

**В. В. Байбак, А. А. Булгаков**

*Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины*

*12, ул. Ак. Проскуры, Харьков, 61085, Украина*

E-mail: [firefoxy@inbox.ru](mailto:firefoxy@inbox.ru)

## ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН В ОГРАНИЧЕННОЙ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЕ ВБЛИЗИ ЭКСИТОННЫХ ПОЛОС

Исследование электромагнитных волн терагерцевого (ТГц) диапазона является интенсивно развивающимся направлением в радиофизике. Однако ТГц-диапазон остается экспериментально более труднодоступным и менее изученным, чем граничащие с ним СВЧ- и ИК-диапазоны. В работе мы решаем задачу о распространении поверхностных электромагнитных волн в слоисто-периодических структурах, содержащих слои с экситонами, в ТГц-диапазоне длин волн. Рассмотрены дисперсионные свойства электромагнитных волн для безграничной и ограниченной периодических структур. Исследуется возможность существования поверхностных электромагнитных волн, распространяющихся вдоль поверхностей ограниченного периодического образца в зонах, в которых объемные волны не распространяются. С помощью комплексной теоремы Пойнтинга показано, что рассматриваемые поверхностные волны могут существовать независимо или одновременно на каждой поверхности структуры. Полученные результаты позволяют анализировать особенности поверхности, к которой прикладывается периодический образец. Это дает возможность изучать качество тонких пленок на поверхности твердых тел, поверхности биологических материалов и т. д. Ил. 4. Библиогр.: 11 назв.

**Ключевые слова:** слоисто-периодическая структура, экситон.

В радиофизике, оптике, микро- и нано-электронике широкое распространение получили метаматериалы и наноструктуры. Эти структуры создаются искусственным путем из слоев различных материалов, поэтому они обладают свойствами, которые существующие в природе твердые тела не имеют. Для использования этих материалов большую роль играет понимание их физических свойств и управление ими с помощью внешних электрического и магнитного полей. Метаматериалы образуются с помощью слоев толщиной в несколько микрон. Их применение связано с техникой, в которой используются волны длиной в несколько долей микрона или более.

Субмиллиметровый (субмм) диапазон электромагнитного излучения ( $10^{12} \dots 10^{13}$  Гц) экспериментально и технически более труднодоступен [1], чем граничащие с ним ИК- и СВЧ-диапазоны. Значительный интерес представляют субмм волны для радиотехнических применений, радиоастрономии и астрофизики, физики атмосферы, биологии и изучения веществ в различных агрегатных состояниях. Особенность этого участка спектра заключается в том, что присущие ему волны слишком длинны для применения в хорошо развитой оптической технике и в то же время слишком коротки для перенесения в него радиометодов. Для аналитического описания физических процессов в сверхвысокочастотных диапазонах используется классическая электродинамика и электроника, в инфракрасных и более коротковолновых – методы и средства, соответствующие квантовой электронике и оптике; субмм волны находятся на стыке между этими областями.

Поверхностные волны распространяются вдоль границы раздела двух различных сред, экс-

поненциально затухая в поперечном направлении к направлению распространения. В результате они локализуют энергию возмущений, созданных на поверхности, в сравнительно узком приповерхностном слое. В настоящее время исследования и применения поверхностных электромагнитных волн (ПЭВ) развиваются достаточно динамично.

ПЭВ обладают рядом преимуществ по сравнению с объемными: относительной простотой возбуждения и съема энергии, возможностью получения в ряде случаев меньших затуханий. Поверхностный характер волн позволяет сравнительно просто воздействовать на них внешними полями и пучками заряженных частиц.

В настоящее время интенсивно исследуются задачи по созданию различных устройств субмм диапазона, которые удастся решить на основе использования ПЭВ в периодических структурах.

В настоящей работе рассмотрена теория электромагнитных волн в ограниченной слоисто-периодической структуре, состоящей из двух различных диэлектрических слоев. Обсуждаются дисперсионные свойства электромагнитных волн в рассматриваемой структуре для случая, когда в одном из диэлектриков содержатся экситоны. Кроме того, предсказано существование поверхностных волн в исследуемой ограниченной структуре, а также рассматриваются распределения полей и потоков энергии. Отметим, что исследование мнимой части комплексной теоремы Пойнтинга позволяет показать, что на различных границах образца существуют независимые ПЭВ, не связанные друг с другом.

**1. Постановка задачи и основные уравнения.** Нами рассматривается ограниченная

слоисто-периодическая структура, образованная периодическим повторением слоев двух различных диэлектриков с толщинами  $d_1$  и  $d_2$  и с диэлектрическими проницаемостями  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$ . В одном из диэлектриков предполагается наличие экситонов. Тогда, при рассмотрении области частот вблизи резонанса экситонных слоев, имеется дисперсия диэлектрической проницаемости [2]

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{01} - \frac{\omega_N}{\omega^2 - \omega_L^2}. \quad (1)$$

Здесь  $\varepsilon_{01}$  – решеточная часть диэлектрической проницаемости;  $\omega_L$  – частота экситонного резонанса;  $\omega_N$  – величина, пропорциональная произведению «плазменной частоты» экситонов на силу осциллятора и связанная с концентрацией ионов

$$\omega_N^2 = 4\pi \frac{e^2 N_{eff}}{m_e}, \quad (2)$$

где  $e$  и  $m_e$  – заряд и масса свободного электрона;  $N_{eff}$  – часть электронов, которая эффективно определяет оптические свойства среды [2].

