

**Т. Ю. Ключова, І. В. Горбов, О. В. Пригун**  
Інститут проблем реєстрації інформації НАН України  
вул. М. Шпака, 2, 03113 Київ, Україна

## **Вплив аберацій та ефектів розфокусування лазерного проектора на ефективність зменшення спеклових шумів**

*Досліджено вплив аберацій та ефекту розфокусування на ефективність зменшення спеклових шумів у системі лазерного проектора, що містить рухомий дифракційний оптичний елемент (ДОЕ). Ефекти аберації і розфокусування в механізмах зниження спеклових шумів у лазерних проекційних дисплеях вивчалися з використанням наближення Френеля та моделі тонких лінз. Аналіз показав, що аберації не повинні впливати на контраст спеклів, а зміщення екрану відносно площини зображення (розфокусування) призводить лише до ремасштабування автокореляційної функції скануючого променя, що еквівалентно перефокусуванню об'єктива на нове положення екрану. Показано, що контраст спеклів у параксильній області екрану практично нечутливий до аберації, однак контраст спеклів у периферійних областях змінюється скачкоподібно, якщо аберації змінюють кількість дифракційних порядків, які освітлюють область.*

**Ключові слова:** лазерний проектор, сканування, спекли, аберації, розфокусування, дифракційні елементи.

### **Вступ**

Лазери мають високу оптичну ефективність і випромінюють світлові пучки високої якості, що дозволяє створювати ефективні, енергетично-економні та компактні оптичні проектори та системи освітлення [1]. Однак використання лазерних джерел у проекційних системах створює спекл-шум у зображенні на екрані. Це явище може значно знизити якість зображення, створюючи грануляцію інтенсивності зображення в людському оці (суб'єктивний спекл). Тому зменшення спеклових шумів є актуальною проблемою при проектуванні лазерних проекторів.

Для вимірювання величини спотворень зображення спеклами використовують контраст спеклів, який обраховується за формулою

$$C = \sigma / \bar{I}, \quad (1)$$

де  $\bar{I}$  це середня інтенсивність світла в створеному зображенні і стандартне відхилення інтенсивності (для однорідного освітленого екрану). Контраст спеклів є відношенням інтенсивності спеклового шуму до інтенсивності утвореного зображення і тому показує ступінь спотворення зображення спеклами.

Оскільки початковий рівень спкелових шумів може бути різним залежно від модового спектра лазерного випромінювання і від оптичних параметрів оптичної системи проектора і екрану, ефективність того чи іншого методу зменшення спеклів не можна оцінювати за отриманим контрастом спкелів у результаті застосування методу. Тому ефективність зменшення спеклів краще вимірювати за допомогою коефіцієнта зменшення спеклів, який обчислюється за формулою

$$k = C_0 / C, \quad (2)$$

де  $C_0$  та  $C$  є контрасти спеклів до і після застосування методу зменшення спеклів.

Оскільки реальна оптична система має аберації, і завжди існує певний зсув площини зображення відносно екрану (дефокусування), важливо знати як вплинуть аберації та дефокусування на зниження рівня спеклових шумів. Статистика суб'єктивних спкел-шумів добре відома для статичних лазерних променів [2]. Так, у роботі [3] було досліджено статистику спеклового поля, створеного рухомим пучком когерентного світла. Однак всі аналізи в цій роботі були виконані для використання в сканерах штрих-коду, а ефекти аберації і розфокусування скануючого пучка не розглядалися. В роботі [4] досліджували вплив оптичних аберацій на лазерні спекли в проекційній системі. В цьому дослідженні розглядалися частково розвинені спекли та система візуалізації, що має аберації, наприклад, об'єктив фотоапарата або кришталік людського ока. Однак ні оптична проекційна система, яка передає промінь на екран, ні його аберації не були досліджені. Темою даного дослідження є залежність ефективності пригнічення спеклів від аберацій проектора. Проблема може бути зведена до проблеми спотворення декореляційної функції поля лазерного пучка на екрані абераціями оптичної системи проектора. Автокореляційна функція світла, що пройшло через рухомий ДОЕ, також повинна бути вузькою відносно роздільної здатності ока на екрані, щоб отримати велику ефективність пригнічення спеклових шумів. Проте, об'єктив проектора повинен збирати більшу частину світла, що дифрагувало на ДОЕ для того, щоби мати високу оптичну ефективність. Таким чином, ширина ДОЕ-елемента повинна бути не меншою за роздільну здатність ока і, отже, властивості світла проектора (його автокореляційна функція) не впливає зі статистики повно розвинених спеклів.

### **Вплив аберацій і ефектів розфокусування об'єктива на ефективність зменшення спеклових шумів у 1D лазерних проекторах**

На рис. 1 представлена оптична схема «дисплей – око людини» лазерного 1D-проектора. В 1D лазерному проекторі освітлювальна система освітлює лінійку оптичних модуляторів, що створюють однопиксельний стовпчик зображення. Об'єктив проектує створене зображення на екран. Промінь сканується вздовж екрану в напрямку  $X$  за допомогою скануючого дзеркала, в результаті чого на ек-

рані в часі розгортається 2D-зображення. Зображення знаходиться в площині  $x'''$ , а екран — у площині  $x$ , які зсунуті одна відносно іншої на відстань  $h$ . Розсіяне на екрані світло потрапляє в око, що розташоване на відстані  $a$  від екрану, і створює в ньому зображення зі спеклами.

