

Е. М. Ганапольский

Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины

12, ул. Ак. Проскуры, Харьков, 61085, Украина

E-mail: svishchov@ire.kharkov.ua

АНАЛОГ ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА ВТОРОГО РОДА В КВАЗИОПТИЧЕСКОМ ОБЪЕМНОМ СВЧ-РЕЗОНАТОРЕ

Впервые обнаружен и изучен аналог фазового перехода 2-го рода в сферическом и цилиндрическом объемных СВЧ-резонаторах с неоднородностью в виде металлического шара и диска. Переход происходит между состоянием, когда шар (диск) расположен симметрично относительно боковых стенок, и состоянием с несимметричным расположением шара (диска). Для этих состояний измерены спектры собственных колебаний в 8-мм диапазоне и на основе полученных данных определены коэффициенты корреляции межчастотных интервалов. Установлено, что интегрируемая сферическая (цилиндрическая) симметричная система резонатора с внутренним шаром (диском) обладает коэффициентом корреляции, близким к нулю, в то время как неинтегрируемая система с несимметричным расположением шара (диска) имеет коэффициент корреляции (по модулю) $C(1) > 0,2$. Переход между этими состояниями происходит в узком интервале значений эксцентриситета. Определены зависимости распределения межчастотных интервалов от среднего расстояния между собственными частотами и найдено, что для интегрируемой системы эта зависимость описывается функцией Пуассона, а для неинтегрируемой – распределением Вигнера, которое характерно для состояний с отталкиванием резонансных линий и квантовым хаосом. Таким образом, установление, что изменение симметрии в СВЧ-резонаторе приводит к аналогу фазового перехода 2-го рода, когда система резонатора становится неинтегрируемой и сопровождается квантовым хаосом. Ил. 7. Библиогр.: 4 назв.

Ключевые слова: аналог фазового перехода, сферический резонатор, цилиндрический резонатор, спектр собственных колебаний, коэффициент корреляции, распределение межчастотных интервалов, квантовый хаос, распределение Пуассона, распределение Вигнера, отталкивание спектральных линий.

Фазовый переход – это хорошо известное физическое понятие для обозначения различных явлений, возникающих при изменении состояний твердого тела. Фазовые переходы могут быть переходами 1-го и 2-го рода. Переход 1-го рода – это переход вещества из одной фазы в другую, который сопровождается выделением или поглощением некоторого количества теплоты. К такому переходу относятся, например, процессы плавления и кристаллизации. В точке перехода термодинамический потенциал системы, в которой происходит переход, непрерывен, но его первые производные терпят разрыв. Нас будет интересовать переход 2-го рода, когда происходит изменение симметрии состояния системы и возникает некоторое новое качество. Для характерного примера можно привести фазовый переход при изменении температуры в кристалле BaTiO_3 – титанате бария. Этот кристалл при комнатной температуре имеет кубическую решетку. С понижением температуры атомы смещаются, и энергетически выгоднее, чтобы решетка кристалла деформировалась и кубическая симметрия понизилась до тетрагональной.

В основу работы положено следующее. Фазовый переход 2-го рода, или аналог этого перехода в квазиоптическом СВЧ-резонаторе, может происходить не только в твердом теле, он может быть реализован и в системе резонатор–электромагнитное поле в условиях, когда происходит существенное изменение ее симметрии. Когда симметрия системы понижается настолько, что единственным интегралом движения становится ее энергия, такая система становится неинтегрируемой и, следовательно, хаотической.

Поэтому изучение фазового перехода 2-го рода в объемном СВЧ-резонаторе, связанного с изменением его симметрии, непосредственно относится к проблеме квантового (волнового) хаоса (КХ).