Вид диэлектрической проницаемости для диэлектрика с экситонами подобен диэлектрической проницаемости для полупроводника в магнитном поле, однако существует большая разница в физической интерпретации процессов. Поскольку в полупроводниках все процессы связаны со свободными электронами, а в диэлектриках – с экситонами, то в диэлектриках основную роль играют сами экситоны.

Также хорошо известно [2], что в оптике кристаллов пространственная дисперсия является слабой, поэтому целесообразно пользоваться разложением  $\varepsilon(\omega, \vec{k})$  в ряд по  $\vec{k}$  с сохранением двух-трех первых членов. Однако разложение ведется по параметру  $a/\lambda$  ( $a$  – постоянная решетки,  $\lambda$  – длина волны), который будет существенным лишь при частотах

$$\left| \frac{\omega - \omega_L}{\omega} \right| \approx \left( \frac{a\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_{01}} \right)^2. \quad (3)$$

Для субмм диапазона эта оценка (3) составляет  $10^{-9} \dots 10^{-12}$ . В работе рассматривается более широкий спектр частот, лежащий вблизи частоты «поверхностного» экситона, поэтому выражение (1) не учитывает пространственную дисперсию. И поскольку рассматриваемая длина волны превышает размеры, связанные с кристаллической решеткой [2], то влиянием пространственной дисперсии в нашей задаче можно пренебречь.

Для решения задачи о распространении электромагнитных волн в каждом из слоев воспользуемся уравнениями Максвелла. Направим ось  $Oz$  перпендикулярно границам слоев. Будем предполагать, что в плоскости  $xOy$  структура од-

нородна, поэтому можно исключить из уравнений зависимость от координаты  $y$ , полагая  $\partial/\partial y = 0$ . Для плоской волны уравнения Максвелла распадутся на уравнения для двух поляризаций: для  $TE$ -волн с компонентами полей  $E_y, H_x, H_z$  и для  $TM$ -волн с компонентами полей  $E_x, E_z, H_y$ . В работе исследуется  $TM$ -поляризация (поскольку для  $TE$ -волн диэлектрическая проницаемость входит в дисперсионное уравнение только в неявном виде через нормальные компоненты волнового вектора).

Для получения дисперсионного соотношения для периодической структуры воспользуемся методом передаточной матрицы  $\mathbf{m}$ , связывающей поля в начале и конце периода структуры [3, 4]. Для этого следует воспользоваться граничными условиями для полей на плоскостях раздела слоев (равенство тангенциальных компонент магнитного и электрического полей)

$$\begin{aligned} H_{y1}(d) &= H_{y2}(d), \\ E_{x1}(d) &= E_{x2}(d). \end{aligned} \quad (4)$$

Представив поля в виде блоховских функций, из уравнений Максвелла и граничных условий получаем матрицу преобразования [4]

$$\begin{pmatrix} H_y(0) \\ E_x(0) \end{pmatrix} = \mathbf{m} \begin{pmatrix} H_y(d) \\ E_x(d) \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где  $d$  – период структуры;  $d = d_1 + d_2$ .

Для плоской волны компонента волнового вектора в слоях, перпендикулярная направлению периодичности, равна

$$k_{z_{1,2}} = \left( \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{1,2} - k_x^2 \right)^{1/2}. \quad (6)$$

Поскольку поля в периодической структуре должны удовлетворять условию периодичности, то воспользуемся теоремой Флоке

$$\begin{aligned} H_{y2}(d) &= H_{y1}(0) e^{ikd}, \\ E_{x2}(d) &= E_{x1}(0) e^{ikd}, \end{aligned} \quad (7)$$

где волновое число  $\bar{k}$  называется блоховским волновым числом и является усредненным по периоду структуры поперечным волновым числом. В периодической структуре блоховское волновое число заменяет поперечные волновые числа  $k_{z1}$  и  $k_{z2}$  в отдельных слоях.

Поскольку система (5) является системой однородных линейных уравнений, то ее нетривиальное решение существует только тогда, когда определитель этой системы равен нулю. В результате получим дисперсионное уравнение для безграничной периодической структуры

$$\begin{aligned} \cos \bar{k}d &= \cos k_{z_1} d_1 \cos k_{z_2} d_2 - \\ &- \frac{1}{2} \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \frac{k_{z_1}}{k_{z_2}} + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \frac{k_{z_2}}{k_{z_1}} \right) \sin k_{z_1} d_1 \sin k_{z_2} d_2. \end{aligned} \quad (8)$$

Для безграничной периодической среды дисперсионное соотношение (8) определяет связь между частотой  $\omega$  и продольным  $k_x$  и поперечным  $\bar{k}$  волновыми числами. Из (8) следует известный физический результат: если правая часть этого уравнения по модулю больше единицы, то  $\bar{k}$  – мнимая величина, следовательно, структура не пропускает электромагнитные волны, а в спектре появляются разрешенные и запрещенные области для распространения волн.