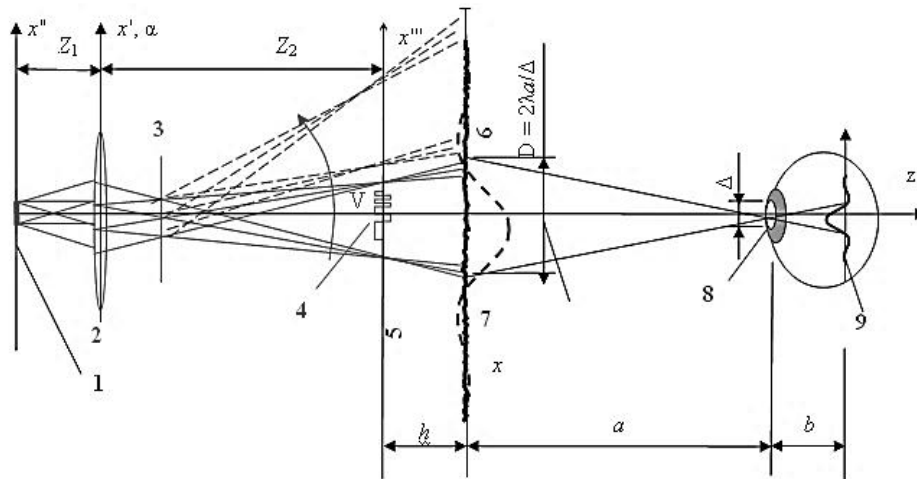


Рис. 1. Оптична схема руху променя та розміщення оптичних елементів і глядача для скануючого лазерного проектора (1D-лінійка пікселів розміщена перпендикулярно до площини зображення):

- 1 — площина проміжного зображення (площина ДООЕ);
- 2 — об'єктив;
- 3 — дзеркало для сканування екрану;
- 4 — розподіл поля в площині зображення  $E_S(x_2)$ ;
- 5 — площина зображення;
- 6 — екран;
- 7 — інтервал роздільної здатності ока;
- 8 — кришталік;
- 9 — сітківка

Можна показати, використовуючи простір просторових частот, що поперечна автокореляційна функція когерентного променя, що поширюється у вільному просторі (в нашому випадку промінь за проекційної лінзою), не змінюється з відстанню поширення пучка і не залежить від фази просторових компонентів Фур'є поля. Для позиціонування екрану в точно сфокусованій площині зображення рух променя в 1D проекційному дисплеї може бути представлений як лінійне трансляційне зміщення вздовж екрану [5], і тому властивості спеклів на екрані для цього випадку не повинні залежати від аберацій лінзи. Контраст спеклів у цьому випадку повинен бути розрахований через числову апертуру лінзи об'єктива  $NA = \sin(\theta_1)$  (де  $\theta_1$  — кут збіжності вихідного пучка). Однак у разі розфокусування лазерного проектора, переміщення пучка по екрану не може бути представлено як простий лінійний поступальний рух лазерної плями вздовж екрану, це складна комбінація зсуву і обертання. Тому контраст спеклів не може бути розрахований тільки через автокореляційну функцію падаючого на екран променя. Його слід обчислювати через більш складну кореляційну залежність [6]. Тому питання про залежності спеклів від розфокусування і аберацій (в разі розфокусування) є нетривіальним для 1D лазерного проектора, що використовує вібруюче дзеркало в площині Фур'є для розсіювання пучка вздовж екрану.

Контраст спеклів у 1D лазерному проекторі можна записати як [5]

$$C = \frac{\sqrt{\langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2}}{\langle I \rangle} = \sqrt{\frac{\iint |A(x_1, x_2)|^2 \operatorname{Sinc}^2 \left[ \frac{2\pi}{D} x_1 \right] \operatorname{Sinc}^2 \left[ \frac{2\pi}{D} x_2 \right] dx_1 dx_2}{\left[ \int A(x_1, x_1) \operatorname{Sinc}^2 \left[ \frac{2\pi}{D} x_1 \right] dx_1 \right]^2}}. \quad (3)$$

З рівняння (3) видно, що контраст спеклів залежить тільки від модуля нормованої автокореляційної функції  $A(x_1, x_2)$  поля лазерного пучка світла, і тому для обрахунку контрасту спеклів нам достатньо знати тільки модуль нормованої автокореляційної функції. Оскільки для обчислення контрасту спеклів достатньо знати тільки нормовану автокореляційну функцію (3), то надалі в розрахунках постійні множники при виведенні формули для автокореляційної функції не будуть обчислюватись, а будуть позначатись як константи  $K$  з нижнім індексом (наприклад  $K_1, K_2, \dots$ ) [6].

Для отримання аналітичного виразу для контрасту спеклів зробимо обмеження на величину аберацій оптичної системи, а саме, що аберації є відносно малими і такими, що впливають тільки на фазу а не амплітуду поля у задній головній площині об'єктива проєктора. Тобто їхній вплив на фазовий фронт променя можна врахувати за допомогою формули

$$E_A(x') = E_I(x') \exp\{i\Phi(x')\}, \quad (4)$$

де  $E_A(x')$ ,  $E_I(x')$  — розподіл полів у задній головній площині об'єктива з і без аберації, відповідно;  $\Phi(x')$  задає фазовий зсув фронту, обумовлений аберациями об'єктива. Тут було використано наближенням тонкої лінзи і теорію дифракції Френеля (з урахуванням дефокусування і аберацій) для обчислення розповсюдження світла в оптичній системі «проєктор-око». Застосувавши цей підхід, можна записати поле на екрані для нерухомого пучка світла як

$$E_S(x) = K_1 K_2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E_0(x'') \exp[i\Phi(x')] \exp\left[ i \frac{k}{2} \left( \frac{x'^2}{F} - \frac{(x'' - x')^2}{Z_1} - \frac{(x' - x)^2}{Z_2 + h} \right) \right] dx'' dx', \quad (5)$$

$$\text{де } K_1 = \frac{\exp(-ikZ_1)}{\sqrt{\lambda Z_1}}, \quad K_2 = \frac{\exp(-ik(Z_2 + h))}{\sqrt{\lambda(Z_2 + h)}}.$$

