DOI: 10.35681/1560-9189.2019.21.4.199243

УДК 004.942.519.87

Є. О. Додонов, О. Г. Додонов, А. І. Кузьмичов
Інститут проблем реєстрації інформації НАН України
вул. М. Шпака, 2, 02113, Київ, Україна
e-mail: dodonov@ipri.kiev.ua, akuzmychov@gmail.com

Пошук компромісних організаційних рішень засобами багатокритеріальної оптимізації

Управлінська практика свідчить, що завжди є необхідність врахувати одразу декілька і одночасно суперечливих властивостей наявних ресурсів і їхню обмеженість, що зробити практично неможливо, тож вимушено приймають остаточне саме компромісне рішення із-за реальних умов, визначених природою, штатним розкладом чи кошторисом. Характерний приклад — торги, тут зацікавлені покупець і продавець, маючи суперечливі цілі: один — розраховує на мінімум витрат, другий — на максимум доходу, певними вимушеними зустрічними поступками знаходять компроміс (trade-off), що влаштовує обох. На графіку ці послідовні кроки — це точки на площині, що утворюють т.зв. фронт Парето (криву компромісу, trade-off curve), який є основою процедури пошуку зваженого і обґрунтованого рішення, що показано на наведених прикладах розв'язання типових задач організаційного управління.

***Ключові слова**: багатокритеріальна, компромісна оптимізація, електронно-табличне моделювання, фронт Парето, крива компромісу, trade-off curve.*

Вступ

Пошук компромісу — цілком природне явище і реальна задача — є вкрай важливим і навіть критичним актом, адже коли за кількома суперечливими цілями з різних причин формується та приймається недостатньо обґрунтоване політичне, організаційне чи інженерне рішення, наслідком цього можуть статися неочікувані важкі втрати та витрати в конфліктних ситуаціях, у першу чергу, щодо життєздатності організації (держави, галузі, компанії) і життєзабезпечення людини, сім'ї, екіпажу, колективу чи суспільства.

Для пошуку зважених і обґрунтованих управлінських рішень для складно організованих системних задач визначився науково-практичний напрям компромісної (багатокритеріальної, багатоцільової) чи Парето-оптимізації, популярний будь-де, загально — при оптимальному розподілі обмежених ресурсів різного типу і властивостей. Тож постановкою та розв'язанням конкретної задачі багатокритеріальної оптимізації, з урахуванням постійних змін значень початкових даних, оперативною реалізацією отриманих компромісних рішень якнайкраще забезпечуються соціальні, індустріальні, економічні і організаційні процеси та функціонування відповідних об'єктів.

Уперше проблему багатокритеріальної оптимізації розглянув італійський економіст В. Парето (1848–1923), досліджуючи товарний обмін. За його теорією, якщо суспільство досягло та перебуває у стані загальної економічної рівноваги, тоді здійснюється оптимальний розподіл продукції, товарів і послуг — при *мінімально* необхідному використанні ресурсів забезпечується *максимально* можливе задоволення потреб. На практиці ж таку рівновагу відшукують розв'язанням багатокритеріальних оптимізаційних задач пошуком одного компромісного оптимуму, що має задовольнити декільком, часто конфліктуючим між собою, критеріям. Для цього треба знаходити спектр Парето-оптимальних рішень, де остаточне рішення приймає ОПР (особа, яка приймає рішення), зважуючи на пріоритети поставлених цілей.

ОПР різного рівня повноважень і відповідальності — менеджери, інженери, бізнесмени чи керівники організацій — зацікавлені мати досконалий аналітичний апарат: теорію, моделі реальних задач, ефективні математичні методи і обчислювальні алгоритми, потужні технічні засоби реалізації, прогресивні інформаційні технології і вимоги щодо професіоналізму виконавців для розв'язання реальних задач прийняття компромісних управлінських рішень.

Задача про призначення

Постановка задачі

m (m = 10) виконавців призначаються на n (n = 20) вакантних видів діяльності (роботи), кожен i-й виконавець має дві оцінки щодо j-ї роботи: продуктивність (p_{ij}), яка забезпечується необхідними витратами ресурсів (v_{ij}), задані матрицями розміром 10×20:

P	r1	r2	r3	r4	r5	r6	r7	r8	r9	r10	r11	r12	r13	r14	r15	r16	r17	r18	r19	r20
o1	25	159	117	111	89	149	195	22	46	130	55	175	20	93	88	161	59	199	50	47
o2	16	40	144	176	192	85	146	158	171	146	97	88	14	130	192	162	165	12	121	104
o3	128	26	197	185	109	159	138	131	95	143	66	127	87	102	107	154	51	68	196	167
o4	144	86	109	193	118	69	41	187	188	73	94	168	36	27	198	149	183	147	144	190
o5	138	51	33	28	147	81	157	138	122	93	104	11	164	138	166	12	151	47	83	57
o6	179	157	182	22	26	147	142	104	127	134	156	49	83	160	171	113	18	74	123	182
o7	66	169	198	77	129	197	183	18	24	27	199	172	49	18	70	43	199	45	22	52
o8	115	61	147	112	168	165	155	130	194	121	162	116	30	190	135	45	43	136	160	148
o9	199	50	169	194	14	51	184	23	83	93	46	22	24	67	168	52	32	121	50	57
o10	103	22	10	157	157	162	56	155	113	114	114	16	89	108	100	31	125	108	128	23

V	r1	r2	r3	r4	r5	r6	r7	r8	r9	r10	r11	r12	r13	r14	r15	r16	r17	r18	r19	r20
o1	25	44	5	2	28	12	37	22	33	3	29	24	10	4	24	36	19	28	22	34
o2	47	22	12	49	20	16	35	27	15	43	25	49	32	2	13	8	4	18	39	12
o3	7	40	9	25	21	13	18	2	14	37	7	21	43	44	4	32	47	47	34	41
o4	19	33	50	25	16	21	21	44	40	7	8	7	47	46	3	6	48	37	21	5
o5	48	31	2	30	29	35	7	33	44	22	28	50	41	42	13	13	16	30	17	11
o6	32	12	3	42	25	3	33	40	48	25	48	38	4	4	9	10	9	35	35	39
o7	19	36	8	33	9	45	37	29	41	19	23	40	34	33	30	16	10	6	10	32
o8	44	12	47	40	42	27	26	4	38	16	16	33	16	7	45	44	11	48	10	20
o9	21	14	25	37	26	40	21	3	22	10	30	33	36	6	49	41	21	25	39	28
o10	24	16	17	48	33	26	17	30	22	20	41	23	6	36	25	37	11	27	50	15

Умова (обмеження): кожен виконавець призначається лише на одну роботу, і кожну роботу виконує лише один виконавець, тож шукана змінна x_{ij} (число виконавців i-го класу для j-ї роботи) — бінарного типу.