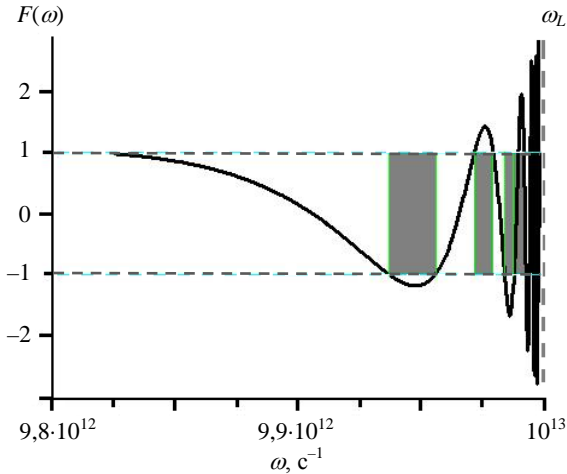


Рис. 1. Графическое определение разрешенных (светлые) и запрещенных (темные) зон

Графическое определение разрешенных и запрещенных зон для дисперсионного уравнения изображено на рис. 1, где функция  $F(\omega)$  представлена правой частью уравнения (8). Как известно [4], физический механизм возникновения запрещенных зон состоит в том, что в этих зонах прямая и отраженная волны находятся в противофазе, поэтому происходит «гашение» колебаний. Как видно из рис. 1, при приближении к резонансу ( $\omega \rightarrow \omega_L$ ;  $\varepsilon_1(\omega) \rightarrow \infty$ ) уменьшается период колебаний функции  $F$ , а ее амплитуда возрастает. Таким образом, появляется большое количество зон. Однако учет затухания приводит к размытию зон вблизи резонанса, поэтому вопрос о достижении точки резонанса, где  $\varepsilon_1 \rightarrow \infty$ , нереализуем. Кроме того, интересным свойством дисперсионного соотношения (8) является наличие зон пропуска в случае, когда один из слоев или оба слоя имеют мнимые значения волновых чисел  $k_z$ .

Поскольку нас интересуют лишь поверхностные волны, то будем рассматривать мнимые значения блоховского волнового вектора, при этом  $k_{z1,2}$  могут быть как действительными, так и мнимыми.

**2. Дисперсионное уравнение для безграничной структуры.** Решение дисперсионного уравнения (8) определяет зонную структуру не-

ограниченной периодической структуры, что показано на рис. 2, из которого видно, что наличие экситонов в слоях значительно искажает зонную структуру в области частот, близких к резонансной. Можно выделить три характерные частоты, связанные с экситонным резонансом.

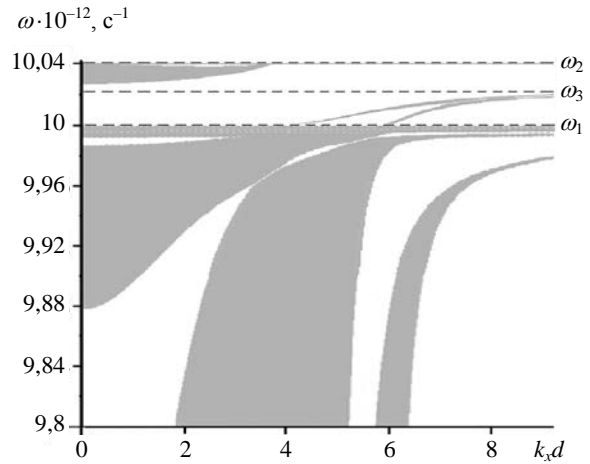


Рис. 2. Зонная структура: светлые области – запрещенные зоны, темные области – разрешенные;  $d_1 = 0,003$  см,  $d_2 = 0,007$  см,  $\varepsilon_{01} = 5$ ,  $\varepsilon_2 = 3$ ,  $\omega_L = 10^{13}$  с<sup>-1</sup>,  $\omega_N = 2 \cdot 10^{12}$  с<sup>-1</sup>

При  $\omega_1 \rightarrow \omega_L$  диэлектрическая проницаемость экситонных слоев принимает большие значения (без учета потерь  $\varepsilon_1 \rightarrow \infty$ ).

Если рассматривать экситоны в модели осцилляторов Лоренца [5] то для описанного Борном и Хуан Куном случая, когда

$$\omega_2 = \omega_L \left( \frac{\omega_N^2}{\omega_L^2 \varepsilon_{01}} + 1 \right)^{1/2},$$

т. е.  $\varepsilon_1 = 0$ , вектор электрического поля, волновой вектор и вектор смещения осциллятора параллельны друг другу. В связи с этим имеет место распространение продольной волны. Рассмотренный ранее случай для  $\omega_1$  соответствует поперечным волнам, у которых вектор электрического поля и вектор смещения осциллятора перпендикулярны волновому вектору. Возникновение двух резонансов физически интерпретируется как распространение двух типов длинноволновых колебаний в модели осцилляторов Лоренца с собственной частотой  $\omega_L$ . Один из них соответствует продольным волнам, в которых колебания происходят в направлении распространения, другой – поперечным волнам. В продольной волне на каждый осциллятор действует электрическое поле, обусловленное другими осцилляторами и направленное параллельно распространению волны. В силу этого величина коэффициента упругой силы осциллятора возрастает и изменяется собственная частота осциллятора, – она становится больше  $\omega_L$ . В поперечной волне, в отсутствие внешнего электро-

магнитного поля, такого электрического поля нет и изменение собственной частоты осциллятора не происходит.