Эта проблема объединяет исследования квантовых систем, классические аналоги которых обладают хаотичностью. Она возникла более 50 лет тому назад, и к настоящему времени исследованиями этой проблемы охвачено много научных учреждений США, Англии и Германии. Большое продвижение в решении этой проблемы было достигнуто, когда выяснилось, что для экспериментальных исследований КХ можно использовать объемные СВЧ-резонаторы. Оказалось, что благодаря тождественности уравнения Шредингера и скалярного уравнения Максвелла результаты экспериментов с СВЧ-резонаторами можно использовать для интерпретации исследований КХ. Несмотря на большое внимание к изучению КХ, ряд вопросов, относящихся к этой проблеме, до настоящего времени изучен недостаточно. Это относится и к основополагающему вопросу об отталкивании спектральных линий в спектре резонатора, которое является основным признаком КХ.

Цель работы состоит в выяснении природы эффекта отталкивания спектральных линий и связи этого эффекта с неинтегрируемостью резонаторной системы и корреляцией межчастотных интервалов.

На этот вопрос впервые обратили внимание Л. Д. Ландау и Я. А. Смородинский. В своей известной монографии [1] они отмечали: «Из весьма общих соображений можно ожидать, что

уровни с одинаковым спином должны быть распределены так, что вероятность очень малого расстояния между ними очень мала – уровни как бы отталкиваются друг от друга. Этот вопрос заслуживает изучения». Несмотря на то что прошло достаточно много времени после опубликования этой монографии, вопрос об отталкивании линий пока не нашел полного объяснения.

В основу настоящей работы положено следующее: фазовый переход 2-го рода или его аналог может происходить не только в твердом теле. Такой эффект может быть реализован и в системе электромагнитное поле–квазиоптический объемный СВЧ-резонатор в условиях, когда происходит изменение ее симметрии. Объемный резонатор, обладающий симметричными боковыми границами, является интегрируемой системой. Когда же симметрия этих границ исчезает, резонатор превращается в неинтегрируемую систему, в которой имеет место хаотичность электромагнитного поля, что и является признаком КХ.

Спектр такой системы характеризуется отталкиванием спектральных линий, что является основным признаком КХ. Можно высказать предположение: отталкивание происходит в результате аналога фазового перехода 2-го рода между интегрируемой и неинтегрируемой системой, когда в последней симметрия отсутствует. Полная энергия системы (резонатор–электромагнитное поле) при этом сохраняется и является единственным интегралом движения. Поэтому динамика этой системы относится к классу неинтегрируемых систем, т. е. хаотических [2].

Для экспериментального изучения природы эффекта отталкивания спектральных линий в спектре резонатора выбран метод измерения коэффициента корреляции межчастотных интервалов. С этой целью был использован квазиоптический объемный сферический СВЧ-резонатор 8-мм диапазона, внутри которого находился металлический шар. При симметричном расположении шара внутри резонатора он представляет собой интегрируемую систему. Если же положение шара в нем отклоняется от симметричного, эта система (резонатор–шар) становится неинтегрируемой. Мы полагаем, что причиной отталкивания спектральных линий в неинтегрируемой системе резонатора является появляющаяся при фазовом переходе статистическая связь (корреляция) между ними. В связи с этим в работе были изучены корреляционные свойства спектров интегрируемого и неинтегрируемого резонаторов.

Если резонаторная система обладает симметрией и благодаря этому является интегрируемой, то коэффициент корреляции межчастотных интервалов в ее спектре равен нулю. В случае когда симметрия исчезает, коэффициент корреляции имеет достаточно большую величину, а

система резонатор–шар становится неинтегрируемой и хаотической. [2]. Такую систему можно описать с помощью теории случайных матриц, принадлежащих гауссовому ортогональному ансамблю. Согласно этой теории, для динамической системы с развитой хаотичностью коэффициент корреляции межчастотных интервалов в спектре сравнительно велик (по модулю) и достигает значения $C(1) = -0,271$ [3].

