мод}). \quad (3)$$

Предположим, что в нулевой момент времени под действием некоторого стороннего источника в сердцевине волновода однородно изменяется диэлектрическая проницаемость от значения ϵ_1 до значения ϵ_2 . После нулевого момента времени преобразованное поле должно удовлетворять волновым уравнениям

$$\begin{cases} \Delta U - \beta^2 U - \partial_{tt}^2 U/v^2 = 0, & \rho > a, \\ \Delta U - \beta^2 U - \partial_{tt}^2 U/v_1^2 = 0, & \rho < a, \end{cases} \quad (4)$$

где оператор Δ , относящийся к поперечным координатам, в цилиндрической системе координат имеет вид

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}. \quad (5)$$

Перейдем в уравнениях (4) к преобразованию Лапласа $L(p) = \int_0^{\infty} U(t) e^{-pt} dt$, включая в них

начальные условия, которые состоят в требовании непрерывности векторов электрической и магнитной индукции в момент скачка параметров среды. Для z -составляющих векторов напряженностей электрического и магнитного полей начальные условия могут быть записаны следующим образом:

$$\begin{cases} E_z(t=0^+) = \varepsilon_1/\varepsilon_2 E_z(t=0^-), \\ \partial_t E_z(t=0^+) = \varepsilon_1/\varepsilon_2 \partial_t E_z(t=0^-), \end{cases} \quad r < a \quad (6)$$

в нестационарной сердцевине в случае TM -полей, и

$$\begin{cases} H_z(t=0^+) = H_z(t=0^-), \\ \partial_t H_z(t=0^+) = \varepsilon_1/\varepsilon_2 \partial_t H_z(t=0^-), \end{cases} \quad r < a \quad (7)$$

в случае TE -полей. В стационарном внешнем пространстве начальные условия для двух поляризации одинаковы:

$$\begin{cases} E_z(t=0^+) = E_z(t=0^-), \\ \partial_t E_z(t=0^+) = \partial_t E_z(t=0^-), \end{cases} \quad r > a; \quad (8)$$

$$\begin{cases} H_z(t=0^+) = H_z(t=0^-), \\ \partial_t H_z(t=0^+) = \partial_t H_z(t=0^-), \end{cases} \quad r > a. \quad (9)$$

Преобразованное поле представим в виде суммы двух слагаемых, одно из которых соответствует решению начальной задачи, а второе соответствует влиянию нестационарной границы [7-8]. Исходя из этого решение будем искать в виде

$$L = M(p)J_0(\kappa\rho) + AI_0(\varphi_1\rho), \quad \rho < a; \quad (10)$$

$$L = bK_0(\gamma\rho)/(p - i\omega_0) + BK_0(\varphi\rho), \quad \rho > a, \quad (11)$$

где $\varphi = \sqrt{\beta^2 + p^2/v^2}$; $\varphi_1 = \sqrt{\beta^2 + p^2/v_2^2}$. Первое слагаемое в (10) соответствует решению начальной задачи. Функция $M(p)$ не зависит от формы границы, но, в силу того что для TE - и TM -полей начальные условия разные:

$$M(p) = \frac{v_2^2(p + i\omega_0)}{p^2 v_1^2 + \omega_0^2 v_2^2} \quad (\text{для } TM\text{-моды}); \quad (12)$$

$$M(p) = \frac{v_1^2 p + i\omega_0 v_2^2}{p^2 v_1^2 + \omega_0^2 v_2^2} \quad (\text{для } TE\text{-моды}). \quad (13)$$

Неизвестные коэффициенты A и B могут быть найдены из граничных условий. Требование непрерывности тангенциальных компонент поля приводит к системе уравнений для аксиально симметричных TM -полей:

$$\begin{cases} I_0(\varphi_1 a) A^{TM} - K_0(\varphi a) B^{TM} = p^2 J_0(\kappa a) F, \\ \varepsilon_2/\varepsilon \varphi I_0'(\varphi_1 a) A^{TM} - \varphi_1 K_0'(\varphi a) B^{TM} = \\ = \omega_0^2 J_0'(\kappa a) G F \end{cases} \quad (14)$$