Для аналитического исследования дисперсионного уравнения (8) можно рассмотреть случай, когда в обоих слоях структуры распространяются поверхностные волны, т. е. оба  $k_{z1,2}$  являются мнимыми. Этот случай подобен электростатическому приближению и характерен для области частот от  $\omega_1$  до  $\omega_2$  на рис. 2. В связи с этим дисперсионное уравнение (8) существенно упрощается:

$$\frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2}{2\varepsilon_1\varepsilon_2} = \frac{\cos \bar{k}d - \operatorname{ch}(k_x(d_1 - d_2))}{\operatorname{sh} k_x d_1 \operatorname{sh} k_x d_2}. \quad (9)$$

В этом уравнении левая часть зависит только от частоты, а правая – только от геометрии структуры. Если левая часть уравнения (9) равна нулю, то для равенства нулю правой части необходимо, чтобы  $k_x d_{1,2} \rightarrow \infty$ . В этом случае вдоль границ первой и второй сред будут распространяться элементарные возбуждения, называемые поверхностными плазмонами. Их уравнения дисперсии будут иметь вид  $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 0$ . Частота поверхностных плазмонов равна

$$\omega_3 = \omega_L \left( \frac{\omega_N^2}{\omega_L^2(\varepsilon_{01} + \varepsilon_{02})} + 1 \right)^{1/2}, \quad (\varepsilon_{01} + \varepsilon_{02} = 0). \quad (10)$$

При частоте  $\omega_3$  на каждой границе между первым и вторым диэлектриками можно наблюдать поверхностные плазмоны, и все рассуждения о поверхностных плазмонах, описанные в [4], полностью совпадают с полученными результатами. При больших значениях  $k_x d$  и  $\omega_3 \rightarrow \infty$  линии двух разрешенных зон, которые находятся между частотами  $\omega_1$  и  $\omega_3$ , стремятся к частоте  $\omega_3$ . Особенность этих зон состоит в том, что для них поперечные волновые числа слоев структуры  $k_{z1,2}$  являются мнимыми (т. е. при  $\omega \rightarrow \omega_3$  на границах слоев могут распространяться поверхностные волны), однако в структуре существуют зоны пропускания. Ширина этих зон с ростом  $k_x$  уменьшается, а следовательно, запрещенная зона, которая находится между ними, оказывается чрезвычайно узкой.

Существование ПЭВ между слоями структуры связано с расположением световых линий для первого и второго диэлектриков. При частотах от  $\omega_1$  до  $\omega_3$  зоны пропускания структуры находятся правее двух световых линий, т. е. оба волновых числа  $k_{z1,2}$  являются мнимыми. В области частот от  $\omega_3$  до  $\omega_2$  зоны пропускания находятся правее лишь одной световой линии (вследствие отрицательного значения диэлектрической проницаемости диэлектрика с экситонами) и волны носят поверхностный характер лишь в одном из диэлектриков – в слоях первого диэлектрика

поля убывают по экспоненте, а в слоях второго – носят синусоидальный характер. При частотах ниже  $\omega_1$  лишь самая узкая правая зона пропускания находится за световой линией второго диэлектрика. В этом случае волны носят поверхностный характер в другом диэлектрике: в слоях второго диэлектрика поля убывают по экспоненте, а в слоях первого – носят синусоидальный характер.

**3. Дисперсионное уравнение для ограниченного образца.** Поверхностный характер распределения полей в слоях структуры связан с отрицательным значением диэлектрической проницаемости одного из слоев, а следовательно, и с мнимостью волновых чисел в обеих средах [6]. Однако ситуация становится гораздо сложнее для поверхностных волн на границе раздела однородной среды и периодической структуры.

Поскольку электромагнитные поля пропорциональны  $e^{-ikd}$ , то при мнимых значениях волнового числа поля убывают по экспоненте от границы. Другими словами, можно рассматривать возможность существования ПЭВ на границах подобной структуры в случаях, когда блоховское волновое число является мнимым.