Оскільки об'єкт і зображення знаходяться на відстанях  $Z_1, Z_2$  відповідно, то вони пов'язані рівністю (наближення тонкої лінзи):

$$1/Z_1 + 1/Z_2 = 1/F, \quad (6)$$

де  $F$  — фокусна відстань об'єктива. Врахувавши (6), квадратичний член в експоненті (5) можна переписати наступним чином:

$$\frac{x'^2}{F} - \frac{(x'' - x')^2}{Z_1} - \frac{(x' - x)^2}{Z_2 + h} = \frac{hx'^2}{(Z_2 + h)Z_2} + 2x' \left( \frac{x''}{Z_1} + \frac{x}{Z_2 + h} \right) - \frac{x''^2}{Z_1} - \frac{x^2}{Z_2 + h}. \quad (7)$$

Тепер, використавши (7), формулу (5) можна переписати як

$$E_S(x) = \frac{K_1}{\sqrt{\lambda(Z_2+h)}} \exp\left\{-ik\left[Z_2+h+\frac{x^2}{2(Z_2+h)}\right]\right\} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E_0(x'') \exp[i\Phi(x')] \times$$

$$\times \exp\left\{i\frac{k}{2}\left[\frac{hx'^2}{(Z_2+h)Z_2} + 2x'\left(\frac{x''}{Z_1} + \frac{x}{Z_2+h}\right) - \frac{x''^2}{Z_1}\right]\right\} dx'dx'' \quad (8)$$

Рівняння (8) є виразом для розподілу поля нерухомого лазерного пучка світла, коли сканування зупинене. Для застосування формули для розрахунку автокореляційної функції для нашого випадку треба до формули ввести переміщення пучка світла уздовж екрану. Переміщення пучка світла відбувається за рахунок періодичної зміни кута дзеркала, від якого відбивається пучок світла, в рамках необхідного кутового діапазону і за лінійної залежності кута сканування від часу. Для подальших розрахунків представимо, що лазерний пучок є нерухомим у системі координат  $X, Z$ , а екран представлено в рухомій системі координат  $X_S, Z_S$ , яка обертається. Для того, щоб визначити розподіл інтенсивності електромагнітного поля на екрані, що обертається, треба виразити координату  $x$  нерухомої системи через координату  $x_S$  екрану з урахуванням величини дефокусування  $hs$ . Позначимо  $\beta$  — кутом нахилу пучка світла (осі пучка світла) до нормалі поверхні екрану), і  $L$  — відстань від дзеркала до екрану.

Кут сканування  $\beta$  є періодичною функцією часу, у випадку одного сканування:

$$\beta(t) = \Omega t, \quad (9)$$

де  $\Omega$  — швидкість переміщення пучка світла вздовж екрану. Після всіх перетворень ми можемо переписати рівняння (8) наступним чином:

$$E_S(x_S, t) = K_1 K_2 \exp\left\{-ik\frac{x_S^2}{2L}\right\} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E_0(x'') \exp[i\Phi(x')] \times$$

$$\times \exp\left\{i\frac{k}{2}\left[\frac{hx'^2}{LZ_2} + 2x'\left(\frac{x''}{Z_1} + \frac{x_S - L\Omega t}{L}\right) - \frac{x''^2}{Z_1}\right]\right\} dx'dx'' \quad (10)$$

Тепер можна отримати автокореляційну формулу для пучка світла:

$$A(x_1, x_2) = \int_0^T E_S(x_1, t) E_S^*(x_2, t) dt =$$

$$= K_1 K_1^* K_2 K_2^* \exp\left\{-ik\frac{x_1^2 - x_2^2}{2L}\right\} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E_0(x_1'') E_0^*(x_2'') \exp\{i[\Phi(x_1'') - \Phi(x_2'')]\} \times$$

$$\times \exp\left\{ik\left[\frac{h(x_1'^2 - x_2'^2)}{2LZ_2} + \frac{x_1'x_1'' - x_2'x_2''}{Z_1} + \frac{x_1'x_1 - x_2'x_2}{L} - \frac{x_1''^2 - x_2''^2}{2Z_1}\right]\right\} \times$$

$$\times \exp\{-ik\Omega(x_1' - x_2')t\} dx_1'dx_2'dx_1''dx_2''dt \quad (11)$$

Виконавши інтегрування за часом (з використанням властивості  $\delta$ -функції Дірака) з наступним інтегруванням по  $x_2'$  в (11) автокореляційну функцію можна записати як

$$A(x_1, x_2) = 2\pi \frac{|K_1 K_2|^2}{k\Omega} \exp\left\{-ik \frac{x_1^2 - x_2^2}{2L}\right\} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E_0(x_1'') E_0^*(x_2'') \times \exp\left\{ik \left[ x_1' \left( \frac{x_1'' - x_2''}{Z_1} + \frac{x_1 - x_2}{L} \right) - \frac{x_1''^2 - x_2''^2}{2Z_1} \right]\right\} dx_1' dx_1'' dx_2'' \quad (12)$$

