

**А.В. Бровенко, П.Н. Мележик, А.Е. Поединчук, А.С. Троцило**

Институт радиоп физики и электроники им. А.Я. Усикова НАН Украины  
12, ул. Акад. Проскуры, Харьков, 61085, Украина  
E-mail: melezhhik@ire.kharkov.ua

## **Дифракция электромагнитных волн на композитной структуре «ленточная решетка – ферромагнитное полупространство»: резонансы на поверхностных волнах**

***Предмет и цель работы.** Теоретически исследуется дифракция монохроматической плоской E-поляризованной электромагнитной волны на композитной структуре, образованной периодической ленточной решеткой, расположенной на границе полупространства, заполненного однородной гиротропной ферромагнитной средой с потерями. Целью работы является разработка метода решения задачи дифракции и определения дифракционных характеристик процесса взаимодействия электромагнитных волн с композитной структурой в диапазоне частот, где эффективная магнитная проницаемость ферромагнитной среды принимает отрицательные значения.*

***Методы и методология работы.** В основе метода решения задачи дифракции лежит идея аналитической регуляризации. Исходная задача дифракции в терминах уравнений Максвелла эквивалентным образом сведена к задаче Римана теории аналитических функций. С помощью явного решения этой задачи получена бесконечная система линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов Фурье разложения дифракционного поля по плоским волнам (волнам Флоке). Для решения этой системы уравнений использовался метод усечений.*

***Результаты работы.** Разработан метод решения задач дифракции плоских волн на периодической ленточной решетке, находящейся на границе ферромагнитного полупространства. Теоретически предсказаны резонансы коэффициента отражения E-поляризованной плоской волны от ферромагнитного полупространства с ленточной решеткой в диапазоне частот, где эффективная магнитная проницаемость среды принимает отрицательные значения. Установлено, что основной причиной формирования этих резонансов является многократное отражение поверхностной спиновой волны ферромагнитного полупространства от ребер лент решетки.*

***Заключение.** Представленный в работе метод решения задач дифракции плоских электромагнитных волн на периодической ленточной решетке, расположенной на границе раздела сред, допускает обобщение на случаи, когда вместо ферромагнитного полупространства рассматриваются плоские слои ферромагнитной среды. Теоретически предсказанные резонансы коэффициентов отражения могут послужить основой для синтеза радиопоглощающих покрытий. Ил. 4. Библиогр.: 9 назв.*

***Ключевые слова:** ферромагнитная среда, периодическая ленточная решетка, дифракция, задача Римана, поверхностная волна.*

Исследования различных эффектов, явлений и характеристик волновых процессов в композитных структурах на основе ферромагнитных материалов (см. [1] и библиографию в ней), несмотря на свою многолетнюю историю, до сих пор являются актуальными. В последние годы заметное развитие получила технология изготовления материалов с отрицательными значениями эффективных диэлектрической и магнитной проницаемостей в диапазонах СВЧ.

Можно ожидать, что использование намагниченных до насыщения ферромагнитных компонентов, обладающих отрицательной эффективной магнитной проницаемостью, в составе метаматериалов позволит получить искусственные композиты с совершенно новыми необычными свойствами, которые могут найти применение в твердотельной электронике, радиолокации и при создании новых радиопоглощающих материалов.

В настоящей работе исследуется модельная двумерная задача о взаимодействии монохроматических электромагнитных волн с композитной структурой, состоящей из ленточной металлической решетки, расположенной на границе полупространства, заполненного ферромагнитной средой. Эта среда намагничена до насыщения стационарным магнитным полем с вектором напряженности  $\vec{H}_0$ , параллельным лентам решетки. В диапазоне частот  $\omega_0 \leq \omega \leq \omega_+$  ( $\omega_0 = \sqrt{\omega_H^2 + \omega_H \omega_M}$ ,  $\omega_+ = \omega_H + \omega_M$ , где  $\omega_H = \gamma H_0$  – частота ферромагнитного резонанса,  $\omega_M = \gamma M_0$  – частота, характеризующая намагниченность среды, а  $\gamma$  – гиромагнитное отношение) эффективная магнитная проницаемость такой среды может принимать отрицательные значения [1]. Ранее в работах [2–5] был предложен метод решения подобных задач дифракции, который, как было доказано, имел ограниченную по частоте область применимости. В частности, из рассмотрения выпадал диапазон частот  $\omega_- \leq \omega \leq \omega_+$  ( $\omega_- = \omega_H + 0,5\omega_M$ ), где возможно существование обратной поверхностной спиновой волны ферромагнитного полупространства. В данной работе приведено обобщение предложенного ранее метода [2–5], которое учитывает диссипативные потери ферромагнитной среды и снимает ограничения по частоте на использование метода.

**1. Постановка задачи дифракции и метод решения.** Следуя методу аналитической регуляризации [5], рассмотрим бесконечную периодическую ленточную решетку с периодом  $l$ , образованную бесконечно тонкими идеально проводящими лентами шириной  $l - d$  ( $d$  – размер щелей решетки на периоде). Ленты расположены в плоскости  $YZ$  параллельно оси  $OZ$  (рис. 1). Предположим, что полупространство  $x > 0$  – вакуум, а  $x < 0$  – заполнено однородной гиротропной ферромагнитной средой с потерями. Для монохроматических электромагнитных волн с временной зависимостью  $e^{-i\omega t}$  материальные уравнения ферромагнитной среды имеют вид

$$\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu_0 \hat{\mu} \vec{H},$$

где  $\varepsilon_0, \mu_0$  – соответственно электрическая и магнитная постоянные. Диэлектрическая про-

ницаемость среды  $\varepsilon$  – комплексная величина, а  $\hat{\mu}$  – тензор магнитной проницаемости, который при постоянном магнитном поле  $\vec{H}_0$ , направленном параллельно оси  $z$ , определяется следующим образом:

$$\hat{\mu} = \begin{pmatrix} \mu & i\mu_a & 0 \\ -i\mu_a & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

где

$$\mu = 1 - \frac{\omega_M (\omega_H - i\omega\alpha)}{\omega^2 - (\omega_H - i\omega\alpha)^2},$$

$$\mu_a = \frac{\omega \omega_M}{\omega^2 - (\omega_H - i\omega\alpha)^2},$$

$\alpha$  – параметр затухания; характеристические частоты среды  $\omega_M$  и  $\omega_H$  определены выше.