и аксиально симметричных TE -полей:

$$\begin{cases} I_0(\varphi_1 a) A^{TE} - K_0(\varphi a) B^{TE} = i\omega_0 p J_0(\kappa a) F, \\ \varphi I_0'(\varphi_1 a) A^{TE} - \varphi_1 K_0'(\varphi a) B^{TE} = \\ = -\varphi \varphi_1 / \kappa J_0'(\kappa a) F. \end{cases} \quad (15)$$

Здесь также

$$F = \frac{v_1^2 - v_2^2}{(p - i\omega_0)(p^2 v_1^2 + \omega_0^2 v_2^2)}; \quad (16)$$

$$G = v^2/v_1^2 \varphi \varphi_1 / \kappa. \quad (17)$$

Далее приведем выражения для коэффициентов разложения:

$$\begin{aligned} A^{TM} &= \\ &= \frac{\omega_0^2 G J_0'(\kappa a) K_0(\varphi a) - \varphi_1 p^2 J_0(\kappa a) K_0'(\varphi a)}{\varepsilon_2/\varepsilon \varphi I_0'(\varphi_1 a) K_0(\varphi a) - \varphi_1 I_0(\varphi_1 a) K_0'(\varphi a)}; \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} B^{TM} &= \\ &= \frac{\omega_0^2 G J_0'(\kappa a) K_0(\varphi a) - \varphi_1 p^2 J_0(\kappa a) K_0'(\varphi a)}{\varepsilon_2/\varepsilon \varphi I_0'(\varphi_1 a) K_0(\varphi a) - \varphi_1 I_0(\varphi_1 a) K_0'(\varphi a)}. \end{aligned} \quad (19)$$

Коэффициенты A^{TE} и B^{TE} могут быть получены из (15) аналогичным образом.

Обращение полученных решений во временную область осуществляется по формуле Меллина

$$U(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{i\infty} L(p) e^{pt} dp. \quad (20)$$

Оригинал для решения начальной задачи (первое слагаемое в (10)) может быть записан в аналитическом виде для z -составляющих векторов TM - и TE -полей, соответственно:

$$\begin{aligned} E_z &= \frac{v_2}{2v_1} \left(\frac{v_2 + v_1}{v_1} e^{i\omega_1 t} + \frac{v_2 - v_1}{v_1} e^{-i\omega_1 t} \right) \times \\ &\times e^{-i\beta z} J_0(\kappa\rho); \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} H_z &= \frac{1}{2} \left(\frac{v_2 + v_1}{v_1} e^{i\omega_1 t} + \frac{v_1 - v_2}{v_1} e^{-i\omega_1 t} \right) \times \\ &\times e^{-i\beta z} J_0(\kappa\rho), \end{aligned} \quad (22)$$

где $\omega_1 = v_2/v_1 \omega_0$.

После скачка диэлектрической проницаемости первичная мода преобразуется в суперпозицию прямой (прошедшей во времени) и обратной (отраженной во времени) волн. При этом преобразуется частота волны и амплитуда. Смещенная частота ω_1 не зависит от формы границы, а только от относительного изменения диэлектрической проницаемости.

Поведение составляющих поля, учитывающих влияние границы на ранних этапах переходного периода, может быть изучено с учетом формулы

$$\lim_{p \rightarrow \infty} pL(p) = \lim_{t \rightarrow 0} U(t). \quad (23)$$

Используя асимптотические оценки для модифицированных функций Бесселя при больших значениях аргумента p , получим

$$\begin{aligned} pA^{TM} I_0(\varphi_1 \rho) &\approx \\ &\approx \frac{v_1^2 - v_2^2}{v_1^2} \frac{v_2}{v + v_2} \sqrt{\frac{a}{\rho}} J_0(\kappa a) e^{-p \frac{a-\rho}{v_2}}, \quad \rho < a; \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} pB^{TM} K_0(\varphi \rho) &\approx \\ &\approx -\frac{v_1^2 - v_2^2}{v_1^2} \frac{v}{v + v_2} \sqrt{\frac{a}{\rho}} J_0(\kappa a) e^{-p \frac{\rho-a}{v}}, \quad \rho > a. \end{aligned} \quad (25)$$