У рівнянні (12) зник абераційний фазовий множник  $\exp\{i\Phi(x')\}$ , а це означає, що автокореляційна функція не залежить від аберацій оптичної системи, і тому аберації об'єктива не мають впливу на величину контрасту спеклів. Після інтегрування по  $x_1'$  з використанням властивості  $\delta$ -функції Дірака рівняння (12), буде отримано таке співвідношення:

$$A(x_1, x_2) = 4\pi^2 Z_1 \frac{|K_1 K_2|^2}{k^2 \Omega} \exp\left\{i \frac{k}{2L} \left[ \frac{(x_1 - x_2)^2}{M} - x_1^2 + x_2^2 \right]\right\} \times \int_{-\infty}^{\infty} E_0(x_1'') E_0^* \left[ x_1'' + \frac{x_1 - x_2}{M} \right] \exp\left\{i \frac{k}{Z_1} \left( \frac{x_1 - x_2}{M} \right) x_1''\right\} dx_1'', \quad (13)$$

де  $M = L/Z_1 = (Z_2 + h)/Z_1$  — збільшення дефокусованої оптичної системи. Модуль автокореляційної функції оптичної системи з дефокусуванням і аберациями можна записати як

$$|A(x_1, x_2)| = |A_0((x_1 - x_2)/\mu)|, \quad (14)$$

де  $|A_0(x_1, x_2)|$  — модуль автокореляційної функції для безабераційної оптичної системи проектора і для випадку, коли екран розташований точно в площині зображення ( $h = 0$ ):

$$|A_0(x_1, x_2)| = K \left| \int_{-\infty}^{\infty} E_0(x) E_0^* \left[ x + \frac{x_1 - x_2}{M_0} \right] \exp\left\{i \frac{k}{Z_1} \left( \frac{x_1 - x_2}{M_0} \right) x\right\} dx \right|, \quad (15)$$

де  $M_0 = Z_2/Z_1$  — коефіцієнт збільшення для системи з екраном в площині зображення;  $\mu = (Z_2 + h)/Z_2$  — коефіцієнт дефокусування;  $K = 1/(\Omega L)$  — константа. Рівняння (14) і (15) є функціями різниці координат  $x_1 - x_2$  на екрані, а отже рівняння контрасту спеклів для безабераційної системи без дефокусування

$$C = \sqrt{\frac{\iint |A(x_3 - x_4)|^2 \operatorname{Sinc}^2\left[\frac{2\pi}{D}x_3\right] \operatorname{Sinc}^2\left[\frac{2\pi}{D}x_4\right] dx_3 dx_4}{A^2(0) \left[\int \operatorname{Sinc}^2\left[\frac{2\pi}{D}x\right] dx\right]^2}} \quad (16)$$

може бути також застосоване і для випадку абераційної системи з урахуванням перенормування аргумента автокореляційної функції. З рівняння (14) випливає, що зміщення екрану на відстань  $h$  від площини зображення призводить тільки до перенормування аргумента автокореляційної функції. Перенормування в даному випадку призводить до такого ж результату, як і перефокусування об'єктива на нову позицію екрану, тобто модуль автокореляційної функції не залежить від дефокусування об'єктива. Зі сказаного вище випливає, що контраст спеклів не залежить від наявності дефокусування і є функцією числової апертури  $NA_{OUT} = \sin(\theta_{OUT})$  лінзи, де  $\theta_{OUT}$  — половина кута, під яким видно об'єктів з площини екрану (рис. 2).

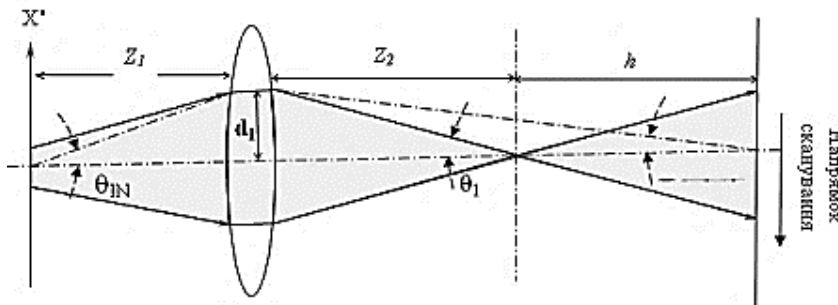


Рис. 2. Оптична схема з променем і числова апертура:  
 $NA_{in} = \sin\theta_{in} \approx d_1 / Z_1$ ;  $NA_{out} = \sin\theta_{out} \approx d_1 / (Z_2 + h)$  [6]

При застосуванні дифракційного елемента на основі коду Баркера для зниження контрасту спеклів автокореляційна функція буде вузькою, з різким центральним піком. У той же час  $Q(x)$  є функцією з широким центральним максимумом, яка слабо змінюється в області центрального піку автокореляційної функції. Для цього випадку залежність контрасту спеклів  $C$  від зміщення екрану з площини екрану можна знайти за допомогою співвідношення

$$C = C_0 \sqrt{\mu} = C_0 \sqrt{(Z_2 + h) / Z_2}, \quad (17)$$

де

$$C_0 = \sqrt{\frac{4}{|A_0(0)|^2} \int_{-\infty}^{\infty} |A_0(Dx)|^2 Q(x) dx} \quad (18)$$

— це контраст спеклів для випадку незміщеного екрану, при цьому зміщення  $h$  є додатною (від'ємною) величиною при віддаленні (наближенні) екрану до проектора. Тому контраст спеклів буде плавно змінюватися при зміщенні екрану з пло-

щини зображення та не буде змінюватися при перефокусуванні зображення лінзою і при одночасно фіксованому розташуванні екрану, проектора і глядача.