Відповідно, є дві несумісні цілі, два критерії оцінювання якості отриманого призначення і, відповідно, дві цільові функції (ЦФ): на максимум продуктивності (P) і на мінімум витрат (V). Треба розв'язати задачу компромісного програмування у вигляді двох задач дискретного програмування для двох ЦФ), визначити крайні точки області визначення та побудувати фронт Парето у вигляді точкової діаграми «Продуктивність-Витрати», показавши оптимальний компромісний план для конкретних значень P та V.

Задача дискретної оптимізації

I. Знайти матрицю $X = \{x_{ij}\}$, $i = 1,\ldots,10$; $j = 1,\ldots, 20$, щоб

II. ЦФ1 $PX \to \max$

ЦФ2 $VX \to \min$

III. За обмежень:

$$\sum_{i=1}^{10} x_{ij} = 1,$$

$$\sum_{j=1}^{20} x_{ij} = 1,$$

$$x_{ij} \in \{1/0\},$$

$$x_{ij} \geq 0.$$

Результат

Крива компромісу «Продуктивність-Витрати» (рис. 1) представляє спектр розв'язків двох суперечливих задач оптимізації, вибір остаточного рішення — точки на кривій — залишається за ОПР. Наприклад, якщо ОПР припускає витрати (VX) до 150 од., тоді за компромісним рішенням продуктивність (PX) складе величину десь 1864 од., і для цього варіанта буде отримано відповідний оптимальний план призначення (рис. 2, 3).

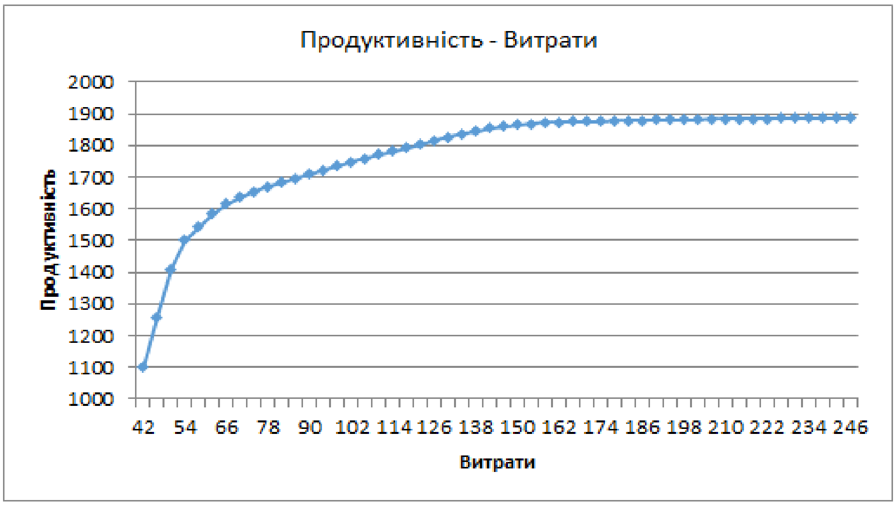

Рис. 1. Крива компромісу (фронт Парето)

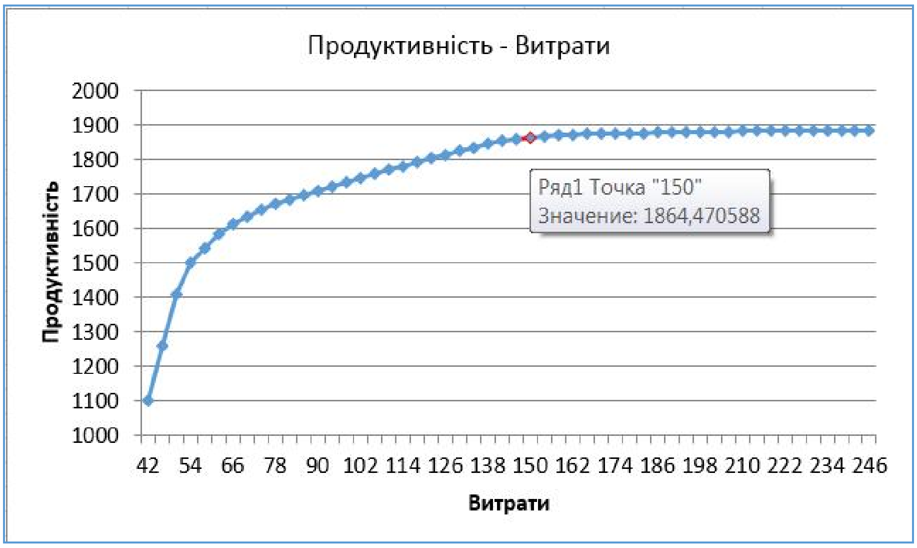

Рис. 2. Фронт Парето, варіант ($VX = 150$)

X	r1	r2	r3	r4	r5	r6	r7	r8	r9	r10	r11	r12	r13	r14	r15	r16	r17	r18	r19	r20
o1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
o2	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
o3	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
o4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
o5	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
o6	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
o7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
o8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
o9	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
o10	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Рис. 3. План призначення ($V = 150$)

Модифікація моделі

1. Є вольове рішення призначити виконавцем роботи **r1** особу **o10**. Введенням додаткового обмеження отримано такий результат, який «коштує» зменшенням загальної продуктивності майже на 100 од. (рис. 4).

X	r1	r2	r3	r4	r5	r6	r7	r8	r9	r10	r11	r12	r13	r14	r15	r16	r17	r18	r19	r20	Разом
o1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1
o2	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
o3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
o4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
o5	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
o6	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
o7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
o8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
o9	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
o10	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Разом	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1768
																					150

Рис. 4. План призначення (мод. 1)

2. Прийнято рішення призначити на роботу **r20** одразу трьох виконавців, треба визначити, кого саме.

Результат: це особи **o2**, **o4** та **o8**, загальна продуктивність суттєво знизилася (рис. 5).

X	r1	r2	r3	r4	r5	r6	r7	r8	r9	r10	r11	r12	r13	r14	r15	r16	r17	r18	r19	r20	Разом
o1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
o2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
o3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
o4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
o5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
o6	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
o7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
o8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
o9	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
o10	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
Разом	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	3	1623
																					150

Рис. 5. План призначення (мод. 2)

Задача управління проектом

Вузлова модель проекту складається із 13 операцій-вузлів, з'єднаних між собою зв'язками згідно структури проекту. Класична 2-критеріальна задача (*time-cost problem*) характеризується двома суперечливими цільовими функціями — це пошук максимального (критичного) шляху та мінімум витрат ресурсів (коштів). Для цього кожна операція проекту характеризується двома параметрами: тривалістю (time) і вартістю (cost) у нормальній (normal) і прискореній (crash) версіях. У цьому діапазоні відшукуються старти операцій і величини скорочення.