Пусть из полупространства  $x > 0$  под углом  $\beta$  к оси  $x$  падает плоская однородная  $E$ -поляризованная электромагнитная волна (вектор напряженности электрического поля параллелен оси  $z$ )

$$E_z = e^{-ik(x \cos \beta - y \sin \beta)},$$

где  $k = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ ; временную зависимость  $\exp(-i\omega t)$  здесь и далее опускаем.

Задача состоит в определении поля дифракции, возникшего в результате взаимодействия этой волны с композитной структурой. Поскольку падающая волна не зависит от координаты  $z$ , а ленты решетки бесконечны и однородны вдоль этой оси, то и искомое поле дифракции также не зависит от координаты  $z$  и является  $E$ -поляризованным.

Введем функции  $U_1(x, y)$  и  $U_2(x, y)$  такие, что

$$E_x(x, y) = \begin{cases} U_1(x, y), & x > 0, \\ U_2(x, y), & x < 0. \end{cases}$$

Из системы уравнений Максвелла следует, что функции  $U_1(x, y)$  и  $U_2(x, y)$  должны удовлетворять уравнениям Гельмгольца

$$\begin{aligned} \Delta U_1(x, y) + k^2 U_1(x, y) &= 0, & x > 0, \\ \Delta U_2(x, y) + k^2 \varepsilon \mu_{\perp} U_2(x, y) &= 0, & x < 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Кроме того, аналогично [5], функции  $U_1(x, y)$  и  $U_2(x, y)$  должны удовлетворять следующим условиям:

квазипериодичности

$$U_n(x, y \pm l) = e^{ikl \sin \beta} U_n(x, y), \quad n = 1, 2; \quad (2)$$

граничным условиям на лентах решетки

$$U_1(0, y) = -e^{iky \sin \beta}, \quad U_2(0, y) = 0; \quad (3)$$

условиям на щелях решетки

$$k \cos \beta e^{iky \sin \beta} + i \frac{\partial U_1(x, y)}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{1}{\mu_{\perp}} \left( i \frac{\partial U_2(x, y)}{\partial x} \Big|_{x=0} + \mu_{=} \frac{\partial U_2(x, y)}{\partial x} \Big|_{x=0} \right); \quad (4)$$

$$e^{ikl \sin \beta} + U_1(0, y) = U_2(0, y); \quad (5)$$

условию Мейкснера [6];

условию излучения

$$U_1(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n e^{i \frac{2\pi}{l} \Gamma_{1n} x} e^{i \frac{2\pi}{l} \Phi_n y}, \quad x > 0, \quad (6)$$

$$U_2(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n e^{-i \frac{2\pi}{l} \Gamma_{1n} x} e^{i \frac{2\pi}{l} \Phi_n y}, \quad x < 0,$$

где  $\Gamma_{1n} = \sqrt{\kappa^2 - \Phi_n^2}$ ,  $\Gamma_{2n} = \sqrt{\kappa^2 \varepsilon \mu_{\perp} - \Phi_n^2}$ ,  
 $\Phi_n = \kappa \sin \beta + n$ ,  $\kappa = \frac{kl}{2\pi}$ .

Выбор ветвей корней  $\Gamma_{1n}$  и  $\Gamma_{2n}$  производится следующим образом:  $\text{Re} \Gamma_{1n} \geq 0$ ,  $\text{Im} \Gamma_{1n} \geq 0$ ,  $\text{Im} \Gamma_{2n} \geq 0$ ,  $\text{Re} \Gamma_{2n} \geq 0$ , если  $\text{Re} \mu_{\perp} \geq 0$ , и  $\text{Re} \Gamma_{2n} \leq 0$ , если  $\text{Re} \mu_{\perp} \leq 0$ .

Здесь  $\mu_{\perp} = \frac{\kappa^2 - \kappa_+^2}{\kappa^2 - \kappa_0^2}$  – эффективная магнит-

ная проницаемость ферромагнитной среды, намагнитченной до насыщения;  $\mu_{=} = \frac{\kappa \kappa_M}{\kappa^2 - \kappa_0^2}$ ;

$$\kappa_+ = \frac{(\omega_H - i\alpha\omega_+ \omega_M) \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} l}{2\pi};$$

$$\kappa_0 = \frac{\sqrt{(\omega_H - i\alpha\omega)(\omega_+ - i\alpha\omega) \varepsilon_0 \mu_0} l}{2\pi};$$

$$\kappa_M = \frac{\omega_M \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} l}{2\pi}.$$

Легко убедиться, что функции  $U_1(x, y)$  и  $U_2(x, y)$  из (6) удовлетворяют уравнению Гельмгольца (1). Следовательно, задача состоит в определении неизвестных коэффициентов  $a_n$  и  $b_n$ . Из условий (3) и (5) следует, что эти коэф-

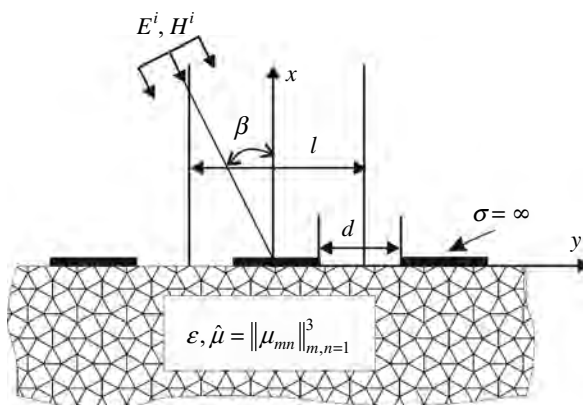


Рис. 1. Геометрия задачи

фициенты связаны следующим соотношением:

$$\delta_{0n} + a_n = b_n, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (7)$$

где  $\delta_{0n}$  – символ Кронекера.

