

А. П. Николаенко*Институт радиопрофики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины**12, ул. Ак. Проскуры, Харьков, 61085, Украина*E-mail: sasha@ire.kharkov.ua**СПЕКТРЫ И ВОЛНОВЫЕ ФОРМЫ СНЧ-ИМПУЛЬСОВ
В РЕЗОНАТОРЕ ЗЕМЛЯ–ИОНОСФЕРА ПРИ МАЛЫХ ПОТЕРЯХ**

В литературе по шумановскому резонансу имеется пробел. Само явление было предсказано для полости Земля–ионосфера с идеально проводящими стенками. Однако при моделировании экспериментально наблюдаемых радиосигналов Земля всегда рассматривается как идеально проводящий шар, тогда как ионосфера имеет конечную проводимость. Предлагаемое исследование заполняет этот пробел, так как впервые получены модельные спектры и формы импульсов в резонаторе с исчезающе малыми потерями. Задача решается с помощью одномасштабной экспоненциальной модели вертикального профиля проводимости атмосферы. Спектры и волновые формы сигналов рассчитаны для различных расстояний источник–наблюдатель. Показаны отличия спектров идеального резонатора от спектров реального резонатора Земля–ионосфера. Проведен расчет импульсов во временном представлении и найдены отличия в скорости распространения, обусловленные конечной проводимостью ионосферы. Получены амплитуды импульсов в антиподе источника и в точке источника (кругосветная волна). Расчеты показывают, что дисперсия в сферическом волноводе приводит к расширению распространяющихся импульсов и уменьшению их амплитуды. Амплитуда кругосветной волны падает настолько, что «самозапуск» молний невозможен даже в резонаторе, близком к идеальному. Ил. 6. Табл. 3. Библиогр.: 23 назв.

Ключевые слова: шумановский резонанс, экспоненциальный профиль проводимости ионосферы, спектры и формы импульсов в резонаторе с малыми потерями.

В исследованиях глобального электромагнитного резонанса полости Земля–ионосфера (шумановского резонанса) сложилась парадоксальная ситуация. При оценке собственных значений и исследовании свойств колебаний, как обычно, использовались модели с идеально проводящими стенками. После экспериментального обнаружения пиков на частотах 8, 14, 20 Гц и оценки добротности колебаний величинами от 4 до 5, основное внимание было сосредоточено на разработке моделей, которые обеспечивают реалистические спектры и волновые формы сигналов. Приобретенный на Земле опыт был использован для оценки параметров глобальных резонансов других планет. Таким образом, идеальный резонатор и сигналы в нем оказались не исследованными. Целью настоящей работы является заполнение сложившегося пробела. Мы используем модель проводимости атмосферы, которая позволит провести расчеты спектров и волновых форм как в реалистической, так и в идеалистической модели. Результаты будут получены для всплесков сверхнизкочастотных (СНЧ) радиоизлучений, приходящих от сверхмощных грозных разрядов положительной полярности. Такие пробои имеют электрический ток, направленный от облака к земле, они способны возбуждать импульсы, превосходящие до 10 раз естественный фоновый сигнал, создаваемый всей совокупностью мировых гроз. Мы сравним спектры и волновые формы импульсов, полученных в идеальной и реалистической модели, и отметим особенности сигналов резонатора Земля–ионосфера с необычно малыми потерями.

1. Реальный и идеальный резонатор Земля–ионосфера. Для обеспечения плавного перехода от реалистичной модели полости Земля–ионосфера к резонатору, ограниченному ионосферной стенкой с высокой проводимостью (Земля, как обычно, предполагается идеально проводящей), мы воспользуемся одномасштабной экспоненциальной моделью вертикального профиля проводимости нижней атмосферы [1, 2]. В рамках этой модели проводимость воздуха экспоненциально нарастает с высотой и имеет высотный масштаб ζ . Влияние ионосферы на СНЧ-распространение описывается с помощью двух характерных высот, которые находимы из следующих уравнений [3]:

$$\sigma(h_0) = \varepsilon_0 2\pi f; \quad (1a)$$

$$\sigma(h_1) = \frac{1}{4\mu_0 \omega \zeta_1^2}. \quad (1b)$$

Здесь h_0 обозначает нижнюю характерную высоту в ионосфере, где токи проводимости становятся равными токам смещения на данной частоте $\omega = 2\pi f$; ε_0 и μ_0 – диэлектрическая и магнитная проницаемость вакуума; h_1 – верхняя характерная высота, которая учитывает диффузию магнитного поля в плазму [2–6]; ζ_1 – высотный масштаб проводимости вблизи высоты h_1 .

Электрическое поле падающей на ионосферу радиоволны проникает до высоты h_0 , а затем быстро затухает. Магнитное поле проникает дальше, и высоту h_1 можно оценить, если принять, что масштаб проводимости ζ остается постоянным [1, 2, 7, 8]. В этом случае электрическая высота находится из уравнения (1a), а магнитная – выражается через электрическую [1]:

$$h_0 = G + \zeta \ln(f/f_G); \quad (2)$$

$$h_1 = h_0 - 2\zeta \ln(2k\zeta). \quad (3)$$

Здесь G и f_G обозначают высоту и частоту «привязки» профиля; f – текущая частота; k – волновое число в свободном пространстве. Высоту и частоту привязки находят из реальной зависимости $\sigma(h)$ с помощью соотношений (1). Мы примем, что $G = 65$ км, а $f_G = 8$ Гц. Высотный масштаб служит свободным параметром задачи. Можно показать, что обсуждаемые результаты мало зависят от конкретных значений G и f_G .

Электромагнитное поле СНЧ-диапазона в сферической полости Земля–ионосфера характеризуется постоянной распространения $\nu(f)$, которую находят из соотношения [3]

$$\nu(\nu+1) = \frac{h_1 + i\zeta \pi/2}{h_0 - i\zeta \pi/2} (ka)^2, \quad (4a)$$

откуда

$$\nu(f) = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{h_1(f) + i\zeta \pi/2}{h_0(f) - i\zeta \pi/2} (ka)^2} - \frac{1}{2}, \quad (4б)$$

Здесь необходимо отметить, что соотношения (2)–(4) приводят к собственным частотам идеального резонатора, полученным В. О. Шуманом в 1952 г., если принять, что $\zeta = 0$. В этом случае $h_1 = h_0$, а из (4a) следует известная формула Шумана для резонансных частот идеального резонатора Земля–ионосфера $(ka)^2 = n(n+1)$, где a – радиус Земли. Отсюда n -я собственная частота идеального резонатора равна: $f_n = \frac{c}{2\pi a} \sqrt{n(n+1)}$.

Используемый нами подход является простейшим. Для решения подобных задач в

сравнительной планетологии или для более точного описания земных наблюдений были развиты специальные модели постоянной распространения и более детальные профили проводимости ионосферы. В последнее время стали использовать прямое численное моделирование для различных профилей проводимости воздуха. Характерными публикациями являются работы [4–17], они же содержат ссылки на литературу. Прямое моделирование предполагает использование значительных вычислительных ресурсов и при этом далеко не всегда обеспечивает переход к идеальному резонатору. Так или иначе, но в литературе отсутствуют данные о спектрах и волновых формах импульсов, распространяющихся в резонаторе с хорошо проводящими стенками.

Формулы (2)–(4) позволяют рассчитать постоянную распространения как функцию частоты. Воспользовавшись ими, мы получаем линии постоянных значений $\text{Re}\{\nu\}$ над плоскостью $f - \zeta$ (частота – высотный масштаб), представленные на рис. 1 наклонными жирными кривыми. Каждая из линий соответствует отдельными модам колебаний глобального электромагнитного резонанса, для которых выполняется условие $\text{Re}\{\nu\} = 1, \text{Re}\{\nu\} = 2, \text{Re}\{\nu\} = 3$ и т. д. Эти линии наложены на двумерный черно-белый профиль амплитудного спектра шумановского резонанса в вертикальной электрической компоненте поля. Картина отвечает грозам, равномерно распределенным по поверхности Земли. Темная заливка показывает амплитуду поля в децибеллах, а на нее наложены линии постоянной интенсивности колебаний, напоминающие по форме искривленные параболы.

