

Ю. П. Галюк¹, А. П. Николаенко², М. Хайакава³

¹Санкт-Петербургский государственный университет

35, Университетский просп., Санкт-Петербург, Петергоф, 198504, Россия

E-mail: j.galuk@spbu.ru

²Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины

12, ул. Акад. Проскуры, Харьков, 64085, Украина

E-mail: sasha@ire.kharkov.ua

³Институт Хайакавы, Компания сейсмического электромагнетизма,

Инкубационный центр 508 Университета электросвязи

1-5-1 Чофугаока, Чофу, Токио, 182-8585, Япония

E-mail: hayakawa@hi-seismo-em.jp

СМЕЩЕНИЕ АНТИПОДНОГО МАКСИМУМА ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В РЕЗОНАТОРЕ ЗЕМЛЯ–ИОНОСФЕРА ЗА СЧЕТ НЕОДНОРОДНОСТИ ДЕНЬ–НОЧЬ

Учет реальной структуры нижней ионосферы в модельных задачах о глобальном электромагнитном (шумановском) резонансе представляет собой важную и актуальную задачу. В работе анализируется влияние отличий вертикального профиля проводимости средней атмосферы на ночной и дневной сторонах планеты на пространственное распределение электромагнитного поля на частотах шумановского резонанса. Свойства резонатора зависят от профилей проводимости и находятся для дневных и ночных условий по методу полного поля, а задача о колебаниях неоднородного резонатора решается с помощью двумерного телеграфного уравнения. Смещение максимума амплитуды электрического поля относительно геометрического антипода источника оценивается на нескольких частотах для различных положений источника в модели плавного и резкого перехода день–ночь. Показано, что неоднородность день–ночь может сместить антиподный максимум вертикального электрического поля из точки геометрического антипода источника к центру дневного полушария на расстояние до 300 км. Ил. 5. Табл. 2. Библиогр.: 27 назв.

Ключевые слова: шумановский резонанс, вертикальный профиль проводимости атмосферы, пространственное распределение поля вблизи антипода источника в сферическом резонаторе.

В настоящее время известно немало работ, посвященных влиянию неоднородности ионосферы день–ночь на параметры глобального электромагнитного (шумановского) резонанса, см. например [1–15]. В них использовались как классические, так и модельные способы решения задачи электродинамики. В последних, как правило, применялись различные схемы: метод конечных элементов во временной области (*Finite Difference in Time Domain – FDTD*); двумерные телеграфные уравнения (ДТУ); модель трехмерной передающей линии (*3DTLM*). Основное внимание в этих работах уделялось изменениям пиковых частот, амплитуд и добротности глобального электромагнитного резонанса, вызванным вариациями вертикального профиля проводимости средней атмосферы (мезосферы). Пространственное распределение поля и, в частности, сдвиг антиподного максимума электрического поля под влиянием неоднородности день–ночь не рассматривался.

Хорошо известной особенностью электрического поля в сферическом резонаторе Земля–ионосфера является антиподный максимум электрического поля, связанный с фокусировкой волн, огибающих сферу. Поскольку угловая неоднородность ионосферы типа день–ночь изменяет пространственное распределение поля, антиподный максимум должен сместиться из точки геометрического антипода источника. Эта особен-

ность лишь упоминалась в работах [5, 16], посвященных изменениям глубины минимума поля на узловых линиях в неоднородном резонаторе. В настоящем исследовании мы сосредоточимся на смещении антиподного максимума. Используется классическое решение с помощью метода ДТУ, который детально изложен в работах [6–9], он был также использован в публикациях [10–12]. В расчетах будет применяться разработанная авторами реалистичная модель вертикального профиля проводимости атмосферы [16–18]. С ее помощью по методу полного поля [16–20] будут получены параметры распространения СНЧ-радиоволн в диапазоне 4 Гц до 100 Гц и оценены изменения пространственного распределения амплитуды электрического поля на частотах в единицы–десятки герц в окрестности антипода источника в резонаторе с резкой и плавной ионосферной неоднородностью типа день–ночь.

1. Профили проводимости атмосферы.

Профили проводимости $\sigma(h)$ заданы в интервале высот $h \in [0; 110]$ км (табл. 1). По ним по методу полного поля с использованием уравнения Риккати [16–21] находят постоянную распространения СНЧ-радиоволн. Сначала для заданного профиля $\sigma(h)$ рассчитывают комплексные характерные высоты, зависящие от частоты f . Меньшая из них называется электрической высотой $H_C(f)$, поскольку выше нее электрическое поле радиоволн

ны резко затухает вглубь плазмы. Магнитное поле проникает до высоты $H_L(f) > H_C(f)$, которую называют магнитной. По характерным высотам вычисляют постоянную распространения радиоволн $\nu(f)$ [16–20]. Интервал от 0 до 110 км,

в котором задан вертикальный профиль проводимости, охватывает весь диапазон изменений электрической и магнитной высот, если частота падающей радиоволны лежит в области частот от единиц до сотен герц.

Таблица 1
Логарифм проводимости воздуха [См/м] как функция высоты над поверхностью Земли

z , км	День	Ночь	z , км	День	Ночь	z , км	День	Ночь
0	-14,12	-14,12	37	-10,16	-10,32	74	-6,25	-7,17
1	-13,97	-13,97	38	-10,09	-10,25	75	-6,12	-7,02
2	-13,82	-13,82	39	-9,97	-10,18	76	-6,02	-6,85
3	-13,67	-13,67	40	-9,92	-10,11	77	-5,93	-6,72
4	-13,40	-13,40	41	-9,84	-10,04	78	-5,83	-6,55
5	-13,17	-13,17	42	-9,75	-9,99	79	-5,76	-6,37
6	-12,99	-12,99	43	-9,69	-9,93	80	-5,66	-6,25
7	-12,84	-12,84	44	-9,63	-9,87	81	-5,58	-6,12
8	-12,71	-12,71	45	-9,59	-9,81	82	-5,49	-6,02
9	-12,58	-12,58	46	-9,56	-9,75	83	-5,41	-5,93
10	-12,46	-12,46	47	-9,53	-9,68	84	-5,29	-5,83
11	-12,35	-12,35	48	-9,51	-9,64	85	-5,19	-5,76
12	-12,24	-12,24	49	-9,48	-9,62	86	-5,05	-5,66
13	-12,13	-12,13	50	-9,46	-9,58	87	-4,94	-5,58
14	-12,03	-12,03	51	-9,44	-9,57	88	-4,77	-5,49
15	-11,93	-11,93	52	-9,40	-9,56	89	-4,64	-5,41
16	-11,84	-11,84	53	-9,38	-9,53	90	-4,43	-5,29
17	-11,74	-11,74	54	-9,29	-9,51	91	-4,29	-5,19
18	-11,65	-11,65	55	-9,22	-9,48	92	-4,04	-5,05
19	-11,57	-11,57	56	-9,10	-9,46	93	-3,89	-4,94
20	-11,48	-11,48	57	-9,01	-9,44	94	-3,58	-4,77
21	-11,40	-11,40	58	-8,86	-9,40	95	-3,40	-4,64
22	-11,32	-11,32	59	-8,75	-9,38	96	-3,01	-4,43
23	-11,24	-11,24	60	-8,57	-9,29	97	-2,81	-4,29
24	-11,17	-11,17	61	-8,45	-9,22	98	-2,61	-4,04
25	-11,10	-11,10	62	-8,24	-9,10	99	-2,41	-3,89
26	-11,03	-11,03	63	-8,10	-9,01	100	-2,21	-3,58
27	-10,96	-10,96	64	-7,87	-8,86	101	-2,00	-3,35
28	-10,89	-10,89	65	-7,73	-8,75	102	-1,87	-3,15
29	-10,82	-10,82	66	-7,50	-8,57	103	-1,72	-3,05
30	-10,74	-10,76	67	-7,35	-8,45	104	-1,48	-2,96
31	-10,65	-10,69	68	-7,17	-8,24	105	-1,29	-2,88
32	-10,58	-10,63	69	-7,02	-8,10	106	-1,13	-2,81
33	-10,51	-10,57	70	-6,85	-7,90	107	-0,96	-2,76
34	-10,44	-10,51	71	-6,72	-7,73	108	-0,81	-2,71
35	-10,35	-10,45	72	-6,55	-7,50	109	-0,67	-2,67
36	-10,24	-10,39	73	-6,37	-7,35	110	-0,54	-2,64

На рис. 1 показаны высотные зависимости проводимости атмосферы для ночи (профиль со звездочками) и дня (кривая с точками). Здесь по горизонтальной оси отложен логарифм проводимости $\sigma(h)$, измеряемой в сименсах на метр, а по вертикальной – высота над поверхностью Земли в километрах. Предполагается, что свойства атмосферы в пределах дневного и ночного полушарий изменяются только с высотой и не зависят

от угловых координат. Исключение составляет переходная область вблизи границы день–ночь (солнечного терминатора). Здесь мы используем модель резкого и плавного перехода от характерных дневных высот к ночным значениям. В первом случае профиль изменяется скачком над границей свет–тьма, такой переход называется резким терминатором. В альтернативной модели горизонтальные изменения проводимости от ноч-

ных условий к дневным происходят по линейному закону – это плавный терминатор. Координаты резкого терминатора совпадают с границей света и тени на поверхности Земли, а в модели плавного терминатора ночной профиль используется, начиная с расстояния в 1 070 км от линии солнечного терминатора в сторону тени. На ночной стороне на расстоянии 875...1 070 км от линии терминатора располагается область светотени, где происходит плавный (линейный) переход от ночи ко дню. Таким образом, дневная область в модели плавного терминатора охватывает освещенное полушарие плюс полосу шириной 875 км от границы день–ночь в сторону тени. Затем следует область полутени, а на расстоянии 1 070 км и выше «наступает ночь» и используется ночной высотный профиль проводимости.