Учитывая соотношение (7) и подставляя (6) в условия (3) и (4), после ряда преобразований получим систему функциональных уравнений

$$\begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} (n+\nu) x_n e^{in\varphi} - \sigma \sum_{n=-1}^{\infty} (n+\nu) x_n e^{in\varphi} = f(e^{i\varphi}) - i\kappa \cos \beta e^{in_0\varphi} \frac{\kappa - \kappa_+}{\kappa - \kappa_-}, \quad |\varphi| < \theta, \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} (n+\nu) x_n e^{in\varphi} = 0, \quad \theta < |\varphi| < \pi, \\ \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} (-1)^n x_n = -x_0, \quad \varphi = \pi. \end{cases} \quad (8)$$

Здесь  $x_n = b_{n-n_0}$ ,  $n_0 = [\kappa \sin \beta]$ ,  $\nu = \kappa \sin \beta - n_0$ ,

$\sigma = \frac{(\kappa - \kappa_+)(\kappa + \kappa_-)}{(\kappa + \kappa_+)(\kappa - \kappa_-)}$ ,  $\theta = \frac{\pi d}{l}$ , [...] – целая часть соответствующего числа,

$$\kappa_- = \frac{(\omega_- - i\alpha\omega) \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} l}{2\pi}.$$

Функция  $f(e^{i\varphi})$  из (8) имеет вид

$$f(e^{i\varphi}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n \delta_n e^{in\varphi}, \quad (9)$$

где

$$\delta_n = 0, 5 \frac{\kappa - \kappa_+}{\kappa - \kappa_-} \left[ |n+\nu| + i \sqrt{\kappa^2 - (n+\nu)^2} + \right.$$

$$+ \frac{1}{\mu_{\perp}} \left[ |n + \nu| + i\sqrt{\kappa^2 \varepsilon \mu_{\perp} - (n + \nu)^2} \right].$$

Покажем, что система функциональных уравнений (8) эквивалентна бесконечной системе линейных алгебраических уравнений второго рода относительно коэффициентов  $x_n$ .

Аналогично [5, 7], определим функцию  $X(z)$  комплексного переменного  $z$  следующим образом:

$$X(z) = \begin{cases} X^+(z), & |z| < 1, \\ X^-(z), & |z| > 1, \end{cases}$$

где  $X^+(z) = \sum_{n=0}^{\infty} (n + \nu) x_n z^n,$

$$X^-(z) = - \sum_{n=-1}^{-\infty} (n + \nu) x_n z^n.$$

Из второго уравнения системы (8) следует, что  $X(z)$  – аналитическая функция в комплексной плоскости с разрезом вдоль дуги  $L$  единичной окружности  $|z|=1$ , соединяющей точки  $e^{-i\theta}$  и  $e^{i\theta}$ , и проходящей через точку  $z=1$ .

Пусть  $X^+(e^{i\varphi})$  и  $X^-(e^{i\varphi})$  – предельные значения функции  $X(z)$  на дуге  $L$  соответственно при подходе к ней изнутри и извне круга  $|z| < 1$ . Тогда из первого уравнения системы (8) получим

$$X^+(e^{i\varphi}) + \sigma X^-(e^{i\varphi}) = g(e^{i\varphi}), \quad e^{i\varphi} \in L, \quad (10)$$

где  $g(e^{i\varphi}) = f(e^{i\varphi}) - i\kappa \cos \beta \frac{\kappa - \kappa_+}{\kappa - \kappa_-} e^{i n_0 \varphi}.$

Соотношение (10) является краевой задачей Римана теории аналитических функций. В классе функций, имеющих интегрируемую особенность на концах дуги  $L$  и убывающих на бесконечности, решение этой задачи [8] имеет вид

$$X(z) = K(z) \left( \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{g(w)}{K^+(w)(w-z)} dw + C \right), \quad (11)$$

где  $C$  – константа;  $K(z)$  – каноническое решение краевой задачи при  $g(e^{i\varphi}) = 0$ ;  $K^+(w)$  – предельное значение  $K(w)$  на дуге  $L$  изнутри круга  $|z| < 1$ .

Можно показать, что  $K(z)$  представима в следующем виде:

$$K(z) = \begin{cases} e^{i\theta(2\gamma-1)} \sum_{n=0}^{\infty} P_n^+ z^n, & |z| < 1, \\ \sum_{n=0}^{\infty} P_n^- z^{-n-1}, & |z| > 1; \end{cases} \quad (12)$$

$$K^{-1}(z) = \begin{cases} e^{-i\theta(2\gamma-1)} \sum_{n=0}^{\infty} Q_n^- z^n, & |z| < 1, \\ \sum_{n=0}^{\infty} Q_n^+ z^{-n-1}, & |z| > 1. \end{cases} \quad (13)$$

Здесь  $\gamma = \frac{\arg(-\sigma)}{2\pi} - i \frac{\ln|\sigma|}{2\pi}, \quad 0 \leq \arg(-\sigma) \leq 2\pi.$

Коэффициенты  $P_n^{\pm}$  и  $Q_n^{\pm}$  могут быть вычислены с помощью следующих рекуррентных формул:

$$\begin{aligned} nP_n^{\pm} &= [\pm \sin \theta (2\gamma - 1) + (2n - 1) \cos \theta] \times \\ &\times P_{n-1}^{\pm} - (n - 1) P_{n-2}^{\pm}, \quad n = 2, 3, \dots, \\ P_0^{\pm} &= 1, \quad P_1^{\pm} = \pm i \sin \theta (2\gamma - 1) + \cos \theta, \\ Q_0^{\pm} &= 1, \quad Q_1^{\pm} = -2 \cos \theta + P_1^{\pm}, \\ Q_n^{\pm} &= P_{n-2}^{\pm} - 2 \cos \theta P_{n-1}^{\pm} + P_n^{\pm}, \quad n = 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (14)$$

Используя (11)–(13) и формулы Сохоцкого–Племеля [8], после ряда преобразований получаем систему линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов  $x_n$  и константы  $C$ . Исключая константу  $C$ , с помощью третьего уравнения системы (8) окончательно получим

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x_n M_{mn} = c_m, \quad m = 0, \pm 1, \dots \quad (15)$$