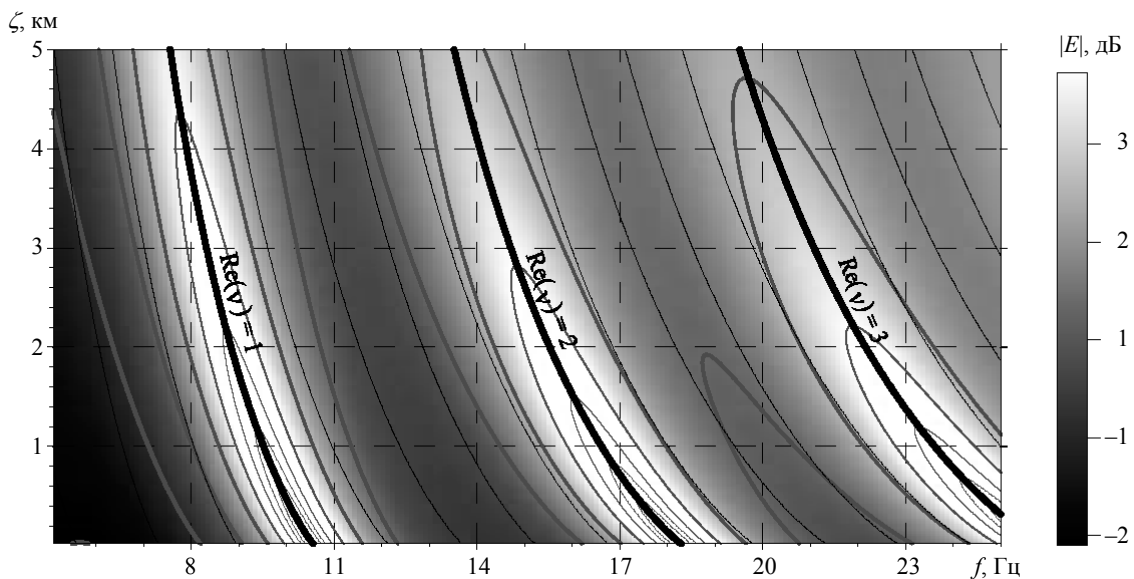


Рис. 1. Изменения формы спектра шумановского резонанса при вариациях высотного масштаба проводимости ионосферы и источника, равномерно распределенных по поверхности Земли

2. Модели постоянной распространения, профили проводимости нижней ионосферы и энергетические спектры. При расчетах электромагнитного поля полости Земля–ионосфера необходимо указать источник. Природными излучателями служат вертикальные грозные разряды, которые в области частот от единиц герц до единиц килогерц можно считать точечными вертикальными электрическими дипольными источниками дельта-импульсов. Если молнии равномерно распределены по поверхности земного шара, то в формулах для резонансных спектров отсутствует дистанция источник–приемник. В этом случае энергетический спектр вертикального электрического поля в относительных единицах равен

$$\langle |E|^2 \rangle = \left| \frac{\nu(\nu+1)}{\omega} \right|^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2(2n+1)}{[n(n+1) - \nu(\nu+1)]^2}, \quad (5)$$

где целое число $n = 1, 2, 3 \dots$ обозначает номер мода шумановского резонанса

Спектры мощности (5) рассчитывались как функции частоты для набора высотных масштабов проводимости ζ , изменявшегося от 25 м до 5 км с шагом 25 м. Так была получена двумерная карта рис. 1. Видно, что при минимальном значе-

нии масштаба $\zeta = 25$ м (в такой модели проводимость воздуха возрастает на порядок величины при подъеме на 60 м) максимумы приходятся на шумановские резонансные частоты 10,6; 18,3; 26,0 Гц, отвечающие идеальному резонатору. При увеличении ζ нижняя граница ионосферы становится размытой, и резонансные частоты постепенно снижаются, что хорошо видно на рисунке. Пиковые частоты в спектре колебаний оказываются близки к экспериментальным значениям, если масштаб $\zeta \approx 3-4$ км.

Чтобы прояснить зависимость параметров модели от частоты, мы представили на рис. 2, а частотные зависимости характерных высот h_0 и h_1 , а на рис. 2, б – реальной и мнимой части постоянной распространения ν от частоты. Линии 1–6 на рис. 2, а показывают электрическую h_0 и магнитную h_1 высоты как функции частоты для трех значений масштаба $\zeta = 4$ км, 1 км и 25 м. По оси абсцисс показана частота f в Гц, а по оси ординат отложена высота. Кривые 1, 3 и 4 изображают зависимости высоты $h_0(f)$ при масштабах проводимости $\zeta = 0,025$; 1 и 4 км соответственно. Кривые 2, 5 и 6 относятся к высотам $h_1(f)$ при тех же масштабах.

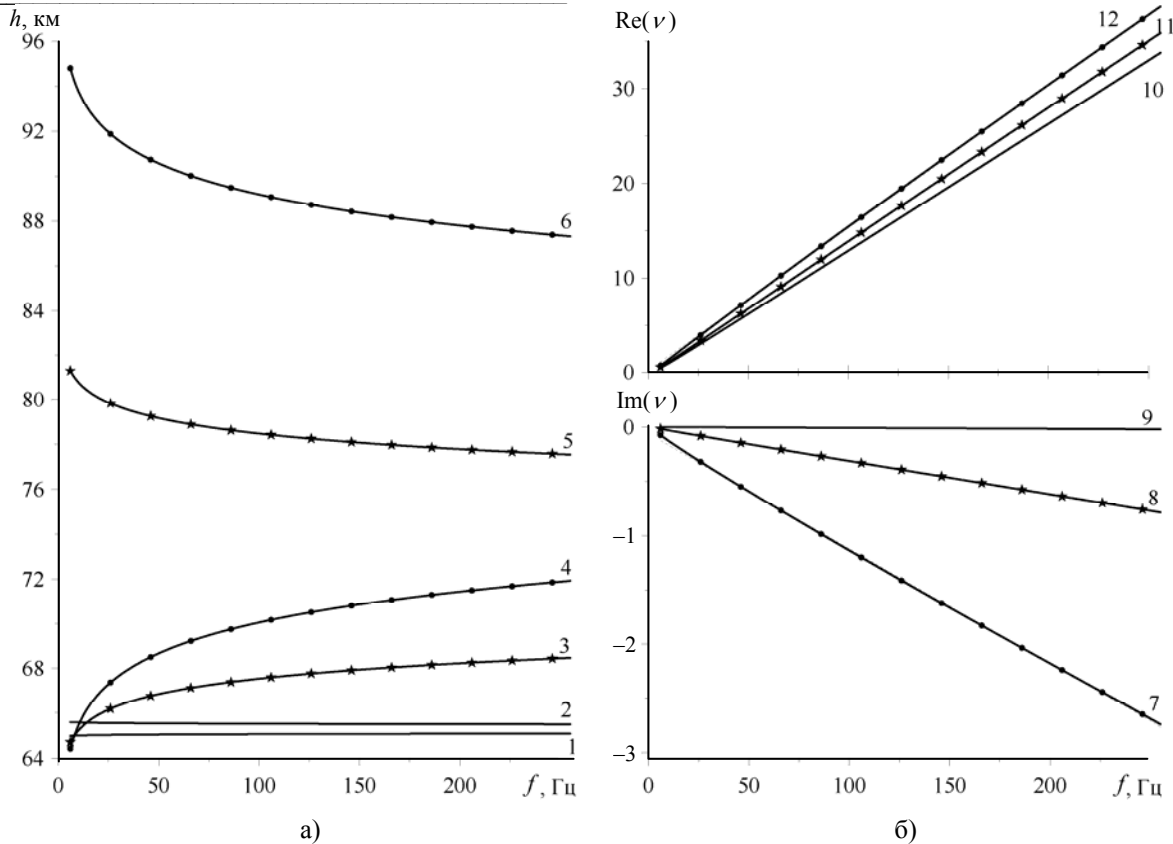


Рис. 2. Частотные зависимости характерных высот и постоянной распространения СНЧ-радиоволн в используемых моделях: а) – частотные зависимости характерных высот (кривая 1 – $h_0(\zeta = 0,025$ км), 2 – $h_1(\zeta = 0,025$ км), 3 – $h_0(\zeta = 1$ км), 4 – $h_0(\zeta = 4$ км), 5 – $h_1(\zeta = 1$ км), 6 – $h_1(\zeta = 4$ км)); б) – вариации постоянной распространения (7 – $Im(\nu)$ при $\zeta = 4$ км, 8 – $Im(\nu)$ при $\zeta = 1$ км, 9 – $Im(\nu)$ при $\zeta = 0,025$ км, 10 – $Re(\nu)$ при $\zeta = 0,025$ км, 11 – $Re(\nu)$ при $\zeta = 1$ км, 12 – $Re(\nu)$ при $\zeta = 4$ км)

