

**Ю.В. Корниенко**, **И.А. Дулова**

Институт радиофизики и электроники им. А.Я. Усикова НАН Украины  
12, ул. Акад. Проскуры, Харьков, 61085, Украина  
E-mail: [irina.dulv@gmail.com](mailto:irina.dulv@gmail.com)

## Оптимальное определение рельефа поверхности по совокупности фотометрических и альтиметрических данных

**Предмет и цель работы.** Статья посвящена развитию фотометрического метода определения рельефа участков поверхности планет по изображениям в оптическом или радиодиапазоне с использованием абсолютных измерений высот путем прямой альтиметрии с борта космического аппарата. Фотометрический метод позволяет получить рельеф с точностью и разрешением, присущими исходным изображениям. Альтиметрия позволяет прямо определить высоту поверхности, но для покрытия всего исследуемого района требуется слишком много пролетов аппарата. В статье рассматривается альтиметр с широкой диаграммой направленности.

**Методы и методология.** В работе представлено развитие фотометрического метода определения рельефа участка поверхности планеты. Главной чертой метода является байесовский статистический подход, позволяющий с математической строгостью определить наиболее вероятный рельеф по имеющимся данным наблюдений.

**Результаты работы.** Получено выражение для оптимального фильтра, переводящего исходные изображения и альтиметрические данные в наиболее вероятный рельеф участка поверхности планеты. Работоспособность метода проверена с помощью компьютерной модели.

**Заключение.** Статистический подход к обработке экспериментальных данных позволил оптимальным образом объединить информацию, содержащуюся в изображениях поверхности планеты и альтиметрических данных, для получения рельефа поверхности с высоким разрешением и привязкой к реальным значениям высоты. Ил. 5. Табл. 1. Библиогр.: 7 назв.

**Ключевые слова:** рельеф поверхности, фотометрия, альтиметрия, оптимальная фильтрация, статистическая оценка случайной величины.

В изображениях любой поверхности содержится информация о ее рельефе, которую можно получить, используя известную заранее зависимость яркости участков этой поверхности от ее наклонов. На этом основан кратко описанный ниже фотометрический метод определения рельефа участков поверхности планет по изображениям в оптическом или радиодиапазоне. Метод разработан и развит в [1–3]. В [4] проанализированы случайные погрешности метода.

В данной работе рассматривается возможность учета топографической информации в виде измерений альтиметра, имеющего широкую диаграмму направленности. Привлечение

для вычислений данных альтиметра позволяет дополнительно использовать прямые измерения высот, что дает абсолютную привязку и в некоторых случаях ускоряет вычислительный процесс. Обсуждаемая проблема является актуальной при обработке данных дистанционного зондирования поверхности Земли, планет и их спутников с борта космических аппаратов.

**1. Оптимальная оценка рельефа поверхности по фотометрическим данным.** Пусть рельеф исследуемого района поверхности планеты, освещенного Солнцем, описывается функцией  $H(x, y)$ . Имеется  $m$  снимков этого района, полученных при разных значениях азимута

источника света. По яркости поверхности на этих снимках можно найти поле наклонов  $\mathbf{t}(x, y)$ . Поскольку яркость по этим снимкам определяется с некоторой погрешностью, то же относится и к полю наклонов. Поэтому связь между найденным по результатам фотометрии полем наклонов  $\mathbf{t}(x, y)$  и искомым рельефом  $H(x, y)$  можно записать в виде

$$\nabla H(x, y) = \mathbf{t}(x, y) - \delta(x, y), \quad (1)$$

где  $\delta(x, y)$  – неизвестная случайная погрешность, с которой определено поле наклонов  $\mathbf{t}(x, y)$ . Ротор этого слагаемого с вероятностью 1 отличен от нуля; пренебрежение им приводит к тому, что это уравнение с той же вероятностью не имеет решения. Поэтому вместо задачи решить это уравнение, мы будем ставить задачу найти на основании уравнения (1) оптимальную статистическую оценку рельефа  $H(x, y)$ . Для этого надо, чтобы была задана априорная статистика для рельефа и погрешности. Это требование мы выполним, полагая, что  $H(x, y)$  и  $\delta(x, y)$  представляют собой реализации стационарных гауссовых процессов с заданными спектральными плотностями  $I_H(k_x, k_y)$  и  $I_\delta(k_x, k_y)$ . Здесь  $k_x$  и  $k_y$  – компоненты вектора пространственной частоты  $\mathbf{k}$ .