Матрица и правая часть системы уравнений (15) могут быть представлены в следующем виде:

$$M_{mn} = \begin{cases} \frac{\delta_n}{m + \nu} \left( A_{mn} - \frac{R_m A_{0n}}{R_0} \right) - \delta_{mn}, & m \neq 0, \\ \delta_n \left( \frac{A_{0n} \bar{R}}{R_0} - \bar{R}_n \right) - \delta_{0n}, & m = 0, \end{cases}$$

$$c_m = i\kappa(\kappa - \kappa_+) \cos \beta \begin{cases} \frac{A_{00}\bar{R}}{R_0} - \bar{R}_0, & n = 0, \\ A_{n0} - \frac{A_{00}R_n}{R_0}, & n \neq 0. \end{cases}$$

Здесь

$$R_m = \begin{cases} e^{i\theta(2\gamma-1)}P_n^+, & n \geq 0, \\ P_{-n-1}^-, & n \leq -1, \end{cases}$$

$$A_{mn} = \frac{0,5(\kappa + \kappa_+)}{\kappa^2 - \kappa_-\kappa_+} \begin{cases} -\sum_{p=0}^{n+1} Q_{n+1-p}^+ R_{m-p}, & n \geq 0, \\ R_{m+1}e^{-i\theta(2\gamma-1)} - R_m, & n = -1, \\ \sum_{p=1}^{-n} Q_{-n-p}^- R_{m+p}, & n \leq -2, \end{cases}$$

$$\bar{R}_n = \frac{0,5(\kappa + \kappa_+)}{\kappa^2 - \kappa_-\kappa_+} \begin{cases} -\sum_{p=0}^{n+1} Q_{n+1-p}^+ D_{-p}, & n \geq 0, \\ D_1 e^{-i\theta(2\gamma-1)} - D_0, & n = -1, \\ \sum_{p=1}^{-n} Q_{-n-p}^- D_p, & n \leq -2, \end{cases}$$

$$\bar{R} = D_0.$$

Величины  $D_n$  выражаются через коэффициенты  $R_n$  по формуле

$$D_n = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m+\nu} (R_{m+n} - R_{-m+n}).$$

Из результатов работы [5] следует, что при

$$|n| \rightarrow \infty \quad \delta_n = O\left(\frac{1}{|n+\nu|}\right).$$

Далее, используя асимптотические оценки для  $P_n^\pm$  при  $n \rightarrow \pm\infty$  [9], а также представления для  $A_{mn}$ , можно показать сходимость ряда

$$\sum_{m,n=-\infty}^{\infty} |M_{mn} + \delta_{mn}| < \infty.$$

Сходимость ряда  $\sum_{m=-\infty}^{\infty} |c_m|^2 < \infty$  следует из асимптотической оценки при  $n \rightarrow \pm\infty$  для коэффициентов  $R_n$  и представлений для  $A_{mn}$ .

В итоге получаем, что бесконечная система линейных алгебраических уравнений (15) яв-

ляется системой второго рода в пространстве  $l_2$  квадратично суммируемых последовательностей. Следовательно, ее решение может быть получено с любой заданной точностью методом усечений.

Предложенный метод был реализован в виде комплекса программ, который позволяет производить расчеты характеристик дифракционного поля во всем диапазоне частот, в том числе в области, где эффективная магнитная проницаемость ферромагнитной среды может принимать отрицательные значения. В частности, в одноволновом режиме дифракции, когда в зоне отражения ( $x > 0$ ) может распространяться только одна волна отражения от композитной структуры, коэффициент отражения выражается через решение системы уравнений (15) по формуле  $R = x_{n_0} - 1$ , где  $n_0$  – целая часть числа  $\kappa \sin \beta$ .

**2. Результаты математического моделирования.** С помощью разработанного метода были проведены расчеты частотной зависимости коэффициента отражения монохроматической  $E$ -поляризованной электромагнитной волны от композитной структуры «ленточная решетка – ферромагнитное полупространство». Значения характеристических частот и относительная диэлектрическая проницаемость ферромагнитного полупространства соответствовали железиттриевому гранату:  $\omega_M = 30$  ГГц,  $\omega_H = 3$  ГГц,  $\varepsilon = 16$  [1]. Параметр затухания  $\alpha$  изменялся в пределах  $0,001 \leq \alpha \leq 0,1$ . Рассматривалась ленточная решетка с периодом  $l = 42$  мм.

Исследовался диапазон частот  $\omega_0 \leq \omega \leq \omega_+$  ( $\omega_0 = \sqrt{\omega_H^2 + \omega_H \omega_M}$ ,  $\omega_+ = \omega_H + \omega_M$ ), в котором реальная часть эффективной магнитной проницаемости  $\text{Re} \mu_\perp$  принимает отрицательные значения. Выбор этого диапазона частот обусловлен двумя причинами. Во-первых, разработанный ранее метод решения задач дифракции волн на рассматриваемых композитных структурах [2–5] неприменим в частотном диапазоне  $\omega_- \leq \omega \leq \omega_+$  ( $\omega_- = \omega_H + 0,5\omega_M$ ). Этого недостатка лишен метод, предложенный в данной работе. Во-вторых, можно показать, что в частотном диапазоне  $\omega_0 \leq \omega \leq \omega_+$  вдоль границы раздела «ферромагнитная среда – вакуум» могут распространяться две медленные

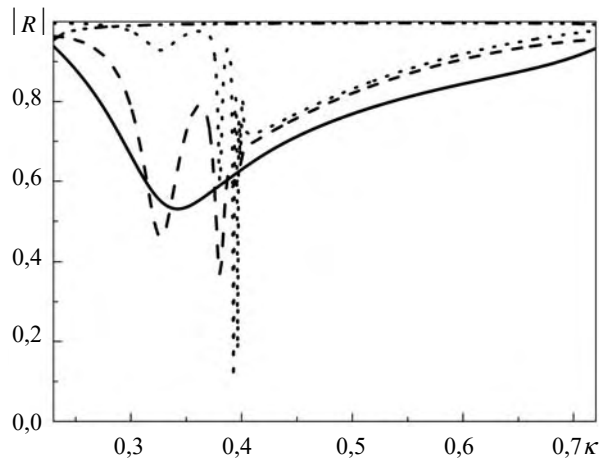


Рис. 2. Частотные зависимости модуля коэффициента отражения для различных значений параметра затухания: сплошная линия –  $\alpha = 0,1$ ; штриховая –  $\alpha = 0,01$ ; пунктирная –  $\alpha = 0,001$ ; штриховая с двумя точками – ленточная решетка отсутствует

