

В. К. Иванов, А. О. Силин, А. М. Стадник

Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины

12, ул. Ак. Проскуры, Харьков, 61085, Украина

E-mail: ivanov@ire.kharkov.ua

ФОКУСИРОВКА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ ТОЧЕЧНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ДИПОЛЯ ГРАНИЦЕЙ РАЗДЕЛА ОБЫЧНОЙ И ЛЕВОЙ СРЕД

Проблема фокусировки волновых полей различной физической природы и частотных диапазонов является актуальной как для научных экспериментов, так и для практических приложений в промышленности, медицине и технике, однако уникальные возможности для разработки устройств фокусировки электромагнитных полей, связанные с появлением метаматериалов (левых сред), не могут быть полностью реализованы в рамках используемого в большинстве работ геометрикооптического подхода, основным достоинством которого является наглядность. Поскольку такой подход не позволяет дать количественные оценки влияния потерь, положения, ориентации и типа источника на структуру излучаемого поля, то возникает потребность в последовательном электродинамическом решении модельных задач. В работе из первых принципов строго решена и численно промоделирована задача об излучении элементарного электрического диполя, расположенного горизонтально над плоской границей раздела пассивных обычной и левой сред. Показано, что электромагнитное поле диполя, проникая в полупространство из метаматериала, фокусируется в нем, т. е. пространственное распределение поля имеет явно выраженный максимум со сложной интерференционной структурой. Исследована зависимость фокусировки от положения и ориентации диполя, а также величины потерь в метаматериале. Выдвинута гипотеза (приведены качественные соображения) о том, что фокусирующей способностью обладает именно граница раздела обычной и левой сред, а не каждая из них по отдельности. Ил. 4. Библиогр.: 23 назв.

Ключевые слова: фокусировка, электрический диполь, метаматериал.

Фокусировка волновых полей широко используется в научных экспериментах и практических приложениях. Одна область применений фокусировки связана с концентрацией энергии электромагнитных и звуковых волн, необходимой для воздействия на среду, вещество или биологические объекты. Другая область относится к получению изображений объектов в непрозрачных (мутных) средах, что важно в промышленной дефектоскопии, в медицинской диагностике, в локации объектов в атмосфере и водоемах.

Фокусировка излучения в заданную точку исследуемой среды с помощью радара с синтезированной апертурой в традиционной радиолокации лежит в основе многих подходов к задачам обнаружения подповерхностных объектов в археологии, геологии, при поиске противопехотных мин [1]. Интенсивное развитие методов фокусировки оптического излучения связано с созданием дифракционной компьютерной оптики [2]. Устройства формирования заданных пространственных распределений интенсивности и/или фазы в оптическом диапазоне широко применяются, например, при лазерной резке материалов [3].

Фокусировка волн различной физической природы имеет много общего, будучи преобразованием импедансов фронтов при помощи устройств, изменяющих направление распространения и длину волнового пути. Различие фокусирующих устройств в оптике и акустике [4] обусловлено различиями в когерентности, диапазоне изменения импедансов и показателей преломления, частичным преобразованием продольных упругих волн в поперечные, возможностью ис-

пользования геометрической оптики или необходимостью учета дифракционных эффектов и т. д.

Новые возможности для разработки устройств фокусировки электромагнитных полей связаны с появлением метаматериалов, под которыми в нашей статье подразумеваются вещества, с одновременно отрицательными в некотором частотном диапазоне диэлектрической $\varepsilon(\omega)$ и магнитной $\mu(\omega)$ проницаемостями [5–11], что является условием существования поперечно-магнитных (ТМ) и поперечно-электрических (ТЕ) поверхностных волн [12]. При этом поток энергии поверхностных волн направлен вдоль границы и меняет знак при переходе через нее [13], что, по мнению авторов [14], может проявляться в фокусирующих свойствах такой границы.

В подавляющем большинстве работ по фокусировке (например, суперлинзой [15, 16]) используют геометрикооптический подход, основным достоинством которого является наглядность. Однако поскольку такой подход не позволяет ответить на вопросы о количественных оценках влияния потерь в метаматериалах, типа источника (монополь или электрический/магнитный диполь, квадруполь и т. д.) и его ориентации [17–20], то особую ценность представляют работы с полным электродинамическим решением задачи фокусировки [21].

Целью настоящей работы является разработка строгой теории и максимально детальный численный анализ задачи о фокусировке излучения точечного электрического диполя, расположенного горизонтально над плоской поверхностью раздела обычной среды и метаматериала.

1. Постановка задачи. Рассмотрим электромагнитное поле, создаваемое монохроматическим (далее зависимость от времени вида $e^{-j\omega t}$ для сокращения записи опущена) источником с плотностью тока $\vec{J}(\vec{r})$ в разделенных плоскостью $z=0$ полупространствах с комплексными диэлектрическими и магнитными проницаемостями $\varepsilon_\alpha(\omega) = \varepsilon'_\alpha(\omega) + j\varepsilon''_\alpha(\omega)$, $\mu_\alpha(\omega) = \mu'_\alpha(\omega) + j\mu''_\alpha(\omega)$.

Индекс $\alpha = 1, 2$ здесь нумерует верхнюю (обычную с $\varepsilon'_1(\omega) > 0, \mu'_1(\omega) > 0$) и нижнюю (левую или метаматериал с $\varepsilon'_2(\omega) < 0, \mu'_2(\omega) < 0$) пассивные среды, для которых $\varepsilon''_\alpha(\omega) > 0, \mu''_\alpha(\omega) > 0$.

В случае монохроматического источника задача сводится к решению волнового уравнения

$$\Delta \vec{E}_\alpha(\vec{r}) + k_\alpha^2 \vec{E}_\alpha(\vec{r}) = \frac{1}{i\omega\varepsilon_\alpha} [\text{grad div } \vec{j}(\vec{r}) + k_\alpha^2 \vec{j}(\vec{r})],$$