Поскольку для стационарного гауссова процесса фурье-компоненты распределены независимо друг от друга, задача отыскания наиболее вероятного фурье-образа рельефа  $\tilde{H}(k_x, k_y)$  сводится к отысканию наиболее вероятного значения его компонент для каждого значения пространственной частоты в отдельности. Решая поставленную задачу таким способом, мы получим результат, являющийся обобщением [1] и частным случаем [2], а именно: фурье-образ искомой оптимальной оценки рельефа равен

$$\tilde{H}(k_x, k_y) = \frac{-i\mathbf{k}\tilde{\mathbf{t}}(k_x, k_y)}{\mathbf{k}^2 + I_\delta(k_x, k_y)/I_H(k_x, k_y)}, \quad (2)$$

где буквы с волной означают фурье-образы соответствующих функций.

Нас интересует, однако, более сложная задача: найти наиболее вероятный рельеф по совокупности фотометрических и альтиметрических данных. Этому посвящены следующие параграфы.

**2. Оптимальная оценка рельефа поверхности по альтиметрическим данным.** Пусть нам известен результат альтиметрии исследуемого района  $h(x, y)$ , представляющий собой функцию, описывающую зависимость измеренного значения высоты от координат.

Следует отметить, что сигнал обратного рассеяния, принимаемый радиовысотометром, может варьироваться из-за различий структурных свойств поверхности в разных точках. Поэтому предположим, что интенсивность пика обратного рассеяния в пределах области, охваченной диаграммой направленности альтиметра, постоянна.

Тогда значение  $h(x, y)$  будет равно интегралу от высоты по площади с весом, равным диаграмме направленности. Иначе говоря, функция  $h(x, y)$  является сверткой истинной высоты  $H(x, y)$  с диаграммой направленности альтиметра  $D(x, y)$  и содержит погрешность  $\varepsilon(x, y)$

$$h(x, y) = \int D(x - x', y - y') H(x', y') dx' dy' + \varepsilon(x, y). \quad (3)$$

При этом мы не предполагаем диаграмму направленности узкой, поскольку хотим, чтобы исследуемый район был полностью покрыт функцией  $h(x, y)$ , а это практически достижимо только при не слишком больших значениях отношения размера района к ширине диаграммы направленности.

Как и в случае равенства (1), в отсутствие погрешности это равенство можно было бы рассматривать как интегральное уравнение, определяющее искомый рельеф. Однако в связи со сглаживающим характером интегрального оператора и случайным характером погрешности в (3) задачу можно ставить только статистически как задачу оптимальной статистической оценки искомого рельефа при данном результате его измерения. Для этого  $h(x, y)$  и  $\varepsilon(x, y)$  будем полагать реализациями стационарных гауссовых процессов с известными спектральными плотностями соответственно  $I_H(k_x, k_y)$  и  $I_\varepsilon(k_x, k_y)$ . Эта задача полностью аналогична задаче восстановления изображения, приводящей к винеровскому фильтру [5], и отличается от нее только физическим смыслом фигурирующих в ней величин.

Таким образом, в этом случае для оптимальной статистической оценки фурье-образа

рельефа имеем

$$\begin{aligned} \tilde{H}(k_x, k_y) &= \\ &= \frac{\tilde{D}^*(k_x, k_y)\tilde{H}(k_x, k_y)}{\tilde{D}^*(k_x, k_y)\tilde{D}(k_x, k_y) + I_\varepsilon(k_x, k_y)/I_H(k_x, k_y)}, \end{aligned} \quad (4)$$

где звездочка означает комплексное сопряжение.