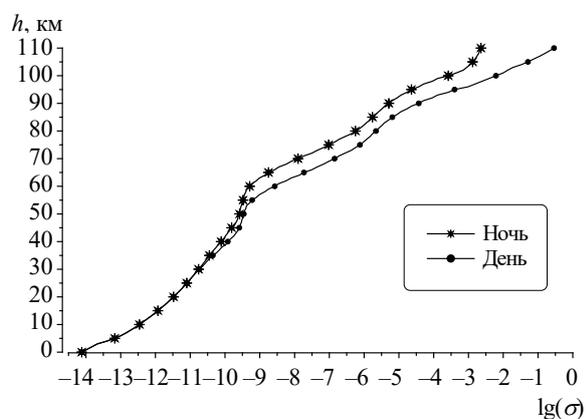


Рис. 1. Вертикальные профили проводимости атмосферы в дневных и ночных условиях

Как следует из графиков на рис. 1, отличия проводимости на дневном и ночном полушариях начинаются с 27 км, где проводимость достигает 10^{-11} См/м (см. табл. 1). Ниже 25 км профиль плавно переходит в зависимость, описанную в работе [22]. Она была разработана для интерпретации наблюдений глобальной электрической цепи и электростатического поля ясной погоды. Таким образом, профили проводимости, показанные на рис. 1, согласуются с результатами наблюдений шумановского резонанса и глобальной электрической цепи [17, 18].

Из графиков на рис. 2 следует, что профили $\sigma(h)$, будучи применены в методе полного поля [17, 18], обеспечивают затухание радиоволн, хорошо согласующееся с эталонной моделью постоянной распространения [21], построенной по экспериментальным наблюдениям глобального электромагнитного резонанса. Используя дневной и ночной профили, мы рассчитали по методу полного поля [16–20] характерные комплексные высоты (рис. 2, а). Два верхних графика на этом рисунке показывают частотную зависимость ре-

альной части комплексной магнитной высоты $\text{Re}[H_L(f)]$, рассчитанной для дневного и ночного профилей проводимости. Видно, что в области шумановского резонанса эти высоты с увеличением частоты уменьшаются от 103 до 90 км. Два нижних графика на рис. 2, а показывают частотную зависимость реальной части комплексной электрической высоты $\text{Re}[H_C(f)]$, эти высоты увеличиваются с ростом частоты от 50 до 67 км.

По характерным высотам ионосферы рассчитывается постоянная распространения СНЧ-радиоволн в резонаторе Земля–ионосфера, атмосфера которого характеризуется конкретным профилем проводимости. Наиболее важной характеристикой является мнимая часть постоянной распространения (затухание радиоволн), показанная на рис. 2, б как функция частоты. Здесь по оси абсцисс отложена частота $f \in [4; 35]$ Гц, а по оси ординат показана мнимая часть постоянной распространения, измеряемая в неперах на радиан. На рисунке приведены три графика: линия со звездочками показывает частотную зависимость затухания в ночных условиях распространения; кривая с точками отвечает дневным условиям; линия без маркеров построена для эталонной зависимости затухания от частоты [21–25].

Из графиков рис. 2, б следует, что зависимости для дневных и ночных профилей близки к эталону во всей области частот шумановского резонанса. Это подтверждает реалистичность используемой модели [17, 18]. Отметим также, что на частотах 5...11 Гц в окрестности первого резонансного максимума затухание радиоволн оказывается практически одинаковым для всех моделей. Взаимные отклонения кривых становятся заметны начиная с частоты третьего резонансного мода (20 Гц), а выше нее появляется привычное соотношение, когда затухание радиоволн в ночном волноводе меньше, чем в дневном. Соответствующие данные сведены в табл. 2.

Если с помощью дневного и ночного профилей проводимости провести расчеты постоянной распространения на частотах выше глобального электромагнитного резонанса, то окажется, что затухание радиоволн хорошо согласуется с наблюдениями сигналов СНЧ-радиопередатчиков на частотах 76 Гц [22] и 82 Гц [23]. Детальное сравнение с данными об искусственных СНЧ-полях можно найти в работах [17, 18, 22–26].

Приведенные данные подтверждают реалистичность моделей вертикального профиля проводимости атмосферы, поскольку они хорошо согласуются с наблюдениями природных электромагнитных явлений в диапазоне частот от малых долей герца до ~100 Гц.

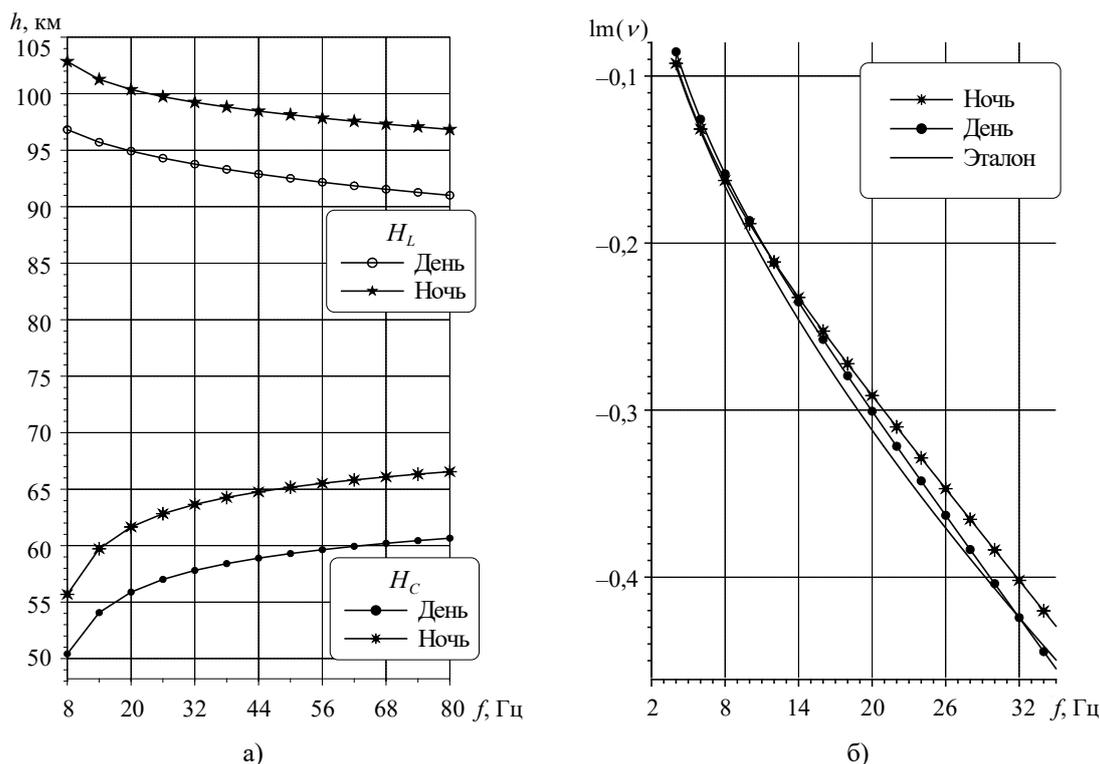


Рис. 2. Характерные высоты (а) и затухание (б) радиоволн как функция частоты для глобальной атмосферы с дневным и ночным профилем проводимости. Гладкая кривая показывает эталонное затухание