Рассмотрим ограниченную структуру, когда слоисто-периодический образец находится между однородными средами (предположим, что это вакуум). Чтобы найти связь между полями в различных точках структуры, отстоящих друг от друга на целое число периодов  $N$ , необходимо найти произведение матриц  $\mathbf{m}$  каждого периода

$$\begin{pmatrix} H_y(0) \\ E_x(0) \end{pmatrix} = \mathbf{M}_N \begin{pmatrix} H_y(Nd) \\ E_x(Nd) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{M}_N = (\mathbf{m})^N. \quad (11)$$

Используя теорему Абеле, матрицу для  $N$  периодов структуры можно записать через полиномы Чебышева второго рода [3]:

$$\begin{aligned} M_{N11} &= m_{11} \frac{\sin(N\bar{k}d)}{\sin(\bar{k}d)} - \frac{\sin([N-1]\bar{k}d)}{\sin(\bar{k}d)}, \\ M_{N12} &= m_{12} \frac{\sin(N\bar{k}d)}{\sin(\bar{k}d)}, \\ M_{N21} &= m_{21} \frac{\sin(N\bar{k}d)}{\sin(\bar{k}d)}, \\ M_{N22} &= m_{22} \frac{\sin(N\bar{k}d)}{\sin(\bar{k}d)} - \frac{\sin([N-1]\bar{k}d)}{\sin(\bar{k}d)}. \end{aligned} \quad (12)$$

Чтобы перейти к рассмотрению поверхностных волн в ограниченном образце, поместим его между однородными средами с диэлектрическими проницаемостями  $\varepsilon_a$  и  $\varepsilon_b$ . Для вакуума  $\varepsilon_a = \varepsilon_b = 1$ .

Чтобы электромагнитные волны не излучались из образца, поперечные волновые числа в средах  $a$  и  $b$ , которые ограничивают образец, должны быть мнимыми величинами.

$$k_{z_a} = -i \left( k_x^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_a \right)^{1/2},$$

$$k_{z_b} = -i \left( k_x^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_b \right)^{1/2}. \quad (13)$$

Такой выбор знаков в соотношениях (13) обеспечивает убывание поля от границ слоисто-периодического образца вглубь диэлектрических полупространств  $a$  и  $b$ . Представим поля в структуре в виде блоховских функций, а вне периодической структуры будет только поле убывающей поверхностной волны. Учитывая непрерывность тангенциальных составляющих электромагнитного поля при  $z = 0$  и  $z = Nd$ , с помощью матрицы преобразования для  $N$  периодов получим следующую систему однородных линейных уравнений:

$$\begin{pmatrix} A \\ -\frac{c}{\omega} \frac{k_{z_a}}{\varepsilon_a} A \end{pmatrix} = \mathbf{M}_N \begin{pmatrix} D e^{ik_{z_b}Nd} \\ \frac{c}{\omega} \frac{k_{z_b}}{\varepsilon_b} D e^{ik_{z_b}Nd} \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Здесь  $A$  и  $D$  – неопределенные коэффициенты.

Нетривиальное решение такой системы существует, если ее определитель равен нулю. Раскрыв этот определитель, получаем дисперсионное уравнение для ограниченной периодической структуры

$$\left[ m_{11} + \frac{|k_{z_b}|}{|k_{z_a}|} \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_b} m_{22} + i \left( \frac{c}{\omega} \frac{|k_{z_b}|}{\varepsilon_b} m_{12} - \frac{\omega}{c} \frac{\varepsilon_a}{|k_{z_a}|} m_{21} \right) \right] \times$$

$$\times \frac{\sin(N\bar{k}d)}{\sin(\bar{k}d)} - \left[ 1 + \frac{|k_{z_b}|}{|k_{z_a}|} \frac{\varepsilon_a}{\varepsilon_b} \right] \frac{\sin([N-1]\bar{k}d)}{\sin(\bar{k}d)} = 0. \quad (15)$$

В рассматриваемом случае, когда образец граничит с одинаковыми средами, а именно с вакуумом, диэлектрические проницаемости  $\varepsilon_a = \varepsilon_b = \varepsilon_v$ , дисперсионное уравнение (15) существенно упрощается:

$$\frac{\sin(N\bar{k}d)}{\sin(\bar{k}d)} + \frac{\sin([N-1]\bar{k}d)}{2\sin(\bar{k}d)} \times$$

$$\times \left[ \frac{c}{\omega} \frac{|k_{z_v}|}{\varepsilon_v} im_{12} + \frac{\omega}{c} \frac{\varepsilon_v}{|k_{z_v}|} im_{21} \right] = 0. \quad (16)$$

Если это равенство рассматривать как функцию  $\omega$  от  $k_x$ , то равенство уравнения (16) нулю будет определять постоянные распространения мод с компонентами волнового вектора  $\bar{k}$ . Из (16) также следует известный физический результат, описанный в работе [7]: уравнение имеет  $N$  корней для каждой зоны пропускания периодической структуры.

На рис. 3 представлены результаты численного расчета дисперсионного соотношения (16) для ПЭВ для ограниченной структуры в случае  $N = 4$ . Отметим, что все дисперсионные кривые

находятся за световой линией вакуума, поэтому существуют ПЭВ во всех зонах непропускания структуры. Вдали от частоты экситонного резонанса  $\omega_1$  все значения  $k_x$  лежат в разрешенных зонах, причем вместо каждой зоны теперь имеются  $N$  мод. Тем не менее вблизи частоты экситонного резонанса, одна волна из каждой разрешенной зоны (черные линии на рис. 3) переходит в запрещенную зону. Таким образом, в разрешенных зонах остаются лишь  $(N - 1)$  мод, а одна мода оказывается поверхностной [7]. При дальнейшем приближении к резонансу, поскольку зоны сужаются, вместо каждой разрешенной зоны возникает  $(N - 1)$ -кратно вырожденный уровень и один невырожденный, лежащий в запрещенной зоне.