Розв'язком 20 варіантів задачі оптимізації побудовано фронт Парето (рис. 6).

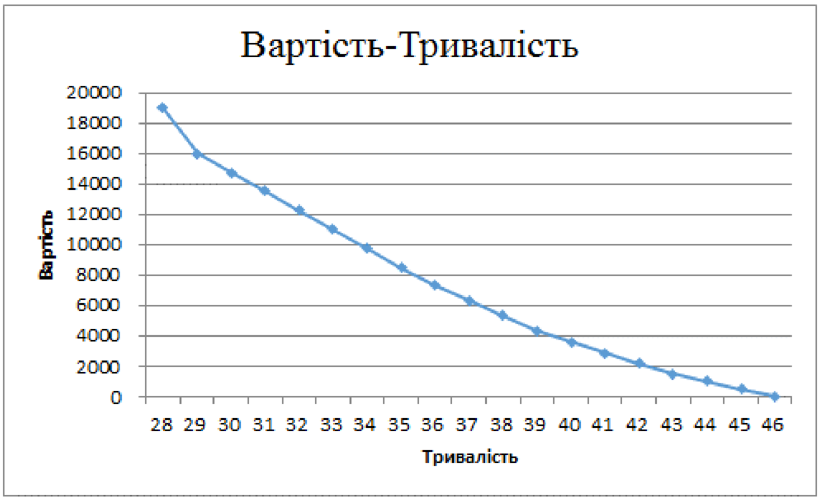

Рис. 6. Фронт Парето «Вартість-Тривалість», де кожна точка цієї лінії визначає компроміс «тривалість – вартість» проекту

ОПР вибором точки з координатами 35; 8500 (рис. 7), отримує відповідний план із визначенням операцій, що належать критичному шляху (рис. 8, 9).

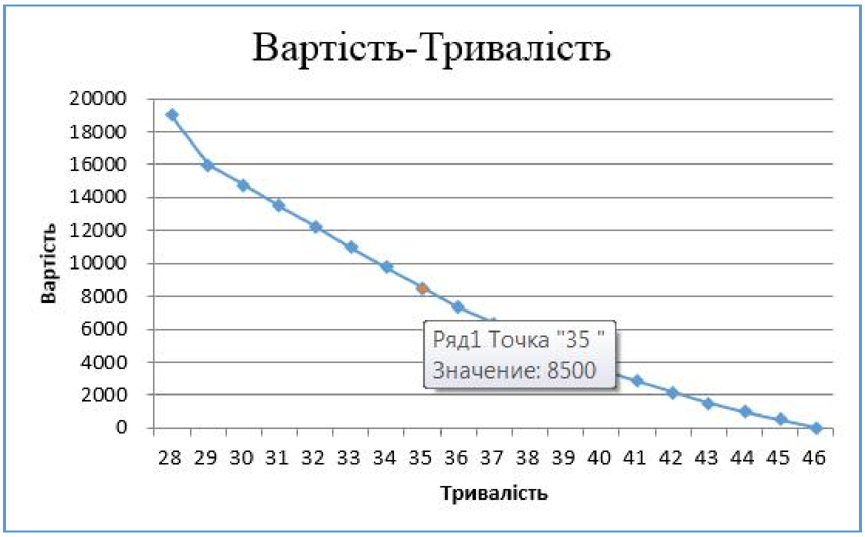

Рис. 7. Фронт Парето, (варіант 35; 8500)

Вузлова модель проекту												
	Тривалість			Вартість			Знайти		Зв'язки		Між стартами	
Операція	Норм.	Приск.	Доп. скор.	Норм.	Приск.	Прив. варт.	Старт	Скор.	Від	До	Реально	Мінімум
A	3	2	1	5 000	6 000	1 000	0	1	A	B	2	2
B	4	3	1	12 000	15 000	3 000	2	0	B	C	16	4
C	3	2	1	3 000	3 500	500	18	0	B	D	4	4
D	10	6	4	20 000	25 000	1 250	6	0	C	H	3	3
E	8	5	3	8 000	10 000	667	16	3	D	E	10	10
F	4	3	1	11 000	12 000	1 000	17	0	D	F	11	10
G	6	4	2	3 500	4 500	500	16	1	D	G	10	10
H	8	5	3	5 000	6 500	500	21	3	E	H	5	5
I	5	3	2	8 000	9 500	750	26	2	F	H	4	4
J	5	2	3	4 000	5 500	500	26	0	G	H	5	5
K	4	2	2	7 000	8 500	750	29	0	H	I	5	5
L	2	1	1	2 000	2 500	500	31	0	H	J	5	5
M	4	2	2	10 000	12000	1 000	33	2	I	K	3	3
									J	L	5	5
							КШ	35	K	M	4	4
							Витрати	8500	L	M	2	2

Рис. 8. Задача *time-cost* ($t = 35$, $c = 8500$)

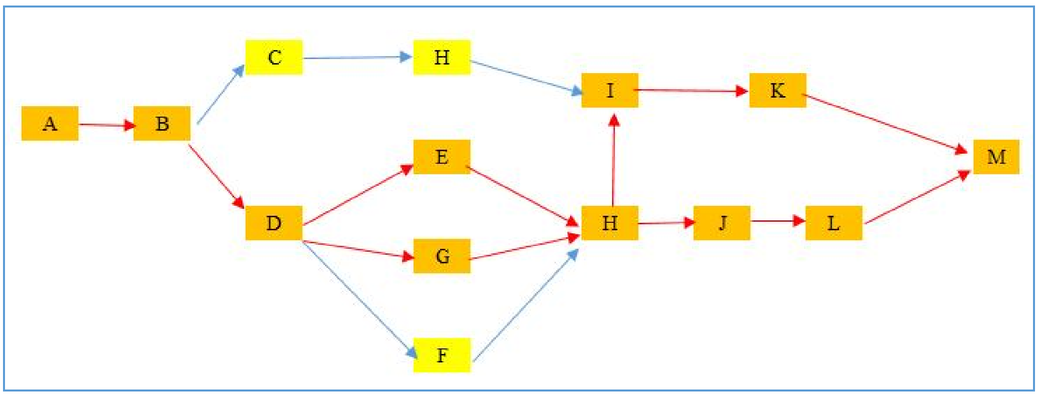

Рис. 9. Зображення плану

Задача про центри (локація-призначення)

На площині задано *m* (*m* = 32) зважених точок (клієнти) з координатами (x_i, y_i) і ваговими коефіцієнтами w_i (рис. 10).

Для обслуговування клієнтів припускається розмістити будь-де до *n* (*n* = 5) серверів, для кожного з яких треба визначити: локацію, координати розташування (*location*) та групу призначених клієнтів (*allocation*), щоби мінімізувати суму усіх відстаней *V* «клієнт-сервер» (перша ціль).