где квадрат комплексного волнового числа $k_\alpha^2 = \omega^2 \varepsilon_\alpha \mu_\alpha$, а для точечного электрического диполя с токовым моментом $\vec{p} = (p_x, p_y, 0)$, расположенного на высоте d (рис. 1),

$$\vec{j}(\vec{r}) = \vec{p} \delta(x) \delta(y) \delta(z-d).$$

Магнитное поле по известному $\vec{E}_\alpha(\vec{r})$ находится как

$$\vec{H}_\alpha(\vec{r}) = \frac{1}{i\omega\mu_\alpha} \text{rot } \vec{E}_\alpha(\vec{r}).$$

$$E_{\alpha z}(\vec{q}, z) = \frac{i}{\gamma_\alpha^2} \frac{\partial}{\partial z} [q_x E_{\alpha x}(\vec{q}, z) + q_y E_{\alpha y}(\vec{q}, z)],$$

$$H_{\alpha x}(\vec{q}, z) = \frac{-1}{i\omega\mu_\alpha \gamma_\alpha^2} \frac{\partial}{\partial z} [q_x q_y E_{\alpha x}(\vec{q}, z) + (k_\alpha^2 - q_x^2) E_{\alpha y}(\vec{q}, z)],$$

$$H_{\alpha y}(\vec{q}, z) = \frac{1}{i\omega\mu_\alpha \gamma_\alpha^2} \frac{\partial}{\partial z} [(k_\alpha^2 - q_y^2) E_{\alpha x}(\vec{q}, z) + q_x q_y E_{\alpha y}(\vec{q}, z)],$$

$$H_{\alpha z}(\vec{q}, z) = \frac{1}{\omega\mu_\alpha} [q_x E_{\alpha y}(\vec{q}, z) - q_y E_{\alpha x}(\vec{q}, z)].$$

2. Основные расчетные соотношения.

Систему уравнений (2) для случая двух полупространств можно решать различными способами. Мы выберем наиболее прямой [22], при котором обобщения, связанные с наличием метаматериала, являются непосредственными и не требуют введения понятия отрицательного коэффициента преломления [18, 19].

Все квадратные корни из комплексного числа понимаются как основные значения и на-

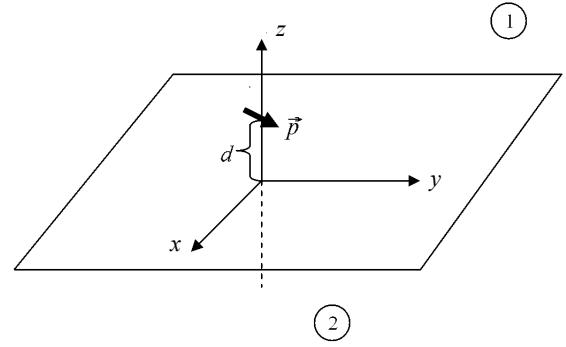


Рис. 1. Геометрия задачи

Вводя двумерное Фурье-преобразование

$$\vec{E}_\alpha(\vec{r}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d\vec{q} e^{i\vec{q}\vec{p}} \vec{E}_\alpha(\vec{q}, z), \quad \vec{q} = (q_x, q_y, 0) \quad (1)$$

и остальных величин, приходим к уравнениям для $E_{\alpha x}(\vec{q}, z), E_{\alpha y}(\vec{q}, z)$:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \gamma_\alpha^2 \right) \vec{E}_{\alpha\tau}(\vec{q}, z) = [(\vec{q}\vec{p})\vec{q} - k_\alpha^2 \vec{p}] \frac{i\delta(z-d)}{\omega\varepsilon_\alpha}, \quad (2)$$

где

$$\gamma_\alpha^2 = k_\alpha^2 - q^2, \quad q^2 = |\vec{q}|^2 = q_x^2 + q_y^2;$$

$$\vec{E}_{\alpha\tau}(\vec{q}, z) = (E_{\alpha x}(\vec{q}, z), E_{\alpha y}(\vec{q}, z), 0);$$

$$(\vec{q}\vec{p}) = q_x p_x + q_y p_y.$$

Остальные компоненты поля выражаются через $E_{\alpha x}(\vec{q}, z), E_{\alpha y}(\vec{q}, z)$ посредством соотношений

ходятся по стандартной формуле: если $u = z^2$, то $z = \sqrt{|u|} e^{i \frac{\arg u}{2}}$. Видим, что для выбранной ветви квадратного корня $\text{Im } k_1^2 > 0$ и $\text{Im } k_2^2 < 0$, а следовательно, $\text{Im } \gamma_1^2 > 0$ и $\text{Im } \gamma_2^2 < 0$, откуда $\text{Re } \gamma_1 > 0, \text{Im } \gamma_1 > 0, \text{Re } \gamma_2 < 0, \text{Im } \gamma_2 > 0$ при любых значениях $0 < q < \infty$.

Метод решения. Общее решение уравнений (2) в первой и второй средах есть

$$\vec{E}_{1r}(\vec{q}, z) = \vec{A}_1 e^{i\gamma_1 z} + \vec{B}_1 e^{-i\gamma_1 z} + \frac{(\vec{q}\vec{p})\vec{q} - k_1^2 \vec{p}}{2\omega\varepsilon_1\gamma_1} e^{i\gamma_1|z-d|},$$

$$\vec{E}_{2r}(\vec{q}, z) = \vec{A}_2 e^{i\gamma_2 z} + \vec{B}_2 e^{-i\gamma_2 z},$$

где $\vec{A}_a = (A_{ax}, A_{ay}, 0)$; $\vec{B}_a = (B_{ax}, B_{ay}, 0)$.

Условие убывания поля по мере удаления от источника дает

$$\vec{E}_{1r}(\vec{q}, z) \xrightarrow{z \rightarrow +\infty} 0 \Rightarrow \vec{B}_1 = 0,$$

$$\vec{E}_{2r}(\vec{q}, z) \xrightarrow{z \rightarrow -\infty} 0 \Rightarrow \vec{A}_2 = 0.$$

Вводя для удобства новую переменную $\vec{E}_r = (E_x, E_y, 0)$ через переобозначение

$$\vec{E}_r \equiv \vec{E}_{1r}(\vec{q}, 0) = \vec{A}_1 + \frac{(\vec{q}\vec{p})\vec{q} - k_1^2 \vec{p}}{2\omega\varepsilon_1\gamma_1} e^{i\gamma_1 d}$$

с учетом граничных условий при $z=0$ для тангенциальных компонент электрического поля $\vec{E}_{1r}(\vec{q}, 0) = \vec{E}_{2r}(\vec{q}, 0)$ получим

$$\vec{E}_{1r}(\vec{q}, z) = \vec{E}_r e^{i\gamma_1 z} + \frac{k_1^2 \vec{p} - (\vec{q}\vec{p})\vec{q}}{\omega\varepsilon_1\gamma_1} f_1(q, z), \quad (3)$$

$$\vec{E}_{2r}(\vec{q}, z) = \vec{E}_r e^{-i\gamma_2 z},$$

где $f_1(q, z) = \frac{e^{i\gamma_1(z+d)} - e^{i\gamma_1|z-d|}}{2}$.