Таблица 2

Затухание СНЧ-радиоволн для различных профилей на характерных частотах

Профиль	$-\text{Im}[v(f=8 \text{ ГГц})]$, непер/рад	$-\text{Im}[v(f=20 \text{ ГГц})]$, непер/рад	$-\text{Im}[v(f=82 \text{ ГГц})]$, непер/рад
Ночь	0,1625	0,3062	0,8625
День	0,1585	0,3007	0,9334
Среднее	0,1603	0,3019	0,9099
Эталон	0,166	0,3021	0,7744

В моделировании была использована следующая геометрия задачи. Положение границы света и тени на поверхности Земли соответствует условиям равноденствия, когда центры дневной и ночной полушфер расположены на экваторе. Для определенности предполагается, что мировое время равно нулю (полночь по Гринвичу), поэтому центр ночной полушферы расположен на нулевой широте и нулевом меридиане географической системы координат. Центр дневной полушферы лежит на нулевой широте и долготе, равной 180° . Источник поля будет располагаться в нескольких точках, лежащих на экваторе. Первая из них – это центр ночной полушферы (0° с. ш. и 0° в. д.). Тогда геометрический антипод источника попадает в центр дневного полушария (0° с. ш. и 180° в. д.). Смещение антиподного максимума в этом случае должно отсутствовать из-за симметрии положения корреспондентов относительно неоднородности день–ночь. Кроме того, в процессе моделирования были получены данные для

источника на 0° с. ш. и 45° в. д., а также вблизи терминатора (0° с. ш. и $\sim 90^\circ$ в. д.). В такой геометрии влияние неоднородности становится заметным, особенно при расположении источника вблизи линии солнечного терминатора (границы света и тени).

2. Двумерные телеграфные уравнения в задачах распространения радиоволн. Построить аналитическое решение задачи распространения электромагнитных волн в волноводе Земля–ионосфера удастся только для небольшого числа частных случаев. Это прежде всего регулярная изотропная ионосфера, у которой свойства плазмы не зависят от угловых координат $\{\theta, \varphi\}$. Расчет поля для произвольной нерегулярной по угловым координатам ионосферы возможен только при использовании численных методов. При этом общеупотребительный метод ВКБ (Вентцель–Крамерс–Бриллюэн) на низких частотах не применим, а широко используемый в настоящее время метод *FDTD* [13–15] оказывается крайне трудоемким.

Предложенный в [1] метод искусственной сферической длинной линии и связанной с ней системы двух телеграфных уравнений требует скромных вычислительных ресурсов, так как сводит исходную трехмерную задачу к двумерной. Понижение размерности возможно благодаря малой высоте нижней границы ионосферы над земной поверхностью (~100 км) по сравнению с радиусом Земли (~6 400 км), тогда как рассматриваемая длина СНЧ-радиоволны соизмерима с длиной земного экватора. Подход [1] был обобщен в работах [6–9], где изложен современный

алгоритм решения с помощью ДТУ. Мы используем конкретный вариант этого алгоритма, применимый для изотропной неоднородной ионосферы, и описываем ниже его реализацию.

2.1. *Двумерные телеграфные уравнения в дифференциальной форме.* Вычисление поля по методу ДТУ сводится к решению дифференциального уравнения в частных производных относительно скалярной функции $u(\theta, \varphi)$, которая описывает напряжение между земной поверхностью и нижней границей ионосферы в текущей точке с координатами (θ, φ) на поверхности Земли:

$$\frac{H_L(\theta, \varphi)}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\sin \theta}{H_L(\theta, \varphi)} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) + \frac{H_L(\theta, \varphi)}{\sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{1}{H_L(\theta, \varphi)} \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right) + k^2 a^2 S^2 (u + u_{\text{ст}}) = 0, \quad (1)$$

где a – это радиус Земли; k – волновое число. Параметр S называют комплексным синусом угла падения плоской монохроматической волны на ионосферу, он выражается через отношение введенных ранее магнитной H_L и электрической H_C высот: $S^2 = H_L / H_C$.

Используется сферическая система координат $\{r, \theta, \varphi\}$ с полярной осью, направленной на точечный вертикальный электрический диполь, расположенный на поверхности сферы с радиусом a . В этой системе функция источника $u_{\text{ст}}$ определяется следующим образом:

$$u_{\text{ст}} = P_0 \frac{\delta(\theta)}{2\pi \varepsilon_0 a^2 \sin \theta}, \quad (2)$$

где P_0 – дипольный момент вертикального источника; $\delta(\theta)$ – дельта-функция Дирака.

Через функцию $u(\theta, \varphi)$ выражается значение интересующей нас вертикальной компоненты электрического поля на поверхности Земли:

$$E_r(\theta, \varphi) = \frac{u(\theta, \varphi)}{H_C(\theta, \varphi)}. \quad (3)$$

При интерпретации результатов, полученных с помощью ДТУ, следует учитывать, что они отвечают одномодовому режиму распространения радиоволны, что полностью справедливо на сверхнизких частотах. Это ограничение физически означает следующее:

- Эффективная высота расположения ионосферы над земной поверхностью должна быть меньше половины длины радиоволны. Следовательно, частота сигнала должна быть меньше 1,5 кГц.
- Решение с помощью ДТУ может оказаться некорректным в области резких изменений параметров резонатора, например, вблизи резкого терминатора. Величина этой зоны сравнима с электрической высотой ионосферы H_C , т. е. составляет около 100 км.

2.2. *Сеточное представление ДТУ.* Решать уравнение (1) можно разными способами. В работах [6–9] использовано разложение по сферическим функциям. Такой подход универсален, но требует модификации программы расчета при изменении вида неоднородности. В данной работе для решения дифференциального уравнения в частных производных на сфере используется метод сеток. Известные методы решения подобных уравнений, разработанные для вещественных функций, оказались применимы и к комплексным телеграфным уравнениям.

Метод сеток, или метод конечных разностей, является наиболее распространенным и эффективным способом численного решения уравнений математической физики. Его сущность состоит в замене области непрерывного изменения аргументов исходной задачи конечным дискретным множеством точек, называемым сеткой. Тогда вместо дифференциального уравнения в частных производных получают конечно-разностное уравнение.

Основная трудность в сферической системе координат $\{\theta, \varphi\}$ связана с наличием особенностей у коэффициентов уравнения (1) в полюсах ($\theta = 0$ и $\theta = \pi$). Эта трудность преодолевается за счет специального выбора точек дискретизации. На область определения переменных $\{\theta, \varphi\}$ накладывается прямоугольная равномерная сетка с числом узлов N и M соответственно. Шаг сетки по переменной θ (кошироте) равен $h_\theta = \pi / N$, а шаг по переменной φ (долготе) соответственно равен $h_\varphi = 2\pi / M$. Координаты узлов связаны с их номерами $\{i, j\}$ соотношениями: $\theta_i = (i + 1/2)h_\theta$, $i = \{0, \dots, N-1\}$; $\varphi_j = j h_\varphi$, $j = \{0, \dots, M-1\}$. При таком выборе узлов сетки по координате θ граничные точки $i = 0$ и $i = N-1$ отстоят от полюсов ровно на половину шага сетки h_θ , поэтому не

требуется вычислять коэффициенты уравнения в полюсах.

Первые производные искомой функции в узловых точках аппроксимируются конечными

разностями первого порядка. В результате дискретизации уравнения (1) мы получим замкнутую систему уравнений относительно сеточных функций $u_{i,j}$:

$$h_\varphi^2 \frac{H_L(\theta_i, \varphi_j)}{\sin \theta_i} \left\{ \frac{\sin(\theta_i + h_\theta / 2)}{H_L(\theta_i + h_\theta / 2, \varphi_j)} (u_{i+1,j} - u_{i,j}) - \frac{\sin(\theta_i - h_\theta / 2)}{H_L(\theta_i - h_\theta / 2, \varphi_j)} (u_{i,j} - u_{i-1,j}) \right\} +$$

$$+ h_\theta^2 \frac{H_L(\theta_i, \varphi_j)}{\sin^2 \theta_i} \left\{ \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j}}{H_L(\theta_i, \varphi_j + h_\theta / 2)} - \frac{u_{i,j} - u_{i,j-1}}{H_L(\theta_i, \varphi_j - h_\theta / 2)} \right\} + h_\theta^2 h_\varphi^2 k^2 a^2 \frac{H_L(\theta_i, \varphi_j)}{H_C(\theta_i, \varphi_j)} u_{i,j} = 0, \quad (4)$$

где $i = \{0, \dots, N-1\}$; $\varphi_j = j h_\varphi$, $j = \{0, \dots, M-1\}$.