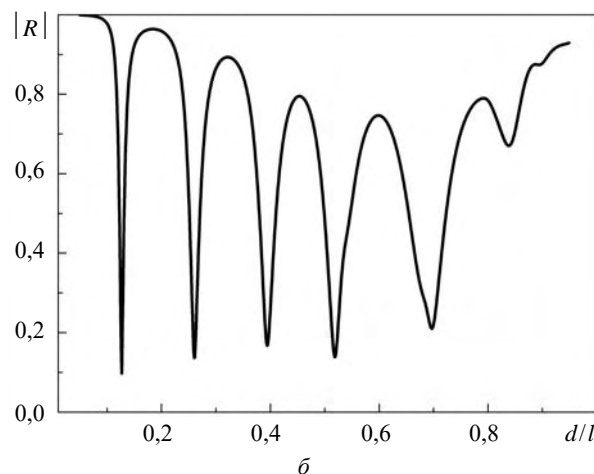
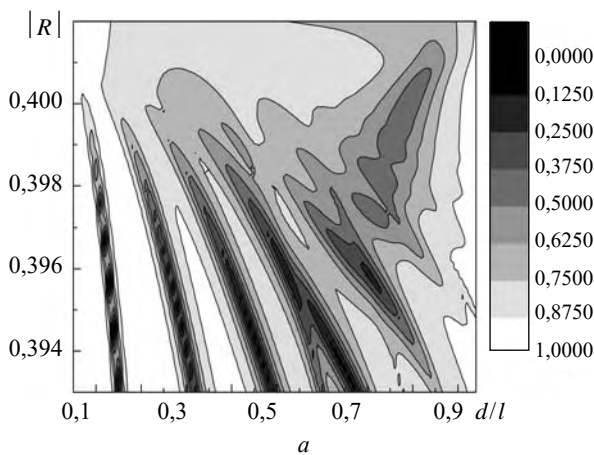


Рис. 3. Результаты расчетов:  $a$  – линии равных значений  $|R|$  как функции частотного параметра  $\kappa$  и относительно размера  $d/l$  щелей;  $b$  – зависимость  $|R|$  от параметра  $d/l$  при фиксированном значении частотного параметра  $\kappa = 0,396$

поверхностные спиновые волны: прямая волна (векторы групповой и фазовой скорости параллельны) в диапазоне частот  $\omega_- < \omega < \omega_+$  и обратная волна (векторы групповой и фазовой скорости антипараллельны) в диапазоне частот  $\omega_- < \omega_* < \omega < \omega_+$  ( $\omega_* = \sqrt{\omega_H^2 + \frac{\omega_H \omega_M \epsilon}{\epsilon - 1}}$ ).

Наличие ленточной металлической решетки на границе раздела может послужить «источником» для возбуждения этих поверхностных спиновых волн. Это обстоятельство может существенно повлиять на поведение коэффициента отражения в этом диапазоне частот. Далее приводятся результаты, подтверждающие эти предположения.

Пусть монохроматическая  $E$ -поляризованная плоская волна единичной амплитуды нормально ( $\beta = 0$ ) падает на ленточную металлическую решетку, расположенную на границе ферромагнитного полупространства. Отличные от нуля компоненты падающего поля имеют вид:

$$E_z = e^{-kx - i\omega t}, \quad H_y = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} e^{-kx - i\omega t}, \quad k = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}.$$

В результате взаимодействия этой волны с композитной структурой возникает поле дифракции, которое является суперпозицией плоских  $E$ -поляризованных волн (см. (6)). Далее будем рассматривать одноволновый режим дифракции. В этом случае частота  $\omega$  волны и период  $l$  решетки связаны неравенством

$$\frac{l\omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}{2\pi} < 1.$$

Из этого неравенства следует, что в зоне отражения ( $x > 0$ ) при достаточно больших  $x \rightarrow \infty$  поле дифракции имеет вид

$$E_z = (e^{-kx} + Re^{kx})e^{-i\omega t},$$

$$H_y = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}(e^{-kx} - Re^{kx})e^{-i\omega t},$$

где  $R$  – коэффициент отражения, который рассчитывался с помощью предложенного метода.

На рис. 2 показаны зависимости  $|R|$  от частотного параметра  $\kappa = l\omega\sqrt{\epsilon_0\mu_0}/2\pi$  для различных значений параметра затухания  $\alpha$  ферромагнитного полупространства.

Как и следовало ожидать, поведение модуля коэффициента отражения имеет ярко выражен-