Из рис. 2, а видно, что высоты h_0 увеличиваются с частотой, а h_1 – снижаются. Разность высот $h_1 - h_0$ составляет от 1 до 2 км при масштабе 25 м, а с ростом ζ она увеличивается. Характерные высоты в среднем приподнимаются при увеличении масштаба ζ , однако, такой подъем для нашего анализа не важен, поскольку в формулы (4) входит отношение высот. Действительно, рис. 2, б показывает, что $\text{Re}(\nu)$ изменяется от модели к модели незначительно, хотя масштаб варьирует от 25 м до 4 км. Изменения эффективной высоты ионосферы скажутся на амплитуде поля, если ток источника фиксирован. Однако величина сигнала интересует нас в меньшей степени, чем распределение амплитуд по частотам или форма соответствующих СНЧ-импульсов.

Графики рис. 2, б показывают дисперсионные зависимости полости Земля–ионосфера. Верхний из них демонстрирует частотное поведение реальной части $\text{Re}[\nu(f)]$, а нижний – мнимой, $\text{Im}[\nu(f)]$. Кривые 7–9 демонстрируют зависимости $\text{Im}(\nu)$ для $\zeta = 0,025; 1,0$ и 4 км соответственно. Видно, что изменения высотного масштаба сильно сказываются на затухании радиоволн, они должны проявиться в форме спектральных пиков. Линии 10–12 относятся к $\text{Re}[\nu(f)]$ для тех же высотных масштабов. Изменения высотного масштаба изменяют фазовую скорость радиоволн незначительно.

Как было показано в [10, 18], структура амплитудного спектра вертикального электрического и горизонтального магнитного полей зависит от дистанции между источником и наблюдателем. С тех пор эта зависимость широко используется для определения расстояния до сверхмощных молний, вызывавших всплески СНЧ-излучения. Техника измерений и соответствующие публикации подробно описаны в монографии [2]. Изменения спектра обусловлены интерференцией прямого, антиподного и кругосветных импульсов, приходящих в точку наблюдения с запаздыванием, зависящим от расстояния источник–приемник D . Очевидно, что при разных свойствах ионосферы будут изменяться пиковые частоты и добротности глобального электромагнитного резонанса. Это обусловлено изменениями фазовой скорости и затухания радиоволн, поэтому интересно сравнить, как изменятся спектры СНЧ-импульсов различных дистанций в резонаторах, имеющих неодинаковую верхнюю границу. До сих пор такое сравнение проводилось в узком диапазоне изменений ионосферы, чтобы обеспечить модельные данные, близкие к наблюдениям.

Сопоставление спектров вертикальной компоненты электрического поля импульсных сигналов, пришедших с разных расстояний в трех различных моделях резонатора Земля–ионосфера

представлено на рис. 3. Спектры вычислялись по формулам [2]

$$E_r(\omega) = -\frac{M_C(\omega)}{4\pi h_0 a^2 \varepsilon_0} \frac{i\nu(\nu+1)}{\omega} \left[R_\Sigma + \sum_{n=0}^{\infty} a_n P_n(x) \right]; \quad (6)$$

$$H_\varphi(\omega) = \frac{M_C(\omega)}{4\pi h_1 a} \frac{2\nu(\nu+1)}{\sqrt{1-x^2}} \left(2R_3 + 9R_4 + \sum_{n=0}^{\infty} b_n P_n(x) \right); \quad (7)$$

где $M_C(\omega)$ – токовый момент источника; $x = \cos \theta$; $P_n(x)$ – полином Лежандра;

$$R_\Sigma = 2R_1 + R_2 + 2[\nu(\nu+1) + 1]R_3 + 3[3\nu(\nu+1) + 2]R_4; \quad (8)$$

$$R_1(1, x) = \ln \frac{\sqrt{1-x} + \sqrt{2}}{\sqrt{1-x}}; \quad (9)$$

$$R_2(1, x) = 1 + (1-x)R_1(1, x) - \sqrt{2(1-x)}; \quad (10)$$

$$R_3 = 1 + \frac{(1-x)(3x-1)}{4} R_1(1, x) - \frac{3}{4} \left(x + \sqrt{2(1-x)^3} \right); \quad (11)$$

$$R_4 = -\frac{(5x+1)(x-1)^2}{12} R_1(1, x) + \frac{15x^2 - 27x + 14}{36} + \frac{5(1-x^2)}{12} \sqrt{2(1-x)} - \frac{11}{18} \sqrt{2(1-x)^3}; \quad (12)$$

$$a_n = \frac{2n[\nu^2(\nu+1)^2 + 22\nu(\nu+1) + 12]}{(n-\nu)(n+\nu+1)F_1} + \frac{17\nu^2(\nu+1)^2 + 74\nu(\nu+1) + 24}{(n-\nu)(n+\nu+1)F_1}; \quad (13)$$

$$b_n = \frac{C_n}{F_1[\nu(\nu+1) - (n-1)n][\nu(\nu+1) - (n+1)(n+2)]}; \quad (14)$$

$$C_n = 4n^3[\nu(\nu+1) + 12] + 2n^2[19\nu(\nu+1) + 78] - n[2\nu^2(\nu+1)^2 + 19\nu(\nu+1) + 66] - [17\nu^2(\nu+1)^2 - 34\nu(\nu+1) - 24]; \quad (15)$$

$$F_1 = (n+1)(n+2)(n+3)(n+4). \quad (16)$$

На рис. 3 по оси абсцисс отложена частота, изменяющаяся от 2 до 100 Гц. По оси ординат показана амплитуда поля в децибеллах. Использовалась одна из трех моделей ионосферы, каждая из которых соответствует высотным масштабам проводимости, равным 4 км, 1 км и 0,025 км соответственно.

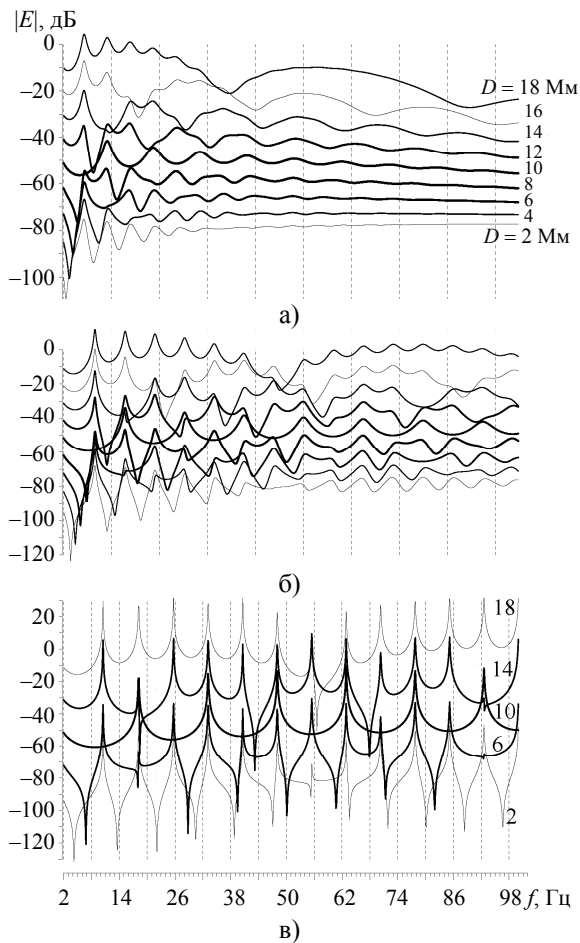


Рис. 3. Изменения амплитудных спектров электрического поля на дистанциях источник–приемник от 2 до 18 Мм: а) – $\zeta = 4$ км; б) – $\zeta = 1$ км; в) – $\zeta = 0,025$ км