В работе был экспериментально изучен переход между интегрируемым и неинтегрируемым состояниями системы объемного СВЧ-резонатора, который мы называем аналогом фазового перехода 2-го рода. Основанием для такого определения является следующее. Два состояния резонатора: интегрируемое и неинтегрируемое, между которыми происходит переход, существенно различаются по симметрии. Если до перехода спектр резонатора обладал сферической симметрией, определяемой формой его граничных поверхностей, то после перехода эта симметрия в нем исчезает. Коэффициент корреляции достигает достаточно большого значения (по модулю), а между спектральными линиями возникает сильная статистическая связь. Спектр резонатора становится хаотическим и приобретает свойства, которые обусловлены КХ: отталкивание спектральных линий и связанное с этим отталкиванием вигнеровское распределение межчастотных интервалов. Таким образом, осуществляется переход между двумя системами резонатора: одна – с конфигурацией боковых стенок, отвечающей сферической (цилиндрической) интегрируемой геометрии и независимым резонансным линиям, а в другой системе резонансные линии не являются статистически независимыми и коррелируют между собой.

В качестве объектов для исследования хаотических спектральных свойств резонатора при указанных переходах были выбраны квазиоптические СВЧ-резонаторы сферической и цилиндрической формы, в которых помещены металлические вставки в виде шара или цилиндра. В таких резонаторах путем изменения расположения этих вставок (симметричного или несимметричного) можно создать условия их интегрируемости (неинтегрируемости) и благодаря этому изменять динамические свойства. Таким способом можно осуществить переход от состояния интегрируемого резонатора к состоянию неинтегрируемого и исследовать эту систему в условиях фазового перехода 2-го рода между этими состояниями.

Рассмотрим вначале результаты исследования сферического 3D-резонатора. Квазиоптический сферический резонатор, который использовался для измерений, показан схематически на рис. 1. Он представлял собой сферическую мед-

ную полость диаметром 270 мм, в которой возбуждались электромагнитные колебания в 8-мм диапазоне. Внутренняя поверхность сферической полости была изготовлена с большой точностью и отполирована, чтобы избежать дополнительных потерь в стенках резонатора. Для возбуждения колебаний в этом резонаторе использовалась волноводная дипольная антенна. Она представляла собой диполь в виде тонкого стержня диаметром 0,7 мм, возбуждаемого с помощью стандартного волновода. Короткий отрезок антенны в виде штыря, размером меньше длины волны, располагался в сферическом резонаторе. Внутри резонатора находился также алюминиевый шар диаметром 100 мм с полированной поверхностью. Шар был подвешен на тонкой капроновой нити. Подвеска нити и управление перемещением шара производилась извне резонатора. Благодаря этому шар можно было устанавливать в резонаторе на заданной высоте, достигая при этом как симметричного, так и несимметричного его положения относительно боковых стенок резонатора.

Когда эксцентриситет в расположении внутреннего металлического шара в резонаторе $e = 0$, сферический резонатор с шаром представляет собой точно симметричную и, следовательно, интегрируемую систему. Для того чтобы эту систему превратить в неинтегрируемую, шар смещался в резонаторе в сторону от центра, и таким образом шаровая симметрия исчезала. Спектр резонатора показан на рис. 2. В диапазоне частот 24...38 ГГц он содержит более 70 спектральных линий.

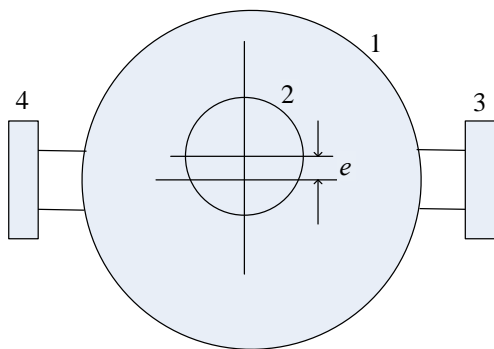


Рис. 1. Общий вид сферического 3D-резонатора с внутренним металлическим шаром: 1 – сферический резонатор; 2 – металлический шар; 3, 4 – устройство волноводно-дипольной связи резонатора; e – эксцентриситет

Поскольку поверхности резонатора выполнены из материала с высокой проводимостью и полированы, добротность этих линий была достаточно велика и составляла величину порядка $1-2 \times 10^3$.