Тогда из (3) следуют выражения для оставшейся z -компоненты электрического поля в обеих средах:

$$\left[\frac{1}{\mu_1\gamma_1} + \frac{1}{\mu_2\gamma_2} \right] q_x q_y E_x + \left[\frac{k_1^2 - q_x^2}{\mu_1\gamma_1} + \frac{k_2^2 - q_x^2}{\mu_2\gamma_2} \right] E_y = -\omega p_y e^{i\gamma_1 d},$$

$$\left[\frac{k_1^2 - q_y^2}{\mu_1\gamma_1} + \frac{k_2^2 - q_y^2}{\mu_2\gamma_2} \right] E_x + \left[\frac{1}{\mu_1\gamma_1} + \frac{1}{\mu_2\gamma_2} \right] q_x q_y E_y = -\omega p_x e^{i\gamma_1 d},$$

решение которой есть

$$\vec{E}_r = \left[\frac{\mu_1\gamma_1 + \mu_2\gamma_2}{\omega MN} (\vec{q}\vec{p})\vec{q} - \frac{\omega\mu_1\mu_2}{M} \vec{p} \right] e^{i\gamma_1 d}, \quad (4)$$

где $N = \varepsilon_1\gamma_2 + \varepsilon_2\gamma_1$; $M = \mu_1\gamma_2 + \mu_2\gamma_1$.

Зная решение (4) и обращая преобразования (1), можно определить все компоненты полного электромагнитного поля в обеих средах.

Полярные координаты. Наиболее удобные для численных расчетов выражения получа-

$$E_{1z}(\vec{q}, z) = - \left[\frac{q_x E_x + q_y E_y}{\gamma_1} e^{i\gamma_1 z} + \frac{(\vec{q}\vec{p})}{\omega\varepsilon_1} g_1(q, z) \right],$$

$$E_{2z}(\vec{q}, z) = \frac{q_x E_x + q_y E_y}{\gamma_2} e^{-i\gamma_2 z},$$

где $g_1(q, z) = \frac{e^{i\gamma_1(z+d)} - \text{sgn}(z-d)e^{i\gamma_1|z-d|}}{2}$.

Из системы уравнений (3) получаются выражения и для всех компонент магнитного поля:

$$H_{1x}(\vec{q}, z) = - \left[q_x q_y E_x + (k_1^2 - q_x^2) E_y \right] \frac{e^{i\gamma_1 z}}{\omega\mu_1\gamma_1} - p_y g_1(q, z),$$

$$H_{1y}(\vec{q}, z) = \left[(k_1^2 - q_y^2) E_x + q_x q_y E_y \right] \frac{e^{i\gamma_1 z}}{\omega\mu_1\gamma_1} + p_x g_1(q, z),$$

$$H_{1z}(\vec{q}, z) = \left[q_x E_y - q_y E_x \right] \frac{e^{i\gamma_1 z}}{\omega\mu_1} + \frac{q_x p_y - q_y p_x}{\gamma_1} f_1(q, z),$$

$$H_{2x}(\vec{q}, z) = \left[q_x q_y E_x + (k_2^2 - q_x^2) E_y \right] \frac{e^{-i\gamma_2 z}}{\omega\mu_2\gamma_2},$$

$$H_{2y}(\vec{q}, z) = - \left[(k_2^2 - q_y^2) E_x + q_x q_y E_y \right] \frac{e^{-i\gamma_2 z}}{\omega\mu_2\gamma_2},$$

$$H_{2z}(\vec{q}, z) = (q_x E_y - q_y E_x) \frac{e^{-i\gamma_2 z}}{\omega\mu_2}.$$

Наконец, условие непрерывности тангенциальных компонент магнитного поля при $z=0$

$$\vec{H}_{1r}(\vec{q}, 0) = \vec{H}_{2r}(\vec{q}, 0)$$

дает систему двух уравнений для двух оставшихся неизвестных (E_x, E_y)

ются не в декартовых, а в полярных координатах (ρ, ϕ, z) . После несложных, хотя и громоздких преобразований имеем для поля в первой среде

$$\vec{E}_1(\rho, \phi, z) = \vec{E}^i(\rho, \phi, z) + \vec{E}^r(\rho, \phi, z),$$

$$\vec{H}_1(\rho, \phi, z) = \vec{H}^i(\rho, \phi, z) + \vec{H}^r(\rho, \phi, z),$$

где компоненты падающего (с индексом i) и отраженного (с индексом r) электрического и магнитного полей:

$$\begin{aligned}
 E_{\rho}^i(\rho, \phi, z) &= -\frac{P_{\parallel}}{8\pi} \int_0^{\infty} dq q \left[\frac{\omega\mu_1}{\gamma_1} J_+(q\rho) + \frac{\gamma_1}{\omega\varepsilon_1} J_-(q\rho) \right] e^{i\gamma_1|z-d|}, \\
 E_{\rho}^r(\rho, \phi, z) &= -\frac{P_{\parallel}}{8\pi} \int_0^{\infty} dq q \left[R_{\mu}(q) \frac{\omega\mu_1}{\gamma_1} J_+(q\rho) + \frac{\gamma_1}{\omega\varepsilon_1} J_-(q\rho) \right] e^{i\gamma_1(z+d)}, \\
 E_{\phi}^i(\rho, \phi, z) &= \frac{P_{\perp}}{8\pi} \int_0^{\infty} dq q \left[\frac{\gamma_1}{\omega\varepsilon_1} J_+(q\rho) + \frac{\omega\mu_1}{\gamma_1} J_-(q\rho) \right] e^{i\gamma_1|z-d|}, \\
 E_{\phi}^r(\rho, \phi, z) &= \frac{P_{\perp}}{8\pi} \int_0^{\infty} dq q \left[R_{\varepsilon}(q) \frac{\gamma_1}{\omega\varepsilon_1} J_+(q\rho) + R_{\mu}(q) \frac{\omega\mu_1}{\gamma_1} J_-(q\rho) \right] e^{i\gamma_1(z+d)}, \\
 E_z^i(\rho, \phi, z) &= \text{sgn}(z-d) \frac{ip_{\parallel}}{4\pi} \int_0^{\infty} dq q^2 \frac{1}{\omega\varepsilon_1} J_1(q\rho) e^{i\gamma_1|z-d|}, \\
 E_z^r(\rho, \phi, z) &= \frac{ip_{\parallel}}{4\pi} \int_0^{\infty} dq q^2 R_{\varepsilon}(q) \frac{1}{\omega\varepsilon_1} J_1(q\rho) e^{i\gamma_1(z+d)}, \\
 H_{\rho}^i(\rho, \phi, z) &= -\text{sgn}(z-d) \frac{P_{\perp}}{8\pi} \int_0^{\infty} dq q [J_+(q\rho) + J_-(q\rho)] e^{i\gamma_1|z-d|}, \\
 H_{\rho}^r(\rho, \phi, z) &= -\frac{P_{\perp}}{8\pi} \int_0^{\infty} dq q [R_{\varepsilon}(q) J_+(q\rho) + R_{\mu}(q) J_-(q\rho)] e^{i\gamma_1(z+d)}, \\
 H_{\phi}^i(\rho, \phi, z) &= -\text{sgn}(z-d) \frac{P_{\parallel}}{8\pi} \int_0^{\infty} dq q [J_+(q\rho) + J_-(q\rho)] e^{i\gamma_1|z-d|}, \\
 H_{\phi}^r(\rho, \phi, z) &= -\frac{P_{\parallel}}{8\pi} \int_0^{\infty} dq q [R_{\mu}(q) J_+(q\rho) + R_{\varepsilon}(q) J_-(q\rho)] e^{i\gamma_1(z+d)}, \\
 H_z^i(\rho, \phi, z) &= \frac{ip_{\perp}}{4\pi} \int_0^{\infty} dq q^2 \frac{1}{\gamma_1} J_1(q\rho) e^{i\gamma_1|z-d|}, \\
 H_z^r(\rho, \phi, z) &= \frac{ip_{\perp}}{4\pi} \int_0^{\infty} dq q^2 R_{\mu}(q) \frac{1}{\gamma_1} J_1(q\rho) e^{i\gamma_1(z+d)}.
 \end{aligned}$$