Графики рис. 3, а построены для $\zeta = 4$ км. Такая модель описывает ионосферу, близкую к реальности. Нижний график рис. 3, а отвечает дистанции $D = 2$ Мм. Следующий график, соответствует $D = 4$ Мм. Он приподнят над осью абсцисс на 10 дБ, что облегчает сравнение. У последующих графиков дистанции равны 6, 8, 10 ... 18 Мм, и каждый из них расположен на 10 дБ выше предыдущего. Эти графики демонстрируют хорошо известное поведение спектров, когда из-за интерференции прямой и антиподной волн, пришедших к наблюдателю, пики соседних резонансных модов сливаются. На больших расстояниях от источника появляются широкие интерференционные минимумы, которые смещаются к высоким частотам при увеличении D .

Для масштаба $\zeta = 1$ км построен рис. 3, б, это идеализированная модель, у которой добротность глобальных электромагнитных резонансов завышена примерно вдвое. По-прежнему график для дистанции $D = 2$ Мм расположен ниже всех. Последующие кривые отвечают дистанциям, возрастающим на 2 Мм, и каждый из них приподнят над предыдущим на 10 дБ. Сравнивая графики

рис. 3, а и б, можно отметить, что снижение высотного масштаба увеличило резонансные частоты и добротности и углубило интерференционные минимумы, одновременно сдвинув их к более высоким частотам. Все эти явления известны, они объясняются увеличением фазовой скорости и уменьшением потерь в волноводе с ионосферой, проводимость которой быстро нарастает с высотой.

Масштабу $\zeta = 25$ м отвечает рис. 3, в. Графики этого рисунка построены для дистанций 2, 6, 10, 14 и 18 Мм, и каждый из них приподнят на 20 дБ над предыдущим. Как видно, теперь максимумы приходятся на частоты идеального шумановского резонанса: 10,6; 18,3; 26,0 Гц и т. д. Бросается в глаза непривычная форма спектральных линий, которую можно объяснить комбинацией частотного и пространственного факторов.

Действительно, на малом расстоянии от источника (2 Мм) пространственные гармоники начальных резонансных модов (полиномы Лежандра) имеют положительный знак. Фазы частотных характеристик отдельных модов изменяют свой знак при переходе через свою пиковую частоту. Поэтому на начальной дистанции 2 Мм спектр, показанный нижней тонкой линией, выглядит как комбинация кривых вида $\text{tg}(f)$ и $\text{ctg}(f)$. Такая комбинация наблюдается на первых шести модах при переходе от значений ниже пиковой к значениям выше пиковой частоты. На 7-м моде форма резонансной кривой изменяется из-за того, что на дистанции 2 Мм полиномы Лежандра начиная с $P_7(x)$ становятся отрицательными. Здесь появляется «дифференциальная» характеристика (окрестность 56 Гц), а выше нее наблюдается «переплюсовка» резонансных кривых: частотная зависимость становится «зеркальной». На расстоянии $D = 6$ Мм дифференциальное поведение и «переплюсовка» приходится на частоту второго мода, ~18 Гц и т. д.

На большом расстоянии $D = 18$ Мм (верхняя тонкая кривая рис. 3, в) значения первых шести полиномов Лежандра оказываются знакопеременными, поэтому «крылья» частотных характеристик соседних модов не вычитаются, а складываются, и мы получаем привычный набор достаточно острых резонансных пиков, разделенных широкими минимумами. На дистанции 18 Мм знаки 7-го и 8-го полиномов одинаковы, поэтому вблизи 56 Гц снова появляется «дифференциальное» поведение. Следующая группа резонансных модов окажется знакопеременной, и там мы снова увидим набор привычных резонансных пиков. «Нарушения» в знаках соседних полиномов зависят от расстояния источник–приемник, поэтому при подходе к антиподу источника (20 Мм) первый «дифференциальный» участок спектра сдвигается от 56 Гц к более высоким частотам.

Таким образом, в резонаторе с реалистичным затуханием дистанционные изменения формы спектра состоят в слиянии отдельных пар пиков и появлении широких интерференционных минимумов, сдвигающихся к высоким частотам при увеличении дистанции. При увеличении потерь пики становятся ниже и шире, и резонансная картина выражена менее рельефно. Именно широкие интерференционные минимумы используются для определения расстояния от источников мощных дискретных СНЧ-импульсов [2, 18, 19].

В резонаторе, близком к идеальному, картина изменяется. Там, где ранее находились широкие интерференционные долины, наблюдаются узкие дифференциальные минимумы и максимумы спектральной плотности и происходит переплюсовка резонансных кривых. Физическая природа дистанционных изменений по-прежнему связана с интерференцией прямых и антиподных волн сферической полости, несмотря на различия в форме проявления.

Если над плоскостью частота–дистанция объединить спектры, рассчитанные для отдельных расстояний, мы получим рис. 4. Здесь по горизонтальным осям отложена частота сигнала в диапазоне 2...100 Гц. Дистанция до точечного импульсного источника показана вдоль ординаты, она изменяется от 500 км до 20 Мм.

Энергетические спектры электрического поля для высотных масштабов проводимости 4 км, 1 км и 25 м показывают графики рис. 4, а–в; гра-

фики рис. 4, г–е – аналогичные энергетические спектры магнитного поля.

Привычная картина распределения поля в полости Земля–ионосфера изображена на графиках рис. 4, а, г. На первом моде шумановского резонанса (8 Гц) дистанция 10 Мм отвечает узлу электрического и максимуму магнитного поля. Видно, что на всех модах узлы (светлые участки) электрического поля приходятся на расстояния, где наблюдаются максимумы магнитного поля (темные участки). И наоборот, узлы магнитного поля соответствуют максимумам электрического поля. Таким образом, полная электромагнитная энергия остается неизменной в любой части резонансного объема.

Если рассматривать совокупность максимумов и минимумов как горный рельеф, то окажется, что пики и разделяющие их ущелья объединяются в хребты и долины, вытянутые слева вверх–направо. В правой высокочастотной части графиков амплитуда поля падает, там располагается широкая низина, в которой резонансный рельеф исчезает. На малых расстояниях от источника в области сотен герц лежит широкий максимум. Он связан с сингулярностью поля в точке источника. Мы также видим, что в антиподе (на расстоянии 20 Мм) электрическое поле максимально, тогда как амплитуда магнитного поля обращается в нуль. Все эти особенности подробно описаны в книге [2].