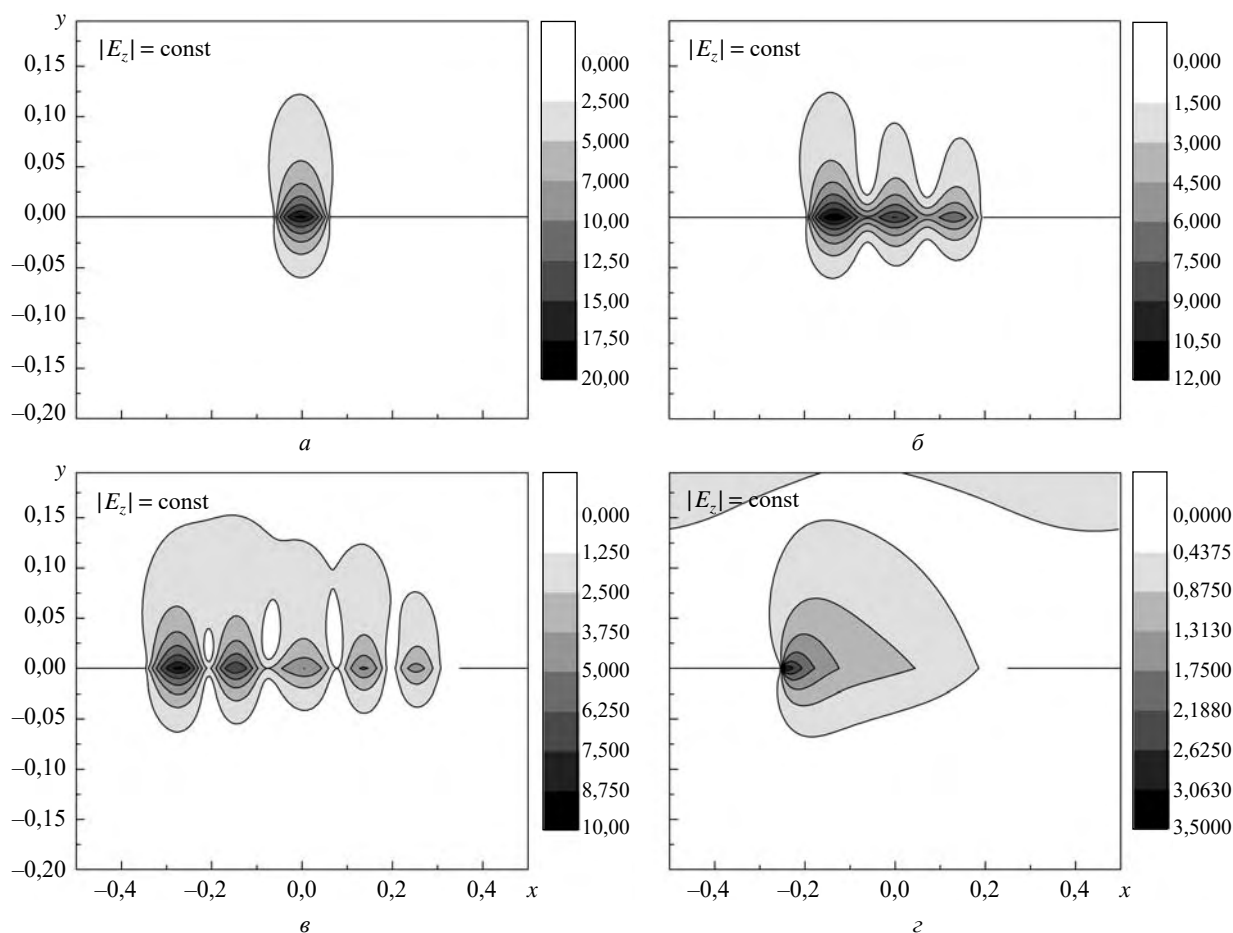


Рис. 4. Линии равных амплитуд дифракционного поля  $|E_z|$  при  $\alpha=0,001$ ,  $\kappa=0,396$ : а  $d/l=0,127$ ; б  $d/l=0,394$ ; в  $d/l=0,698$ ; г  $d/l=0,5$ ,  $\kappa=0,4085$

ный резонансный характер. Причем резонансные значения частоты сосредоточены в диапазоне  $\omega_0 \leq \omega \leq \omega_-$ , где существует прямая поверхностная спиновая волна ферритового полупространства. Однако следует отметить, что при больших значениях параметра затухания  $\alpha > 0,1$  резонансы сглаживаются (сплошная кривая на рис. 2) и частотная зависимость  $|R|$  приближается к частотной зависимости для ферритового полупространства (решетка отсутствует, см. рис. 2 – штриховая линия с двумя точками). Для идентификации резонансов были проведены расчеты  $|R|$  как функции частотного параметра  $\kappa$  и относительного размера  $d/l$  щелей ленточной решетки. На рис. 3, а показаны результаты этих расчетов. Очевидно, что минимальные значения  $|R|$  как функции параметров  $\kappa$  и  $d/l$  имеют четко выраженную регулярную структуру. Интересно отметить, что при  $d/l \rightarrow 0$  значение частотного параметра,

при котором  $|R|$  принимает минимальное значение, стремится к  $\kappa_- = \frac{l\omega_- \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}{2\pi}$  ( $\omega_-$  – частота, при которой фазовая скорость поверхностной волны обращается в нуль). Обратимся к рис. 3, б, где приведена зависимость  $|R|$  от  $d/l$  при фиксированном значении частотного параметра  $\kappa$ . Анализ этих результатов показал, что параметр  $d/l$ , при котором модуль коэффициента отражения имеет минимальное значение, связан с фазовой скоростью прямой поверхностной спиновой волны ферромагнитного полупространства. Эта связь приближенно описывается соотношением

$$d/l \cong \frac{nV_{ph} \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}{2\kappa}.$$

Здесь  $V_{ph}$  – фазовая скорость прямой поверхностной спиновой волны для заданного значения частотного параметра  $\kappa$ .

Это соотношение выражает тот факт, что вдоль щелей решетки укладывается целое число полуволн  $\lambda/2$ , где  $\lambda = \omega/2\pi V_{ph}$  – волноводная длина поверхностной спиновой волны. На рис. 4, а–в изображены структуры полей дифракции (линии равных амплитуд  $|E_z|$ ) при некоторых резонансных значениях  $d/l$  ( $n = 1, 3, 5$ ). Количество пучностей поля дифракции совпадает с количеством полудлин волн  $\lambda/2$ , которому кратна длина решетки. Кроме того, резонансные поля локализованы у границы ферромагнитного полупространства (рис. 4, а–в). Эти факты позволяют утверждать, что основным механизмом формирования резонансных полей дифракции является многократное отражение поверхностной спиновой волны от ребер лент решетки. Физически это эквивалентно формированию объемного резонансного поля открытого резонатора на резонансной частоте за счет многократного отражения электромагнитного поля от его зеркал. Эта аналогия позволяет утверждать, что ленточная решетка на границе ферромагнитного полупространства на резонансных частотах в области частот  $\omega_0 \leq \omega \leq \omega_-$  представляет собой открытый резонатор на поверхностных спиновых волнах.