Сеточное уравнение для точек вблизи полюса $\theta = 0$ ($i = 0$, $\theta_0 = h_\theta / 2$, $j = \{0, \dots, M-1\}$) строится с учетом выражения $\sin \theta \frac{\partial u}{\partial \theta} = 0$ в по-

люсах ($\theta = 0$ и $\theta = \pi$). Тогда при величине шага сетки h_θ ее ближайшие точки удалены от полюсов на расстояние $h_\theta / 2$:

$$2h_\varphi^2 \frac{H_L(h_\theta / 2, \varphi_j)}{H_L(h_\theta, \varphi_j)} (u_{1,j} - u_{0,j}) + 4H_L(\theta_0, \varphi_j) \left\{ \frac{u_{0,j+1} - u_{0,j}}{H_L(\theta_0, \varphi_j + h_\theta / 2)} - \frac{u_{0,j} - u_{0,j-1}}{H_L(\theta_0, \varphi_j - h_\theta / 2)} \right\} +$$

$$+ h_\theta^2 h_\varphi^2 k^2 a^2 \frac{H_L(\theta_0, \varphi_j)}{H_C(\theta_0, \varphi_j)} u_{0,j} = 0, \quad j = 0, \dots, M-1. \quad (5)$$

Так как мы предполагаем, что на другом полюсе ($\theta = \pi$) находится источник (2), то сеточные уравнения в окрестности этого полюса

($i = N-1$, $\theta_{N-1} = \pi - h_\theta / 2$, $j = \{0, \dots, M-1\}$) примут вид:

$$2h_\varphi^2 \frac{H_L(\theta_{N-1}, \varphi_j)}{H_L(\pi - h_\theta, \varphi_j)} (u_{N-2,j} - u_{N-1,j}) + 4H_L(\theta_{N-1}, \varphi_j) \left\{ \frac{u_{N-1,j+1} - u_{N-1,j}}{H_L(\theta_{N-1}, \varphi_j + h_\theta / 2)} - \frac{u_{N-1,j} - u_{N-1,j-1}}{H_L(\theta_{N-1}, \varphi_j - h_\theta / 2)} \right\} +$$

$$+ h_\theta^2 h_\varphi^2 k^2 a^2 \frac{H_L(\theta_{N-1}, \varphi_j)}{H_C(\theta_{N-1}, \varphi_j)} u_{N-1,j} = P_0 \frac{k^2}{\pi \varepsilon_0 h_\theta^2} \frac{H_L(\pi, 0)}{H_C(\pi, 0)}. \quad (6)$$

В формулах (4)–(6) подразумевается, что в силу цикличности переменной φ , во всех случаях, когда индекс j принимает значение -1 , его надо заменять на $M-1$, а $M-1$ на 0 .

Таким образом, мы получили замкнутую систему $N \times M$ линейных алгебраических уравнений (4)–(6) относительно $N \times M$ неизвестных $u_{i,j}$. В приведенных далее результатах использовались $N = 199$ и $M = 40$, а способ решения описан ниже.

2.3. Численное решение сеточных уравнений методом матричной прогонки. Вещественные уравнения подобного типа часто встречаются в задачах электростатики и гидродинамики. Имеется довольно много методов решения, в том числе итерационных. Мы остановились на прямом методе решения, называемом «матричной прогонкой» (англ. *block tri-diagonal matrix algorithm*).

Метод матричной прогонки применяется при решении следующей задачи: найти векторы \vec{Y}_i , ($i = 0, \dots, N$), удовлетворяющие уравнению

$$A_i \vec{Y}_{i+1} - B_i \vec{Y}_i + C_i \vec{Y}_{i-1} = -\vec{F}_i, \quad 1 \leq i \leq N-1 \quad (7)$$

и краевым условиям

$$A_0 \vec{Y}_1 - B_0 \vec{Y}_0 = -\vec{F}_0, \quad (8)$$

$$B_N \vec{Y}_N + C_N \vec{Y}_{N-1} = -\vec{F}_N,$$

где A_i , B_i , C_i ($i = \{0, \dots, N-1\}$) – квадратные матрицы.

Решение задачи может быть представлено в виде

$$\vec{Y}_{i-1} = X_i \vec{Y}_i + \vec{Z}_i, \quad (9)$$

$$i = \{N, N-1, \dots, 1\},$$

где X_i и \vec{Z}_i – искомые матрицы и векторы.

Сначала осуществляется прямой ход метода матричной прогонки:

$$\begin{aligned} X_{i+1} &= (B_i - C_i X_i)^{-1} A_i, X_1 = B_0^{-1}, \\ \vec{Z}_{i+1} &= (B_i - C_i X_i)^{-1} (C_i \vec{Z}_i + \vec{F}_i), \\ \vec{Z}_1 &= B_0^{-1} \vec{F}_0, \\ i &= \{1, 2, \dots, N-1\}. \end{aligned} \quad (10)$$

Затем используют обратный ход (находят решение):

$$\begin{aligned} \vec{Y}_N &= (B_N - C_N X_N)^{-1} (C_N \vec{Z}_N + \vec{F}_N), \\ \vec{Y}_{i-1} &= X_i \vec{Y}_i + \vec{Z}_i, i = \{N, N-1, \dots, 1\}. \end{aligned} \quad (11)$$

Более подробное описание алгоритма матричной прогонки можно найти в [27].

3. Результаты моделирования. Первая позиция источника – это центр ночной полусферы. Геометрический антипод источника в этом случае попадает в центр дневного полушария. Вторая точка, где располагался источник, имеет географические координаты 0° с. ш. и 45° в. д., а третья расположена на утренней границе день–ночь (0° с. ш. и 89,999° в. д.). Ниже мы приведем результаты расчетов и сравним влияние неоднородности день–ночь в модели резкого и плавного терминаторов.

Прежде, чем рассмотреть конкретные результаты, необходимо упомянуть о тестах, выполненных на частоте 8 Гц в модели резкого терминатора, позволивших убедиться в правильности получаемых результатов.

В первом тесте источник располагался в центре ночной полусферы. Расчет, как и ожидалось, показал, что максимум амплитуды вертикального электрического поля находится точно

в геометрическом антипode источника, центре дневной полусферы.

Во втором тесте источник был помещен в центре дневной полусферы, и расчет показал, что максимум поля снова попадает в точку геометрического антипода источника. При этом максимальная амплитуда совпадает с результатом расчетов первого теста (что и ожидалось из теоремы взаимности).

В третьем тесте по той же программе был проведен расчет поля в однородных моделях резонатора Земля–ионосфера, ограниченных либо чисто дневной, либо ночной ионосферой. Этот тест подтвердил, что антиподный максимум поля в неоднородном резонаторе равен среднему из значений, полученных в моделях чисто дневного и чисто ночного резонаторов.

В четвертом тесте проводилось сравнение величин сдвига максимума и амплитуды поля при положении экваториального источника на долготе 80° и 89,999°. Сравнение показало, что максимальные амплитуды практически совпадают, их девиации согласуются с точностью вычислений.

В заключительной серии тестов источник располагался вблизи терминатора в четырех точках: на Северном и Южном полюсах (89° с. ш. и 89° ю. ш.), а также на экваторе вблизи 89° в. д. и 89° з. д. Результаты этих расчетов совпали. При этом для приведения пространственных распределений амплитуды поля к географическим координатам необходимо преобразовать координаты X и Y , связанные с «трассой распространения», в соответствии с табл. 3.

Таблица 3

Преобразование координат при характерных положениях источника

Положение источника поля	Положение антипода источника	Необходимое преобразование координат
89° с. ш.; 0° в. д.	89° ю. ш.; 180° в. д.	$(X; Y) \rightarrow (X; -Y)$
89° ю. ш.; 0° в. д.	89° с. ш.; 180° в. д.	$(X; Y) \rightarrow (X; Y)$
0° с. ш.; 89° в. д.	0° с. ш.; 91° з. д.	$(X; Y) \rightarrow (Y; X)$
0° с. ш.; 89° з. д.	0° с. ш.; 91° в. д.	$(X; Y) \rightarrow (-Y; X)$

Тесты позволили убедиться в правильной работе программы и приступить к исследованию смещения антиподного максимума электрического поля под влиянием неоднородности резонатора день–ночь.

3.1. Резкий терминатор. Сначала мы используем в расчетах частоту первого мода резонансных колебаний, равную 8 Гц. На рис. 3 представлены пространственные распределения амплитуды вертикального электрического поля в окрестности геометрического антипода источника. Здесь приведены четыре карты. Точка геометрического антипода источника находится в центре

каждой из карт ($X=0$ и $Y=0$). По горизонтальным осям отложена географическая широта текущей точки, измеренная в градусах; северная широта положительна. Координаты, измеренные в градусах, легко преобразовать в километры с помощью соотношения $1^\circ = 111,1$ км. По оси ординат отложена долгота относительно точки геометрического антипода источника, измеряемая в градусах, она равна разности долгот текущей точки и геометрического антипода источника. Амплитуда поля показана темной заливкой, соответствующие шкалы показаны справа от карт, а максимум амплитуды обозначен точкой.