Отметим, что добротности для различных резонансных линий заметно отличаются по величине. Можно предполагать, что это связано с не-

однородностью поля в резонаторе, которое влияет на взаимодействие мод резонатора, для которых диссипативные потери различны. Эти моды с различными потерями, связанные с резонансными линиями, понижают общую величину добротности. Для регистрации спектра использовался панорамный измеритель КСВН Р2-65, который был оснащен специальной компьютерной приставкой для автоматического измерения основных характеристик резонансных линий: собственной частоты и добротности. Время регистрации всего спектра в указанном интервале частот составляло 40 с. Сравнительно короткое время, в течение которого производилась запись спектра, позволяло избежать влияния на измерение его характеристик различных помех в линии передачи от генератора к приемнику. Мощность СВЧ-колебаний на входе резонатора не превышала нескольких милливольт.

Для исследования динамических свойств резонатора, связанных с его интегрируемостью, были изучены корреляционные свойства спектра. С этой целью по данным расположения интервалов между соседними спектральными линиями на частотной шкале находился коэффициент корреляции $C(1)$, единица в обозначении которого означает, что величина этого коэффициента относится к соседним резонансам.

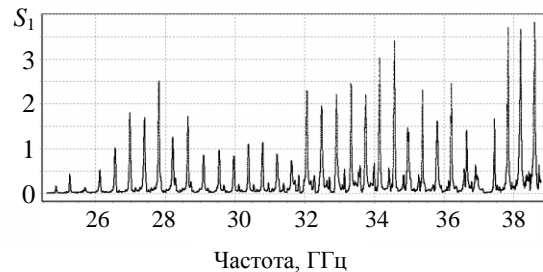


Рис. 2. Спектр сферического объемного резонатора с симметрично расположенным внутренним шаром. S_1 – интенсивность резонансной линии

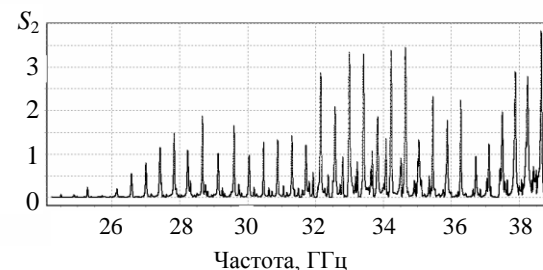


Рис. 3. Спектр сферического резонатора с асимметрично расположенным металлическим шаром. S_2 – интенсивность резонансной линии

Несмотря на внешнее сходство измеренных спектров для симметричного и несимметричного резонаторов динамические свойства их

существенно отличаются. При очень малых значениях эксцентricности величина коэффициента корреляции для шарового резонатора близка к нулю и составляет $C(1) \cong 0,02$. Достаточно даже небольшого отклонения положения внутреннего шара от симметричного, чтобы этот коэффициент резко возрастал и достигал значения, близкого к значению, характерному для систем с развитым КХ. Ширина интервала эксцентricности, в котором происходит резкое возрастание коэффициента корреляции, составляет 0,1 (в относительных по отношению к радиусу резонатора единицах). Увеличение ширины этого интервала e приводило к резкому возрастанию коэффициента корреляции. Относительная ширина области перехода, при которой коэффициент e увеличивается вдвое, составляет 0,05.