Очевидно, что интеграл Меллина от функции (24) сходится при $t > (a - \rho)/v_2$, а от функции (25) при $t > (\rho - a)/v$. Это означает, что во временной области данные выражения описывают нестационарные волны, образующиеся у границы и распространяющиеся в противоположных от нее направлениях. Функции A^{TM} , A^{TE} , B^{TM} , B^{TE} имеют конечное число полюсов, соответствующих модам волновода, а также точку ветвления ($\varphi = 0$). Данные функции являются четными относительно переменной φ_1 , поэтому $\varphi_1 = 0$ точкой ветвления не является. Обратное преобразование во временную область будем вычислять в виде суммы вычетов во всех особых точках и интегралов вдоль разрезов. Разрезы комплексной плоскости следует проводить вдоль мнимой оси плоскости комплексной переменной p вдоль полупрямых $\text{Im } p \in (\beta v, +\infty)$ и $\text{Im } p \in (-\infty, -\beta v)$.

Переходный процесс в сердцевине волновода можно описать следующим образом: на промежутке времени $0 < t < (a - \rho)/v_2$ поле описывается только первым слагаемым в (10) и представляет собой суперпозицию прямой и обратной волн с новой частотой и амплитудами (21)–(22). У границы образуется нестационарная волна, ко-

торая распространяется по направлению к оси волновода, достигает ее, продолжает распространяться, снова отражается от стенки волновода и т. д. Волны, соответствующие вычетам в полюсах $p = \pm i\omega_0 v_2/v_1$, существуют только в течение короткого переходного интервала времени ($0 \leq t \leq (a - \rho)/v_2$, до достижения точки наблюдения нестационарным волновым фронтом), так что в установившемся режиме компоненты с такими частотами отсутствуют. Во внешнем пространстве на начальном этапе нестационарности поле описывается только первым слагаемым в (11), соответствующим первичной волне. В момент времени $t = (\rho - a)/v$ нестационарная волна от границы достигает точки наблюдения, и полное поле описывается суперпозицией вычетов и интегралов вдоль разрезов, соответствующих временному представлению формулы (11). Особая точка $p = i\omega_0$ является устранимой, что означает замещение первичной частоты на преобразованную во внешнем пространстве, после того как возмущение достигло точки наблюдения.

2. Результаты и обсуждение. Для дальнейших вычислений будем считать, что волновод находится в вакууме $v = c$, где c – скорость света в свободном пространстве. Также будут использоваться такие нормированные величины: $w = \omega a/c$ – нормированная частота, $T = tc/a$ – нормированное время. Сначала рассмотрим случай волновода в одномодовом режиме. Пусть до нулевого момента времени в волноводе с показателем преломления $n_1 = \sqrt{\varepsilon_1} = 1,5$ распространяется мода TM_1 , ее нормированная частота $w_0 = 3,7116$, а нормированная продольная константа распространения $\beta/c = 4,5$. В нулевой момент времени показатель преломления изменяется до величины $n_2 = \sqrt{\varepsilon_2} = 1,55$. На рис. 1 представлена спектральная плотность поля до и после нулевого момента времени. Очевидно смещение частоты преобразованного поля. После нулевого момента времени пик в спектре соответствует TM_1 -моду волновода с новым значением показателя преломления и частотой $w' = 3,6092$. Следует отметить, что смещенная частота, которая соответствует решению начальной задачи (22), принимает значение $w_1 = 3,5918$. Значит, в результате резкого изменения показателя преломления сердцевинны первичная мода преобразуется в моду с таким же пространственным распределением; при этом наблюдается смещение частоты на начальном интервале времени до значения w_1 , а затем, когда от границы в точку наблюдения приходит нестационарная волна, до значения w' .