**3. Оптимальная статистическая оценка рельефа по совокупности поля наклонов и альтиметрических данных.** Чтобы объединить результаты, приведенные в предыдущих параграфах, выполним выкладки более подробно. Статистическое оценивание основано на формуле Байеса [6], связывающей апостериорную плотность вероятности события с его априорной плотностью вероятности. В силу статистической независимости фурье-компонент стационарного гауссова процесса ее можно записать для любой фурье-компоненты  $\tilde{H} = \tilde{H}(k_x, k_y)$  и решать задачу независимо для каждой пространственной частоты  $(k_x, k_y)$ . Это удобнее сделать в логарифмической форме:

$$\begin{aligned} L_{apo}(\tilde{H}) &= \\ &= L_{apr}(\tilde{H}) + L_h(\tilde{h} | \tilde{H}) + L_t(\tilde{t} | \tilde{H}) + C, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $L_{apo}(\tilde{H})$ ,  $L_{apr}(\tilde{H})$ ,  $L_h(\tilde{h} | \tilde{H})$  и  $L_t(\tilde{t} | \tilde{H})$  – логарифмы соответственно апостериорной, априорной плотности вероятности фурье-компоненты рельефа и условных плотностей вероятности того, что фурье-компоненты измеренных значений высоты и наклона равны  $\tilde{h}$  и  $\tilde{t}$  при условии, что значение соответствующей фурье-компоненты истинного рельефа равно  $\tilde{H}$ . Здесь  $C$  – константа, вид которой не актуален, поскольку она не влияет на положение максимума апостериорной плотности вероятности; по этой причине в дальнейшем она будет опущена.

Для стационарных гауссовых процессов каждый из этих логарифмов равен квадрату модуля соответствующих фурье-компонент или их разностей, и для  $L_{apo}(\tilde{H})$  мы получаем

$$\begin{aligned} -L_{apo}(\tilde{H}) &= \tilde{H}^* \tilde{H} / I_H + \\ &+ (\tilde{h} - \tilde{D}\tilde{H})^* (\tilde{h} - \tilde{D}\tilde{H}) / I_\varepsilon + \\ &+ (\tilde{t} - i\mathbf{k}\tilde{H})^* (\tilde{t} - i\mathbf{k}\tilde{H}) / I_\delta. \end{aligned} \quad (6)$$

Искомый максимум плотности вероятности рассматриваемой фурье-компоненты рельефа достигается, когда производные от этого выражения по вещественной и мнимой частям  $\tilde{H}$  обращаются в ноль. Полученное при этом равенство можно компактно записать так:

$$\begin{aligned} \tilde{H} / I_H - \tilde{D}^* (\tilde{h} - \tilde{D}\tilde{H}) / I_\varepsilon + \\ + i\mathbf{k}(\tilde{t} - i\mathbf{k}\tilde{H}) / I_\delta = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Решая это алгебраическое уравнение относительно  $\tilde{H}$ , для наиболее вероятного значения  $\tilde{H}(k_x, k_y)$  получим

$$\tilde{H} = \frac{\tilde{D}^* \tilde{h} / I_\varepsilon - i\mathbf{k}\tilde{t} / I_\delta}{1 / I_H + \tilde{D}^* \tilde{D} / I_\varepsilon + \mathbf{k}^2 / I_\delta}. \quad (8)$$

Вычисляя по этой формуле компоненту Фурье  $\tilde{H}(k_x, k_y)$  для каждой пространственной частоты  $(k_x, k_y)$ , получим фурье-образ искомого наиболее вероятного рельефа  $H(x, y)$ . Выполняя над ним обратное преобразование Фурье, получим искомый наиболее вероятный рельеф.