При отклонении от симметрии, когда шар смещается от симметричного положения, величина $C(1)$ резко возрастает. Об этом свидетельствуют данные, приведенные на рис. 3, на котором приведена зависимость $C(1)$ от величины e для сферического резонатора. Как видно из приведенных на рисунке данных, вблизи $e = 0$ наблюдается резкое уменьшение коэффициента корреляции межчастотных интервалов. При большом возрастании эксцентricности зависимость коэффициента корреляции от величины эксцентricности выходит на плато, при котором величина (по модулю) $C(1) > 0,2$. Аналогичное поведение $C(1)$ происходит и в случае цилиндрического резонатора. Такое значение $C(1)$ соответствует развитой хаотичности [3] в неинтегрируемой системе резонатора с эксцентricно расположенным металлическим шаром.

Возрастание $C(1)$ при увеличении e свидетельствует о том, что в спектре резонатора происходит перестройка в расположении резонансных линий, когда вероятность малых интервалов между ними уменьшается, линии как бы «отталкиваются». При этом интегрируемая симметричная система резонатора превращается в неинтегрируемую, а коэффициент корреляции резко возрастает.

В этом и состоит обсуждаемый в работе аналог фазового перехода из интегрируемой системы резонатора в неинтегрируемую. Можно утверждать, что именно это и является причиной отталкивания спектральных линий в КХ.

Наблюдаемая зависимость для величины $C(1)$ от параметра e может быть характерной и для других явлений, обусловленных фазовым переходом 2-го рода при изменении симметрии системы, что оправдывает применение понятия фазового перехода для СВЧ-резонаторов.

Фазовый переход проявляется и в изменении распределения межчастотных интервалов, которое связано с отталкиванием спектральных

линий, о чем свидетельствуют результаты измерений, приведенные на рис. 4, 5.

Из рис. 5 видно, что в интегрируемой системе сферического резонатора с металлическим шаром распределение межчастотных интервалов в спектре близко к распределению Пуассона – экспоненциальному спаду вероятности в зависимости от s – среднего расстояния между спектральными линиями.

Когда в результате фазового перехода резонатор с несимметрично расположенным металлическим шаром превращается в неинтегрируемую систему, распределение межчастотных интервалов существенно изменяется: на кривой $P(s)$ появляется максимум при значении s , близком к единице (распределение Вигнера) (рис. 5).

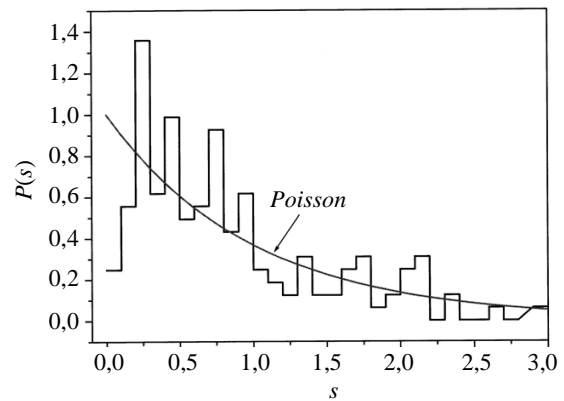


Рис. 4. Гистограмма для межчастотных интервалов для спектра интегрируемого сферического резонатора с симметрично расположенным внутренним металлическим шаром; s – межчастотный интервал, нормированный на среднее значение; $P(s)$ – вероятность попадания межчастотного интервала в заданный диапазон

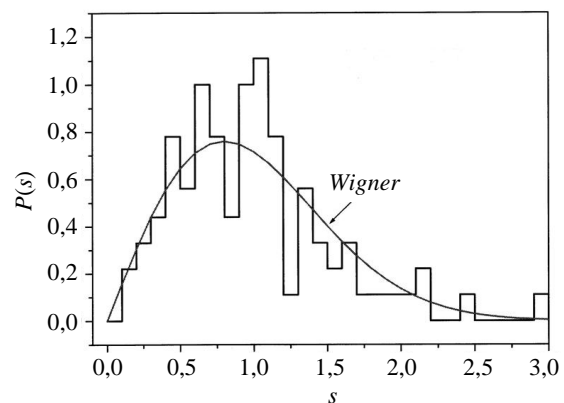


Рис. 5. Гистограмма для межчастотных интервалов спектра несимметричного сферического резонатора с металлическим шаром. Подписи под рисунком аналогичны рис. 4