В этих и последующих формулах продольная и поперечная относительно направления $(\cos\varphi, \sin\varphi, 0)$ компоненты вектора \vec{p}

$$\begin{aligned}
 p_{\parallel}(\phi) &= p_x \cos\phi + p_y \sin\phi, \\
 p_{\perp}(\phi) &= p_x \sin\phi - p_y \cos\phi, \\
 J_{\pm}(z) &= J_0(z) \pm J_2(z),
 \end{aligned}$$

где $J_n(z)$ – функция Бесселя первого рода порядка n , а имеющие смысл обобщенных коэффициентов отражения для разных поляризаций величины

$$R_{\varepsilon}(q) = \frac{\varepsilon_1\gamma_2 - \varepsilon_2\gamma_1}{\varepsilon_1\gamma_2 + \varepsilon_2\gamma_1}, \quad R_{\mu}(q) = \frac{\mu_2\gamma_1 - \mu_1\gamma_2}{\mu_1\gamma_2 + \mu_2\gamma_1}.$$

Отметим также альтернативное представление для функций $J_{\pm}(z)$

$$J_+(z) = \frac{2}{z} J_1(z), \quad J_-(z) = 2 \frac{\partial}{\partial z} J_1(z)$$

и предельные выражения для $R_{\varepsilon}(q), R_{\mu}(q)$

$$\begin{aligned}
 R_{\varepsilon}(0) &= \frac{\sqrt{\mu_2/\varepsilon_2} - \sqrt{\mu_1/\varepsilon_1}}{\sqrt{\mu_2/\varepsilon_2} + \sqrt{\mu_1/\varepsilon_1}}, \\
 R_{\mu}(0) &= \frac{\sqrt{\varepsilon_1/\mu_1} - \sqrt{\varepsilon_2/\mu_2}}{\sqrt{\varepsilon_1/\mu_1} + \sqrt{\varepsilon_2/\mu_2}}, \\
 R_{\varepsilon}(\infty) &= \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}, \quad R_{\mu}(\infty) = \frac{\mu_2 - \mu_1}{\mu_1 + \mu_2}.
 \end{aligned}$$

Разделение электромагнитного поля в первой среде на падающую и отраженную составляющие, в отличие от работ [21, 22], имеет как ясный физический смысл, так и вычислительные преимущества, поскольку все сингулярности, обусловленные точечным характером диполя (наличием дельта-функции в волновом уравнении), относятся только к падающей составляющей.

Аналогичным образом получают выражения для всех компонент электрического и магнитного полей во второй среде:

$$E_{2\rho}(\rho, \phi, z) = -\frac{P_{\parallel}}{4\pi} \int_0^{\infty} dq q \left[\frac{\omega\mu_1\mu_2}{M} J_+(q\rho) + \frac{\gamma_1\gamma_2}{\omega N} J_-(q\rho) \right] e^{i(\gamma_1 d - \gamma_2 z)},$$

$$E_{2\phi}(\rho, \phi, z) = \frac{P_{\perp}}{4\pi} \int_0^{\infty} dq q \left[\frac{\gamma_1\gamma_2}{\omega N} J_+(q\rho) + \frac{\omega\mu_1\mu_2}{M} J_-(q\rho) \right] e^{i(\gamma_1 d - \gamma_2 z)},$$

$$E_{2z}(\rho, \phi, z) = \frac{P_{\parallel}}{2\pi i} \int_0^{\infty} dq q^2 \frac{\gamma_1}{\omega N} J_1(q\rho) e^{i(\gamma_1 d - \gamma_2 z)},$$

$$H_{2\rho}(\rho, \phi, z) = \frac{P_{\perp}}{4\pi} \int_0^{\infty} dq q \left[\frac{\varepsilon_2\gamma_1}{N} J_+(q\rho) + \frac{\mu_1\gamma_2}{M} J_-(q\rho) \right] e^{i(\gamma_1 d - \gamma_2 z)},$$

$$H_{2\phi}(\rho, \phi, z) = \frac{P_{\perp}}{4\pi} \int_0^{\infty} dq q \left[\frac{\varepsilon_2\gamma_1}{N} J_-(q\rho) + \frac{\mu_1\gamma_2}{M} J_+(q\rho) \right] e^{i(\gamma_1 d - \gamma_2 z)},$$

$$H_{2z}(\rho, \phi, z) = \frac{P_{\perp}}{2\pi} \int_0^{\infty} dq q^2 \frac{\mu_1}{M} J_1(q\rho) e^{i(\gamma_1 d - \gamma_2 z)}.$$

3. Результаты расчетов и обсуждение.