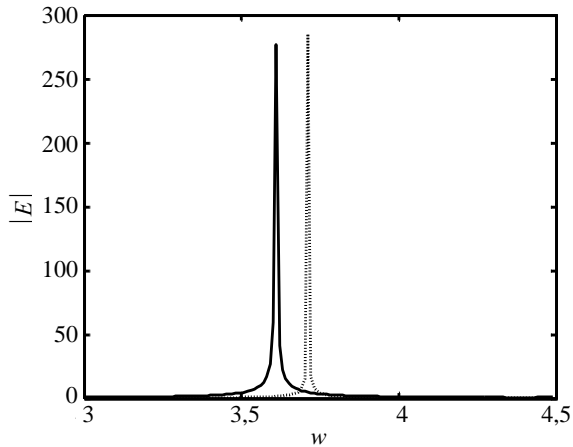


Рис. 1. Смещение частоты при изменении показателя преломления в случае одномодового режима ($n_1 = 1,5$, $n_2 = 1,55$, первичное поле $-TM_1$ -мода $w_0 = 3,7116$, $\beta/c = 4,5$): спектр поля до нулевого момента времени (пунктирная линия) и после (сплошная линия)

Смещение частоты будет зависеть не только от величины показателя преломления, но и от значения продольной постоянной распространения. На рис. 2 представлена зависимость величины смещения частоты $\Delta w = w_1 - w'$ от изменения показателя преломления для различных значений β .

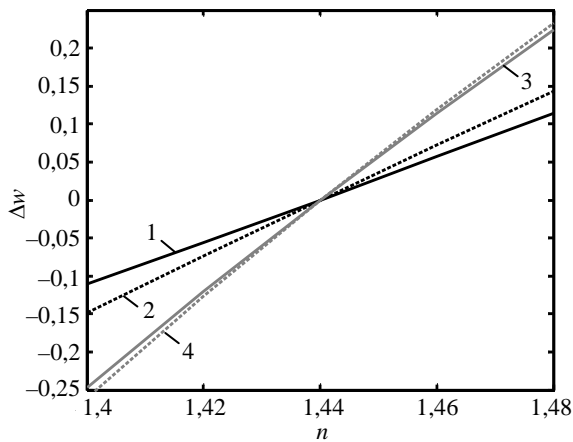


Рис. 2. Сдвиг частоты в зависимости от относительного изменения показателя преломления: TM -мода, $\beta a = 3$ (линия 1); TE -мода, $\beta a = 3$ (линия 2); TM -мода, $\beta a = 5$ (линия 3); TE -мода, $\beta a = 5$ (линия 4)

Очевидно, что уменьшение показателя преломления ведет к увеличению частоты, и наоборот. Также сдвиг частоты увеличивается с возрастанием значения продольной постоянной распространения. Это связано с тем, что при больших значениях β поле сильнее локализовано в сердцевине волновода, а значит, степень перекрытия моды и нестационарной области выше. Также величина сдвига частоты для TE -мод несколько выше, чем для TM -мод.

Далее рассматривается спектральная плотность поля до и после нулевого момента времени в случае двухмодового режима (рис. 3). До нулевого момента времени показатель преломления сердцевины волновода $n_1 = 1,5$; в качестве первичного поля рассматривается TM_1 -мода ($w_0 = 5,2162$, $\beta/c = 7$). В нулевой момент времени показатель преломления изменяется до значения $n_2 = 1,55$. При таких значениях параметров после нулевого момента времени наблюдается возбуждение двух мод ($w' = 5,0559$ (TM_1) и $w'' = 6,0896$ (TM_2)), но амплитуда возбуждаемой TM_2 -моды невелика.

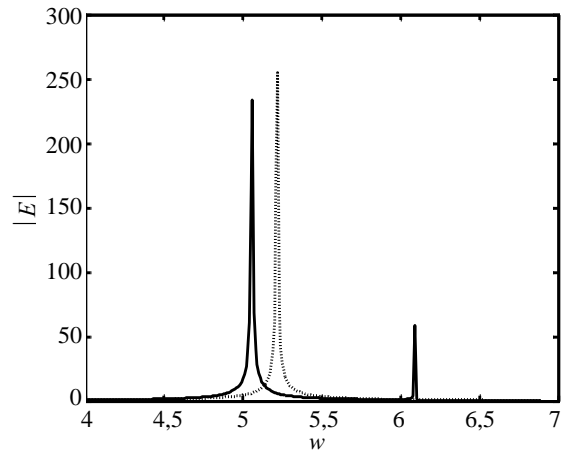


Рис. 3. Смещение частоты при изменении показателя преломления в случае двухмодового режима ($n_1 = 1,5$, $n_2 = 1,55$, первичное поле $-TM_1$ -мода, $w_0 = 5,2162$, $\beta/c = 7$): спектр поля до нулевого момента времени (пунктирная линия) и после (сплошная линия)