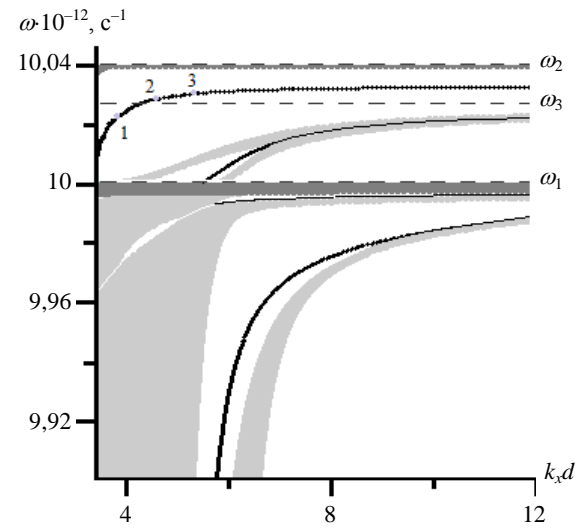


Рис. 3. Дисперсионная зависимость для поверхностных волн в ограниченной периодической структуре ( $N = 4$ ); светлые области – зоны непропускания, темные области – зоны пропускания, черные линии – поверхностные волны

Однако, в отличие от [7], нас интересуют ПЭВ. Глубина проникновения для поверхностных волн  $\delta = 2\pi/\bar{k}$ , частота которых меньше частоты экситонного резонанса, может достигать 785 мкм ( $d_1 = 30$  мкм,  $d_2 = 70$  мкм). А для поверхностных волн, частота которых выше частоты экситонного резонанса, глубина проникновения не превышает 220 мкм.

Дисперсионное уравнение (16) для поверхностных волн можно упростить для ряда предельных случаев. При частоте  $\omega = \omega_1 \rightarrow \omega_L$  дисперсионное уравнение (16) принимает вид

$$\text{cth}(N-1)\bar{k}d + \text{cth}\bar{k}d + \frac{1}{2 \text{sh}\bar{k}d} \frac{|k_{z_v}|}{\varepsilon_v} \frac{\varepsilon_1}{|k_{z_1}|} \times$$

$$\times \sin k_{z_1} d_1 \cos k_{z_2} d_2 = 0. \quad (17)$$

Вблизи частоты  $\omega \rightarrow \omega_2$  уравнение (16) запишем следующим образом:

$$\text{cth}(N-1)\bar{k}d + \text{cth}\bar{k}d - \frac{1}{2\text{sh}\bar{k}d} \frac{|k_x|}{\varepsilon_1} \frac{\varepsilon_v}{|k_z|} \times \quad (18)$$

$$\times \sin k_x d_1 \cos k_z d_2 = 0.$$

Два предельных соотношения (17) и (18) позволяют упростить численные расчеты спектров электромагнитных волн в слоисто-периодической структуре.

Таким образом, в слоисто-периодической структуре вблизи частоты экситонного резонанса в запрещенной зоне существуют ПЭВ. При этом, как было показано ранее, в слоях структуры поперечные волновые числа  $k_{z_1}$  и  $k_{z_2}$  могут быть как действительными, так и мнимыми. Это означает, что внутри слоев могут распространяться как объемные, так и поверхностные волны, тем не менее результирующая волна в структуре будет поверхностной. Далее мы покажем, что в рассмотренной нами структуре существуют две ПЭВ, локализованные вблизи краев периодического образца.

Для этого рассмотрим мнимую часть вектора Пойнтинга. Как известно, вектор плотности

потока энергии Пойнтинга  $\mathbf{S}$  является комплексной величиной [8, 9]:

$$\text{div}\mathbf{S} = -\frac{1}{2}\sigma\mathbf{E}\mathbf{E}^* + i\omega\left(\frac{\mu}{2}\mathbf{H}\mathbf{H}^* - \frac{\varepsilon}{2}\mathbf{E}\mathbf{E}^*\right). \quad (19)$$

Как сказано в работе [8], мнимая часть плотности потока энергии в комплексной теореме Пойнтинга может содержать важные сведения о физических процессах внутри периодической среды, поскольку является разностью средних значений магнитной и электрической энергии. Это означает, что энергия электрического поля будет преобразовываться в энергию магнитного поля и обратно.

Рассмотрим характер распределения полей для одной из поверхностных мод, обозначенной на рис. 3 в точках 1–3. Также рассмотрим энергию, запасенную в электрическом и магнитном полях [10].

На рис. 4 представлены результаты численного расчета полей и разности значений магнитной и электрической энергии для трех различных значений  $\bar{k}$  для поверхностной волны, дисперсионная характеристика которой изображена на рис. 3.