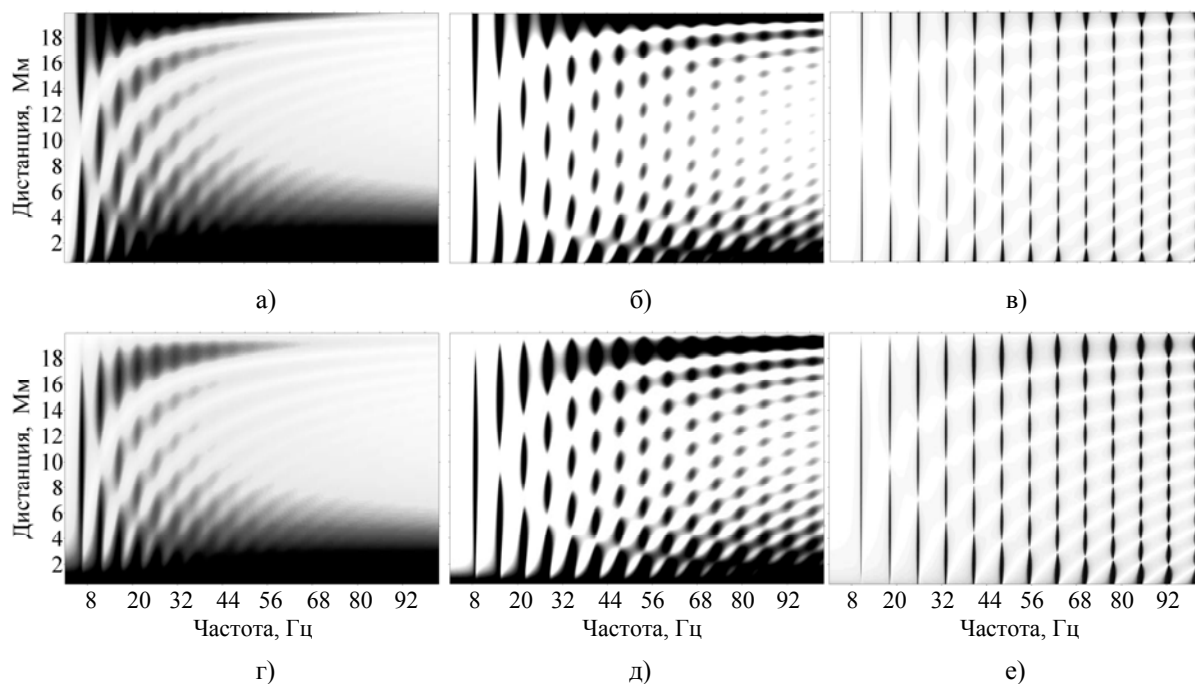


Рис. 4. Энергетические спектры E - и H -полей над плоскостью частота–дистанция: а) – в) спектры вертикального электрического поля для $\zeta = 4, 1$ и $0,025$ км; г) – е) спектры горизонтального магнитного поля для $\zeta = 4, 1$ и $0,025$ км

Пара средних графиков (рис. 4, б, д) показывают поле в идеализированном резонаторе с уменьшенными потерями. Рельеф обладает всеми отмеченными выше особенностями, но выражен намного ярче, а резонансные пики занимают более широкую полосу частот. Особенность этих графиков в том, что пики и долины объединились в «зеркальные» структуры, вытянутые как слева вверх–направо, так и в «зеркальном» направлении.

Графики рис. 4, в, е показывают непривычную картину распределения резонансных колебаний. Она состоит из узких пиков относительно частоты, но вытянутых по дистанции. Такое поведение легко объяснить, поскольку колебания имеют высокую добротность, из-за чего резонансные линии оказываются узкими (см. рис. 3, в). Поэтому спектральный пик каждого мода занимает узкий интервал частот. Что же касается зависимости амплитуды колебаний от дистанции, то она по-прежнему описывается полиномами Лежандра $P_n(\cos\theta)$ и $P_n^1(\cos\theta)$. На первом резонансном моде эта функция имеет вид $\cos\pi D/20$ для электрического поля и $\sin\pi D/20$ для магнитного. На последующих модах число резонансных пиков, укладываемых от источника до его антипода, возрастает пропорционально номеру n , а сами пики становятся узкими. Так появляются структуры, воспринимаемые на рис. 4, в, е как вертикальные штриховые линии. Для идеального резонатора штрихи окажутся бесконечно узкими и, следовательно, невидимыми, вот почему мы не можем показать графики для вынужденных колебаний резонатора при $\zeta = 0$. Можно также видеть, что и в резонаторе, близком к идеальному, интерференция прямых и антиподных волн по-прежнему создает две системы долин, вытянутых в направлениях: слева вверх–направо и справа вниз–налево.

Изменение масштаба профиля проводимости меняет не только добротность, но и положение пиковых частот резонатора. Если говорить о пространственном распределении колебаний различных типов, то оно остается неизменным. Просто с увеличением высотного масштаба «вертикальные штрихи» заметно расширяются, а сами спектры становятся менее рельефными.

3. Импульсные волновые формы. Рассмотренные выше спектры отвечают дискретными импульсным сигналам, волновая форма которых получается в результате преобразования Фурье от соответствующих комплексных спектров. Однако мы воспользуемся формальным решением задачи во временном представлении, справедливом при линейной частотной зависимости $\nu(\omega) = A_\nu\omega + B$, которое имеет вид [2, 20–22]

$$E(t) = E_A \operatorname{Re} \left\{ g^{-B} [R_{-1} + (R_0 - 1)B + \left(\frac{R_1}{g} - 1 \right) \times \right. \\ \left. \times B(B+1) + B(B+1)^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{g^n P_n(x)}{(n-B)(n+1)} \right\}, \quad (17)$$

где $g = \exp(it/A_\nu)$ – временной множитель;

$$R_0(g, x) = \frac{1}{\sqrt{1-2xg+g^2}}; \quad E_A = \frac{M_C}{2\pi h_0 a^2 \varepsilon_0} - \text{амп-}$$

$$\text{литуда}; \quad R_{-1}(g, x) = \ln \frac{g-x + \sqrt{1-2xg+g^2}}{1-x}.$$

Магнитное поле представляется с помощью замкнутого аналитического выражения

$$H(t) = H_A \operatorname{Im} \left\{ \frac{1}{A_\nu} \frac{g^{(1-B)}(1-x^2)^{1/2}}{(1-2xg+g^2)^{3/2}} \right\}, \quad (18)$$

$$\text{где } H_A = \frac{M_C}{2\pi a h_0 c^2} - \text{амплитуда.}$$

В решениях (17) и (18) предполагается линейная зависимость постоянной распространения от частоты $\nu(\omega) = A_\nu\omega + B$. Поэтому зависимости $\operatorname{Im}[\nu(f)]$ и $\operatorname{Re}[\nu(f)]$, показанные на рис. 2, б, интерполировались линейными функциями в области частот до 250 Гц. Параметры этих линейных зависимостей приведены в табл. 1, а сами прямые были показаны на рис. 2, б штриховыми линиями. Линейная аппроксимация оказалась настолько близкой к исходным кривым, что графики практически сливаются.

Таблица 1
Параметры линейных зависимостей
 $\nu(\omega) = A_\nu\omega + B$

ζ , км	A_ν	B
0,025	$2,13711 \cdot 10^{-2} -$ $-i1,28864 \cdot 10^{-5}$	$-0,458431 +$ $+i1,84611 \cdot 10^{-5}$
0,1	$2,15212 \cdot 10^{-2} -$ $-i5,13297 \cdot 10^{-5}$	$-0,444642 +$ $+i3,76722 \cdot 10^{-5}$
1,0	$2,2606 \cdot 10^{-2} -$ $-i4,8914 \cdot 10^{-4}$	$-0,283857 -$ $-i3,81836 \cdot 10^{-3}$
4,0	$2,41645 \cdot 10^{-2} -$ $-i1,6874 \cdot 10^{-3}$	$0,18478 -$ $-i6,07061 \cdot 10^{-2}$

При расчетах волновых форм на дистанциях 2–18 Мм пришлось увеличить минимальное значение высотного масштаба проводимости ζ от 25 до 100 м. Такое изменение масштаба объясняется тем, что графики поля имеют очень узкие экстремумы. Чтобы не искажалась форма прямого и антиподного импульсов, а также соотношения амплитуд положительной и отрицательной полуволн, приходится использовать высокую частоту квантования сигнала. При этом размеры файлов оказываются очень большими. Так, даже

для $\zeta = 100$ м приходится брать частоту квантования $f_s = 100$ кГц (шаг по времени 10 мкс).

На рис. 5 представлены графики импульсов электрического поля, использованы модели с $\zeta = 4, 1$ и $0,025$ км соответственно. Нижние линии каждого рисунка показывают импульс, пришедший с дистанции $D = 2$ Мм. Верхние линии показывают импульсы, пришедшие с максимальной, антиподной, дистанции $D = 20$ Мм. Видно, как электрическое поле увеличивается в антиподе источника благодаря фокусировке в сферическом резонаторе. В начальный момент времени в точке источника напряженность электромагнитного поля бесконечна по определению. В антиподе источника амплитуда тоже велика, но конечна. Мы не будем останавливаться на деталях дистанционных изменений амплитуды и формы импульса (см. [2, 20–22]), отметим только, что даже в резонаторе с очень малыми потерями антиподный импульс заметно расплывается. Это связано с дисперсионными свойствами сферического промежутка Земля–ионосфера.