Вычисление вычетов на соответствующих смещенных частотах наглядно иллюстрирует характер преобразованного поля: абсолютная величина вычета на частоте моды TM_1 равна 0,9683 (для прямой волны) и 0,0151 (для обратной), для TM_2 -моды 0,0304 (для прошедшей волны) и 0,0024 (для обратной). Все величины нормированы амплитудой падающего поля, т. е. даже в двухмодовом режиме максимальную амплитуду имеет мода с тем же пространственным распределением, что и первичная волна.

На рис. 4 представлена зависимость действительной части z -составляющей электрического поля от нормированного времени $T = tc/a$ (точка наблюдения расположена на оси волновода). На промежутке времени $0 < T < n_2$ поле соответствует решению начальной задачи (21), после момента времени $T = n_2$ — это суперпозиция мод (прямых и обратных), описываемых вычетами и нестационарной составляющей, которой соответствует интеграл вдоль разреза комплексной плоскости. Наглядно эти процессы показаны на рис. 5, где

представлен модуль поля. Отчетливо видны различия на разных этапах нестационарности, а также биения возбуждаемых мод.

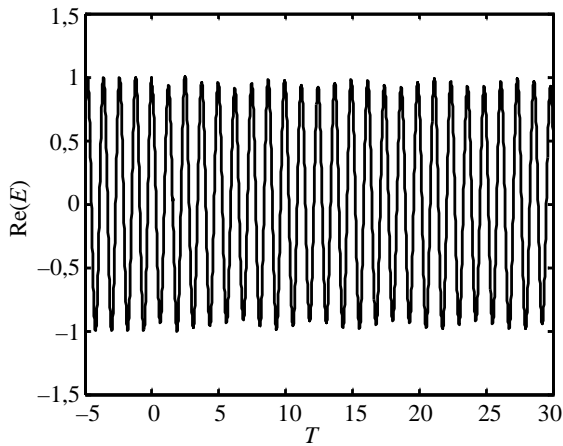


Рис. 4. Зависимость действительной части электрического поля от времени (все параметры, как на рис. 3)

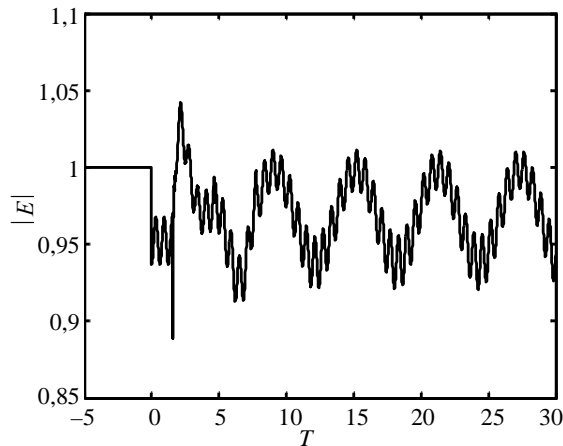


Рис. 5. Зависимость модуля электрического поля от времени (все параметры, как на рис. 3)

На рис. 6 отдельно представлен вклад в полное поле интеграла вдоль разреза комплексной плоскости. Отчетливо виден всплеск поля в момент прихода нестационарного фронта от границы ($T = n_2 = 1,55$), а также в момент ($T = 3n_2 = 4,65$) прихода в точку наблюдения волнового фронта после первого отражения от границы. Однако, сравнив амплитуды этих волн (вертикальная шкала на рис. 4 и 6), приходим к выводу, что вклад нестационарной составляющей в общее поле невелик. Основной вклад дает возбуждаемая TM_1 -мода.