В этом случае резонатор с шаром превращается систему с достаточно развитой хаотичностью. В связи с этим возникает вопрос: может ли такой же фазовый переход реализовать-

ся в системе с меньшей размерностью, например, в $2D$ -системе? Для того чтобы получить ответ на этот вопрос, были выполнены эксперименты с квазидвумерной системой в виде квазиоптического двумерного цилиндрического объемного резонатора.

Для этой цели был выбран объемный цилиндрический резонатор. Такой резонатор схематически показан на рис. 6. Резонатор представлял собой цилиндрическую полость с алюминиевыми боковыми стенками. Диаметр полости резонатора и его высота составляли 120 и 16 мм соответственно.

Возбуждение электромагнитных колебаний и измерение спектра цилиндрического резонатора осуществлялось в том же диапазоне частот, что и сферического. Для возбуждения использовалась волноводная дифракционная антенна. Она представляла собой отверстие диаметром 2,8 мм в диафрагме, закрывающей торец стандартного прямоугольного волновода, впаянного в боковую стенку цилиндрического резонатора. Для изучения фазового перехода в цилиндрическом объемном резонаторе при трансформации его из интегрируемой системы в неинтегрируемую использовался алюминиевый диск диаметром 60 мм, который располагался в полости резонатора. Положение диска в резонаторе изменялось от строго симметричного, когда система интегрируемая, до несимметричного. В последнем случае система резонатор–несимметрично расположенный диск становилась несимметричной. В первом случае система является интегрируемой, во втором – неинтегрируемой с хорошо выраженными хаотическими спектральными свойствами.

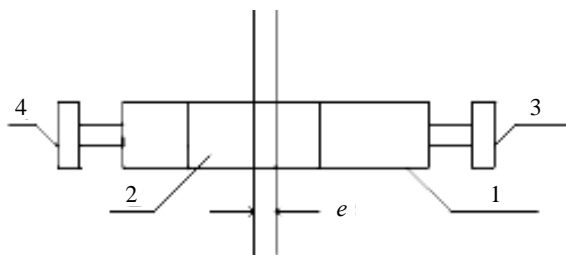


Рис. 6. Схематическое изображение квазиоптического $2D$ -цилиндрического объемного резонатора: 1 – корпус резонатора; 2 – внутренний металлический диск; 3, 4 – устройства волноводной дифракционной связи резонатора с нагрузкой; e – величина, характеризующая эксцентриситет в расположении диска в полости резонатора

Важно отметить, что с увеличением эксцентриситета e число наблюдаемых резонансных линий уменьшается. Такой факт наблюдался во всех измеренных резонаторах с неоднородностью, в которых изменялась симметрия: в сферическом резонаторе – с шаром и в цилиндрическом – с диском.

В результате проведенных экспериментов было установлено, что в такой квазидвумерной цилиндрической системе наблюдаются явления, подобные описанным выше со сферическим резонатором с находящимся внутри металлическим шаром. А именно при симметричном расположении диска в резонаторе наблюдается распределение межчастотных интервалов Пуассона, а в случае несимметричного расположения шара – распределение Вигнера. Так же, как и в случае сферического резонатора, если симметрия в расположении диска в резонаторе изменяется от строго симметричной до сильно асимметричной, наблюдается фазовый переход 2-го рода. Коэффициент корреляции при этом резко возрастает в узкой области значений эксцентриситета вблизи нуля. Подобные результаты для межчастотных интервалов были получены в экспериментах с цилиндрическим резонатором: распределение Пуассона для симметричного расположения диска и распределение Вигнера для несимметричного его расположения. Таким образом, при фазовом переходе 2-го рода в объемном резонаторе (сферическом или цилиндрическом) происходит качественное изменение, связанное с корреляционными свойствами спектра.