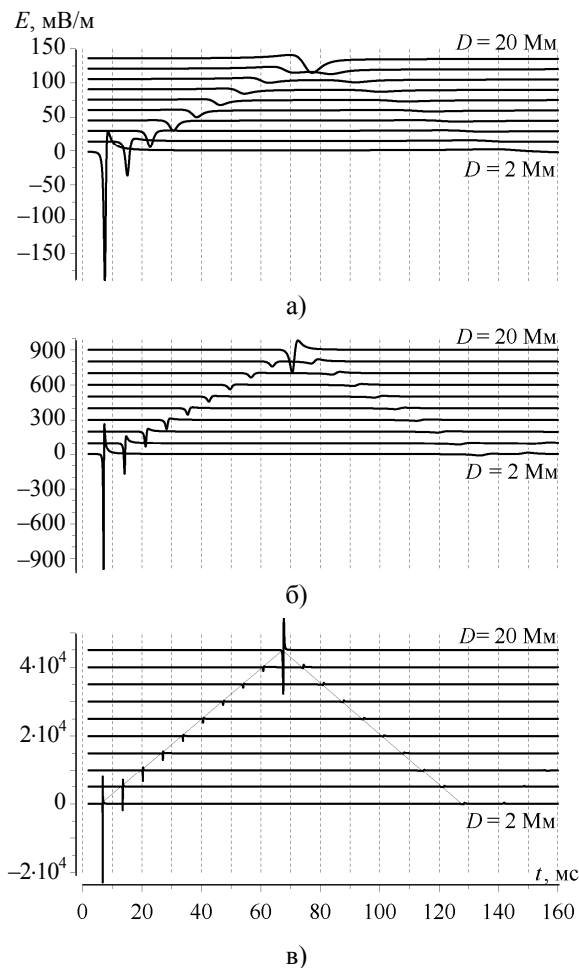


Рис. 5. Волновые формы импульсов $E(t)$ при различной дистанции до источника ($D = 2, 4, 6, \dots, 20$ Мм) в резонаторах с разными ионосферными стенками: а) – $\zeta = 4$ км; б) – $\zeta = 1$ км; в) – $\zeta = 0,025$ км

В нулевой момент времени временной множитель в (17) и (18) равен $g = 1$, а в точке источника $\cos\theta = 1$, поэтому все полиномы $P_n(\cos\theta) = 1$. Поскольку потери отсутствуют, поле в точке источника оказывается бесконечным, т. е. имеет место хорошо известная сингулярность. Конечная амплитуда импульса в антиподе источника формально объясняется знакопеременностью полиномов Лежандра: $P_n(\cos\theta) = (-1)^n$ при $\cos\theta = -1$ и хоть и малыми, но конечными потерями во временном множителе g . Отметим, что антиподные поля во всех моделях сферического резонатора конечны, даже если потери полностью отсутствуют. Видимые отличия на рисунке состоят в ширине импульсов. В реальном резонаторе отдельные достаточно широкие сигналы образуют единое семейство кривых. Графики для идеального резонатора такого впечатления не оставляют, там каждый из импульсов существует «сам по себе». Чтобы проследить динамику движения сигнала, на рис. 5, в пришлось показать наклонные прямые линии, соединяющие начала отдельных импульсов.

Во всех семействах графиков рис. 5 отчетливо видно, что время прихода импульсов линейно увеличивается с дистанцией. Видно также как антиподные импульсы приближаются к импульсу прямой волны справа. В самом антиподе они сливаются и обеспечивают «всплеск» поля. Линейный рост запаздывания в сферическом резонаторе на первый взгляд необычен, поскольку кажется, что имеется множество «боковых» путей распространения, отличных от дуги большого круга, соединяющей источник и приемник. Ошибочность таких ожиданий демонстрируется следующим умозрительным построением.

Пусть точечный вертикальный диполь излучает короткий однополярный радиоимпульс и расположен на Северном полюсе. Радиоволна, уходя от источника, образует круговой фронт, который в каждый момент времени будет совпадать с некоторой параллелью. Картина аналогична кругам на поверхности воды.

Двигаясь от параллели к параллели, фронт достигнет экватора. После этого он попадет в Южное полушарие и начнет сужаться, пока не «схлопнется» в антиподе источника на Южном полюсе. Затем возникнет новый расширяющийся круговой фронт, движущийся от Южного полюса к Северному. Расширяясь, он снова пройдет экватор, а затем сфокусируется в точке источника. После этого процесс повторится и будет воспроизводиться до тех пор, пока потери не ослабят волну настолько, что ее нельзя будет обнаружить.

В описанной системе координат наблюдатель находится на некоторой широте и некотором меридиане (пусть это будет нулевой меридиан). Тогда сначала к нему вдоль нулевого меридиана придет импульс от Северного полюса. Это про-

изойдет в тот момент, когда фронт радиоволны совпадет с параллелью наблюдателя. Время запаздывания τ прямого импульса относительно момента излучения будет равно дистанции источник–приемник D деленной на скорость распространения V . Затем наблюдатель не будет регистрировать ничего, пока к нему вдоль того же меридиана придет импульс, но уже от Южного полюса. Пройденное расстояние составит $(40 - D)$ Мм, что и определит соответствующее запаздывание. Третий импульс снова придет с севера, и пройденная им дистанция составит $(40 + D)$ Мм и т. д. Таким образом, в сферической полости импульсный сигнал от точечного источника приходит к наблюдателю вдоль одного и того же меридиана (большого круга), но попеременно с двух противоположных направлений. «Боковые» трассы распространения отсутствуют. Несмотря на то, что резонатор Земля–ионосфера является трехмерной сферической оболочкой, распространения радиоволн в нем происходит исключительно вдоль большого круга, соединяющего корреспондирующие пункты. Это обстоятельство и подтверждается совокупностью прямых и антипод-

ных импульсов на рис. 5, запаздывание которых изменяется с дистанцией D по линейному закону.

Наиболее ярко «прямолинейность» распространяющихся в промежутке Земля–ионосфера СНЧ-импульсов иллюстрируется двумерными профилями, показанными на рис. 6 над плоскостью время–дистанция. Отдельные временные реализации рассчитывались с высоким разрешением по времени и при малом (100 км) шаге по дистанции источник–приемник. Затем они были объединены в профили, каждый из которых показывает поведение первой отрицательной полуволны принимаемого импульса.

На рис. 6 ясно видна линейность изменений запаздывания с дистанцией. Чем резче нижняя граница ионосферы, тем более узким оказывается приходящий к наблюдателю импульс. В модели резонатора с малыми потерями на небольших удалениях от источника он оказывается настолько узким, что возникают трудности с графическим изображением. В идеальном резонаторе Земля–ионосфера начальный импульс станет дельта-импульсом, и его вообще невозможно будет показать.