Для оптического управления сигналами и полностью оптического переключения особый интерес представляет возможность преобразования направляемой моды в моды излучения, быстро покидающие сердцевину волновода. Представляется возможным подобрать значения параметров таким образом, что после преобразования

свойств среды смещенная частота $\omega_1 = v_2/v_1 \omega_0$ окажется выше частоты отсечки. Ниже приведен пример такого преобразования. Допустим, в волноводе с показателем преломления $n_1 = 1,6$ распространяется мода TM_6 ($w_0 = 14,8088$, $\beta/c = 15$). При изменении во времени показателя преломления до величины $n_2 = 1,5$ смещенная частота $w_1 = n_2/n_1 w_0 = 15,7960 > \beta/c$. В своем новом состоянии волновод поддерживает только 5 направляемых мод, значит, часть энергии распределяется между возбуждаемыми направляемыми модами, а основная часть энергии покидает волновод.

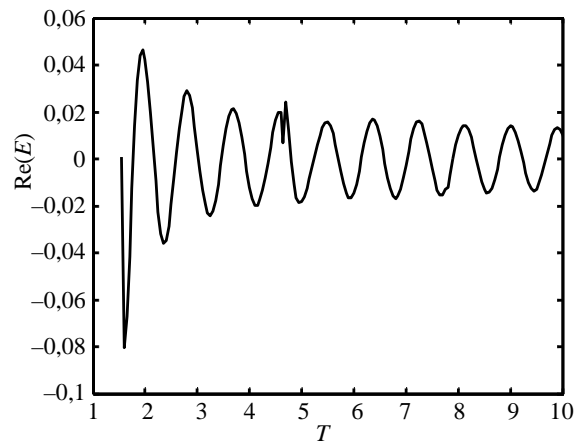


Рис. 6. Вклад интеграла вдоль разреза комплексной плоскости (параметры задачи, как на рис. 3)

Поведение преобразованного поля показано на рис. 7. Очевидно быстрое падение амплитуды поля, однако оно не убывает до нуля, а представляет собой биение возбужденных мод волновода, хотя в данном случае их амплитуды невелики. Так, модуль вычета (нормированный амплитудой первичного поля) для TM_5 -моды равен 0,1307, для мод с меньшим числом вариаций по радиусу эта величина еще меньше.

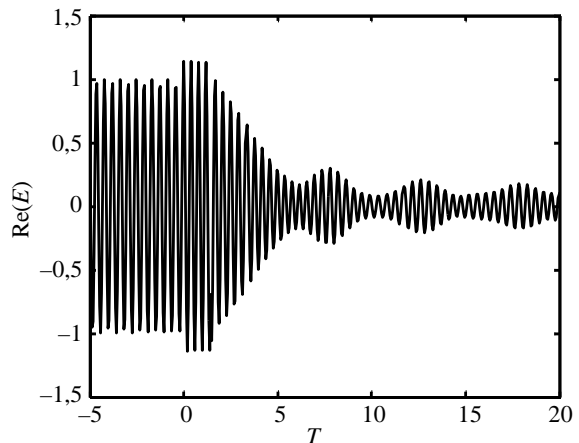


Рис. 7. Зависимость действительной части электрического поля от времени ($n_1 = 1,6$, $n_2 = 1,5$, первичное поле – мода TM_6 ($w_0 = 14,8088$, $\beta/c = 15$))

Выводы. Таким образом, исследован нестационарный отклик моды круглого волновода на скачкообразное изменение диэлектрической проницаемости в сердцевине. Предположение резкого изменения свойств среды позволило построить аналитическое решение в виде преобразования Лапласа. Обращение во временную область произведено с помощью оценки вычетов в особых точках, соответствующих собственным частотам волновода и интегралов вдоль разрезов комплексной плоскости, которые описывают потери на излучение. Анализ полученных решений позволил описать детали переходного процесса и установившегося режима. Показано, что при изменении показателя преломления направляемая мода волновода может быть преобразована в направляемую моду волновода с новым показателем преломления в сердцевине. При этом происходит смещение частоты. Также показано, что при определенных условиях возможно преобразование направляемой моды в моды излучения, быстро покидающие сердцевину волновода.