### Вплив аберацій та ефектів розфокусування об'єктива проектора на ефективність зменшення спеклових шумів у системі лазерного проектора з одночасним відтворенням 2D зображення, що містить рухомий ДОЕ

Для випадку проекторів, що створюють зображення відразу на всій поверхні екрані без сканування лазерного пучка вздовж екрану, а зображення створюється 2D оптичним модулятором, який може мати поперечні розміри, що приблизно рівні діаметру об'єктива, не можна застосовувати підхід, який був розглянутий вище. Окрім цього, в попередніх розрахунках було зроблено припущення, що об'єктив має нескінчену апертуру, що є неприйнятним у випадку лазерного проектора з одночасним відтворенням 2D-зображення.

Вплив аберацій і розфокусування оптичних систем на ефективність зниження спеклових шумів аналізується нижче для двох різних розташувань ДОЕ усередині оптичних систем проектора (рис. 3).

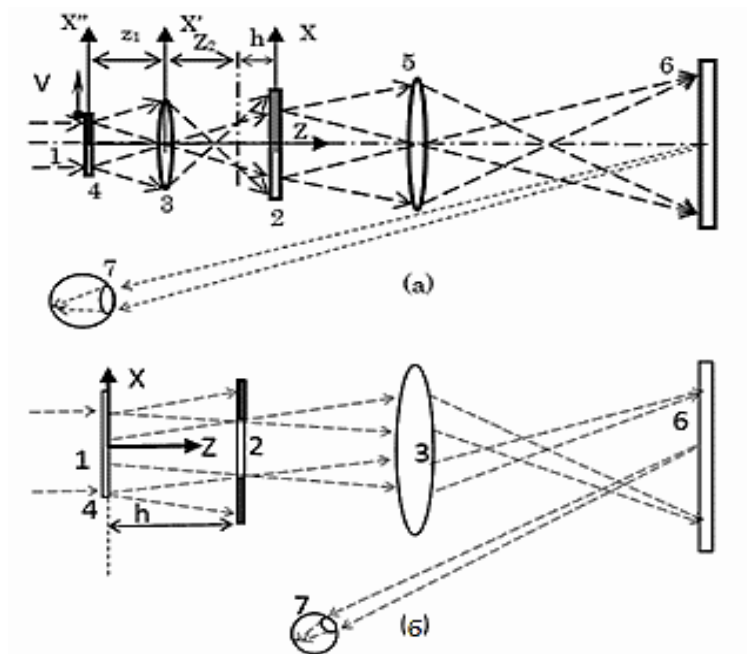


Рис. 3. Дві оптичні схеми з рухомим ДОЕ: 1 — колімований лазерний пучок; 2 — оптичний модулятор; 3 — перша лінза; 4 — ДОЕ; 5 — друга лінза; 6 — екран; 7 — око [8]

В оптичній схемі на рис. 3,а оптичний модулятор 2 розташований в площині зображення ДОЕ 4 першої лінзи 3. Образ, створений за допомогою оптичного модулятора (безспеклове зображення), проектується на екран 6 другою лінзою 5. Об'єктив оптичної системи, що створює зображення 7 (око людини або фотоапарат) збирає світло, розсіяне на екрані, та створює образ екрану, промодульований



спеклами, що виникають на екрані. Для реалізації цієї схеми важливо теоретично проаналізувати чутливість рівня спеклів у системі створення зображення до аберацій у першій лінзі і до зміщення оптичного модулятора відносно площини зображення ДОЕ [8].

Зміщення ДОЕ зменшує просторову когерентність лазерного випромінювання і, отже, зменшує рівень спеклових шумів. Оскільки ми зацікавлені виключно тільки величиною спеклових шумів, то нижче робиться припущення, що всі пікселі оптичного модулятора включені, і ми маємо рівномірно засвітлене поле. Також робиться припущення, що при нерухомому ДОЕ спостерігач на екрані буде бачити повно розвинену структуру спеклів (це припущення зроблено тільки для виявлення саме ефекту руху ДОЕ на ефективність пригнічення спеклів). Залежність рівня спеклів від аберацій в освітлювальній частині проектора (ДОЕ знаходиться всередині освітлювальної частини) досліджується нижче. Аналогічні результати можуть бути отримані і для об'єктива проектора і, отже, отримані нижче результати справедливі для всієї оптичної системи проектора. Отримані результати також дійсні для ДОЕ, розташованої у будь-якій площині проектора, спряженій до площини екрану.

Було показано [9, 10], що за певних умов автокореляційна функція колімованого лазерного пучка, що пройшов через 2D ДОЕ на основі коду Баркера, може бути спрощена до добутку двох вузьких 1D автокореляційних функцій, кожна з яких залежить від однієї координати. Такими умовами є: за інтервал часу, який дорівнює часовій роздільності ока, ДОЕ переміщуються на один період ДОЕ-структури (і на  $N$  періодів), в ортогональному напрямку (де  $N$  — довжина коду,  $M$  являє собою будь-яке позитивне ціле число) числова апертура об'єктива повинна бути достатньо великою, щоб зібрати практично все світло пучка, що продифрагував на ДОЕ (кут розбіжності дифрагованого променя повинен бути менше, ніж вхідна числова апертура лінзи системи освітлення).

Ці дві 1D автокореляційні функції є автокореляційними функціями 1D Баркер-коду [9] (рис. 4). 3D-функції точкового джерела світла об'єктива з прямокутною апертурою є добутком двох функцій точкового джерела об'єктива з квадратною апертурою. Для досить великої апертури, що дозволяє сфокусувати практично всі просторові частоти пучка світла, що продифрагував на ДОЕ, кругла і прямокутна лінзи мають однакові властивості. При виконанні згаданих умов і з високою точністю задачу 3D можна звести до 2D-задачі, що дозволяє спростити аналіз структури 3D до аналізу 2D-структури з 1D ДОЕ на основі коду Баркера. Цей підхід застосовується нижче, щоб уникнути громіздких обчислень, необхідних для аналізу структури 3D.