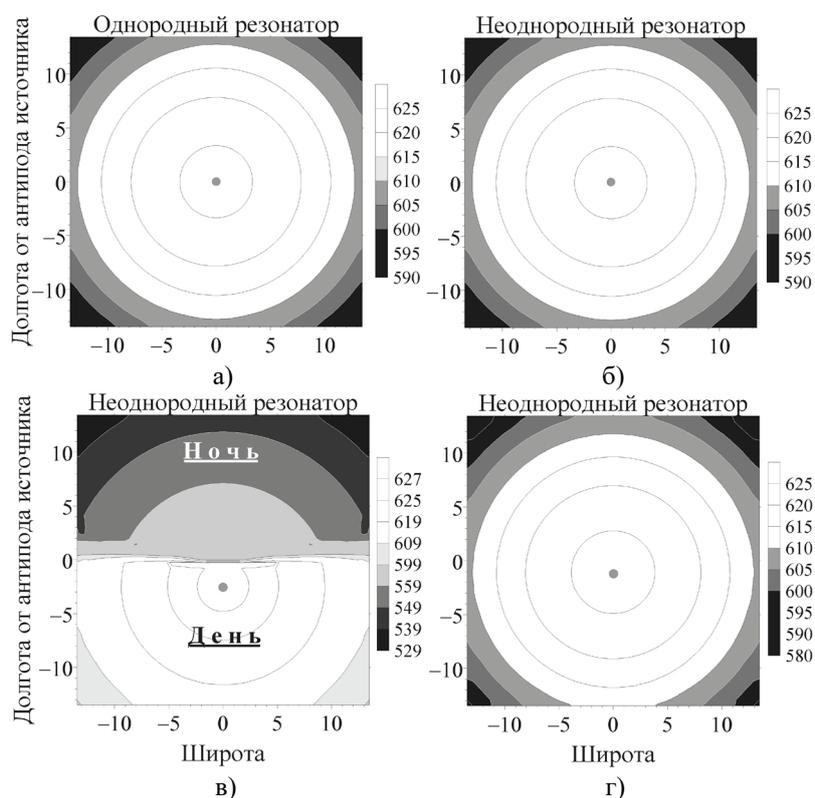


Рис. 3. Смещение антиподного максимума в однородном (а) и неоднородном (б–г) резонаторах на частоте 8 Гц при резком терминаторе и различных положениях источника относительно неоднородности день–ночь: б) $\varphi = 0^\circ$; в) $\varphi = 90^\circ$; г) $\varphi = 45^\circ$

Карта на рис. 3, а показывает пространственное распределение амплитуды поля (в относительных единицах) в однородном резонаторе Земля–ионосфера. Видно, что антиподный максимум поля лежит точно в геометрическом антипode источника. Этот рисунок служит своеобразным репером, с которым можно сравнивать результаты, получаемые при других положениях источника в неоднородном резонаторе.

На рис. 3, б приведено пространственное распределение амплитуды поля $|E|$ вблизи геометрического антипода источника в неоднородном резонаторе, когда источник находится в центре ночного полушария (0° с. ш. и 0° в. д.). Сопоставляя рис. 3, б с рис. 3, а, видим, что неоднородность день–ночь незначительно изменила амплитуду поля по сравнению с однородным резонатором, однако положение максимума поля по-прежнему совпадает с геометрическим антиподом источника. Мы ожидали получить такой результат, исходя из симметрии рассматриваемой задачи. Необходимо также отметить, что распределение поля на рис. 3, б не изменится, если поменять местами наблюдателя и источник.

Карта рис. 3, в показывает пространственное распределение поля в случае, когда источник находится на линии терминатора (0° с. ш. и $89,999^\circ$ в. д.). На этой карте линия терминатора,

проходящая через геометрический антипод источника, отвечает горизонтальной прямой $Y = 0$. Выше нее (положительные долготы) находится ночное полушарие, а ниже – дневное. На карте рис. 3, в хорошо видно изменение амплитуды поля, приуроченное к линии солнечного терминатора, причем ночные значения амплитуды составляют около 530 относительных единиц, тогда как дневные почти достигают 630. Здесь отчетливо видно, что максимум поля сместился на $\sim 3^\circ$ (~ 300 км) из точки геометрического антипода к центру дневной полусферы вдоль дуги большого круга, проходящего через источник и центры дневной и ночной полусфер. При этом области постоянных значений амплитуды поля остаются круговыми.

Расположение источника на линии терминатора приводит к максимальному смещению антиподного максимума почти на 3° в сторону освещенной стороны Земли. Скачок амплитуды поля при этом оценивается величиной от 530 до 630 относительных единиц или на 17%. Эта величина согласуется с опубликованными модельными данными [5, 10–13, 22–26].

На рис. 3, г построено распределение поля вблизи антипода экваториального источника, имеющего координаты 0° с. ш. и 45° в. д.; такой источник расположен в точке, где местное время

равно 03:00. Соответствующий геометрический антипод находится на экваторе в точке, где местное время равно 15:00. Как видно из рисунка, резкое изменение амплитуды, приуроченное к терминатору, на карте отсутствует, а линии одинаковой амплитуды представляют собой окружности. Однако, в отличие от рис. 3, а и б, на рис. 3, г антиподный максимум смещен к центру дневной полусферы на величину, немного превышающую 1° (~ 150 км). Максимальная амплитуда остается близкой к 630 относительным единицам, что указывает на весьма слабые изменения при перемещении источника.

На рис. 3 приведены распределения амплитуды поля вблизи антипода экваториального источника. В силу цилиндрической симметрии резонатора с неоднородностью день–ночь, влияние терминатора на смещение антиподного максимума электрического поля зависит только от расстояния источника до оси симметрии, соединяющей центры дневной и ночной полусфер. Так, например, если источник расположить на нулевом меридиане вблизи 90° с. ш. (т. е. на линии терминатора у Северного полюса), то распределение амплитуды в окрестности антипода источника по-прежнему будет описываться рис. 3, в. Распределение совпадет с рис. 3, г, если источник поместить в средние широты, в точку 45° с. ш. и 0° в. д. Един-

ственное отличие будет состоять в том, что теперь по оси абсцисс придется откладывать долготу относительно геометрического антипода источника, а по оси ординат – широту (см. табл. 3). Справедливость этого утверждения была проверена с помощью упоминавшихся выше тестов.

Важно отметить, что неоднородность день–ночь всегда смещает антиподный максимум к центру дневной полусферы. Пространственные распределения рис. 3 применимы при произвольном смещении источника относительно центра ночной (дневной) полусферы. Если это смещение равно 45° и направлено произвольно, то распределение рис. 3, г сохранится, но по оси ординат следует откладывать расстояние вдоль дуги большого круга, проходящего через источник и центры дневной и ночной полусфер, а по оси абсцисс – угловое расстояние вдоль перпендикуляра к этой дуге, отсчитываемое от точки геометрического антипода источника.

Рассмотрим влияние неоднородности день–ночь на более высоких частотах. На рис. 4 показаны антиподные распределения амплитуды на частоте пятого мода резонансных колебаний 32 Гц и на частоте 76 Гц. Здесь показаны четыре карты; карты слева (рис. 4, а и в) отвечают долготе источника 90° в. д., а карты справа (рис. 4, б и г) – 45° в. д.

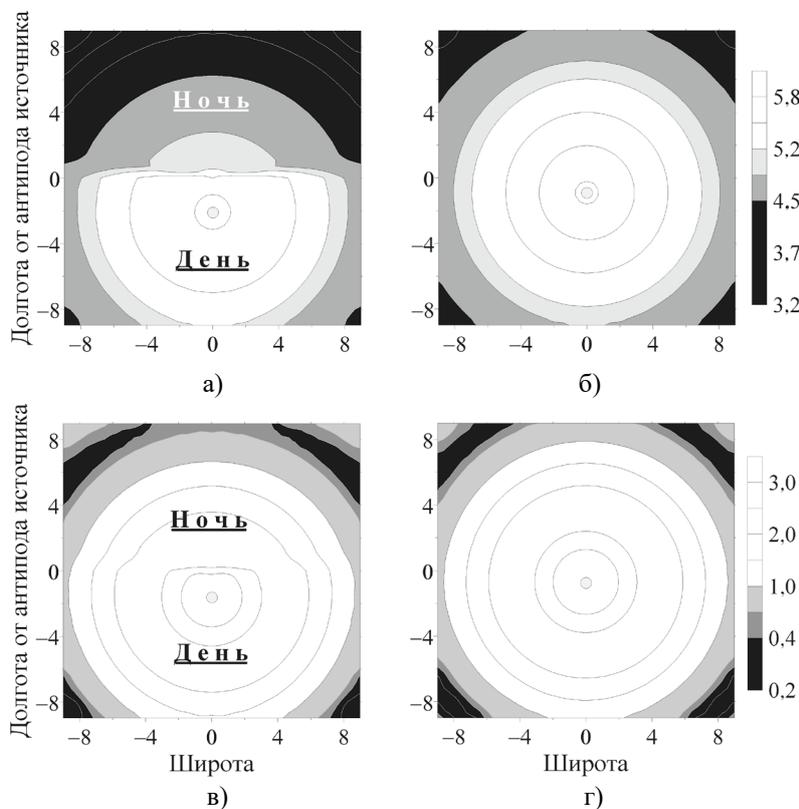


Рис. 4. Смещение антиподного максимума в неоднородном резонаторе на частотах 32 Гц (а, б) и 76 Гц (в, г) в модели резкого терминатора при различных положениях источника относительно неоднородности: а, в – $\varphi = 90^\circ$; б, г – $\varphi = 45^\circ$