Библиографический список

1. Heebner J. Slow light, induced dispersion, enhanced nonlinearity, and optical solitons in a resonant-array waveguide / J. Heebner // *Phys. Rev. E*. – 2002. – 65, iss. 3. – 036619 (4 p.).
2. Yanik M. Time Reversal of Light with Linear Optics and Modulators / M. Yanik, S. Fan // *Phys. Rev. Lett.* – 2004. – 93, N 17. – 173903 (4 p.).
3. High-Order Tunable Filters Based on a Chain of Coupled Crystalline Whispering Gallery-Mode Resonators / A. Savchenkov, V. Ilchenko, A. Matsko, L. Maleki // *IEEE Photon. Technol. Lett.* – 2005. – 17, N 1. – P. 136–138.
4. Microdisk. Tunable Resonant Filters and Switches / K. Djordjev, S. J. Choi, S. J. Choi, P. Dapkus // *IEEE Photon. Technol. Lett.* – 2002. – 14, N 6. – P. 828–830.
5. Strongly coupled semiconductor microcavities: A route to couple artificial atoms over micrometric distances / M. Benyoucef, S. Kiravittaya, Y. Mei et al. // *Phys. Rev. B*. – 2008. – 77, iss. 3. – 035108 (5 p.).
6. Morgenthaler F. R. Velocity modulation of electromagnetic wave / F. R. Morgenthaler // *IRE Trans. on Microwave Theory and Technique*. – 1958. – 6, N 2. – P. 167–172.
7. Investigations of electromagnetic field in a layer with time-varying medium by Volterra integral equation method / F. Fedo-

tov, A. G. Nerukh, T. M. Benson, P. Sewell // *J. of Lightwave Technol.* – 2003. – 21, N 1. – P. 305–314.

8. Transient transformation of Whispering Gallery resonator modes due to time variations in dielectric permittivity / N. K. Sakhnenko, T. M. Benson, P. Sewell, A. G. Nerukh // *Optical and Quantum Electronics*. – 2006. – 38, N 1–3. – P. 71–81.
9. Sakhnenko N. Rigorous Analysis of Whispering Gallery Mode Frequency Conversion Due to Time Variation of Refractive Index in a Spherical Resonator / N. Sakhnenko, A. Nerukh // *J. Opt. Soc. Am. A*. – 2012. – 29, N 1. – P. 99–104.

Рукопись поступила 22.05.2012.

N. K. Sakhnenko

TRANSIENT RESPONSE OF CIRCULAR WAVEGUIDE MODE TO THE CHANGE OF DIELECTRIC PERMITTIVITY IN THE CORE

This paper investigates transformation of the guided mode of the circular waveguide due to abrupt time change of the refractive index of the core on the basis of rigorous mathematical approach. Assumption of the sharp time change of the medium parameters allows obtaining the analytical solution in the Laplace transform domain. The inverse transform is derived by virtue of the residues estimation at singular points and evaluation of the integral along branch cut of the complex plane. Transient behavior of the processes, steady state regime, possibility of the frequency shift and chance to transform the guided mode into leaky modes have been studied in details.

Key words: dielectric waveguide, time varying media.

Н. К. Сахненко

НЕСТАЦІОНАРНИЙ ВІДГУК МОДИ КРУГЛОГО ХВИЛЕВОДУ НА ЗМІНУ ДІЕЛЕКТРИЧНОЇ ПРОНИКНОСТІ В СЕРЦЕВИНІ

За допомогою строгого математичного методу вивчено перетворення напрямленої моди круглого діелектричного хвилеводу в результаті стрибкоподібної зміни у часі показника заломлення сердцевини. Припущення різкої зміни показника заломлення дозволило побудувати аналітичний розв'язок у вигляді перетворення Лапласа. Обернене перетворення у часовий простір отримано за допомогою теореми про лишки та оцінки інтегралів уздовж розрізів комплексної площини. Одержані розв'язки дозволили вивчити перехідні процеси та усталений режим, продемонструвати можливість зсуву частоти, а також виявити можливість перетворення напрямленої моди в моди випромінювання, що швидко залишають сердцевину хвилеводу.

Ключові слова: діелектричний хвилевод, змінні за часом середовища.