Діє умова (обмеження), за якою клієнт обслуговується лише одним сервером.

Друга ціль — мінімум/максимум суми відстаней між серверами (залежно від властивостей серверів, їхнього взаємного розташування та відношення клієнтів до їхньої близькості).

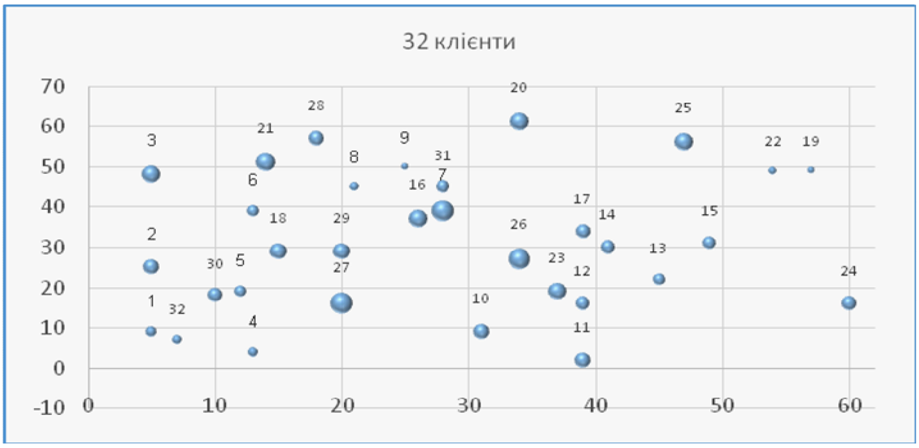

Рис. 10. Розташування клієнтів

Це «важка» щодо обчислень задача дискретного нелінійного програмування, де отриманий розв'язок один із можливих, бо цілком залежить від початкового значення шуканих невідомих, остаточний розв'язок отримують після здійснення кількох спроб.

Позначення та математична модель

i — індекс клієнта, $i = 1, \ldots, 32$;

j — індекс сервера, $j = 1, \ldots, 5$;

$KX = \{kx_i\}$, $KY = \{ky_i\}$, $KW = \{kw_i\}$, $SX = \{sx_j\}$, $SY = \{sy_j\}$ — вектори заданих координат і ваг 32 клієнтів і шуканих координат 5 серверів;

$X = \{x_{ij}\}$ — шукана матриця призначення «клієнт-сервер» розміром 5×32 бінарного типу (дискретність моделі);

$D = \{d_{ij}\}$ — матриця шуканих зважених відстаней «клієнт-сервер» розміром 5×32, обчислюється за декартовою метрикою (нелінійність моделі): $d_{ij} = kw_i \times x_{ij}$, де d_{ij} — декартова відстань від i-го клієнта до j-го сервера.

Задача оптимізації

I. Знайти матрицю $X = \{x_{ij}\}$, вектори $SX = \{sx_j\}$, $SY = \{sy_j\}$, щоб

II. ЦФ $V=\sum_{i=1}^{32} w_i \sum_{j=1}^{5} x_{ij} d_{ij} = \sum_{i=1}^{32} w_i \sum_{j=1}^{5} x_{ij} \sqrt{\left(\left(kx_i - sx_j\right)^2 + \left(ky_i - sy_j\right)^2\right)} \rightarrow \min$

III. За обмежень:

$$\sum_{j=1}^{5} x_{ij} = 1,$$

$$x_{ij} \in \{1/0\},$$

$$x_{ij} \geq 0.$$

Результат показано на рис. 11, 12.

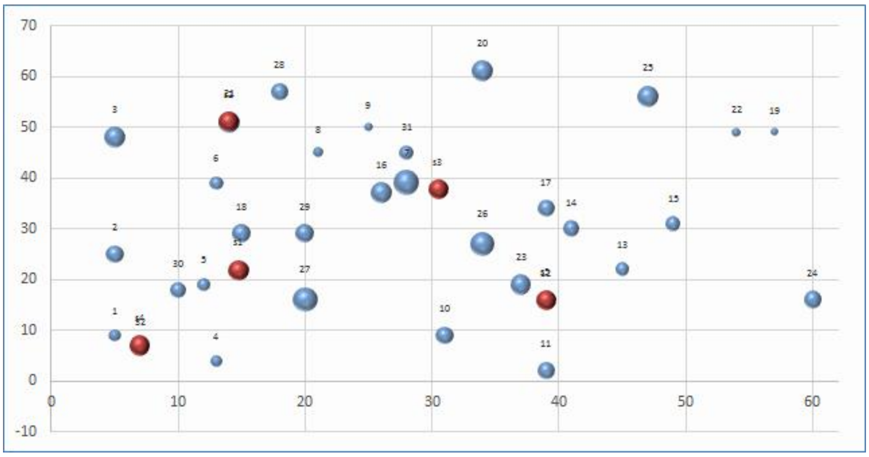

Рис. 11. Розташування серверів і клієнтів

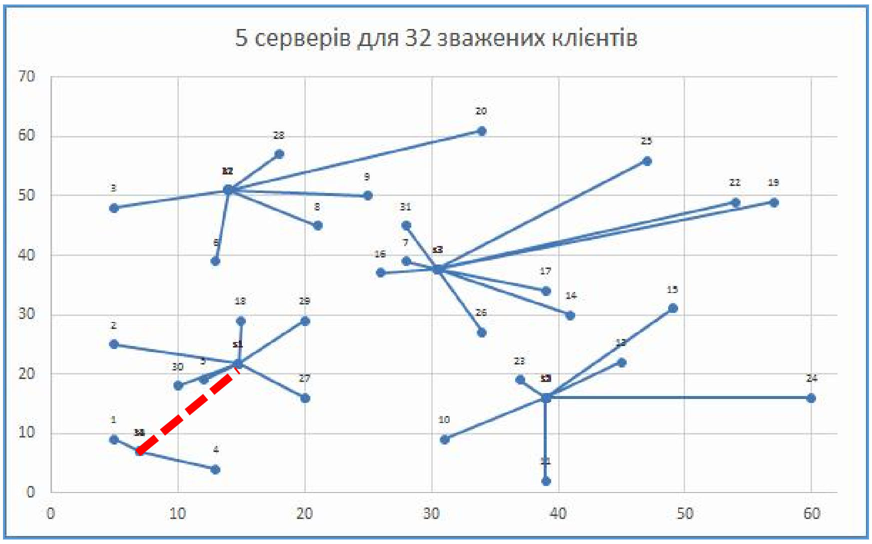

Рис. 12. Призначення клієнтів до серверів

Модифікація моделі

1. Бажано найменшу відстань (17 од.) між серверами s1 та s4 збільшити до 25.

Результат: V = 4754,89 (проти 4652,89) показано на рис. 13.