Контраст суб'єктивних спеклів у зображенні екрана може бути розраховано за формулою [5] (для 2D-моделі)

$$C = 2 \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} |A_0(Du) / A_0(0)|^2 Q(u) du}, \quad (19)$$

де  $Q(u) = \int_{-\infty}^{\infty} \sin^2(2\pi v) \sin^2(2\pi(v+u)) dv = [1 - \sin^2(4\pi u)]/8\pi^2 u^2$ ;  $D$  — роздільна здатність ока на екрані,  $D = \lambda/NA_{2in}$ ,  $NA_{2in}$  є вхідною числовою апертурою ока людини на екрані;  $A(x)$  — автокореляційна функція поля лазерного пучка на екрані, отримана при усередненні за часовим інтервалом, який дорівнює часовій роздільній здатності ока  $t_0$ :

$$A(x - x_s) = \langle E(x, t) E^*(x_s, t) \rangle = \int_{t=0}^{t_0} E(x, t) E^*(x_s, t) dt, \quad (20)$$

де  $u = (x - x_s)/D$ ,  $x$  та  $x_s$  — дві точки в площині екрану. З рівняння (19) випливає, що аналіз впливу аберацій на спекли може бути зведене до аналізу їхнього впливу на модуль автокореляційної функції (МАФ) на екрані. Подібне рівняння отримано для 3D-геометрії. Було зроблено припущення, що лінза об'єктива проектора не має аберацій і тільки лінза 3 (рис. 3,б) має аберації. У цьому випадку задача зводиться до аналізу спотворення МАФ в площині оптичного модулятора абераціями лінзи 3.

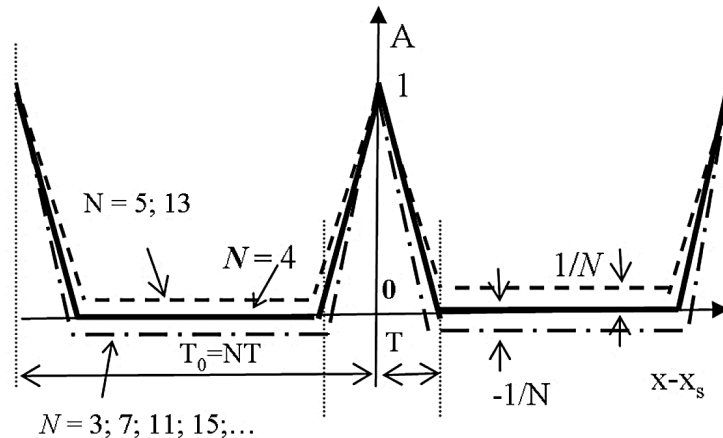


Рис. 4. Автокореляційна функція лазерного пучка з плоским фронтом, після того як він пройшов через періодичну структуру 1D ДОЕ на основі коду Баркера або  $M$ -послідовності (неперервний зсув на один період ДОЕ-структури)

На рис. 3,а показано оптичну схему, в якій зображення ДОЕ проектується на оптичний модулятор. Передбачається, що площина зображення ДОЕ не точно співпадає з площиною оптичного модулятора, а саме зображення знаходиться на відстані  $Z_2$  від лінзи 3, у той час як оптичний модулятор 4 додатково зсунутий на відстань  $h$  (розфокусування зображення).

На рис. 5 показано розташування дифракційних порядків в оптичній системі оптичного модулятора. Припускається, що за інтервал часу, який дорівнює часовій роздільній здатності людського ока, ДОЕ зміщується на один період, що призводить до повної декореляції усіх дифракційних порядків. Сіра зона на рис. 5 показує зону, освітлену усіма дифракційними порядками, що передаються оптичною системою проектора. Ширина просторового спектра світла в сірій зоні може бути оцінена за формулою

$$kN_1 \cdot \Delta / (Z_2 + h - F) = kN_1 \cdot \Delta \cdot F / ((Z_2 + h - F)F) = kN_1 \cdot \Delta \cdot Z_1 / (F \cdot (Z_2 + h)). \quad (21)$$

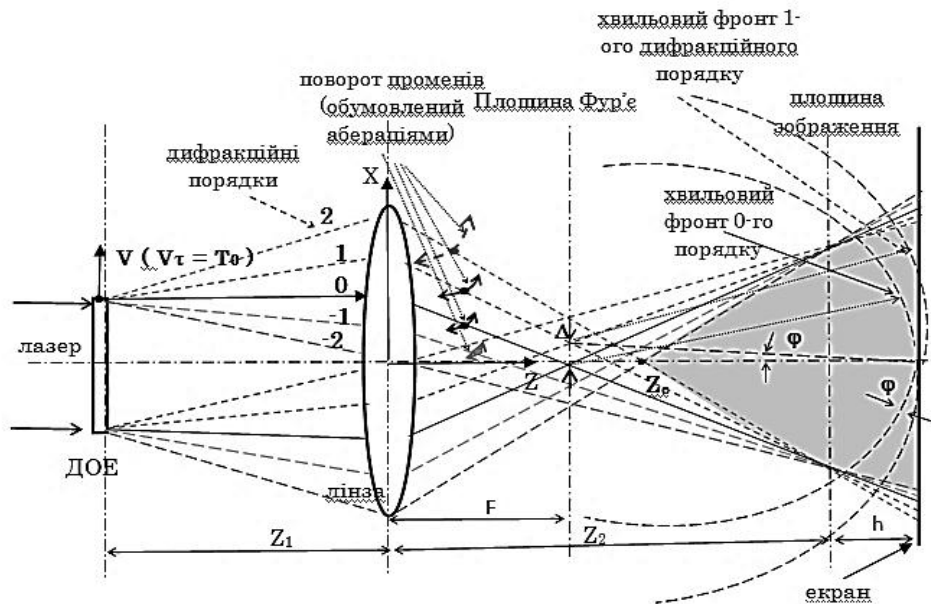


Рис. 5. Оптична схема розповсюдження лазерного променя від ДОО до площини зображення [8]

Ширина автокореляційної функції світла обернено пропорційна до ширини спектру просторових частот світлового пучка, а ширина функції залежить тільки від відстані до екрану і не залежить від відстані ДОО до площини зображення [8].