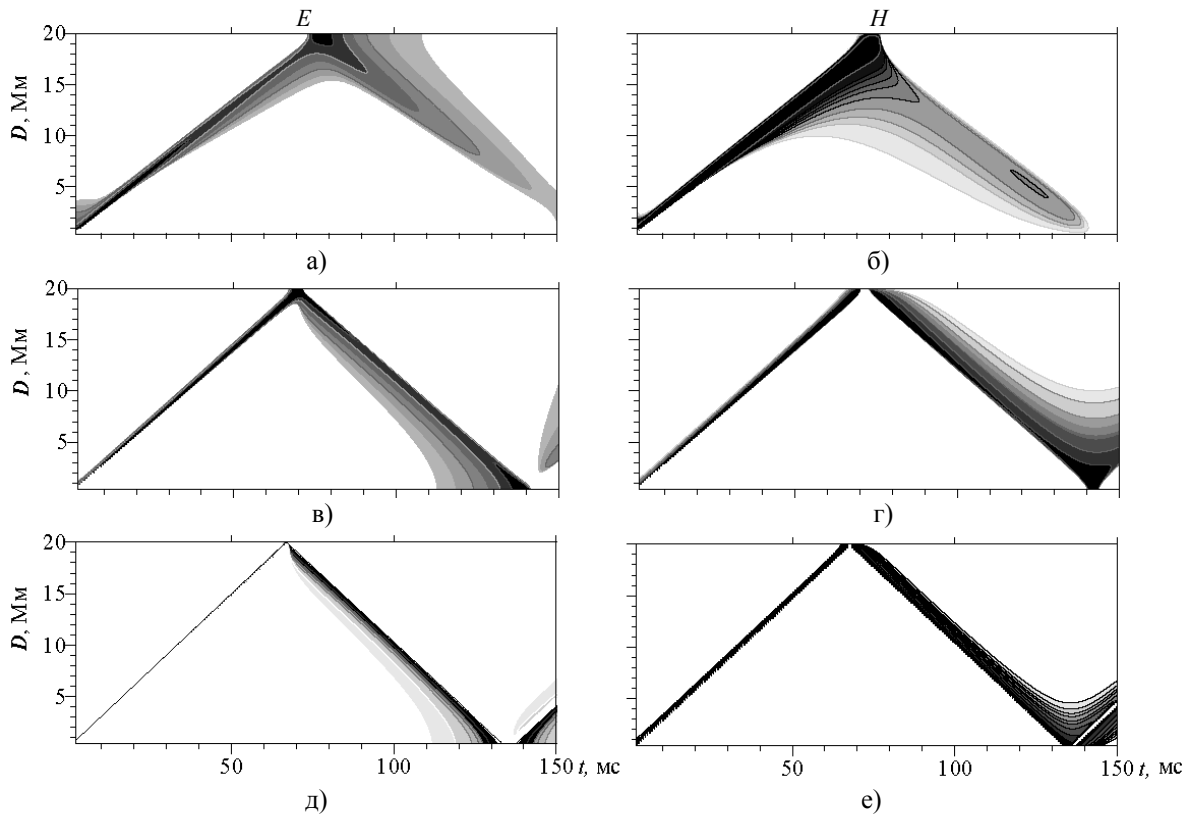


Рис. 6. Импульсы компонент поля E и H над плоскостью время–дистанция: а) и б) – электрический и магнитный импульсы при $\zeta = 4$ км; в) и г) – электрический и магнитный импульсы при $\zeta = 1$ км; д) и е) – те же импульсы при $\zeta = 0,1$ км

Ширина импульса при распространении увеличивается, а форма изменяется. В электрическом поле хорошо виден антиподный максимум

при $D = 20$ Мм, тогда как в магнитном поле на этой дистанции поле обращается в нуль. Чем резче нижняя граница ионосферы, тем меньше поте-

ри и тем выше скорость распространения сигнала. В реальном резонаторе импульс приходит в антипод источника с запаздыванием около 80 мс, что соответствует скорости распространения около 250 Мм/с. В табл. 2 сведены данные о задержке прямой и антиподной волн и скорости распространения в разных моделях полости Земля–ионосфера. Из нее видно, как диффузная ионосферная граница снижает скорость распространения радиоволн. При положительном пробое земля–облако время прихода первой отрицательной полуволны в электрической компоненте поля соответствует скоростям распространения 296,87; 286,45 и 252,74 Мм/с.

Таблица 2
Времена прихода прямой и антиподной волн к наблюдателю на расстоянии $D = 10$ Мм и скорости распространения импульса

ζ , км	$\tau_{пр}$, мс	$\tau_{ант}$, мс	V , Мм/с
0,1	33,78	101,15	296,87
1,0	35,38	105,2	286,45
4,0	38,4	117,533	252,74

На малых расстояниях от источника импульс начинается узкой отрицательной полуволной, за которой следует более широкая положительная полуволна меньшей амплитуды. С увеличением дистанции амплитуды отрицательной и положительной полуволн выравниваются, и в антиподе они почти равны друг другу. В реальном резонаторе у волны, «обежавшей» земной шар и вернувшейся в точку источника, амплитуда отрицательного вступления оказывается меньше, чем следующая за ним положительная полуволна [2]. Данные об импульсах в идеалистическом резонаторе представлены в табл. 3, которая позволяет предметно обсудить и отвергнуть предлагающуюся в [23] идею о «самозапуске» мощных молний собственным сигналом, обежавшим вокруг Земли.

Таблица 3
Амплитуда электрического импульса в точке антипода и в точке источника (кругосветная волна) при $\zeta = 0,1$ км

Трасса	Амплитуда, мВ/м	τ , мс	V , Мм/с
Антипод	-12 732	67,533	296,15
	+10 366	67,717	295,35
Кругосветная волна	-32	140,0	285,71
	+39	143,6	278,55

Как видно, даже для идеалистического резонатора Земля–ионосфера ($\zeta = 0,1$ км) амплитуда кругосветных волн от типичного грозового разряда с токовым моментом 10^8 А м (длина пробоя 4 км при импульсном токе в 25 кА) оказывается равной -32 мВ/м в момент $\tau = 140$ мс и +39 мВ/м при $\tau = 143,6$ мс. Вычисления в модели

реального резонатора [2] дают амплитуды на порядок меньше.

Таким образом, в полости с исключительно малыми потерями кругосветная волна добавит -120 и/или +160 В к уже существующей разности потенциалов грозового облака в интервале высот 4 км. Известно, что разность потенциалов в сотню вольт в предгрозовом облаке наблюдается на расстояниях меньше сантиметра, поэтому сомнительно, что кругосветное эхо молнии способно инициировать новый пробой в том же самом облаке. Если говорить о запуске грозовых пробоев радиоизлучением гроз, то разумнее обратиться к разрядам на небольшом удалении. В том же идеалистическом резонаторе на дальности 2 Мм от молнии отрицательный импульс среднего разряда составит -8,580 В/м ($\tau = 6,7666$), а на дальности 3 Мм он будет равен -6,845 В/м ($\tau = 13,3166$). Совершенно очевидно, что шансы таких разрядов запустить молнию в соседней грозовой ячейке в сотни раз выше.

Выводы. С помощью одномасштабной экспоненциальной модели вертикального профиля проводимости атмосферы были рассчитаны спектры и волновые формы импульсных сигналов, приходящих к наблюдателю в идеализированной модели резонатора Земля–ионосфера. Впервые приведены спектры и формы импульса для полости с резкой границей и потерями, близкими к нулю. Описаны отличия спектров такого резонатора от спектров реального резонатора Земля–ионосфера. Проведен расчет импульсов во временном представлении, найденные отличия в скорости распространения, связанные с размытостью нижней границы ионосферы. Оценены величины импульсов как в точке антипода источника, так и для кругосветной волны, пришедшей в точку источника. Расчеты показывают, что распространяющиеся в волноводе импульсы заметно расширяются из-за дисперсии, а их амплитуда падает. Даже в случае мизерных потерь амплитуда кругосветной волны недостаточна для «самозапуска» молний собственным эхо.

Библиографический список

1. Николаенко А. П. О применимости сверхнизкочастотных глобальных резонансов для исследования грозовой активности Венеры / А. П. Николаенко, Л. М. Рабинович // Космические исслед. – 1987. – 25, № 2. – С. 301–306.
2. Nickolaenko A. P. Resonances in the Earth-ionosphere cavity / A. P. Nickolaenko and M. Hayakawa. – Dordrecht-Boston-London: Kluwer Academic Publishers, 2002. – 380 p.
3. Greifinger C. Approximate method for determining ELF eigenvalues in the Earth-ionosphere waveguide / C. Greifinger and P. Greifinger // Radio Sci. – 1978. – 13, iss. 5. – P. 831–837.
4. Greifinger P. S. On modeling the lower characteristic ELF altitude from aeronomical data / P. S. Greifinger, V. C. Mush-tak, and E. R. Williams // Radio Sci. – 2007. – 42, iss. 2. – RS2S12(12 p.)