Очевидно, что результат (8) является обобщением результатов (4) и (2). Если спектральная плотность  $I_\delta$  равна бесконечности, т. е. информация о наклонах отсутствует, выражение (8) переходит в обычный винеровский фильтр (4) для альтиметрического изображения  $h(x, y)$ . Если же, наоборот, отсутствует альтиметрическая информация, т. е.  $I_\varepsilon = \infty$ , выражение (8) переходит в (2). Если при этом спектральные плотности  $I_H$  и  $I_\delta$  не зависят от пространственной частоты и  $I_H = \infty$ , рельеф  $H(x, y)$  становится решением уравнения Пуассона

$$\Delta H(x, y) = \nabla \mathbf{t}(x, y), \quad (9)$$

которое получается строго благодаря применению статистического подхода [1], но может быть формально получено простым дифференцированием уравнения (1). Эффект этого приема связан с тем, что, поскольку дивергенция ротора равна нулю, оператор  $\nabla$  обращает в ноль вихревую составляющую измеренного наклона в правой части уравнения (1), которая заведомо имеет шумовое происхождение и должна быть исключена.

**4. Проверка метода на компьютерной модели.** Для получения компьютерных моделей была использована созданная в ИРЭ НАН

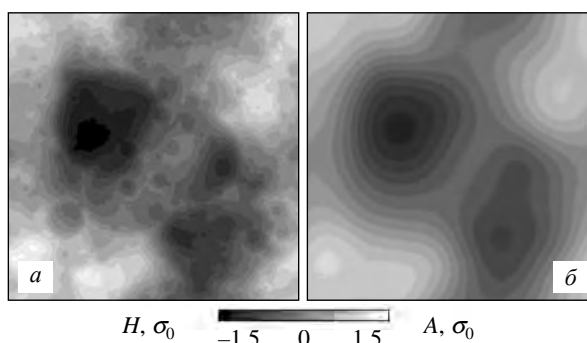
Украины система моделирования, кратко описанная в [7].

Сначала была сгенерирована модель рельефа участка кратерированной поверхности, типичной для Луны. Среднее по участку значение высоты  $H(x, y)$  было принято равным нулю, среднеквадратичное – единице, максимальное значение получилось равным 2,2. Карта рельефа этого района приведена на рис. 1, *a* (более светлые участки соответствуют большей высоте).

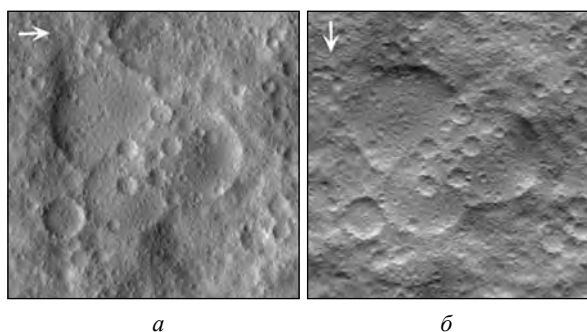
Затем показанная на рис. 1, *a* модель рельефа была использована для моделирования результатов измерения с помощью альтиметра с широкой диаграммой направленности. В качестве диаграммы направленности использовалась функция Гаусса с  $\sigma = 1/16$  (радиус сглаживающего ядра – 32 элемента разрешения). Для простоты моделирования и наглядности полученных результатов мы предполагали, что результаты измерений альтиметра известны для каждой точки исследуемого района. Поэтому результат измерений моделировался как свертка исходного тестового рельефа с диаграммой направленности альтиметра. В полученные таким образом модельные данные вносился нескоррелированный аддитивный гауссов шум с отношениями сигнал/шум (ОСШ<sub>А</sub>), равными 1, 10, 100 и 1000 соответственно. Одна из моделей результата альтиметрических измерений данного района при ОСШ<sub>А</sub> = 10 показана на рис. 1, *б*.

Также была сгенерирована пара изображений рельефа этого района со взаимно перпендикулярными направлениями освещения. Затем в изображения также вносился аддитивный шум с отношениями сигнал/шум (ОСШ<sub>И</sub>), равными 1, 10, 100 и 1000 соответственно. Каждая из полученных таким образом пар изображений в отдельности использовалась для восстановления рельефа исследуемого участка поверхности. Пример пары исходных изображений с ОСШ<sub>И</sub> = 10 приведен на рис. 2.