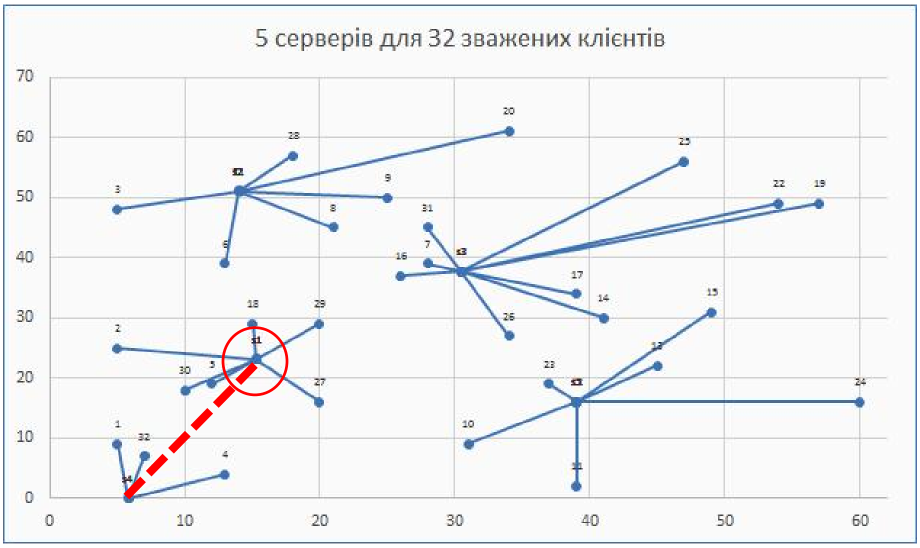

Рис. 13. Призначення клієнтів до серверів (мод. 1)

2. За технічними умовами сервер s1 є спеціальним, його треба розташувати на відстані 50 од. від усіх інших серверів.

Результат (рис. 14): *V* = 6016,18, спеціальний сервер s1 (0; 62) обслуговує ін.-ших клієнтів[1], сервер s2 ліквідовано, його клієнтів обслуговують сервери s4 та s5.

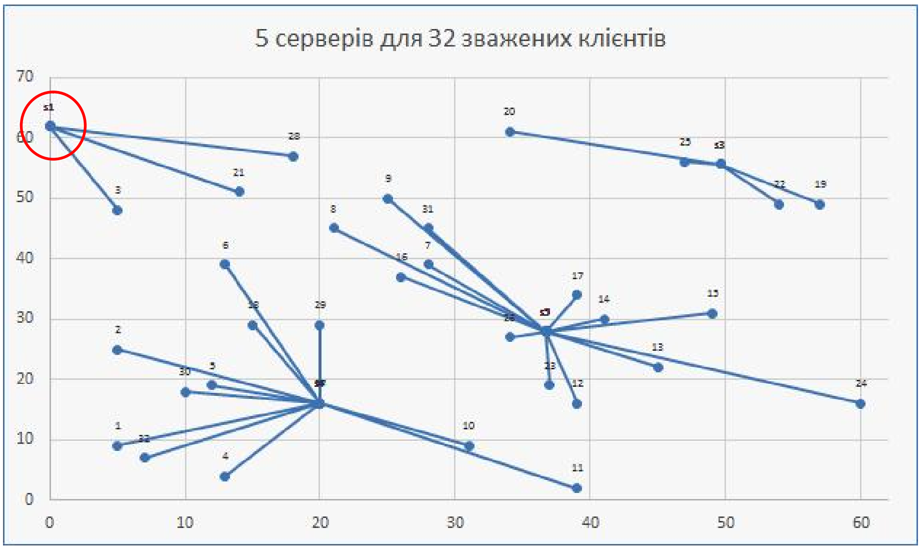

Рис. 14. Призначення клієнтів до серверів (мод. 2)

3. Умови (1) та (2) знято, за умовами експлуатації треба розташувати сервери таким чином, щоб сумарна відстань між ними була менше, ніж 100 од.

[1] додатковими обмеженнями зберігають попереднє призначення із відповідним погіршенням значення ЦФ

Результат (рис. 15): $V = 7570$, $VS = 100$, сервери сконцентрувалися всередині, їх залишилося 3, які обслуговують клієнтів за призначенням: s1 (10 клієнтів), s4 та s5 (по 11 клієнтів).

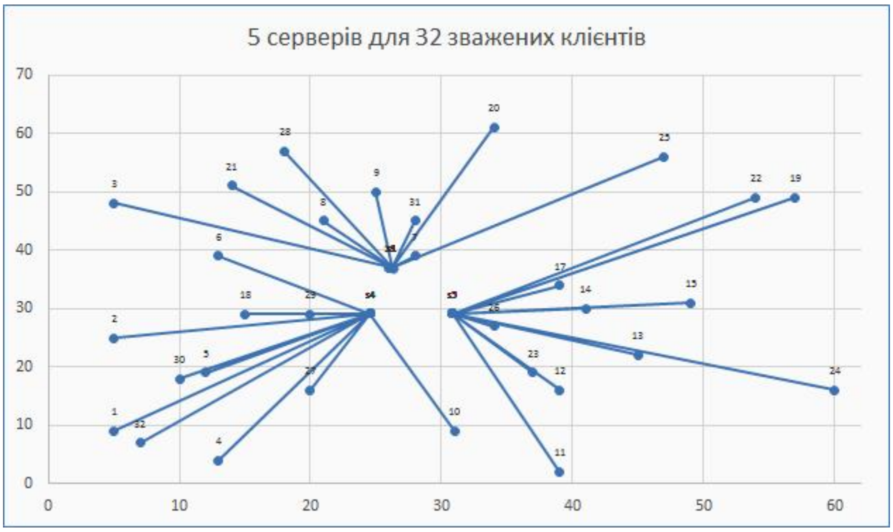

Рис. 15. Призначення клієнтів до серверів (мод. 3)

4. Треба побудувати фронт Парето, де аргументом є сумарна відстань між серверами, що змінюється в діапазоні від 100 до 2000 (з кроком 100, тобто, розв'язанням 20 варіантів задачі оптимізації зі 160 бінарними та 10 дійсними змінними). Результат (рис. 16).