На рис. 2–4 представлены результаты численного моделирования по полученным формулам пространственного распределения амплитуды электрического поля (в децибелах относительно величины 1 В/м) диполя с единичным токовым моментом, расположенного горизонтально на высоте d над плоскостью раздела сред и ориентированного вдоль оси X .

Для удобства сравнения с результатами работы [20] в численных расчетах принималось, что рабочая частота $f = \omega/2\pi = 10,5$ ГГц, первая среда – вакуум: $\varepsilon'_1 = \mu'_1 = 1$, $\varepsilon''_1 = \mu''_1 = 0$, параметры

второй среды: $\varepsilon'_2 = -3$ и $\mu'_2 = -0,5$. На рис. 2, 3 – $\varepsilon''_2 = 0,001$, $\mu''_2 = 0,001$, а на рис. 4 – $\varepsilon''_2 = 0,01$, $\mu''_2 = 0,01$. На рис. 2 представлены значения амплитуды E в плоскости YZ для одного значения d , а на рис. 3, 4 – для трех значений d в плоскости XZ . В совокупности эти рисунки дают общее представление об объемном пространственном распределении E . Хотя распределение в плоскости XZ изменилось, качественно оно по-прежнему имеет сложную характерную структуру, зависящую, в частности, и от высоты диполя над границей раздела (плоскостью $z = 0$).

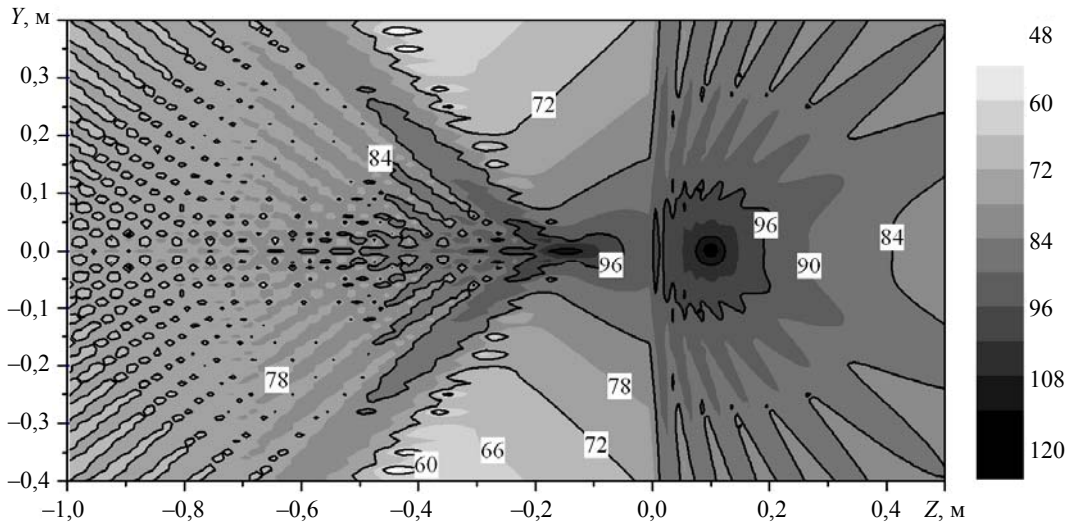


Рис. 2. Распределение амплитуды электрического поля в плоскости YZ для $\varepsilon''_2 = \mu''_2 = 0,001$; $d = 0,1$ м

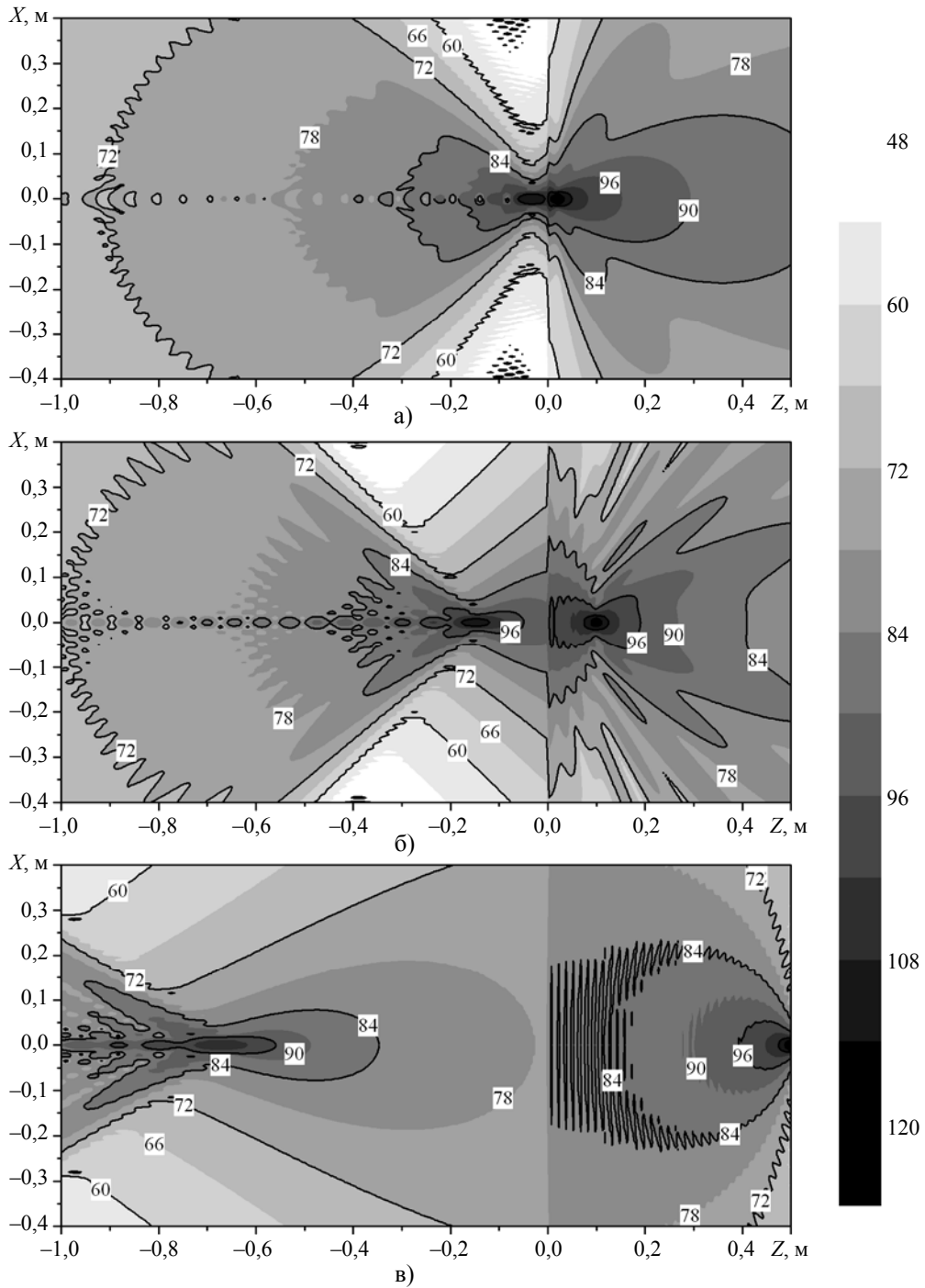


Рис. 3. Распределение амплитуды электрического поля в плоскости XZ для $\varepsilon_2^n = \mu_2^n = 0,001$ и различных d : а) $-d = 0,02$ м; б) $-d = 0,1$ м; в) $-d = 0,5$ м