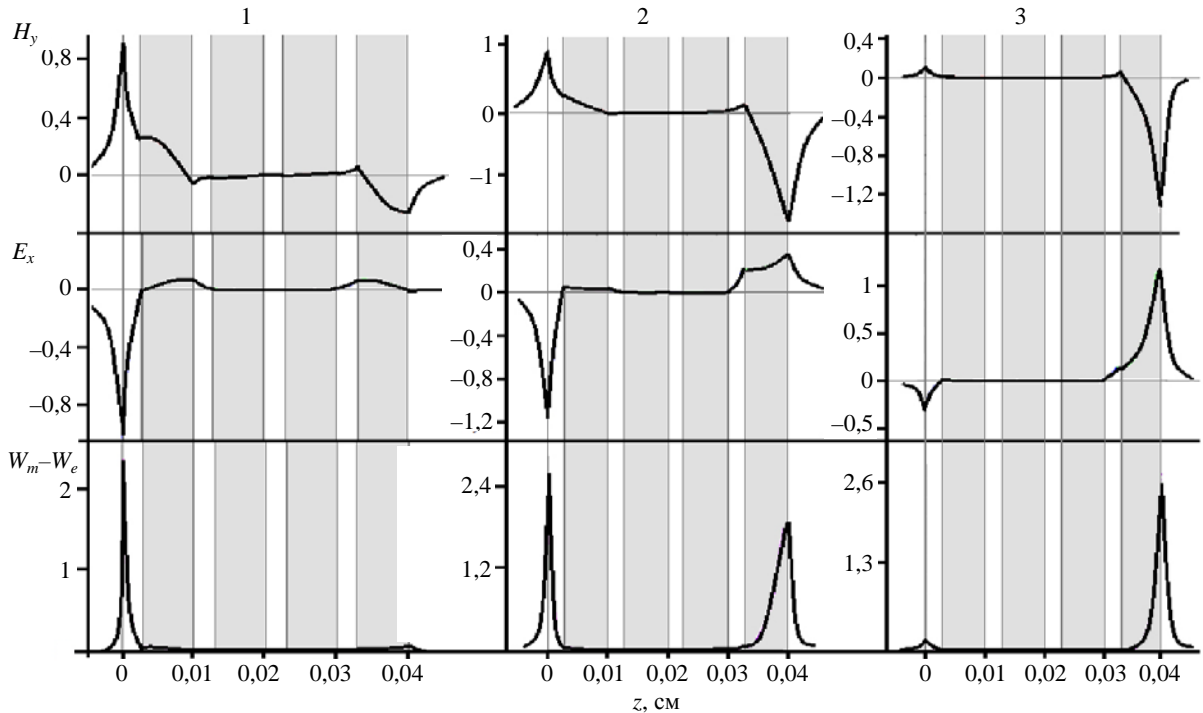


Рис. 4. Распределение  $H_y$ - и  $E_x$ -компонент поля, а также мнимой части плотности потока энергии Пойнтинга

$$W_m - W_e = \left(\frac{\mu}{2}\mathbf{H}\mathbf{H}^* - \frac{\varepsilon}{2}\mathbf{E}\mathbf{E}^*\right) \text{ для поверхностной волны}$$

Структура состоит из четырех периодов ( $Nd = 0,04$  см,  $d_1 = 30$  мкм (светлые зоны),  $d_2 = 70$  мкм (темные зоны)). Как видно из рис. 4, в зависимости от значений  $\bar{k}$  рассматриваемые собственные поверхностные волны могут существовать

либо у одной границы, либо у другой. В итоге наблюдаются поверхностные волны, которые могут находиться или у одной границы структуры, или у другой, или одновременно у двух границ. Аналогично с работой [6], эти две волны

независимы. В данной работе нас интересует вопрос: на какой границе и когда могут возникать поверхностные волны? Для этой задачи удобно рассмотреть комплексный поток энергии Пойнтинга. И хотя эта величина не имеет прямого физического смысла, рассматриваемая комплексная энергия – это реактивная энергия [11], она позволяет судить, являются ли волны независимыми на обеих границах. Из рис. 4 видно, что когда электрическая и магнитная энергии сосредоточены у левого края среды ( $x \geq 0$ ), то у этого же края сосредоточен и поток (точка 1). Аналогично для правого края среды ( $x \leq Nd$ , точка 3) и для случая, когда существуют две независимые поверхностные волны у обеих границ структуры (точка 2).

Следовательно, случай, когда распространяются обе волны на границах, и случай, когда существует только одна волна, наилучшим образом описываются с помощью комплексной теоремы Пойнтинга. Распределение электрического и магнитного полей во всей структуре является свойством интерференции электромагнитных волн в структуре. Характер интерференции определяется с помощью передаточной матрицы. Результат распределения полей как на одной границе структуры, так и на другой описывается наглядно с помощью комплексной теоремы Пойнтинга.