5. *Mushtak V. C.* ELF propagation parameters for uniform models of the Earth-ionosphere waveguide / V. C. Mushtak and E. R. Williams // *J. Atmos. Sol. Terr. Phys.* – 2002. – 64, iss. 18. – P. 1989–2001.
6. *Pechony O.* Schumann resonance parameters calculated with a partially uniform knee model on Earth, Venus, Mars, and Titan / O. Pechony and C. Price // *Radio Sci.* – 2004. – 39, iss. 5. – RS5007(10 p.)
7. *Sentman D. D.* Approximate Schumann resonance parameters for a two-scale-height ionosphere / D. D. Sentman // *J. Atmos. Terr. Phys.* – 1990. – 52, iss. 1. – P. 35–46.
8. *Fullekrug M.* Dispersion relation for spherical electromagnetic resonances in the atmosphere / M. Fullekrug // *Phys. Lett. A.* – 2000. – 275, N 1. – P. 80–89.
9. *Jones D. Ll.* Schumann resonances and ELF propagation for inhomogeneous, isotropic ionosphere profiles / D. Ll. Jones // *J. Atmos. Terr. Phys.* – 1967. – 29, N 9. – P. 1037–1044.
10. *Jones D. Ll.* Numerical computations of terrestrial ELF electromagnetic wave fields in the frequency domain / D. Ll. Jones // *Radio Sci.* – 1970. – 5, iss. 5. – P. 803–809.
11. *Кириллов В. В.* Параметры волновода Земля–ионосфера на СНЧ / В. В. Кириллов // *Проблемы дифракции и распространения радиоволн.* – 1993. – Вып. 25. – С. 35–52.
12. *Кириллов В. В.* Электромагнитные волны в диапазоне СНЧ в волноводе Земля–ионосфера / В. В. Кириллов, В. Н. Копейкин, В. К. Муштак // *Геомагнетизм и аэронавигация.* – 1997. – 37, № 3. – С. 114–120.
13. *Кириллов В. В.* Решение двумерных телеграфных уравнений с анизотропными параметрами / В. В. Кириллов, В. Н. Копейкин // *Изв. вузов. Радиофизика.* – 2002. – 45, № 12. – С. 1011–1024.
14. *Modeling of thunderclouds and lightning on Titan* / T. Tokano, G. J. Molina-Cuberos, H. Lammer, and W. Stumptner // *Planet. Space Sci.* – 2001. – 49, iss. 6. – P. 539–560.
15. *A numerical simulation of Earth's electromagnetic cavity with the Transmission Line Matrix method: Schumann resonances* / J. A. Morente, G. J. Molina-Cuberos, J. A. Porti et al. // *J. Geophys. Res.* – 2003. – 108, iss. A5. – P. 1195–2005.
16. *Yang H.* Three-dimensional finite-difference time domain modeling of the Earth-ionosphere cavity resonances / H. Yang and V. P. Pasko // *Geophys. Res. Lett.* – 2005. – 32, N 3. – L03114(4 p.)
17. *Parallel 3D-TLM algorithm for simulation of the Earth-ionosphere cavity* / S. Toledo-Redondo, A. Salinas, J. A. Morente-Molina et al. // *J. Computational Phys.* – 2013. – 236, N 3. – P. 367–379.
18. *Jones D. Ll.* Experimental and theoretical observations of Schumann resonances / D. Ll. Jones and D. T. Kemp // *J. Atmos. Terr. Phys.* – 1970. – 32, N 6. – P. 1095–1108.
19. *Nickolaenko A. P.* A modified technique to locate the sources of ELF transient events / A. P. Nickolaenko and I. G. Kudintseva // *J. Atmos. Terr. Phys.* – 1994. – 56, N 8. – P. 1493–1498.
20. *Николаенко А. П.* Естественные электромагнитные импульсы СНЧ-диапазона / А. П. Николаенко // *Радиофизика и электрон.*: сб. науч. тр. / Ин-т радиофизики и электрон. НАН Украины. – X., 1997. – 2, № 1. – С. 73–79.
21. *ELF sub-ionospheric pulse in time domain* / A. P. Nickolaenko, M. Hayakawa, I. G. Kudintseva et al. // *Geophys. Res. Lett.* – 1999. – 26, N 7. – P. 999–1002.
22. *Николаенко А. П.* Ускорение сходимости временных представлений для СНЧ-импульсов, излучаемых грозвыми разрядами / А. П. Николаенко, Л. М. Рабинович // *Радиофизика и электрон.*: сб. науч. тр. / Ин-т радиофизики и электрон. НАН Украины. – X., 2000. – 5, № 2. – С. 275–282.
23. *Peculiar transient events in the Schumann resonance band and their possible explanation* / A. Ondrášková, P. Kostecký, S. Ševčík, L. Rosenberk // *J. Atmos. Sol.-Terr. Phys.* – 2008. – 70, N 6. – P. 937–946.

A. P. Nickolaenko

SPECTRA AND WAVEFORMS OF ELF PULSES IN THE EARTH-IONOSPHERE CAVITY WITH SMALL LOSSES

There is a certain gap in the literature on Schumann resonance. The theoretical prediction of the phenomenon was made in the framework of the Earth-ionosphere cavity formed by perfectly conducting walls. However, when modeling the experimentally observed resonance, the ground is always considered as a perfectly conducting, while the ionosphere has a finite conductivity. The present investigation fills in the gap mentioned. We demonstrate for the first time the spectra and the waveforms of pulses propagating in a cavity with the negligible losses. The problem is solved in the framework of the exponential vertical profile of air conductivity characterized by the single scale height. The spectra and waveforms are computed for a set of the source-observer distances. Deviations are addressed of the spectra in the idealistic resonator from those of the conventional ionosphere model. Direct time domain solutions are used in computations that show deviations of the propagation velocity relevant to finite conductivity of the ionosphere. The pulse amplitudes are shown at the source antipode and at the source point itself for the round-the-world wave. We demonstrate widening of the pulses in the course of propagation combined with the reduction of their amplitude. Amplitude of the round-the-world wave reduces to the value that excludes the “auto-triggering” of lightning strokes even in the idealistic cavity model with negligible losses.

Key words: Schumann resonance, exponential conductivity profile, spectra and pulsed waveforms in the cavity with negligible losses.

О. П. Ніколаєнко

СПЕКТРИ ТА ФОРМИ ННЧ-ІМПУЛЬСІВ В РЕЗОНАТОРІ ЗЕМЛЯ–ІОНОСФЕРА ПРИ МАЛИХ ВТРАТАХ

У літературі з шуманівського резонансу є пробіл. Саме явище було передбачено для порожнини Земля–іоносфера з ідеально провідними стінками. Однак при моделюванні експериментальних радіосигналів Земля завжди розглядається як куля, що ідеально проводить, тоді як іоносфера має кінцеву провідність. Пропоноване дослідження заповнює цей пробіл, адже вперше отримано модельні спектри та форми імпульсів з майже відсутнім затуханням. Задачу розв'язано за допомогою одномасштабної експоненціальної моделі вертикального профілю провідності атмосфери. Спектри та хвильові форми сигналів розраховано для різних відстаней джерело–спостерігач. Показано відмінності спектрів ідеального резонатора від спектрів реального резонатора Земля–іоносфера. Проведено розрахунок імпульсів у часовому зображенні та знайдено відмінності в швидкості поширення, які зумовлені кінцевою провідністю іоносфери. Отримано амплітуди імпульсів у антиподі джерела і в точці джерела (навколо-світня хвиля). Результати показують, що дисперсія в сферичному хвилеводі призводить до розширення імпульсів, що поширюються, і зменшення їх амплітуди. Амплітуда навколо-світньої хвилі падає настільки, що «самозапуск» блискавок неможливий навіть в резонаторі, що близький до ідеального.

Ключові слова: шуманівський резонанс, експоненціальний профіль провідності іоносфери, спектри та форми імпульсів у резонаторі з малими втратами.

Рукопись поступила 01.08.2013.