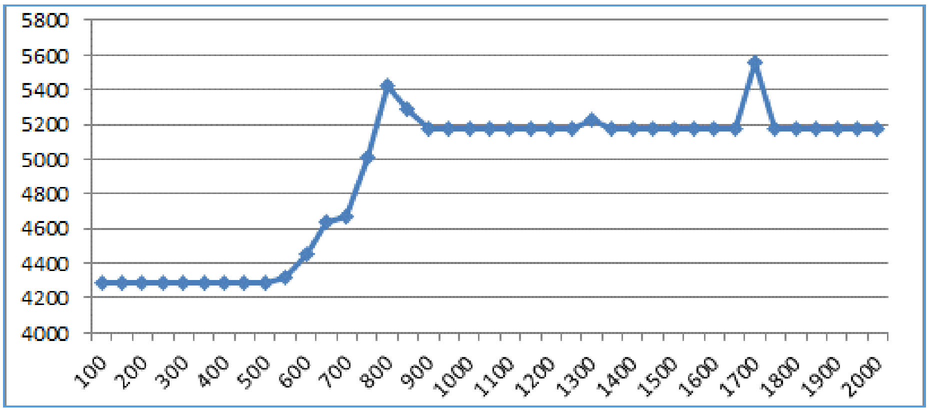

Рис. 16. Призначення клієнтів до серверів (мод. 4)

Задача про оптимальний асортимент продукції

Три види ресурсів (R1, R2, R3) використовуються для виготовлення 4-х видів продукції (П1 … П4), для ресурсів задано: питомі витрати, ціну, пропозиції постачальників; для продуктів задано ціну, попит. Обмеження: обсяг використаних ресурсів не перевищує пропозицію, план не перевищує попит, додатково — цілий тип шуканих невідомих (значень плану). Ціль 1: визначити асортимент виробничої програми, «що і скільки», за яким дохід від реалізації виготовленої продукції (виручка – витрати) буде максимальним. Ціль 2: мінімум витрат на оплату ресурсів.

Модель і результат (рис. 17).

Асортимент продукції									
Ресурси	**П1**	**П2**	**П3**	**П4**	Ціна	Використано	<=	Пропозиція	Залишок
R1	2,2	1,6	3,1	2,9	8,0	398	<=	400	1,9
R2	4,4	2,4	1,1	2,3	0,5	597	<=	600	2,7
R3	6,5	2,3	1,7	2,6	0,75	885	<=	1000	114,7
Виробництво									
Ціна	28,50	12,50	29,25	21,50					
План	126	0	39	0					
Обмеження	<=	<=	<=	<=					
Попит	1000	2000	500	1000					
Виручка									
	3591,00	0	1140,75	0	4731,75				
Витрати за ресурси									
R1	2217,60	0	967,20	0					
R2	277,20	0	21,45	0					
R3	614,25	0	49,73	0	min				
Разом	3109,05	0	1038,38	0	**4147,43**				
					max				
Дохід	481,95	0	102,38	0	**584,33**	ЦФ			

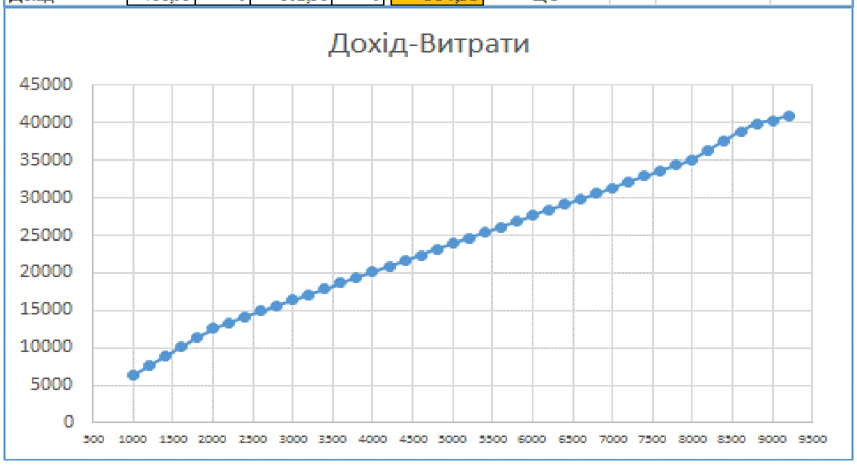

Рис. 17. Таблична модель. Фронт Парето

В управлінській практиці фронт Парето формують для аналізу зв'язку значення ЦФ1 з обчисленими значеннями поточних витрат ресурсів (ЦФ2) чи значеннями шуканого плану (рис. 18).

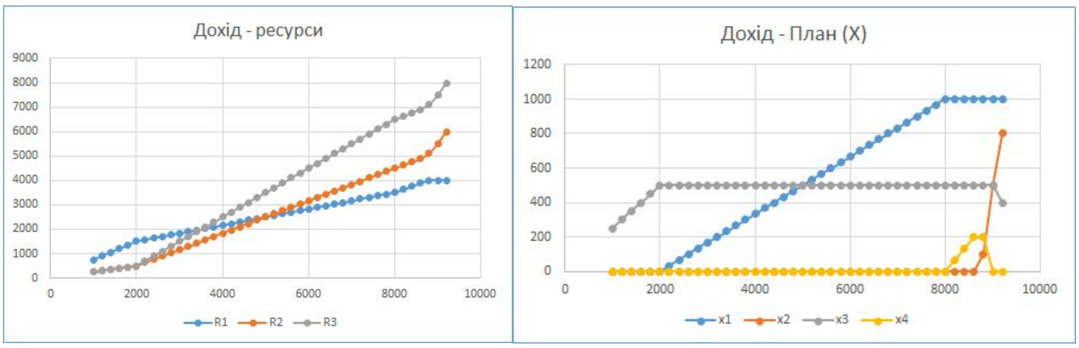

Рис. 18. Графіки залежностей: Дохід-Ресурси, Дохід-План

Аналогічно, фронт робить наочною поведінку цільових функцій чи плану, що залежать від зміни значень початкових даних, зокрема, від зміни ціни ресурсу R1 (C1) у діапазоні 6÷10 од. Видно, що при C1 > 9 од. припиняється випуск продукту П3 (D8), змінюється структура плану. Якщо ж постачальник ресурсу R1 встановить значення ціни C1 = 10, виробництво за незмінною ціновою політикою щодо продукції зупиниться (рис. 19).

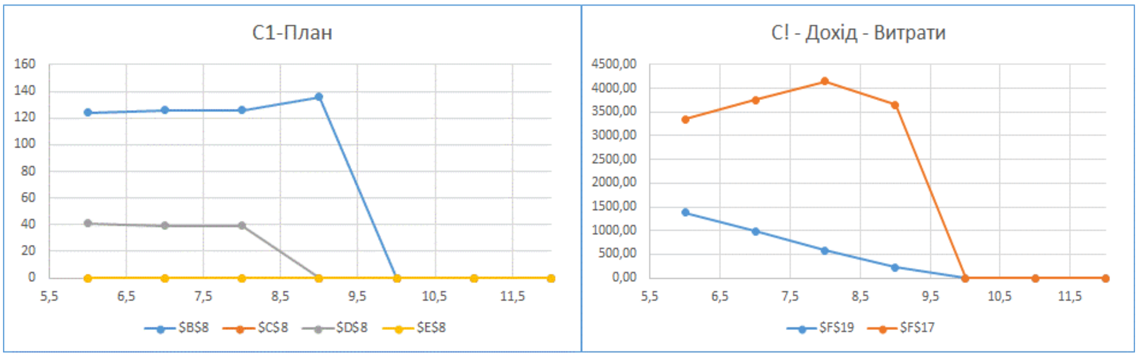

Рис. 19. Графіки залежностей: Ціна1-План, Ціна1-Дохід-Витрати

Транспортна задача

m (*m* = 3) постачальників мають пропозиції постачання продукту (*P*), *n* (*n* = = 4) споживачів мають замовлення (*Z*) на нього. Для кожного маршруту задано: питомі витрати (матриця *C* розміром $m \times n$, км) і тривалість доставки (матриця *T* розміром $m \times n$, год.).