Поza сірою зоною на периферії пучка і в області  $z < Z_c$  екран освітлюється не всіма дифракційними порядками. Для області малого збільшення ( $z < Z_c$ ) число дифракційних порядків, що освітлюють область, швидко зменшується зі зменшенням відстані до об'єктива. У зв'язку зі зменшенням числа дифракційних порядків контраст спеклів буде збільшуватися разом зі зменшенням інтенсивності світла.

Невеликі аберації змінюють тільки фазу хвильового фронту дифракційних порядків і тому не змінюють кількість дифракційних порядків, які освітлюють дану область екрану, а, отже, не змінюють контраст спеклів. Але більші аберації визивають поворот напрямку поширення променів, що пройшли через об'єктив (на рис. 5 обертання показано подвійними стрілками на променях дифракційних порядків). Кут повороту променів є більшим для периферійних променів (променів вищих дифракційних порядків). Залежно від знаку коефіцієнта аберації напрямок обертання може бути направлений до або від оптичної осі. Обертання дифракційних порядків призводить до нерівномірної зміни кутів між ними (тільки розфокусування призводить до рівномірної зміни кутів між сусідніми дифракційними порядками). Цей ефект матиме вплив на ефективність зменшення спеклового шуму тільки тоді, коли відстані між дифракційними порядками зменшаться до величини меншої за декореляційний кут. Тому в осьовій області екрану тільки великі аберації матимуть деякий вплив на ефективність зменшення спеклів. Однак на периферії лазерного пучка число дифракційних порядків може бути змінено абераціями внаслідок обертання дифракційних порядків від оптичної осі. Тому

великі аберації у цій області повинні викликати скачкоподібне збільшення спеклового шуму з одночасним зниженням інтенсивності світла. Скачки будуть більш помітними для малих значень  $N$  [8].

Оптична схема, в якій рухомий ДОЕ знаходиться на відстані  $h$  перед оптичним модулятором показана на рис. 3,б. Світло, що продифрагувало на ДОЕ, освітлює оптичний модулятор. Припускається, що апертура ДОЕ є більшою ніж апертура оптичного модулятора і тому освітлюється практично всіма просторовими частотами дифрагованого лазерного променя. Також передбачається, що ДОЕ зміщується на один період ДОЕ  $T_0$  протягом інтервалу часу  $t_0$ , який дорівнює часовій роздільній здатності ока людини. З рівняння (19) випливає, що зменшення контрасту спеклів залежить тільки від модуля автокореляційної функції лазерного пучка. Таким чином, проблема спрощується до проблеми залежності модуля автокореляційної функції від відстані між ДОЕ та оптичним модулятором.

Припустимо, що ДОЕ освітлений колімованим однорідним лазерним пучком. Спектр просторових частот у площині зразу за ДОЕ може бути записано у вигляді

$$\begin{aligned} FE(\alpha, t, z = 0) &= \int_{-\infty}^{\infty} E_0 H(x - Vt) \exp(i\alpha x) dx = \\ &= E_0 \exp(i\alpha Vt) \int_{-\infty}^{\infty} H(u) \exp(-i\alpha u) du, \end{aligned} \quad (22)$$

де  $E_0$  — амплітуда поля лазерного променя перед ДОЕ;  $H(x)$  є модуляційною функцією ДОЕ;  $V$  — швидкість зміщення ДОЕ;  $\alpha$  — просторова частота.

Автокореляційна функція в площині ДОЕ (для лазерного пучка, що пройшов через ДОЕ) може бути записана наступним чином:

$$\begin{aligned} A(0, x, x_1) &= \int_0^{t_0} E(x, 0, t) E^*(x_1, 0, t) dt = |E_0|^2 \int_0^{t_0} H(x - vt) H^*(x_1 - vt) dt = \\ &= |E_0|^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} T_0 \operatorname{sinc}(\pi(n - m)) FH(2\pi n / T_0) \exp(-i2\pi n x / T_0) FH^*(2\pi m / T_0) \exp(i2\pi m x_1 / T_0) = \\ &= |E_0|^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} T_0 \delta_{nm} FH(2\pi n / T_0) \exp(-i2\pi n x / T_0) FH^*(2\pi m / T_0) \exp(i2\pi m x_1 / T_0) = \\ &= |E_0|^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} T_0 |FH(2\pi n / T_0)|^2 \exp(i2\pi n (x_1 - x) / T_0) = A(x - x_1), \end{aligned} \quad (23)$$

де враховано наступну формулу:  $\operatorname{sinc}(\pi(n - m)) = \delta_{nm}$ . Аналогічно, автокореляційна формула в площині оптичного модулятора може бути записана як

$$\begin{aligned} A(z = h, x, x_1) &= \int_0^T E(x, h, t) E^*(x_1, h, t) dt = \\ &= |E_0|^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} T_0 \operatorname{sinc}(\pi(n - m)) \exp(i(\gamma_m - \gamma_n)h) FH(2\pi n / T_0) \exp(-i2\pi n x / T_0) FH^*(2\pi m / T_0) \exp(i2\pi m x_1 / T_0) = \\ &= |E_0|^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} T_0 |FH(2\pi n / T_0)|^2 \exp(i2\pi n (x_1 - x) / T_0) = A(0, x - x_1), \end{aligned} \quad (24)$$