Как следует из рис. 4, амплитуда поля уменьшается с частотой благодаря увеличению затухания радиоволн. Предполагалось, что спектр токового момента источника не зависит от частоты. При этом антиподный максимум смещается относительно геометрического антипода и на более высоких частотах. Величина смещения немного уменьшается с частотой, она оставляет $2,0^\circ$ и $1,8^\circ$ на картах рис. 4, а, в и около $0,8^\circ$ и $0,5^\circ$ на рис. 4, б, г. Форма линий равной амплитуды по-прежнему остается круговой, если источник находится на долготе

45° . Если же источник поместить на терминаторе, то форма линий равной амплитуды усложняется, и они становятся похожи на систему овалов.

3.2. Плавный терминатор. До сих пор рассматривался резкий переход день–ночь. В реальных условиях изменения ионосферы происходят не столь резко. На рис. 5 приведены расчетные данные для тех же частот и координат источника, но в модели плавного терминатора. Способ представления данных на рис. 5 такой же, как и на рис. 3 и 4.

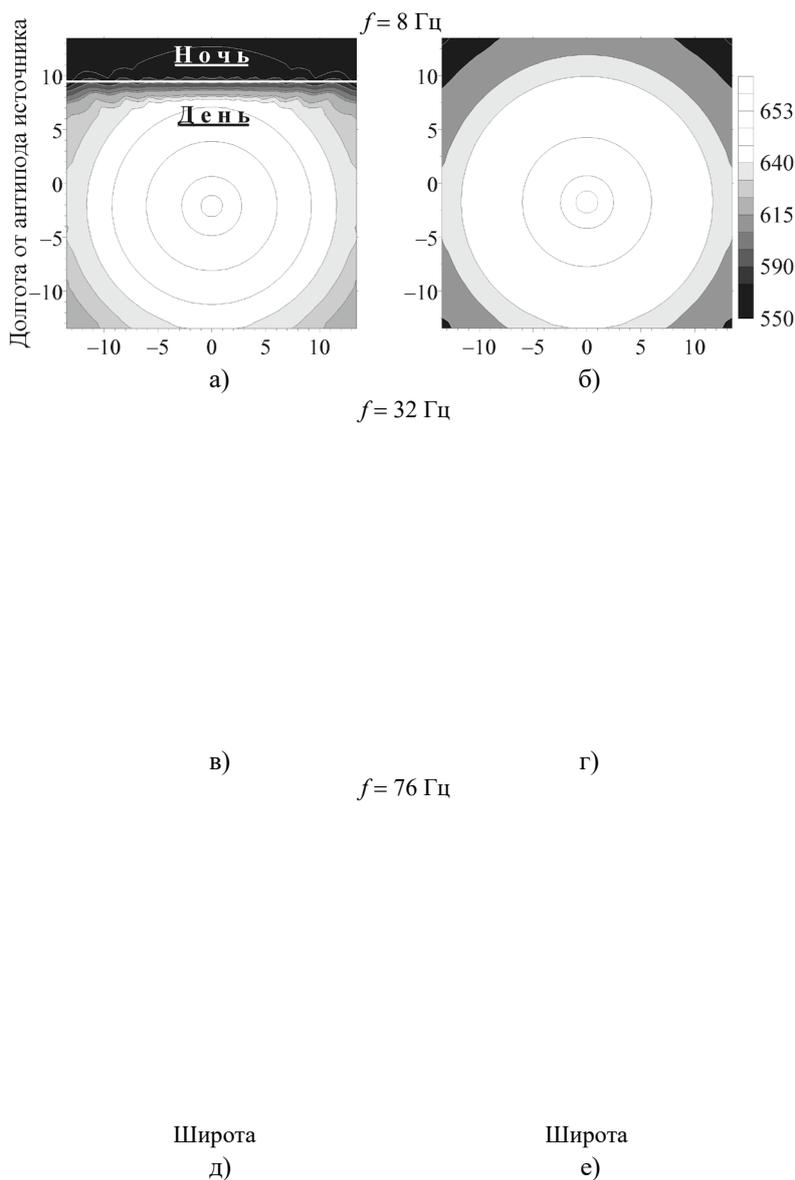


Рис. 5. Смещение антиподного максимума на частотах 8, 32 и 76 Гц в резонаторе с плавной неоднородностью при двух положениях источника

Как следует из графиков рис. 5, переход от модели резкого к модели плавного терминатора не вызвал кардинального смещения антиподного максимума электрического поля, хотя в рас-

пределении поля наблюдаются явные отличия. В модели плавного терминатора теньевая область ионосферы меньше освещенной области: неосвещенная область начинается с дистанции 1 070 км

от границы свет–тьнь на поверхности Земли, которой на рис. 5, как и на всех предыдущих рисунках, соответствует ось $Y=0$. В модели плавного терминатора граница день–ночь в нижней ионосфере сдвинута к значениям $Y=9,63^\circ$, она показана на правых картах рис. 5 горизонтальной белой линией. Кроме перемещения границы света и тени, на рис. 5 хорошо видно, как ослабли флуктуации амплитуды поля по сравнению с моделью резкого терминатора, а контуры постоянной амплитуды стали более округлыми. Более плавные изменения и смещение границы ожидалось заранее, их появление в расчетных данных говорит о том, что вопреки высказывавшимся опасениям метод ДТУ дает корректное решение и для резкого терминатора. Что касается распределения амплитуды поля при долготе источника 45° (рис. 5, б, г, д), то оно оказывается очень похожим на данные, полученные в модели резкого терминатора (рис. 3 и 4).

Сходство результатов в модели плавного и резкого перехода день–ночь, можно объяснить большей длиной волны шумановского резонанса, которая на один–два порядка величины превышает ширину перехода день–ночь. Распределения рис. 5 позволяют заключить, что несмотря на опасения, связанные с формальными соображениями относительно резонатора с резкой границей день–ночь, ДТУ позволяет получить реалистичные результаты даже в том случае, когда источник поля находится вблизи резкого терминатора. Что же касается величины смещения антиподного максимума, то он оказался мало чувствительным к типу перехода день–ночь.

4. Обсуждение результатов. Полученные результаты по величине относительных изменений поля близки к опубликованным данным [5, 8, 11, 13, 15]. Изменения амплитуды вертикального электрического поля из-за неоднородности день–ночь составляют в упомянутых работах $\pm(6-7)\%$ относительно среднего значения. Важно подчеркнуть, что только в работах [10–12] использован метод ДТУ, тогда как в [8] использовалось решение по методу моментов, в [13, 14] использовалось решение *FDTD*, а в [15] применялась модель трехмерной искусственной линии *3DTLM*. Близость величин, полученных с помощью столь различных методов, свидетельствует о достоверности представленных результатов.

Мы рассмотрели модели резкого и плавного перехода день–ночь на нескольких частотах, и все они указывают на смещение антиподного максимума вертикального электрического поля из точки геометрического антипода источника в сторону центра дневной полусферы. Величина эффекта косвенно согласуется с данными работы [5], где по методу моментов рассматривались изменения амплитуды поля на узловой линии

первого мода колебаний в модели синусоидального перехода день–ночь и использовалось импедансное приближение.

Смещение максимума в наших расчетах обусловлено отличиями вертикального профиля проводимости дневного и ночного полушарий. Под влиянием неоднородности ионосферы антиподный максимум поля смещается на $2-3^\circ$ или примерно на 200–300 км. При этом наблюдается тенденция к сохранению круговой формы линий постоянной амплитуды поля. Максимальное смещение наблюдается на первой резонансной частоте при расположении источника на линии солнечного терминатора.