Рассмотрим теперь частотный диапазон  $\omega_- \leq \omega \leq \omega_+$ , где существует обратная поверхностная волна ферромагнитного полупространства. В отличие от диапазона частот  $\omega_0 \leq \omega \leq \omega_-$ , модуль коэффициента отражения в этом диапазоне частот монотонно возрастает при  $\omega \rightarrow \omega_+$ . Исключение составляет малая окрестность частоты  $\omega_-$ , в которой  $|R|$  имеет минимум. На рис. 4, г показано распределение линий равных значений  $|E_z|$  на этой резонансной частоте. Очевидно, что структура этого резонансного поля дифракции коренным образом отличается от резонансных полей

в частотном диапазоне  $\omega_0 \leq \omega \leq \omega_-$ . Обращает внимание на себя сильная локализация резонансного поля в окрестности одного из ребер лент решетки. При этом длина возбуждающей волны во много раз превышает максимальный размер области локализации поля. Результаты расчетов и их анализ показали, что для всех частот из интервала  $(\omega_-, \omega_+)$  структуры полей дифракции аналогичны полю, представленному на рис. 4, г. Такое поведение коэффициента отражения и дифракционного поля, по-видимому, связано с возбуждением обратной поверхностной спиновой волны, так как во всем частотном диапазоне  $\omega_- \leq \omega \leq \omega_+$  волноводная длина поверхностной спиновой волны соизмерима с периодом ленточной решетки.

**Выводы.** Предложен метод решения двумерных задач дифракции монохроматических электромагнитных волн на композитной структуре «ленточная периодическая решетка – ферромагнитное полупространство», учитывающий диссипативные потери среды и не имеющих ограничений по частоте.

В диапазонах частот, где существуют поверхностные спиновые волны ферритового полупространства, намагниченного до насыщения магнитным полем с вектором напряженности, параллельным границе раздела сред, предсказаны резонансы коэффициента отражения  $E$ -поляризованной плоской волны. Установлено, что эти резонансы связаны с возбуждением поверхностных спиновых волн в щелях решетки.

В диапазоне частот, где существует обратная поверхностная спиновая волна ферритового полупространства, теоретически предсказан эффект сильной локализации напряженности электрического поля в окрестности одного из ребер лент решетки, расположенной на границе раздела сред.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Локк Э.Г. Магнитоэлектронные волны в ферритовых пленках и структурах с геометрическими и магнитными неоднородностями: автореф. дис. ... д-ра физ.-мат. наук. Россия, Москва: Ин-т радиотехники и электрон. им. В.А. Котельникова РАН, 2008. 35 с.
2. Бровенко А.В., Мележик П.Н., Поединчук А.Е., Троцило А.С. Дифракция волн на решетке, расположенной на границе гиромангнитной среды. *Радиофизика и электроника*: сб. науч. тр. Ин-т радиофизики и электроники им. А.Я. Усикова НАН Украины. Харьков, 2007. Т. 12, № 3. С. 515–525.
3. Бровенко А.В., Мележик П.Н., Поединчук А.Е., Троцило А.С. Аналитическая регуляризация задач дифракции волн на ленточных решетках, расположенных на границе ферромагнитной среды. *Электромагнитные волны и электронные системы*. 2009. Т. 14, № 9. С. 19–30.



4. Brovenko A.V., Vinogradova E.D., Melezhik P.N., Poyedinchuk A.Ye. and Troschylo A.S. Resonance wave scattering by a strip grating attached to a ferromagnetic medium. *Prog. Electromagn. Res. (PIER) B*. 2010. Vol. 23. P. 109–129. DOI: 10.2528/PIERB10012203.
5. Бровенко А.В., Мележик П.Н., Поединчук А.Е., Трощило А.С. Метод аналитической регуляризации в решении задач дифракции электромагнитных волн на границе гиротропной среды с ленточной решеткой. *Доп. НАН України*. 2010. № 3. С. 77–84.
6. Meixner J. Strenge Theorie der Beugung Elektromagnetischer Wellen der Vollkommen Leitenden Kreisscheibe. *Z. Naturforsch.* 1948. Vol. 3a. S. 506–518.
7. Шестопалов В.П., Литвиненко Л.Н., Масалов С.А., Сологуб В.Г. Дифракция волн на решетках. Харьков: Харьк. гос. ун-т, 1973. 278 с.
8. Мусхелишвили Н.И. Сингулярные интегральные уравнения. Москва: Физматгиз, 1962. 599 с.
9. Бровенко А.В., Мележик П.Н., Поединчук А.Е. Метод регуляризации одного класса парных сумматорных уравнений. *Укр. мат. журн.* 2001. Т. 53, № 10. С. 1320–1327.

Стаття надійшла 08.08.2019

## REFERENCES

1. Lokk, E.G., 2008. Magnetostatic waves in ferrite films and structures with geometrical and magnetic inhomogeneities. DED Theses. Kotel'nikov Institute of Radio Engineering and Electronics, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia (in Russian).
2. Brovenko, A.V., Melezhik, P.N., Poyedinchuk, A.Ye., Troshchylo, O.S., 2007. The wave diffraction by a grating attached to gyromagnetic medium boundary. In: V.M. Yakovenko, ed. 2007. *Radiophysics and Electronics*. Kharkov: IRE NAS of Ukraine Publ. **12**(3), pp. 515–525 (in Russian).
3. Brovenko, A.V., Melezhik, P.N., Poyedinchuk, A.Ye., Troschylo, O.S., 2009. Analytical Regularization of the Problem of Wave Diffraction by a Strip Grating upon Ferromagnetic Medium Interface. *Electromagnetic Waves and Electronic Systems*, **14**(9), pp. 19–30 (in Russian).
4. Brovenko, A.V., Vinogradova, E.D., Melezhik, P.N., Poyedinchuk, A.Ye., Troshchylo, A.S., 2010. Resonance wave scattering by a strip grating attached to a ferromagnetic medium. *Prog. Electromagn. Res. (PIER) B*, **23**, pp. 109–129. DOI: 10.2528/PIERB10012203.
5. Brovenko, A.V., Melezhik, P.N., Poyedinchuk, A.Ye., and Troschylo, O.S., 2010. Analytical regularization technique for solving the problem of electromagnetic wave diffraction on the interface of a gyrotropic medium and a strip grating. *Reports of the NAS of Ukraine*, 3, pp. 77–84 (in Russian).
6. Meixner, J., 1948. Strenge Theorie der Beugung Elektromagnetischer Wellen der Vollkommen Leitenden Kreisscheibe. *Z. Naturforsch.*, **3a**, ss. 506–518.
7. Shestopalov, V.P., Litvinenko, L.N., Masalov, S.A., Sologub, V.G., 1973. *Diffraction of waves on gratings*. Kharkov: Kharkov University Press (in Russian).
8. Muskhelishvili, N.I., 1962. *Singular integral equations*. Moscow: Fizmatgiz Publ. (in Russian).
9. Brovenko, A.V., Melezhik, P.N., Poyedinchuk, A.Ye., 2001. A Method of Regularization of a Class of Systems of Dual Series Equations. *Ukr. Math. J.*, 53(10), pp. 1320–1327 (in Russian).