де  $\gamma_n = (k^2 - (2\pi/T_0)^2)^{0.5}$ . Отже, для коректного зміщення ДОЕ (повне усереднення за зміщенням на один період ДОЕ), автокореляційна функція лазерного пучка, що пройшов через ДОЕ, не залежить від відстані між ДОЕ та оптичним модулятором. Проте залишається не з'ясованим, наскільки чутлива ця оптична схема до неточностей у зміщенні ДОЕ.

Очевидно, що при некоректному зміщенні ДОЕ автокореляційна функція буде залежати від відстані між ДОЕ і оптичним модулятором внаслідок ефекту Талбота. Проте можна допустити, що коли зображення одного періоду ДОЕ на екрані менше за роздільну здатність ока, ефект Талбота не буде сприйматися оком внаслідок усереднення зображення по одному періоду ДОЕ і, отже, контраст спеклів не повинен залежати від відстані між ДОЕ та оптичним модулятором і в цьому випадку [8].

У рівнянні (24) автокореляційна функція представлена у вигляді ряду Фур'є з реальними додатними коефіцієнтами і, отже, ширина його піка є обернено пропорційна до ширини спектра просторових частот  $\Delta k_{\perp}$  лазерного освітлення  $w: 2\pi/\Delta k_{\perp}$ . Для ряду Фур'є ширина спектра визначається найменшим і найбільшим номерами з ненульових членів ряду Фур'є (взятих за певним рівнем від максимального значення) та може бути обрахована за формулою  $k_{\perp} \approx 2\pi(n_{\max} - n_{\min})/T_0 \approx 2\pi/T$ .

## **Висновки**

Аналіз показав, що у випадку 1D сканувального лазерного проектора, ефективність зменшення спеклових шумів не залежить від аберацій і дефокусування об'єктива. Зміщення екрану відносно площини зображень (розфокусування) просто забезпечує коефіцієнт масштабування для автокореляційних функцій, що призводить до зміни ширини автокореляційної функції, що відповідає зміні відстані від об'єктива до екрана.

Теоретичний аналіз методу показав, що зменшення спеклових шумів, який базується на використанні рухомого ДОЕ всередині оптичної системи, в площині, спряженій до площини екрану, фактично не має чутливості до аберацій (зміна контрасту спеклів не перевищує декількох відсотків і обумовлена нерівномірною зміною відстані між дифракційними порядками), поки аберації не змінюють кількості дифракційних порядків, які освітлюють екран. Контраст спеклів на периферії світлової плями змінюється скачкоподібно, коли аберації змінюють кількість освітлювальних дифракційних порядків. Разом зі зміною контрасту спеклів різко змінюється інтенсивність освітлення з невеликими коливаннями, що також пояснюється зміною кількості освітлювальних дифракційних порядків.

В оптичній схемі з ДОЕ, розташованим безпосередньо перед оптичним модулятором, контраст спеклів є нечутливим до відстані між оптичним модулятором і ДОЕ, поки оптичний модулятор освітлюється всіма дифракційними порядками, що виникли при дифракції світла на ДОЕ.

1. Coldren L., Corzine S., and Mashanovitch M. Diode Lasers and Photonic Integrated Circuits, Second ed. John Wiley and Sons, 2012.

2. Joseph W. Goodman. *Speckle Phenomena in Optics. Theory and application*. Roberts and Company Publishers, 2006.
3. Marom E., Kresic-Juric S., and Bergstein L. Analysis of speckle in bar-code scanning systems. *J. Opt. Soc. Am. A*. 2001. **18**. P. 888–901.
4. Murphy P.K., Allebach J.P., and Gallagher N.C. Effect of optical aberrations on laser speckle. *J. Opt. Soc. Am. A*. February 1986. Vol. 3. No. 2. P. 215–222.
5. Yurlov V., Lapchuk A., Yun S-K., Song J-H., and Yang H-S. Speckle suppression in scanning laser display. *Appl. Opt.* 2008. **47**. P. 179–187.
6. V. Yurlov, A. Lapchuk, S.-K. Yun, J.-H. Song, I. Yeo, H. Yang, and S.-D. An, Speckle suppression in scanning laser displays: aberration and defocusing of the projection system, *Appl. Opt.* 2009. **48**. P. 80–90.
7. Freedden Willi, Gerhards Christian. *Geomathematically Oriented Potential Theory*. Boca Raton: Taylor & Francis, 2012. 468 p.
8. Lapchuk A., Yurlov V., Pashkevich G.A., Prygun A., Kryuchyn A.A., & Shylo S. Impact of aberrations on speckle suppression efficiency on moving a DOE inside the optical system. *Displays*. 2016. **43**. P. 1–8.
9. Lapchuk A., Kryuchyn A., Petrov V., Yurlov V., and Klymenko V. Full speckle suppression in laser projectors using two Barker code-type optical diffractive elements. *J. Opt. Soc. Am. A*. 2013. **30**(1). P. 22–31.
10. Lapchuk A., Kryuchyn A., Petrov V., and Klymenko V. Optimal speckle suppression in laser projectors using a single two-dimensional Barker code diffractive optical element. *J. Opt. Soc. Am. A*. 2013. **30**(2). P. 227–232.

Надійшла до редакції 03.08.2020