Такое изменение, как видно из рис. 7, имеет место как для сферического, так и для цилиндрического резонатора. Важно, чтобы этот объемный резонатор обладал симметрией, которая может быть полностью разрушена при внесении в его полость неоднородностей или путем деформирования боковой поверхности.

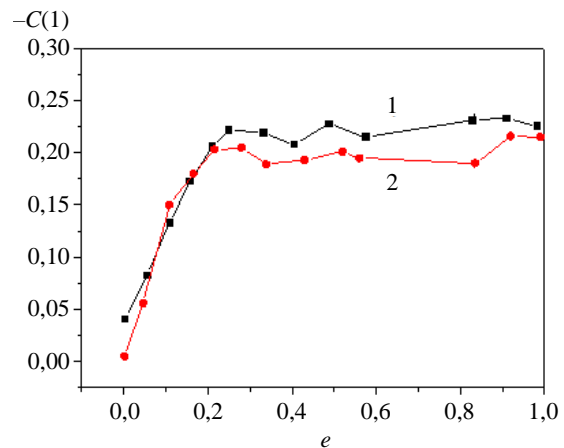


Рис. 7. Коэффициент корреляции $C(1)$ (по модулю) в резонаторе в зависимости от отклонения e от симметричного расположения внутреннего шара (1), диска (2)

Кроме коэффициента корреляции, интерес представляют и другие параметры, которые имеют отношение к переходу в состояние КХ. К ним относятся, в частности, спектральная жесткость, которая при наличии в системе КХ приобретает своеобразную форму для зависимости ха-

рактических спектра от числа собственных частот в спектре [4].

Выводы. Таким образом, впервые обнаружен и изучен аналог фазового перехода 2-го рода в сферическом и цилиндрическом объемных резонаторах. Установлено, что интегрируемая сферическая (цилиндрическая) симметричная система резонатора с внутренним шаром (диском) обладает коэффициентом корреляции, близким к нулю, в то время как для неинтегрируемой системы с несимметричным расположением шара (диска) имеет коэффициент корреляции (по модулю) $C(1) > 0,2$. Для сферического и цилиндрического резонаторов определены зависимости распределения межчастотных интервалов от среднего расстояния между резонансными линиями. Найдено, что для интегрируемой системы эта зависимость описывается функцией Пуассона, а для неинтегрируемой – распределением Вигнера, которое характерно для состояний с отталкиванием резонансных линий. Таким образом, установлено, что изменение симметрии в СВЧ-резонаторе приводит к аналогу фазового перехода 2-го рода, когда система резонатора становится неинтегрируемой и сопровождается КХ. Показано, что переход от интегрируемой системы к неинтегрируемой приводит к корреляции межчастотных интервалов. Это вызывает отталкивание спектральных линий и является признаком КХ.

Выяснена природа отталкивания спектральных линий, которая связана с корреляцией межчастотных интервалов. Такая корреляция обусловлена неинтегрируемостью системы и возникает при переходе между интегрируемым и неинтегрируемым состоянием.

В результате фазового перехода система сферического (цилиндрического) резонатора приобретает новое качество: спектр из независимых спектральных линий для интегрируемого резонатора преобразуется в спектр неинтегрируемого резонатора, в котором линии корреляционно связаны. Это может быть использовано в прикладных целях, в частности, при создании сверхширокополосного генератора шумового излучения в миллиметровом диапазоне.