За счет большого объема вычислений мы имеем более детальную картину распределения поля, в том числе и в первой среде, в отличие от работы [20], где основное внимание уделялось определению размеров области фокусировки.

На этих рисунках ясно видно формирование во второй среде области повышенных значений электрического поля. Форма этой области

является довольно сложной (с интерференционными хвостами) и кардинально изменяется при удалении источника от поверхности раздела.

Неизбежные потери в метаматериале, которые принципиально не могут быть уменьшены ниже определенного предела [23], размывают область фокусировки и представляют фундаментальные ограничения для разработки суперлинзы.

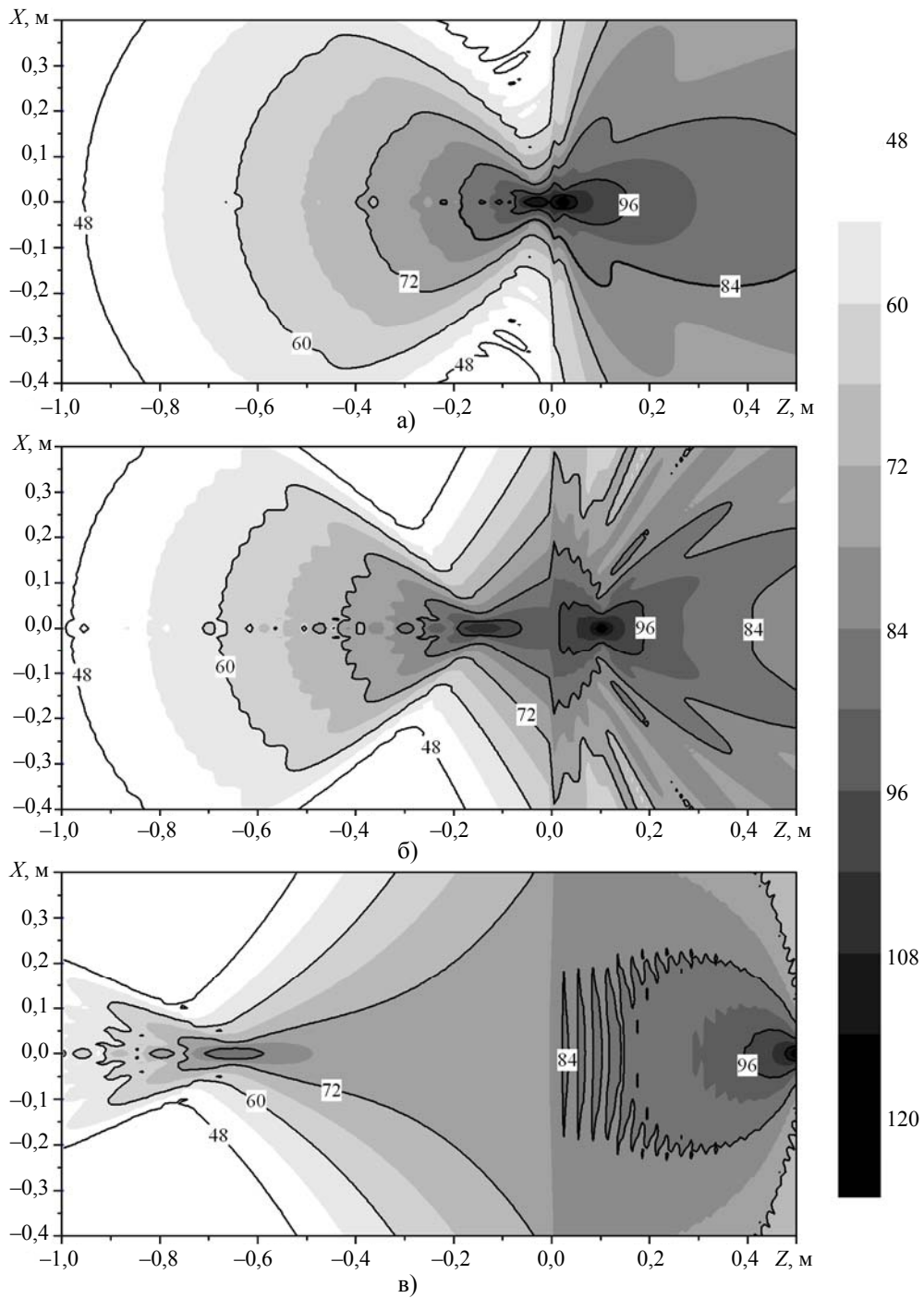


Рис. 4. Распределение амплитуды электрического поля в плоскости XZ для $\varepsilon_2'' = \mu_2'' = 0,01$: а) $-d = 0,02$ м; б) $-d = 0,1$ м; в) $-d = 0,5$ м

Особенностью предлагаемого подхода является постановка задачи в максимально общем виде с источником поля, находящимся на конечном расстоянии от точки наблюдения (случай плоской волны при этом соответствует источнику, удаленному на бесконечность). Это позволяет избежать некоторых парадоксов, связанных с некоммутативностью предельных переходов $d \rightarrow \infty$ и $\varepsilon_\alpha''(\omega) \rightarrow 0$, $\mu_\alpha''(\omega) \rightarrow 0$. Например, при

рассмотрении распространения плоской волны в среде с поглощением необходимо сначала устремить к нулю поглощение, а лишь потом удалить на бесконечность источник. При обратном порядке предельных переходов для пассивной среды получаются нулевые значения всех компонент электромагнитного поля.