Треба визначити потоки маршрутами «постачальники-споживачі» (матрицю *X* розміром $m \times n$) за двома суперечливими критеріями мінімізації: транспортних витрат (*B*) і тривалості (*T*) щодо задоволення замовлень споживачів.

Результат (рис. 20).

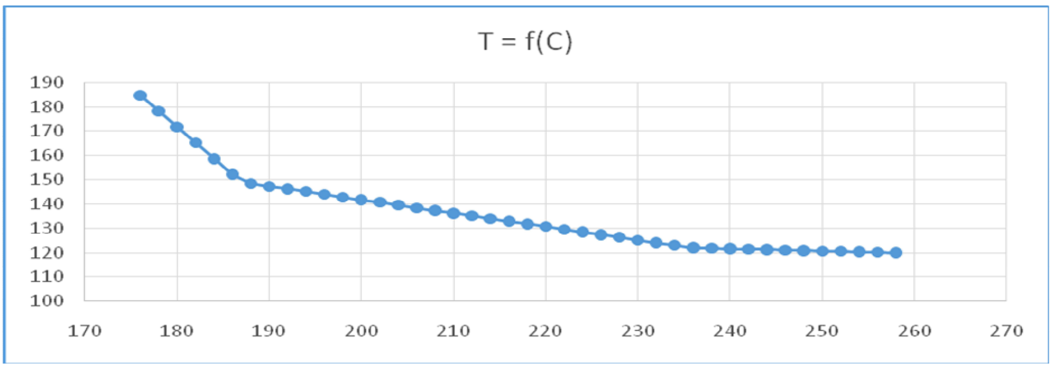

Рис. 20. Фронт Парето «Тривалість-Витрати»

Задача про максимальний потік

Система транспортування потоку — змішана зважена мережа: джерела (1, 2 та 3), стоки (24, 25 та 26) та проміжні вузли (рис. 21) — знаходиться під свідомим впливом[2] зовнішніх несприятливих умов, тож проблемою є зберегти якнайдовше (оптимальною зміною конфігурації і властивостей мережі) максимально можливий потік (ціль 1) в умовах поступового зростання зовнішнього впливу (ціль 2 — покрокове зменшення пропускних здатностей дуг у діапазоні 1÷2780).

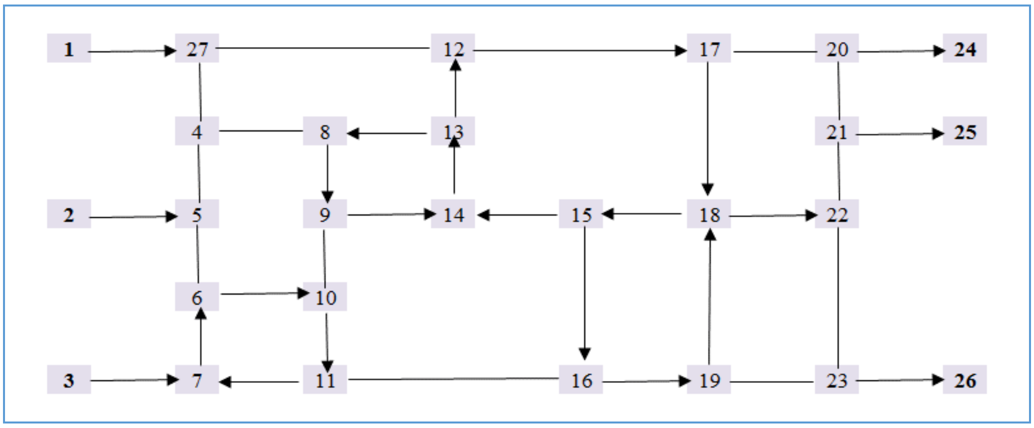

Рис. 21. Схема мережі

Результати на рис. 22–25.

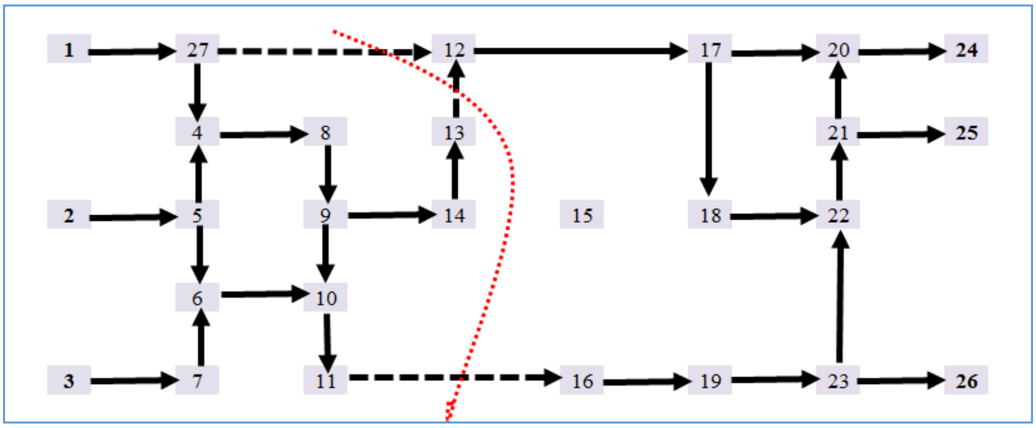

Рис. 22. Максимальний потік і мінімальний перетин величиною 140 од., вплив нульовий

	I2	I3	I4	I6	I8	I9	I10	I12	I13	I14	I16	I19	I25	I29	I32	I33	I34	I36	I42	I44	I48
800	75	60	5	45	25	40	45	45	20	5	0	5	0	0	0	40	40	0	40	50	50
900	75	0	65	40	25	0	50	40	15	0	15	65	0	10	15	65	50	0	50	35	40
1000	50	25	65	0	0	25	90	0	0	0	0	65	40	0	25	65	40	0	40	25	50
1100	50	25	65	0	0	25	90	0	0	0	0	65	40	0	25	65	40	0	40	25	50
1200	50	25	65	0	0	25	90	0	0	0	0	65	40	0	25	65	40	0	40	25	50
1300	50	25	65	25	0	0	65	25	25	0	0	65	15	10	0	50	50	0	50	50	40
1400	50	25	65	0	0	25	90	0	0	0	0	65	40	0	0	40	40	0	40	50	50
1500	50	25	65	0	0	25	90	0	0	0	0	65	40	10	0	50	50	0	50	50	40
1600	50	25	65	0	0	25	90	0	0	0	0	65	40	0	15	65	50	10	40	35	40