Библиографический список

1. Ландау Л. Д. Лекции по теории атомного ядра / Л. Д. Ландау, Я. А. Смородинский. – М. Гостехиздат. 1955. – С. 93.
2. Stockmann H.-J. Quantum chaos. Introduction / H.-J. Stockmann. – Cambridge: Cambridge University Press, 1999. – 368 p.
3. Елютин П. В. Проблема квантового хаоса / П. В. Елютин // Успехи физ. наук. – 1988. – 155, вып. 3. – Р. 398–442.
4. Reichl L. E. The Transition to Chaos. Conservative Classical Systems and Quantum Manifestation / L. E. Reichl. – Springer-Verlag, 2008. – 756 p.

Рукопись поступила 19.12.2014.

E. M. Ganapolskii

ANALOGY OF THE SECOND ORDER PHASE TRANSITION IN QUASI-OPTICAL MICROWAVE CAVITY RESONATOR

In this paper for the first time we have discovered and studied the analogy of the second order phase transition in spherical microwave cavities with heterogeneity in the form of a metal ball. The transition occurs between the state when the ball is symmetrically disposed relative to the side walls and the state with asymmetric arrangement of the ball. For these states the spectra of oscillations in 8-mm range were measured and on the basis of the obtained data the correlation coefficients of inter-frequency intervals were determined. It has been established that an integrable system of spherical symmetric cavity with an inner ball has a correlation coefficient close to zero, while for non-integrable systems with asymmetric arrangement of the ball, the correlation coefficient $C(1) > 0.2$. Phase transition between these states occurs in a narrow range of eccentricity. The dependence of the distribution of inter-frequency intervals on the mean distance between the natural frequencies were determined and it was found that for an integrable system, this dependence is described by the Poisson function, and for non-integrable by Wigner distribution, which is typical for states with repulsion resonance lines and quantum chaos. Thus, it was found that a change in the symmetry of the microwave resonator leads to the second order phase transition, when the system becomes non-integrable cavity and is accompanied by quantum chaos.

Key words: analogy of phase transition, a spherical cavity, cylindrical cavity, the spectrum of the natural oscillations, the correlation coefficient, the distribution of inter-frequency intervals, quantum chaos, the Poisson distribution, Wigner distribution, the repulsion.

С. М. Ганапольский

АНАЛОГ ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДУ ДРУГОГО РОДУ У КВАЗИОПТИЧНОМУ ОБ'ЄМНОМУ НВЧ-РЕЗОНАТОРІ

Уперше виявлено та вивчено аналог фазового переходу 2-го роду в сферичному й циліндричному об'ємних НВЧ-резонаторах з неоднорідністю у вигляді металевої кулі та диска. Перехід відбувається між станом, коли куля (диск) розташована симетрично щодо бічних стінок, і станом з несиметричним розташуванням кулі (диска). Для цих станів виміряно спектри власних коливань у 8-мм діапазоні і на основі отриманих даних визначено коефіцієнти кореляції міжчастотних інтервалів. Встановлено, що інтегрована сферична (циліндрична) симетрична система резонатора з внутрішньою кулею (диском) має коефіцієнт кореляції, близький до нуля, тоді як неінтегрована система з несиметричним розташуванням кулі (диска) має коефіцієнт кореляції (за модулем) $C(1) > 0,2$. Перехід між цими станами відбувається у вузькому інтервалі значень ексцентриситету. Визначено залежності розподілу міжчастотних інтервалів від середньої відстані між власними частотами і знайдено, що для інтегрованої системи ця залежність описується функцією Пуассона, а для неінтегрованої – розподілом Вігнера, яке характерне для станів з відштовхуванням резонансних ліній і квантовим хаосом. Таким чином, встановлено, що зміна симетрії в НВЧ-резонаторі призводить до аналога фазового переходу 2-го роду, коли система резонатора стає неінтегрованою і супроводжується квантовим хаосом.

Ключові слова: аналог фазового переходу, сферичний резонатор, циліндричний резонатор, спектр власних коливань, коефіцієнт кореляції, розподіл міжчастотних інтервалів, квантовий хаос, розподіл Пуассона, розподіл Вігнера, відштовхування спектральних ліній.