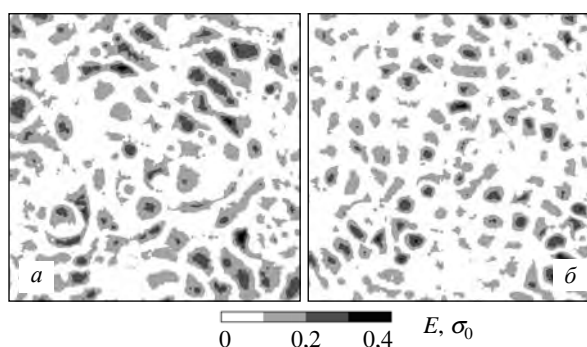
Сначала было выполнено восстановление рельефа только по данным альтиметра с широкой диаграммой направленности для различных отношений сигнал/шум по формуле (4), представляющей собой двумерный аналог вилерского фильтра. На рис. 3 показаны карты модуля погрешности высот восстановленного рельефа для ОСШ<sub>А</sub> = 1 и ОСШ<sub>А</sub> = 100. Как и ожидалось, наибольшие погрешности получа-



**Рис. 1.** Исходные данные для тестовых экспериментов: *a* – модель рельефа (значения высоты находятся в диапазоне от  $-2,36\sigma_0$  до  $2,21\sigma_0$ ); *б* – модель результата альтиметрических измерений с широкой диаграммой направленности, ОСШ<sub>А</sub> = 10 (значения находятся в диапазоне от  $-1,91\sigma_0$  до  $1,5\sigma_0$ ).  $\sigma_0 = 1$  – среднеквадратичное отклонение высот исходной модели рельефа

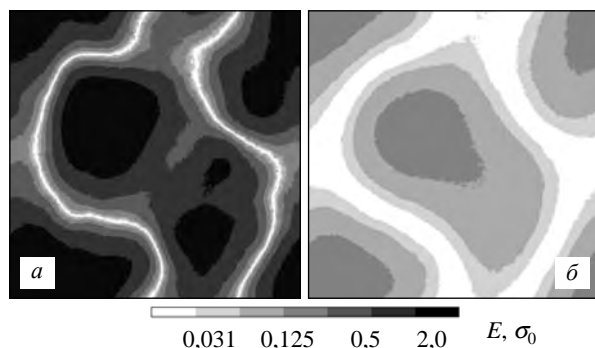


**Рис. 2.** Исходные изображения, ОСШ<sub>И</sub> = 10. Направления освещения поверхности показаны белыми стрелками



**Рис. 3.** Карта модуля погрешности при определении высот только по измерениям альтиметра с широкой диаграммой направленности: *a* – ОСШ<sub>А</sub> = 1 (максимальное значение модуля погрешности  $0,79\sigma_0$ ); *б* – ОСШ<sub>А</sub> = 100 (максимальное значение модуля погрешности  $0,74\sigma_0$ ).  $\sigma_0 = 1$  – среднеквадратичное отклонение высот исходной модели рельефа (см. рис. 1, *a*)

ются в случае наименее качественного наблюдательного материала (рис. 3, *a*). Поскольку исходный модельный рельеф в данном случае известен, погрешность определения высот