Received 08.08.2019

A.V. Brovenko, P.N. Melezhik, A.Ye. Poyedinchuk, A.S. Troschylo

O.Ya. Usikov IRE of NASU

12, Akad. Proskury St., Kharkov, 61085, Ukraine

## ELECTROMAGNETIC WAVE DIFFRACTION ON A “STRIP GRATING – FERROMAGNETIC HALF-SPACE” COMPOSITE STRUCTURE: SURFACE-WAVE RESONANCES

**Subject and Purpose.** A theoretic study is given to the diffraction of a monochromatic plane  $E$ -polarized electromagnetic wave on a composite structure like a periodic strip grating bordering a half-space filled with a lossy homogeneous gyrotropic ferromagnetic medium. The work seeks to develop a method of the diffraction problem solution and determine diffraction characteristics of the electromagnetic wave interaction with the composite structure in the frequency region where the effective permeability of the ferromagnetic medium takes negative values.

**Methods and Methodology.** The method of the diffraction problem solution is based on the analytical regularization idea. The initial diffraction problem in terms of Maxwell's equations is equivalently reduced to the Riemann problem in theory of analytical functions. The problem is explicitly solved to yield an infinite system of linear algebraic equations for the Fourier coefficients of the diffraction field expansion in plane (Floquet) modes, which is solved by truncation.

**Results.** A solution method has been developed for the diffraction problem of plane waves on a periodic strip grating bordering a ferromagnetic half-space. A theoretic prediction has been made that the  $E$ -polarized plane wave reflection coefficient of the ferromagnetic half-space bordered by a strip grating has resonances in the frequency region where the medium permeability takes negative values. It has been found that these resonances are mainly caused by the repeated reflection of the surface wave of the ferromagnetic half-space from the grating strip edges.

**Conclusion.** The developed solution method for the plane electromagnetic wave diffraction on a periodic strip grating lying on the medium interface can be generalized to the consideration of planar ferromagnetic layers instead of the ferromagnetic half-space. The theoretically predicted resonances of the reflection coefficients can be essential to the synthesis of radar absorbing coatings.

**Key words:** *ferromagnetic medium, periodic strip grating, diffraction, Riemann problem, surface wave.*

*А.В. Бровенко, П.М. Мележик, А.С. Поединчук, А.С. Троцило*

Інститут радіофізики та електроніки ім. О.Я. Усикова НАН України  
12, вул. Акад. Проскури, Харків, 61085, Україна

**ДИФРАКЦІЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ НА КОМПОЗИТНІЙ  
СТРУКТУРІ «СТРІЧКОВА ҐРАТКА – ФЕРОМАГНІТНИЙ ПІВПРОСТІР»:  
РЕЗОНАНСИ НА ПОВЕРХНЕВИХ ХВИЛЯХ**

**Предмет і мета роботи.** Теоретично досліджується дифракція монохроматичної плоскої  $E$ -поляризованої електромагнітної хвилі на композитній структурі, утвореній періодичною стрічковою ґраткою, що розташована на межі півпростору, заповненого однорідним гіротропним феромагнітним середовищем з втратами. Метою є розроблення методу розв'язання задачі дифракції та визначення дифракційних характеристик процесу взаємодії електромагнітних хвиль з такою композитною структурою в діапазоні частот, де ефективна магнітна проникність феромагнітного середовища набуває від'ємних значень.

**Методи і методологія роботи.** В основі методу розв'язання задачі дифракції лежить ідея аналітичної регуляризації. Вихідна задача дифракції в термінах рівнянь Максвелла еквівалентним чином зведена до задачі Рімана теорії аналітичних функцій. За допомогою явного розв'язання цієї задачі отримано нескінченну систему лінійних алгебричних рівнянь щодо коефіцієнтів Фур'є розкладання дифракційного поля за плоскими хвилями (хвилями Флоке). Для розв'язання цієї системи рівнянь використовувався метод усікань.

**Результати роботи.** Розроблено метод розв'язання задач дифракції плоских хвиль на періодичній стрічковій ґратці, що знаходиться на межі феромагнітного півпростору. Теоретично передбачені резонанси коефіцієнта відбиття  $E$ -поляризованої плоскої хвилі від феромагнітного півпростору зі стрічковою ґраткою в діапазоні частот, де ефективна магнітна проникність середовища набуває від'ємних значень. Встановлено, що основною причиною формування цих резонансів є багаторазове відбиття поверхневої спінової хвилі феромагнітного півпростору від ребер стрічок ґратки.

**Висновок.** Розроблений метод розв'язання задач дифракції плоских електромагнітних хвиль на періодичній стрічковій ґратці, що розташована на межі розділу середовищ, допускає узагальнення на випадки, коли замість феромагнітного півпростору розглядаються плоскі шари феромагнітного середовища. Теоретично передбачені резонанси коефіцієнтів відбиття можуть послужити основою для синтезу радіопоглинаючих покриттів.

**Ключові слова:** *феромагнітне середовище, періодична стрічкова ґратка, дифракція, задача Рімана, поверхнева хвиля.*