В симметричной задаче, когда источник находится на оси симметрии неоднородного резонатора (в центре дневной или ночной полусферы), смещение антиподного максимума отсутствует. Величина сдвига антиподного максимума слабо зависит от частоты в области шумановского резонанса (4...40 Гц), а также от перехода от резкого терминатора к плавному. Поэтому приведенные выше величины можно использовать во всем диапазоне шумановского резонанса и практически для любой из моделей неоднородности день–ночь.

Необходимо также отметить универсальность полученных пространственных распределений в том смысле, что они зависят от величины и не зависят от направления смещения источника из центра ночной (дневной) полусферы. Например, если источник отстоит от центра ночной полусферы на 45° , а смещение направлено произвольно, то распределения рис. 5, б, г и е сохранятся, но по оси ординат придется откладывать расстояние вдоль дуги большого круга, соединяющего источник и центры дневной и ночной полусфер, а по оси абсцисс – угловое расстояние по перпендикуляру к этой дуге, измеренное из точки геометрического антипода источника.

Выводы. Неоднородность резонатора Земля–ионосфера вида день–ночь смещает максимум амплитуды электрического поля из геометрического антипода источника.

Смещение всегда направлено к центру дневного полушария, оно может достигать максимума ~ 300 км при приближении источника к границе день–ночь. При этом величина эффекта слабо зависит от частоты в области шумановского резонанса и почти не изменяется при переходе от модели резкого терминатора к плавному переходу день–ночь.

Библиографический список

1. Madden T. and Thompson W. Low frequency electromagnetic oscillations of the Earth–ionosphere cavity. *Rev. Geophys.* 1965. Vol. 3, Iss. 2. P. 211–254.

2. Блюх П. В., Николаенко А. П., Филиппов Ю. Ф. Суточные вариации собственных частот резонатора Земля–ионосфера в связи с эксцентриситетом геомагнитного поля. *Геомагнетизм и аэронавигация*. 1968. Т. 8, № 2. С. 198–206.
3. Блюх П. В., Николаенко А. П., Филиппов Ю. Ф. Глобальные электромагнитные резонансы в полости Земля–ионосфера. Киев: Наукова думка, 1977. 199 с.
4. Bliokh P. V., Nickolaenko A. P. and Filippov Yu. F. Schumann resonances in the Earth–ionosphere cavity. N. Y.-L.-P.: Peter Peregrinus, Ltd., 1980. 168 p.
5. Рабинович Л. М. О влиянии неоднородности день–ночь на СНЧ-поля. *Изв. вузов. Радиофизика*. 1986. Т. 29, № 4. Р. 635–644.
6. Кириллов В. В. Параметры волновода Земля–ионосфера на сверхнизких частотах. *Проблемы дифракции и распространения радиоволн*. 1993. Вып. 25. С. 35–52.
7. Кириллов В. В. Двумерная теория распространения электромагнитных волн СНЧ диапазона в волноводе Земля–ионосфера. *Изв. вузов. Радиофизика*. 1996. Т. 39, № 12. С. 1103–1112.
8. Кириллов В. В., Копейкин В. Н., Муштак В. К. Электромагнитные волны в диапазоне СНЧ в волноводе Земля–ионосфера. *Геомагнетизм и аэронавигация*. 1997. Т. 37, № 3. С. 114–120.
9. Kirillov V. V. and Kopeykin V. N. Solving a two-dimensional telegraph equation with anisotropic parameter. *Radiophys. Quantum Electron*. 2002. Vol. 45, Iss. 12. P. 929–941.
10. Pechony O. and Price C. Schumann resonance parameters calculated with a partially uniform knee model on Earth, Venus, Mars, and Titan. *Radio Sci*. 2004. Vol. 39, Iss. 5. RS5007 (10 p.). DOI:10.1029/2004RS003056
11. Pechony O. Modeling and Simulations of Schumann Resonance Parameters Observed at the Mitzpe Ramon Field Station: PhD Thesis. Ed. Tel-Aviv University, 2007. 92 p.
12. Pechony O., Price C. and Nickolaenko A. P. Relative importance of the day–night asymmetry in Schumann resonance amplitude records. *Radio Sci*. 2007. Vol. 42, Iss. 2. RS2S06 (12 p.). DOI:10.1029/2006RS003456
13. Yang H. and Pasko V. P. Three-dimensional finite-difference time domain modeling of the Earth-ionosphere cavity resonances. *Geophys. Res. Lett*. 2005. Vol. 32, Iss. 3. L03114. DOI:10.1029/2004GL021343
14. Yang H., Pasko V. P., Yair Y. Three-dimensional finite difference time domain modeling of the Schumann resonance parameters on Titan, Venus, and Mars. *Radio Sci*. 2006. Vol. 41, Iss. 2. RS2S03 (10 p.). DOI:10.1029/2005RS003431
15. Toledo-Redondo S., Salinas A., Morente-Molinera J. A., Mendez A, Fornieles J., Porti J. and Morente J. A. Parallel 3D-TLM algorithm for simulation of the Earth-ionosphere cavity. *J. Computational Phys*. 2013. Vol. 236, March. P. 367–379.
16. Nickolaenko A. P., Galuk Yu. P. and Hayakawa M. Vertical profile of atmospheric conductivity that matches Schumann resonance observations. *SpringerPlus*. 2016. 5:108. DOI: 10.1186/s40064-016-1742-3
17. Nickolaenko A. P., Galuk Yu. P., Hayakawa M. Vertical profile of atmospheric conductivity corresponding to Schumann resonance parameters. *Telecommunications and Radio Engineering*. 2015. Vol. 74, N 16. P. 1483–1495.
18. Kudintseva I. G., Nickolaenko A. P., Rycroft M. J. and Odzimek A. AC and DC global electric circuit properties and the height profile of atmospheric conductivity. *Annals of geophysics*. 2016. Vol. 59, N 5. A0545 (15 p.). DOI:10.4401/ag-6870
19. Гюннинен Э. М., Галук Ю. П. Поле вертикального электрического диполя над сферической землей с неоднородной по высоте ионосферой. *Пробл. дифр. и распр. радиоволн*. 1972. Вып. 11. С. 109–120.
20. Galuk Yu. P., Nickolaenko A. P. and Hayakawa M. Comparison of exact and approximate solutions of the Schumann resonance problem for the knee conductivity profile. *Telecommunications and Radio Engineering*. 2015. Vol. 74, N 15. С. 1377–1390.
21. Ishaq M. and Jones D. Ll. Method of obtaining radiowave propagation parameters for the Earth–ionosphere duct at ELF. *Electronic Lett*. 1977. Vol. 13, Iss. 2. P. 254–255.
22. Bannister P. R. Further examples of seasonal variations of ELF radio propagation parameters. *Radio Sci*. 1999. Vol. 34, N 1. P. 199–208.
23. Nickolaenko A. P. ELF attenuation factor derived from distance dependence of radio wave amplitude propagating from an artificial source. *Telecommunications and Radio Engineering*. 2008. Vol. 67, N 18. P. 1621–1629.
24. Nickolaenko A. P. and Hayakawa M. Resonances in the Earth-ionosphere Cavity. Dordrecht: Kluwer Academic Publ., 2002. 380 p.
25. Nickolaenko A. and Hayakawa M. Schumann Resonance for Tyros (Essentials of Global Electromagnetic Resonance in the Earth–Ionosphere Cavity). Tokyo: Springer, 2014. 348 p. Series XI, Springer Geophysics.
26. Price C. ELF Electromagnetic Waves from Lightning: The Schumann Resonances. *Atmosphere*. 2016. Vol. 7, Iss. 9. 116 (20 p.). DOI:10.3390/atmos7090116
27. Самарский А. А. Теория разностных схем. Москва: Наука, 1977. 657с.