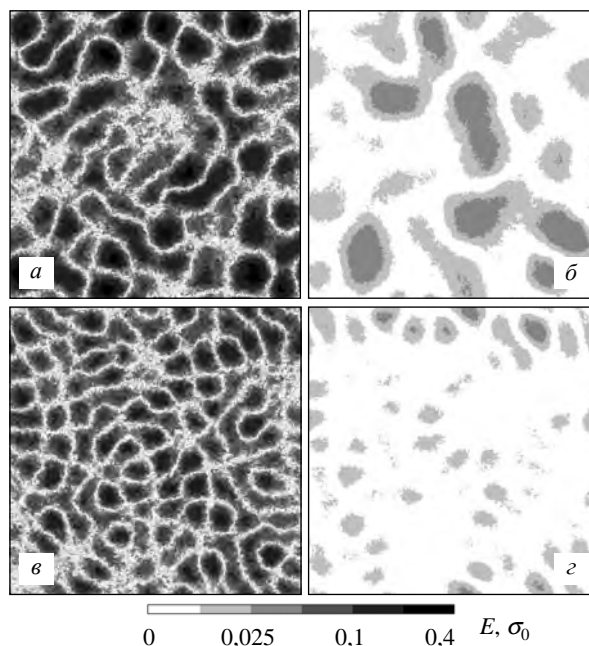


**Рис. 4.** Карта модуля погрешности при определении высот фотометрическим методом только по изображениям: *a* –  $ОСШ_{И} = 1$  (максимальное значение модуля погрешности  $1,96\sigma_0$ ); *б* –  $ОСШ_{И} = 100$  (максимальное значение модуля погрешности  $0,17\sigma_0$ ). Карта показана в логарифмической шкале.  $\sigma_0 = 1$  – среднее квадратичное отклонение высот модели рельефа (см. рис. 1, *a*)

вычислялась как разность значений высоты исходного и восстановленного рельефов.

Затем было выполнено восстановление рельефа только по изображениям без учета данных альтиметра. Восстановление выполнялось фотометрическим методом для различных отношений сигнал/шум. На рис. 4 представлены карты модуля погрешности высот восстановленного рельефа в логарифмической шкале для  $ОСШ_{И} = 1$  и  $ОСШ_{И} = 100$ . И, наконец, рельеф данного участка поверхности был восстановлен с использованием фотометрического метода с учетом данных альтиметра с широкой диаграммой направленности по формуле (8).

Значения среднее квадратичной погрешности определения высот при восстановлении рельефа для различных сочетаний  $ОСШ_{А}$  и  $ОСШ_{И}$  приведены в таблице. Там же приведены погрешности определения высот при восстановлении рельефа только по изображениям и только по данным альтиметра. Как и следовало ожи-



**Рис. 5.** Карта модуля погрешности определения высот при восстановлении рельефа фотометрическим методом с учетом данных альтиметра с широкой диаграммой направленности: *a* –  $ОСШ_{А} = 1$  и  $ОСШ_{И} = 1$  (максимальное значение модуля погрешности равно  $0,34\sigma_0$ ); *б* –  $ОСШ_{А} = 1$  и  $ОСШ_{И} = 100$  (максимальное значение  $0,048\sigma_0$ ); *в* –  $ОСШ_{А} = 100$  и  $ОСШ_{И} = 1$  (максимальное –  $0,22\sigma_0$ ); *г* –  $ОСШ_{А} = 100$  и  $ОСШ_{И} = 100$  (максимальное –  $0,044\sigma_0$ ). Карта показана в логарифмической шкале

дать, из таблицы видно, что совместный учет информации, содержащейся в изображениях и в альтиметрических данных, позволяет уменьшить погрешность восстановления рельефа.

На рис. 5 показана карта погрешности высот поверхности, которая получается при совместном использовании данных альтиметра и изображений для  $ОСШ_{А}:ОСШ_{И}$ , равных 1:1 (рис. 5, *a*), 1:100 (рис. 5, *б*), 100:1 (рис. 5, *в*) и 100:100 (рис. 5, *г*). При построении карты использована логарифмическая шкала.

**Среднеквадратичная погрешность вычисления высот поверхности по тестовым изображениям с учетом и без учета данных альтиметра с широкой диаграммой направленности**

ОСШ измерений альтиметра	Среднеквадратичная погрешность вычисления высот				
	Без изображений	ОСШ изображений			
		1	10	100	1000
Без альтиметра	–	0,862	0,464	0,088	0,009
1	0,213	0,088	0,038	0,016	0,007
10	0,208	0,081	0,032	0,013	0,005
100	0,186	0,070	0,028	0,010	0,004
1000	0,183	0,063	0,023	0,008	0,003

**Выводы.** Предлагаемый метод определения рельефа участков поверхности планет по изображениям одновременно с использованием данных альтиметра с широкой диаграммой направленности является математически строгим. Он основан на статистическом подходе и позволяет определить наиболее вероятные высоты исследуемого участка поверхности по имеющимся снимкам и результатам измерений альтиметра.