Качественные соображения. Фокусировку на границе раздела обычных сред и метамате-

риалов можно качественно объяснить, используя вектор Пойнтинга. Достоинства такого подхода основаны на универсальном характере и ясном физическом смысле вектора плотности потока энергии, который единым образом вводится для монохроматических волн и волновых пакетов, плоских волн и волновых пучков.

Действительно, рассмотрим источник электромагнитного поля, находящийся в обычной среде 1 с параметрами $\text{Re } \varepsilon_1 > 0, \text{Re } \mu_1 > 0$ на некотором расстоянии от границы раздела Σ с метаматериалом с параметрами $\text{Re } \varepsilon_2 < 0, \text{Re } \mu_2 < 0$. Разложим поля на поверхности Σ на тангенциальную и нормальную к поверхности Σ компоненты (индекс $\alpha = 1, 2$ нумерует среду):

$$\vec{E}_\alpha = \vec{E}_{\alpha\tau} + \vec{E}_{\alpha n}, \quad \vec{H}_\alpha = \vec{H}_{\alpha\tau} + \vec{H}_{\alpha n}.$$

Для тангенциальной $\vec{S}_{\alpha\tau}$ и нормальной $\vec{S}_{\alpha n}$ компонент усредненного по периоду вектора Пойнтинга $\vec{S}_\alpha = \frac{1}{2} \text{Re}(\vec{E}_\alpha \times \vec{H}_\alpha^*)$ на границе Σ имеем

$$\vec{S}_{\alpha\tau} = \frac{1}{2} \text{Re}(\vec{E}_{\alpha\tau} \times \vec{H}_{\alpha n}^* + \vec{E}_{\alpha n} \times \vec{H}_{\alpha\tau}^*),$$

$$\vec{S}_{\alpha n} = \frac{1}{2} \text{Re}(\vec{E}_{\alpha\tau} \times \vec{H}_{\alpha\tau}^*).$$

Тогда из граничных условий следует, что нормальная компонента вектора Пойнтинга при переходе из среды 1 в среду 2 сохраняется $\vec{S}_{1n} = \vec{S}_{2n}$, а тангенциальная меняет знак и величину:

$$\vec{S}_{1\tau} = \frac{1}{2} \text{Re}(\vec{E}_{1\tau} \times \vec{H}_{1n}^* + \vec{E}_{1n} \times \vec{H}_{1\tau}^*),$$

$$\vec{S}_{2\tau} = \frac{1}{2} \text{Re}\left(\frac{\mu_1^*}{\mu_2} \vec{E}_{1\tau} \times \vec{H}_{1n}^* + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \vec{E}_{1n} \times \vec{H}_{1\tau}^*\right).$$

Такое поведение вектора Пойнтинга на границе раздела для точечного источника приводит к формированию в среде 2 области повышенной плотности энергии электромагнитного поля, т. е. фокусировке.

Хотя при таком подходе ничего нельзя сказать о форме и размерах области фокусировки (которые будут зависеть от электрических параметров обеих сред, частоты, поляризации и высоты источника над границей раздела), тем не менее, он позволяет сделать ряд качественных выводов.

1. Фокусирующими свойствами обладает именно граница раздела обычной среды и метаматериала, а не какая-либо из двух сред, т. е., если поместить источник в полупространство из обычной среды (метаматериала), то область фокусировки будет наблюдаться в метаматериале (обычной среде).

2. Идеально плоская форма границы раздела не является принципиальной, хотя ее выпуклость в сторону источника усиливает эффект фокусировки, а вогнутость может ослабить или полностью его компенсировать.

3. Эти же качественные соображения справедливы как для точечных, так и распределенных источников разного типа (линейная антенна, магнитная рамка или произвольное объемное распределение токов и зарядов). Особенности области фокусировки (форму и максимальные значения поля) можно исследовать только численными методами (даже если в некоторых случаях отдельную задачу удастся решить аналитически).

4. Из пунктов 1 и 3 следует, что фокусирующими свойствами могут обладать также слой метаматериала и структуры из чередующихся плоских слоев обычной среды и метаматериала. Ясно, что толщины слоев должны быть больше глубин формирования областей фокусировки в этих слоях, чтобы процесс фокусировки «воспроизводил» себя в последующих слоях.

5. Существенная роль поглощения в обеих средах: оно влияет посредством коэффициентов μ_1^* / μ_2^* и $\varepsilon_1 / \varepsilon_2$ на величину $\vec{S}_{2\tau}$ на границе и при распространении от границы к области фокусировки (излучение, падающее над границу раздела под более пологими углами, ослабляется сильнее, поскольку проходит более длинный путь от границы до области фокусировки).

6. Еще одним следствием этих же пунктов является то, что фокусирующими свойствами будет обладать даже слой вакуума, разделяющий два полупространства из метаматериала, если источник поместить в одно из них, а наблюдать область фокусировки в другом.

Выводы. Показан общий характер эффекта фокусировки электромагнитного поля границей раздела обычной среды и метаматериала. Для случая горизонтального электрического диполя, расположенного в обычной среде над плоской границей раздела с метаматериалом, эффект фокусировки продемонстрирован аналитическими формулами и проведенными по ним численными расчетами полного электромагнитного поля. Пространственное распределение поля в метаматериале имеет явно выраженный максимум со сложной интерференционной структурой. Показано, что потери в метаматериале ослабляют фокусирующую способность границы раздела.

Библиографический список

1. Суханов Д. Я. Метод наклонной фокусировки в подповерхностной радиолокации / Д. Я. Суханов, В. П. Якубов // Журн. техн. физики. – 2006. – 76, вып. 7. – С. 64–68.