REFERENCES

1. MADDEN, T. and THOMPSON, W., 1965. Low frequency electromagnetic oscillations of the Earth–ionosphere cavity. *Rev. Geophys*. May, vol. 3, Iss. 2, pp. 211–254.
2. BLIOKH, P. V., NICKOLAENKO, A. P., FILIPPOV, Yu. F., 1968. Diurnal variations of eigen-frequencies of the Earth–ionosphere cavity associated with eccentricity of geomagnetic field. *Geomagnetizm i ajeronomija*. Vol. 8, no. 2, pp. 198–206 (in Russian).
3. BLIOKH, P. V., NICKOLAENKO, A. P., FILIPPOV, Yu. F., 1977. *Global electromagnetic resoances in Earth–ionosphere cavity*. Kiev: Naukova dumka Publ. (in Russian).
4. BLIOKH, P. V., NICKOLAENKO, A. P. and FILIPPOV, Yu. F., 1980. *Schumann resonances in the Earth-ionosphere cavity*. New York, London, Paris: Peter Peregrinus.
5. RABINOWICZ, L. M., 1986. On influence of the day–night non-uniformity on ELF fields. *Izvestija vuzov. Radiofizika*. Vol. 29, no. 429, pp. 635–644 (in Russian).
6. KIRILLOV, V. V., 1993. Parameters of the Earth–ionosphere waveguide at extremely low frequencies. *Problemy difrakcii i rasprostraneniya radiovoln*. SPb, SPb Univ. press. Iss. 25, pp. 35–52 (in Russian).
7. KIRILLOV, V. V., 1993. Two dimensional theory of ELF electromagnetic wave propagation in the Earth–ionosphere cavity. *Izvestija vuzov. Radiofizika*. Vol. 39, no. 12, pp. 1103–1112 (in Russian).
8. KIRILLOV, V. V., KOPEYKIN, V. N., MUSHTAK, V. K., 1997. ELF electromagnetic waves in the Earth–ionosphere cavity. *Geomagnetizm i ajeronomija*. Vol. 37, no. 3, pp. 114–120 (in Russian).
9. KIRILLOV, V. V. and KOPEYKIN, V. N., 2002. Solving a two-dimensional telegraph equation with anisotropic parameter. *Radiophys. Quantum Electron*. Dec., vol. 45, Iss. 12, pp. 929–941.
10. PECHONY, O. and PRICE, C., 2004. Schumann resonance parameters calculated with a partially uniform knee model on Earth, Venus, Mars, and Titan. *Radio Sci*. Oct., vol. 39, Iss. 5, RS5007 (10 p.). DOI:10.1029/2004RS003056
11. PECHONY, O., 2007. *Modeling and Simulations of Schumann Resonance Parameters Observed at the Mitzpe Ramon Field Station*. Ph.D. Thesis ed. Tel-Aviv University, Israel, March 2007.
12. PECHONY, O., PRICE, C. and NICKOLAENKO, A. P., 2007. Relative importance of the day–night asymmetry in Schumann resonance amplitude records. *Radio Sci*. April, vol. 42, Iss. 2, RS2S06 (12 p.). DOI:10.1029/2006RS003456
13. YANG, H. and PASKO, V. P., 2005. Three-dimensional finite-difference time domain modeling of the Earth–ionosphere

- cavity resonances. *Geophys. Res. Lett.* Feb., vol. 32, Iss. 3, L03114 (4 p.). DOI:10.1029/2004GL021343
14. YANG, H., PASKO, V. P., YAIR, Y., 2006. Three-dimensional finite difference time domain modeling of the Schumann resonance parameters on Titan, Venus, and Mars. *Radio Sci.* Sept., vol. 41, Iss. 2, RS2S03 (10 p.). DOI:10.1029/2005RS003431
 15. TOLEDO-REDONDO, S., SALINAS, A., MORENTE-MOLINERA, J. A., MENDEZ, A., FORNIELES, J., PORTÍ, J. and MORENTE, J. A., 2013. Parallel 3D-TLM algorithm for simulation of the Earth-ionosphere cavity. *J. Computational Phys.* March, vol. 236, pp. 367–379.
 16. NICKOLAENKO, A. P., GALUK, Yu. P. and HAYAKAWA, M., 2016. Vertical profile of atmospheric conductivity that matches Schumann resonance observations. *SpringerPlus.* Feb., 5:108. DOI:10.1186/s40064-016-1742-3
 17. NICKOLAENKO, A. P., GALUK, Yu. P., HAYAKAWA, M., 2015. Vertical profile of atmospheric conductivity corresponding to Schumann resonance parameters. *Telecommunications and Radio Engineering.* Vol. 74, no. 16, pp. 1483–1495.
 18. KUDINTSEVA, I. G., NICKOLAENKO, A. P., RYCROFT, M. J. and ODZIMEK, A., 2016. AC and DC global electric circuit properties and the height profile of atmospheric conductivity. *Annals of geophysics.* Vol. 59, no. 5, A0545 (15 p.). DOI:10.4401/ag-6870
 19. HYNINEN, E. M. and GALUK, Yu. P., 1972. Field of a vertical dipole over spherical Earth with non-uniform along the height ionosphere. *Problemy difrakcii i rasprostraneniya radiovoln.* Iss. 11, pp. 109–120. Leningrad, Leningrad Univ. press. (in Russian).
 20. GALUK, Yu. P., NICKOLAENKO, A. P. and HAYAKAWA, M., 2015. Comparison of exact and approximate solutions of the Schumann resonance problem for the knee conductivity profile. *Telecommunications and Radio Engineering.* Vol. 74, no. 15, pp. 1377–1390.
 21. ISHAQ, M. and JONES, D. Ll., 1977. Method of obtaining radiowave propagation parameters for the Earth-ionosphere duct at ELF. *Electronic Lett.* April, vol. 13, Iss. 2, pp. 254–255.
 22. BANNISTER, P. R., 1999. Further examples of seasonal variations of ELF radio propagation parameters. *Radio Sci.* Vol. 34, no. 1, pp. 199–208.
 23. NICKOLAENKO, A. P., 2008. ELF attenuation factor derived from distance dependence of radio wave amplitude propagating from an artificial source. *Telecommunications and Radio Engineering.* Vol. 67, no. 18, pp. 1621–1629.
 24. NICKOLAENKO, A. P. and HAYAKAWA, M., 2002. *Resonances in the Earth-ionosphere Cavity.* Dordrecht, Kluwer Academic Publ.
 25. NICKOLAENKO, A. and HAYAKAWA, M., 2014. *Schumann Resonance for Tyros (Essentials of Global Electromagnetic Resonance in the Earth-Ionosphere Cavity).* Tokyo: Springer. Series XI, Springer Geophysics.
 26. PRICE, C., 2016. ELF Electromagnetic Waves from Lightning: The Schumann Resonances. *Atmosphere.* Vol. 7, Iss. 9, 116 (20 p.). DOI:10.3390/atmos7090116
 27. SAMARSKYJ, A. A., 2001. *The Theory of difference schemes.* N. Y: Marcel Dekker Inc.

Рукопись поступила 13.03.2017.

Yu. P. Galyuk, A. P. Nikolaenko, M. Hayakawa

SHIFT OF ANTIPODE MAXIMUM OF ELECTRIC FIELD IN THE RESONATOR THE EARTH-IONOSPHERE CAVITY CAUSED BY DAY-NIGHT NON-UNIFORMITY

Accounting for the actual structure of the lower ionosphere in the problems of global electromagnetic (Schumann) resonance is an important and urgent task. The paper analyzes an impact of deviations in the vertical profile of the atmosphere conductivity at the night and the day sides of the planet on the spatial distribution of electromagnetic field in the Schumann resonance band. The cavity characteristics depend on the conductivity profiles and are accounted for at the day and the night sides by using the full wave solution method. The problem in non-uniform cavity is solved with the help of 2D telegraph equation. The shift of the maximum amplitude of the electric field component from the source geometric antipode is demonstrated at several frequencies for different locations of the source, and in the models of smooth and sharp day-night transition. We demonstrate that the day-night non-uniformity is able to shift the antipode maximum of the vertical electric field from the source geometric antipode of the center towards the center of the day hemisphere by a distance reaching 300 km.

Key words: Schumann resonance, vertical profile of atmosphere conductivity, spatial distribution of field nearby the source antipode in the spherical cavity.

Ю. П. Галук, О. П. Ніколаєнко, М. Хайакава

ЗСУВ АНТИПОДНОГО МАКСИМУМУ ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ В РЕЗОНАТОРІ ЗЕМЛЯ-ІОНОСФЕРА ЗА РАХУНОК НЕОДНОРІДНОСТІ ДЕНЬ-НІЧ

Урахування реальної структури нижньої іоносфери в модельних задачах про глобальний електромагнітний (шуманівський) резонанс є важливою і актуальною задачею. У роботі аналізується вплив відмінностей вертикального профілю провідності середньої атмосфери на нічний та денний сторонах планети на просторовий розподіл електромагнітного поля на частотах шуманівського резонансу. Властивості резонатора залежать від профілів провідності і визначаються за методом повного поля. Задача про коливання неоднорідного резонатора розв'язується з допомогою двовимірного телеграфного рівняння. Зсув максимуму амплітуди електричного поля від геометричного антипода джерела оцінюється на декількох частотах для різних положень джерела в моделі плавного і різкого переходу день-ніч. Показано, що неоднорідність день-ніч може перемістити максимум вертикального електричного поля з точки геометричного антипода джерела до центру денної півкулі на відстань до 300 км.

Ключові слова: шуманівський резонанс, вертикальний профіль атмосферної провідності, просторовий розподіл поля поблизу антипода джерела у сферичному резонаторі.