Такой подход дает возможность взять лучшие черты как от фотометрического метода

восстановления рельефа поверхности (обеспечивая высокое разрешение получаемого результата), так и от прямой альтиметрии (привязка к реальным значениям высоты).

При совместном использовании изображений и данных альтиметра погрешность определения высоты поверхности оказывается значительно меньшей (вплоть до порядка) по сравнению со случаями использования по отдельности или изображений, или результатов измерения альтиметра.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Парусимов В.Г., Корниенко Ю.В. Об отыскании наиболее вероятного рельефа поверхности планеты по ее оптическому изображению. *Астрометрия и астрофизика*. 1973. Вып. 19. С. 20–24.
2. Корниенко Ю.В., Дулова И.А., Нгуен Суан Ань. Винеровский подход к определению оптических характеристик поверхности планеты по результатам фотометрических наблюдений. *Кинематика и физика небесных тел*. 1994. Т. 10, № 5. С. 69–76.
3. Корниенко Ю.В., Нгуен Суан Ань. Определение рельефа и радиооптических параметров участка поверхности с помощью радиолокатора с синтезированной апертурой. *Радиофизика и электрон.*: сб. науч. тр. Ин-т радиофизики и электрон. НАН Украины. Харьков, 1996. Т. 1. С. 129–133.
4. Дулова И.А., Корниенко Ю.В. Случайная погрешность определения рельефа поверхности по ее радиояркости. *Радиофизика и радиоастрономия*. 2001. Т. 6, № 4. С. 310–316.
5. Lahart M.J. Local image restoration by a least squares method. *J. Opt. Soc. Am. (JOSA)*. 1979. Vol. 69, N 10. P. 1333–1339. DOI: <https://doi.org/10.1364/JOSA.69.001333>.
6. Barnard G.A. and Bayes Thomas. Studies in the History of Probability and Statistics: IX. Thomas Bayes's Essay Towards Solving a Problem in the Doctrine of Chances. *Biometrika*. 1958. Vol. 45, N 3/4. P. 293–315. DOI: 10.2307/2333180.
7. Корниенко Ю.В. Обработка изображений в ИПЭ НАН Украины. *Радиофизика и электрон.*: сб. науч. тр. Ин-т радиофизики и электрон. НАН Украины. Харьков, 2008. Т. 13, спец. вып. С. 423–445.

Стаття надійшла 08.05.2019

#### REFERENCES

1. Parusimov, V.G., Kornienko, Yu.V., 1973. On determination of the most probable relief of a surface region by its optical image. *Astrometriya i astrofizika*, 19, pp. 20–24 (in Russian).
2. Kornienko, Yu.V., Dulova, I.A., Nguyen Xuan Anh, 1994. Wiener approach to the determination of optical characteristics of a planetary surface from photometric observations. *Kinematika i fizika nebesnyh tel*, 10(5), pp. 69–76 (in Russian).
3. Kornienko, Yu.V., Nguyen Xuan Anh, 1996. Determination of relief and radiooptical parameters of a surface area through the use of a synthetic aperture radar. In: V.M. Yakovenko, ed. 1996. *Radiofiz. elektron*. Kharkov: IRE NAS of Ukraine Publ. 1, pp. 129–133 (in Russian).
4. Dulova, I.A., Kornienko, Yu.V., 2001. Random error of surface relief reconstruction by radio brightness. *Radio phys. radio astron.*, 6(4), pp. 310–316 (in Russian).
5. Lahart, M.J., 1979. Local image restoration by a least squares method. *J. Opt. Soc. Am. (JOSA)*, 69(10), pp. 1333–1339. DOI: <https://doi.org/10.1364/JOSA.69.001333>.
6. Barnard, G.A. and Bayes, Thomas, 1958. Studies in the History of Probability and Statistics: IX. Thomas Bayes's Essay Towards Solving a Problem in the Doctrine of Chances. *Biometrika*, 45(3/4), pp. 293–315. DOI: 10.2307/2333180.
7. Kornienko, Yu.V., 2008. Image processing at the IRE NAS of Ukraine. In: V.M. Yakovenko, ed. 2008. *Radiofiz. elektron*. Kharkov: IRE NAS of Ukraine Publ. 13(spec. iss.), pp. 423–445 (in Russian).