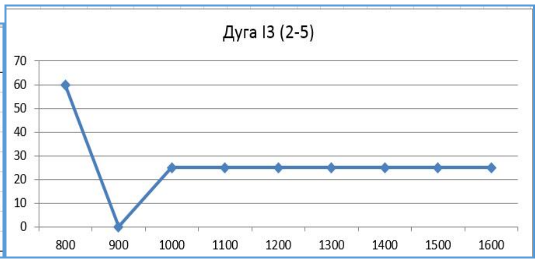

Рис. 23. Зміна значень дугових потоків з-за впливами в діапазоні 800÷1600

[2] за генеральним планом діюча мережа буде замінена новою і якнайдовше має залишатися «живучою», зберігаючи свою функціональність

Завдяки гнучкій реконфігурації потоків мережею максимальний потік на рівні 140 од. вдалося зберегти в діапазоні впливів 1÷1650, після чого поступово йде процес спадання аж до повного припинення потоку.

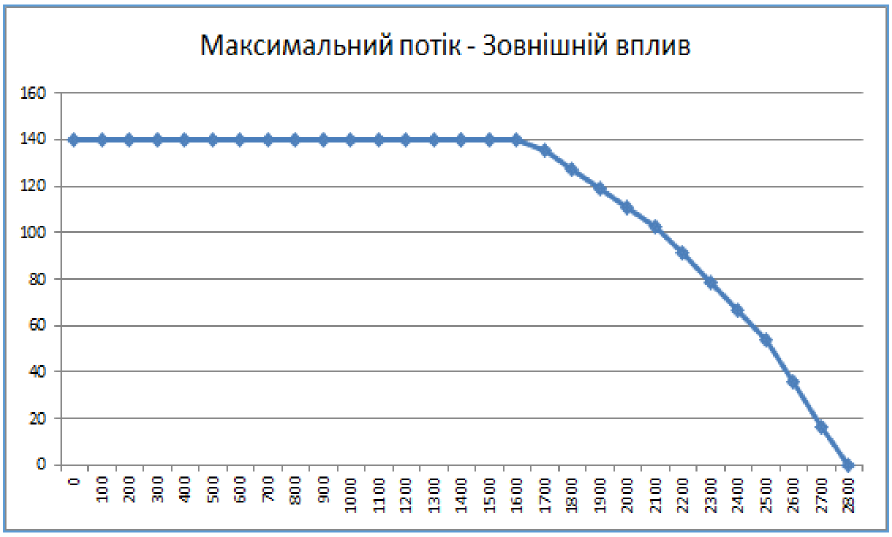

Рис. 24. Фронт Парето

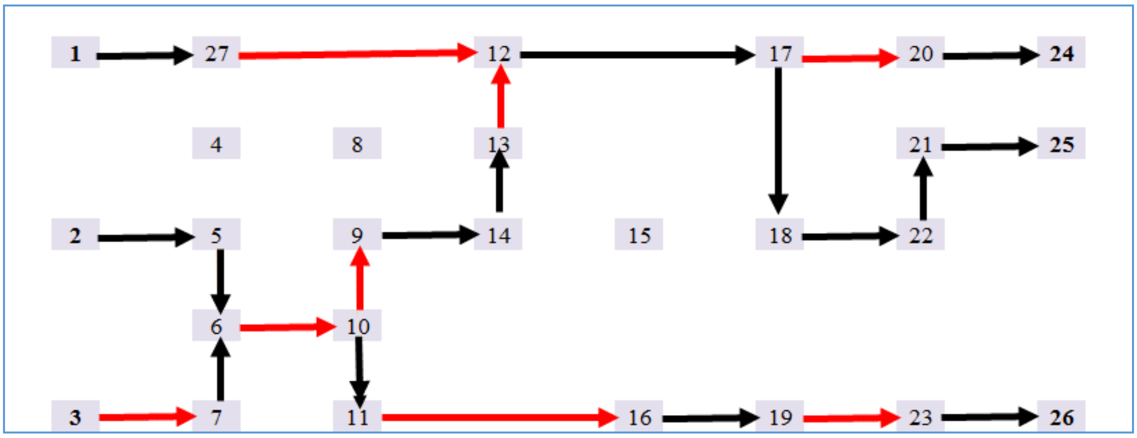

Рис. 25. Останній розподіл потоків зі збереженням максимального потоку ($F = 140$): виділено критичні (насичені) дуги

Завершальний потік: $1 \rightarrow 27 \rightarrow 12 \rightarrow 17 \rightarrow 20 \rightarrow 24$.

Висновок

Крива компромісу (фронт Парето) — результат багатокрокової реалізації оптимізаційної моделі і аналізу чутливості — якісний і наочний засіб аналізу та прийняття зважених управлінських рішень.

1. Rosen K. Discrete Mathematics and Its Applications. 8ht ed. McGraw Ed., 2019. 1118 p.

2. Кузьмичов А.І. Модельне оцінювання та аналіз вразливості взаємозалежних інфраструктур. *Реєстрація, зберігання і обробка даних*. Матеріали щорічної підсумкової наукової конференції: збірник/за ред. В.В. Петрова. Київ: ІПРІ НАН України. 2019. С. 69–71.

3. Ragsdale C. Spreadsheet Modeling and Decision Analysis: Practical Introduction to Business Analytics. 8ht ed. Cengage Learn., 2018. 869 p.

4. Albright C., Winston W. Business Analytics: Data Analysis and Decision Making. 6th ed. Cengage Learn., 2017. 1145 p.

5. Evans G. Multiple Criteria Decision Analysis for Industrial Engineering. Methodology and Applications. CRC Press, 2017. 468 p.

6. Кузьмичов А.І. Оптимізаційне моделювання в MS Excel: Практикум. Київ: ІПРІ НАНУ, 2017. 433 c. URL: www.twirpx.com/file/2407566

7. Кузьмичов А.І., Додонов Є.О. Оптимізаційні моделі реконфігурації мережевих структур. *Реєстрація, зберігання і оброб. даних*. 2017. Т. 19. № 2. С. 24–35. DOI: 10.35681/1560-9189.2017.19.2.126529.

8. Додонов О.Г., Кузьмичов А.І. Оптимізаційне електронно-табличне моделювання багатоцільових системних задач. *Реєстрація, зберігання і оброб. даних*. 2016. Т. 18. № 3. С. 12–19. DOI: 10.35681/1560-9189.2016.18.3.101217.

Надійшла до редакції 25.11.2019