**Выводы.** Аналитически и численно исследуются дисперсионные свойства электромагнитных волн в ограниченной слоисто-периодической структуре, период которой состоит из двух различных диэлектрических слоев. Предполагается, что в одном из диэлектриков содержатся экситоны. Показано, что существование поверхностных волн в структуре имеет место на частотах, близких к экситонному резонансу. Они также существуют и вблизи частоты обращения в ноль суммы диэлектрических проницаемостей слоев. Рассмотрены распределения полей и потоков энергии. Показано, что с помощью комплексной теоремы Пойнтинга можно аналитически и численно определить свойства ПЭВ, распространяющихся на различных границах ограниченной периодической структуры.

#### Библиографический список

1. *Armstrong C. M.* The truth about terahertz / C. M. Armstrong // IEEE Spectrum. – 2012. – 49, N 9. – P. 28–33.
2. *Агранович В. М.* Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов / В. М. Агранович, В. Л. Гинзбург. – М.: Наука, 1979. – 432 с.
3. *Борн М.* Основы оптики / М. Борн, Э. Вольф; пер. с англ., под ред. Г. П. Мотулевич. – М.: Наука, 1970. – 720 с.
4. *Басс Ф. Г.* Высоочастотные свойства полупроводников со сверхрешетками / Ф. Г. Басс, А. А. Булгаков, А. П. Тетервов. – М.: Наука, 1989. – 288 с.
5. *Нокс Р. С.* Теория экситонов / Р. С. Нокс; пер. с англ. под ред. Ю. Конобеева. – М.: Мир, 1966. – 220 с.
6. *Альтшулер Е. Ю.* Поверхностные электромагнитные волны в полупроводниковых структурах и их применение в технике СВЧ / Е. Ю. Альтшулер, Л. И. Кац, В. В. Попов. – М.: ЦНИИ Электроника, 1983. – 62 с.

7. *Yariv A.* Electromagnetic propagation in periodic stratified media / A. Yariv, P. Yeh, Chi-Shain Hong // J. Opt. Soc. Am. – 1977. – 67, N 4. – P. 423.
8. *Стрэттон Дж. А.* Теория электромагнетизма / Дж. А. Стрэттон; пер. с англ. под ред. С. М. Рытова. – М.-Л.: Гостехиздат, 1948. – 542 с.
9. *Вайнштейн Л. А.* Электромагнитные волны / Л. А. Вайнштейн. – М.: Радио и связь, 1988. – 440 с.
10. *Collin R. E.* Field theory of guided waves / R. E. Collin. – N. Y.: IEEE Press, 1991. – 852 p.
11. *Вольман В. И.* Техническая электродинамика / В. И. Вольман, Ю. В. Пименов. – М.: Связь, 1971. – 536 с.

Рукопись поступила 26.12.2012 г.

V. V. Baibak, A. A. Bulgakov

#### ANALYSIS OF SURFACE WAVES PROPERTIES IN FINITE PERIODIC STRUCTURE NEAR THE EXCITON BANDS

The study of THz electromagnetic waves is an intensively developing trend in radiophysics. However, terahertz is experimentally harder to reach and it is less studied than the bordering microwave and infrared ranges. In this paper we solve the problem of the propagation of surface electromagnetic waves in a layered-like periodic structure, that contain layers with excitons, in the terahertz wave band. We consider the dispersion properties of electromagnetic waves for infinite and for bounded periodic structures. We analyze the possibility of the existence of surface electromagnetic waves that can propagate along the surface of the bounded sample in areas where body waves do not propagate. With complex Poynting theorem it is shown that the surface waves can exist independently or simultaneously on each surface of the structure. The obtained results allow us to analyze the features of the surface, attached to a periodic pattern. This makes possible to study the quality of thin films on solid surfaces, the surfaces of biological materials, etc.

**Key words:** layered periodic structure, exciton.

В. В. Байбак, О. О. Булгаков

#### ДОСЛІДЖЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ ПОВЕРХНЕВИХ ХВИЛЬ В ОБМЕЖЕНІЙ ПЕРІОДИЧНІЙ СТРУКТУРІ ПОБЛИЗУ ЕКСИТОННИХ СМУГ

Дослідження електромагнітних хвиль терагерцового (ТГц) діапазону є напрямом в радіофізиці, що інтенсивно розвивається. Однак ТГц-діапазон залишається експериментально більше важкодоступним і менше вивченим, ніж сусідні з ним НВЧ- і ІЧ-діапазони. У роботі ми вирішуємо задачу про поширення поверхневих електромагнітних хвиль у шарувато-періодичних структурах, що містять шари з екситонами, в ТГц-діапазоні довжин хвиль. Розглянуто дисперсійні властивості електромагнітних хвиль для безмежної та для обмеженої періодичних структур. Досліджується можливість існування поверхневих електромагнітних хвиль, що можуть поширюватися уздовж поверхонь обмеженого періодичного зразка в зонах, у яких об'ємні хвилі не поширюються. За допомогою комплексної теоремі Пойнтинга показано, що розглянуті поверхневі хвилі можуть існувати незалежно або одночасно на кожній поверхні структури. Отримані результати дозволяють аналізувати особливості поверхні, до якої прикладається періодичний зразок. Це дає можливість вивчати якість тонких плівок на поверхні твердих тіл, поверхні біологічних матеріалів і т. д.

**Ключові слова:** шарувато-періодична структура, екситон.