2. Дифракционная компьютерная оптика / Д. Л. Головашкин, Л. Л. Досколович, Н. Л. Казанский и др.; под ред. В. А. Сойфера. – М.: Физматлит, 2007. – 736 с.
3. Steen W. M. Laser Material Processing / W.M. Steen, J. Mazumder. – L.: Springer-Verlag, 2010. – 558 p.
4. Каневский И. Н. Фокусирование звуковых и ультразвуковых волн / И. Н. Каневский. – М.: Наука, 1977. – 336 с.
5. Engheta N. Metamaterials: Physics and Engineering Explorations / N. Engheta, R. W. Ziolkowski (Eds). – N. Y.: Wiley-IEEE Press, 2006. – 414 p.
6. Sarychev A. K. Electrodynamics of Metamaterials / A. K. Sarychev, V. M. Shalaev. – New Jersey: World Scientific, 2007. – 247 p.
7. Marques R. Metamaterials with Negative Parameters: Theory, Design and Microwave Applications / R. Marques, F. Martin, M. Sorolla. – Hoboken: Wiley, 2008. – 315 p.
8. Ramakrishna S. A. Physics and Applications of Negative Refractive Index Materials / S. A. Ramakrishna, T. M. Grzegorzczak. – Bellingham: SPIE Press, 2009. – 414 p.
9. Munk B. A. Metamaterials: Critique and Alternatives / B. A. Munk. – Hoboken: Wiley, 2009. – 189 p.
10. Capolino F. Theory and Phenomena of Metamaterials / F. Capolino. – Boca Raton: CRC Press, 2009. – 992 p.
11. Solymar L. Waves in Metamaterials / L. Solymar, E. Shamonina. – N. Y.: Oxford University Press, 2009. – 368 p.
12. Семенов Д. И. Поверхностные волны на границе правой и левой сред / Д. И. Семенов, Л. Д. Филатов, М. С. Обрубов // Радиотехника и электрон. – 2012. – 57, № 7. – С. 750–757.
13. Left-Handed Interfaces for Electromagnetic Surface Waves / A. V. Kats, S. Savel'ev, V. A. Yampol'skii, F. Nori // Phys. Rev. Lett. – 2007. – 98, iss. 7. – 073901(4 p.).
14. Иванов В. К. Определение комплексной диэлектрической проницаемости жидкостей коаксиальными зондами с использованием подложек из метаматериала / В. К. Иванов, А. О. Силин, А. М. Стадник // Радиофизика и электрон. – 2011. – 16, № 1. – С. 92–99.
15. Pendry J. B. Negative Refraction Makes a Perfect Lens / J. B. Pendry // Phys. Rev. Lett. – 2000. – 85, N 18. – P. 3966–3969.
16. Zhang X. Superlenses to Overcome the Diffraction Limit / X. Zhang, Z. W. Liu // Nature Materials. – 2008. – 7, N 6. – P. 435–441.
17. Oulton R. F. Negative refraction: Imaging through the looking-glass / R. F. Oulton, J. B. Pendry // Nature Physics. – 2013. – 9, N 6. – P. 323–324.
18. Веселаго В. Г. Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями ϵ и μ / В. Г. Веселаго // Успехи физ. наук. – 1967. – 92, вып. 3. – С. 517–526.
19. Веселаго В. Г. Электродинамика материалов с отрицательным коэффициентом преломления / В. Г. Веселаго // Успехи физ. наук. – 2003. – 173, вып. 7. – С. 790–794.
20. Шевченко В. В. Локализация стационарного электромагнитного поля при помощи плоской границы метаматериала / В. В. Шевченко // Успехи физ. наук. – 2011. – 181, вып. 11. – С. 1171–1181.
21. Петрин А. Б. О распространении электромагнитной волны в среде с отрицательным преломлением от точечного источника, расположенного в воздухе / А. Б. Петрин // Письма в журн. эксперим. и теорет. физики. – 2008. – 87, № 9. – С. 550–555.
22. Кинг Р. Антенны в материальных средах: в 2 кн. Кн. 2 / Р. Кинг, Г. Смит; пер. с англ. под ред. В. Б. Штейншлейгера. – М.: Мир, 1984. – 824 с.
23. Stockman M. I. Criterion for Negative Refraction with Low Optical Losses from a Fundamental Principle of Causality / M. I. Stockman // Phys. Rev. Lett. – 2007. – 98, iss. 17. – 177404(4 p.).

Рукопись поступила 16.07.13 г.

V. K. Ivanov, O. O. Silin, O. M. Stadnyk

FOCUSING OF ELECTROMAGNETIC FIELD OF THE ELEMENTARY ELECTRICAL DIPOLE BY THE INTERFACE BETWEEN ORDINARY AND LEFT-HANDED MEDIA

The problem of focusing of wave fields of different physical nature and frequency bands is relevant both for scientific experiments and practical applications in industry, medicine and technology. Unique opportunities for the development of devices focusing electromagnetic fields, which are associated with the emergence of metamaterials (left-handed media), can not be fully realized in the framework of the geometrical optics approach used in most studies, the main advantage of which is the visibility. Since this approach does not allow an evaluation of the effect of losses, location, orientation and type of the source on the structure of the radiated field, there is a need for a consistent electrodynamic solution to model problems. In the paper the problem of radiation from infinitesimal electric dipole located horizontally above the plane interface between passive and normal left media is strictly solved from the first principles and numerically simulated. It is shown that the electromagnetic field of the dipole, penetrating into the metamaterial half-space, is focused into spatial distribution of the field with a pronounced maximum and complex interference structure. The dependence of the focusing on the position and orientation of the dipole, as well as losses in metamaterials were studied. A hypothesis that the focusing ability is the property of the interface between ordinary and left-handed media, but not of each of them separately is set forth and qualitative arguments are given.

Key words: focusing, electric dipole, metamaterial.

В. К. Иванов, О. О. Силин, О. М. Стадник

ФОКУСУВАННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ ТОЧКОВОГО ЕЛЕКТРИЧНОГО ДИПОЛЯ МЕЖЕЮ ПОДІЛУ ЗВИЧАЙНОГО ТА ЛІВОГО СЕРЕДОВИЩ

Проблема фокусування хвильових полів різної фізичної природи й частотних діапазонів є актуальною як для наукових експериментів, так і для практичних застосувань у промисловості, медицині та техніці. Проте унікальні можливості для розробки пристроїв фокусування електромагнітних полів, пов'язані з появою метаматеріалів (лівих середовищ), не можуть бути повністю реалізовані в рамках використовуваного в більшості робіт геометрооптичного підходу, основною перевагою якого є наочність. Оскільки такий підхід не дозволяє дати кількісні оцінки впливу втрат, положення, орієнтації та типу джерела на структуру випромінюваного поля, то виникає потреба в послідовному електродинамічному розв'язанні модельних задач. У роботі з перших принципів строго розв'язано та чисельно промодельовано задачу про випромінювання елементарного електричного диполя, розташованого горизонтально над плоскою межею поділу пасивних звичайного та лівого середовищ. Показано, що електромагнітне поле диполя, проникаючи в півпростір з метаматеріала, фокусується в ньому, тобто просторовий розподіл поля має явно виражений максимум зі складною інтерференційною структурою. Досліджено залежність фокусування від положення й орієнтації диполя, а також величини втрат у метаматеріалі. Наведено якісні міркування про те, що здатність фокусувати має саме межа поділу звичайного та лівого середовищ, а не кожне з них окремо.

Ключові слова: фокусування, електричний диполь, метаматеріал.