Received 08.05.2019

Yu.V. Kornienko, I.A. Dulova

O.Ya. Usikov IRE of NASU  
12, Acad. Proskura St., Kharkiv, 61085, Ukraine

#### OPTIMUM SURFACE RELIEF RESTORATION FROM PHOTOMETRIC AND ALTIMETRIC DATA COMBINED

**Subject and Purpose.** The paper is concerned with the development of the photometric method of surface relief restoration when relevant optical or radio wave images are obtained by absolute measurements of heights with the spaceborne altimetry equipment. The photometric method keeps the accuracy and resolution of the input image data. Although the method of altimetry

measures surface heights in direct terms, the coverage of the entire area of interest requires too many passages of the spacecraft over the examined area. In the paper, a wide radiation pattern altimeter is considered.

**Methods and Methodology.** The photometric method development for the surface relief restoration is presented, featured by the Bayes statistical strategy. On this basis, the available observation data make it possible to mathematically rigorously restore the most probable surface relief.

**Results.** An optimum filter expression has been obtained, which translates the input images and the altimetry data into the most probable relief. The method functionality is validated by the computer simulation.

**Conclusion.** The statistical approach to the experimental data processing makes it possible to optimally combine the planet surface images and the altimeter data, which yields a surface relief map of high spatial resolution and with reference to real heights.

**Key words:** surface relief, photometry, altimetry, optimal filtering, statistical estimation of a random variable.

Ю.В. Корнієнко, І.О. Дулова

ІРЕ ім. О.Я. Усикова НАН України  
12, вул. Акад. Проскури, Харків, 61085, Україна

#### ОПТИМАЛЬНЕ ВИЗНАЧЕННЯ РЕЛЬЄФУ ПОВЕРХНІ ЗА СУКУПНІСТЮ ФОТОМЕТРИЧНИХ ТА АЛЬТИМЕТРИЧНИХ ДАНИХ

**Предмет і мета роботи.** Статтю присвячено розвитку фотометричного методу визначення рельєфу ділянок поверхні планет за зображеннями в оптичному або радіодіапазоні із застосуванням абсолютних вимірювань висот шляхом прямої альтиметрії з борта космічного апарата. Фотометричний метод дозволяє отримати рельєф з точністю та розрізненням, властивими вхідним зображенням. Альтиметрія дозволяє прямо визначити висоту поверхні, але для покриття всього досліджуваного району потрібно занадто багато прольотів апарата. У статті розглядається альтиметр із широкою діаграмою направленості.

**Методи і методологія.** У роботі використано та розвинуто фотометричний метод визначення рельєфу ділянки поверхні планети. Головною рисою методу є баєсівський статистичний підхід, який дозволяє з математичною строгістю визначити найбільш імовірний рельєф за наявними даними спостережень.

**Результати роботи.** Отримано вираз для оптимального фільтра, що переводить вхідні зображення та альтиметричні дані у найбільш імовірний рельєф ділянки поверхні планети. Працездатність методу перевірено за допомогою комп'ютерної моделі.

**Висновок.** Статистичний підхід до обробки експериментальних даних дозволив оптимальним чином поєднати інформацію, що міститься у зображеннях поверхні планети та альтиметричних даних, для отримання рельєфу поверхні з високим розрізненням та прив'язкою до реальних значень висоти.

**Ключові слова:** рельєф поверхні, фотометрія, альтиметрія, оптимальна фільтрація, статистична оцінка випадкової величини.