УДК 519.86

ПРО ВПЛИВ НА РІВНОВАГУ В ЕКОНОМІЧНІЙ СИСТЕМІ НЕЛІНІЙНОЇ ЗАЛЕЖНОСТІ СТРУКТУРИ СПОЖИВАННЯ ТОВАРІВ ВІД ЦІНИ

А.П. МАХОРТ

Досліджено умови рівноваги відкритої економічної системи за наявності монополістів. Принципи економічної рівноваги вибираються у Вальрасовому сенсі. Модель враховує наявність виробництва в економічній системі. Всі споживачі в економічній системі вважаються ненасичуваними. Враховано, що формування споживчого набору товарів суб'єктами економічної системи залежить від ціни на них. Запропоновано алгоритм знаходження станів рівноваги економічної системи. З'ясовано вплив залежності структури споживання від ціни на характеристики стану рівноваги. Досліджено, як уникнути негативного впливу монополістів на ефективність функціонування економічної системи. Визначено оптимальний з позиції задоволення споживчих потреб стан рівноваги. Отримано вирази для оцінки рівнів оподаткування монополістів. Встановлено зв'язок між вибором стратегії оподаткування та реалізацією конкретного стану рівноваги економічної системи.

ВСТУП

Дослідження впливу різних чинників на функціонування економічних систем належить до важливих проблем математичного моделювання. Еволюція економічних систем полягає у переходах між різними станами рівноваги. Ці переходи не є однозначно впорядкованими, тому для широкого класу задач [1, 2] є сенс розглядати лише стани рівноваги економічних систем, зокрема у випадку рівноваги Вальрасового типу. Функціонування економічної системи у такому розгляді розбивається на певну послідовність часових періодів, один із яких і досліджується.

Істотно впливають на стан економічної системи вибір стратегії оподаткування її суб'єктів та монопольні явища. Ціни на товари в економічній системі є однією з характеристик стану рівноваги. Монополісти можуть безпосередньо впливати на рівень цін в економічній системі, а отже, і на її можливі стани рівноваги. Вибір стратегії оподаткування є елементом керування економічної системи і забезпечує реалізацію конкретного стану рівноваги [3, 4]. Вагомий вплив на рівновагу можуть також спричиняти і такі чинники, як вплив ціни товару на прийняття рішення суб'єктами економічної системи щодо обсягу споживання того, чи іншого товару. Потреба у деяких товарах може змінюватись, іноді істотно, зі зміною їх ціни. Отже, важливо з'ясувати як впливатиме на рівновагу те, що вибір споживчого набору товарів суб'єктами економічної системи має певну функціональну залежність від цін на товари з цього набору. Слід врахувати також, що внаслідок дії всіх цих різних чинників, з усіх станів рівноваги деякі можуть бути неприйнятними з точки зору ефективності функціонування і економічної системи загалом та окремих її суб'єктів.

Мета роботи — визначення стану рівноваги економічної системи, перебування в якому буде прийнятним для всіх її суб'єктів та у з'ясуванні впливу на досягнення цього стану рівноваги зазначених вище чинників. Прибуток, зароблений суб'єктами економічної системи в результаті їх діяльності, має забезпечувати споживання запланованого набору товарів у межах не нижче визначеного рівня.

ОБ'ЄКТ ДОСЛІДЖЕННЯ

Вважатимемо, що досліджувана економічна система відкрита до зовнішнього оточення і складається з l споживачів. З усіх споживачів лише n є водночас і виробниками товарів. Серед виробників наявні $n-t$ монополістів. Кожен суб'єкт економічної системи є ненасичуваним споживачем, тобто витрачає весь свій можливий прибуток на придбання нових товарів.

Споживання товарів суб'єктами економічної системи задають елементи матриці попиту або невиробничого споживання $C=\left\| c_{kj} f_k^0(p) \right\|_{k=1,j=1}^{n,l}$. Матричний елемент $c_{kj} f_k^0(p)$ описує кількість k-го товару, що бажає спожити j-й споживач, якщо ціни на товари в економічній системі визначені компонентами вектора $p=\{p_i\}_{i=1}^n$. Вважатимемо, що $\{f_k^0(p)\}_{k=1}^n$ — деякі задані функції від вектора цін p. Відповідно до економічних уявлень, вони мають бути не зростаючими по кожній компоненті вектора p, тому що збільшення ціни не робить товар більш привабливим для споживача. Зокрема, для опису можна вибрати монотонно спадаючі по кожній компоненті вектора p функції $\{f_k^0(p)\}_{k=1}^n$, за умови, що функції $\{f_k^0(p) p_k\}_{k=1}^n$ будуть монотонно зростаючими за компонентами вектора p.

Визначивши таким чином структуру споживання в економічній системі, чистий прибуток споживача можна записати у вигляді

$$\widetilde{D}_j(p) = y_j \sum_{s=1}^{n} c_{sj} f_s^0(p) p_s, \quad j=\overline{1,l}. \tag{1}$$

У цьому виразі величина $y=\{y_i\}_{i=1}^l$ є вектором ступенів задоволення потреб споживачів, якщо p — рівноважний вектор цін. Компоненти вектора y характеризують співвідношення між заробленим прибутком відповідного суб'єкта економічної системи і вартістю бажаного ним до споживання набору товарів. Усі споживачі ненасичувані, тому компоненти цього вектора мають знаходитись в інтервалі $(0,1]$.

Джерелом прибутку споживачів є власна виробнича діяльність для виробників (кількість яких є n), або зовнішнє фінансування (для решти $l-n$ суто споживачів). Зовнішнім фінансуванням вважатимемо кошти, що надходять із бюджету, який формується за рахунок оподаткування виробників. Структуру виробництва товарів задамо, ввівши технологічну матрицю, що враховує наявність постійних витрат $\left\| a_{kj} + b_{kj} / x_j \right\|_{k,j=1}^{n}$. Елементи цієї матриці описують витрати виробництва на одиницю випуску товару у натуральних показниках кожного виробника, якщо $x = \{x_i\}_{i=1}^n$ — вектор обсягів випуску товарів в економічній системі. Оподаткований прибуток виробників тоді можна записати у вигляді

$$\widetilde{D}_j(p) = \pi_j x_j \left(p_j - \sum_{k=1}^n a_{kj} p_k \right) - \pi_j \sum_{k=1}^n b_{kj} p_k, \quad j = \overline{1,n}, \tag{2}$$

де $\pi = \{\pi_i\}_{i=1}^n$ — вектор оподаткування.

Рівновага в економічній системі передбачає, що попит не має перевищувати пропозиції. Пропозицію створюють виробники товарів. Ґрунтуючись на технологіях виробництва товарів та взаємодії економічної системи зі своїм зовнішнім оточенням, пропозицію Ψ_k на k-й товар у відкритій економічній системі подамо виразом

$$\Psi_k = x_k - \sum_{i=1}^n a_{ki} x_i - \sum_{i=1}^n b_{ki} - e_k + i_k, \quad k = \overline{1,n}, \tag{3}$$

де $\{e_i\}_{i=1}^n$ — вектор експорту; $\{i_i\}_{i=1}^n$ — вектор імпорту. З іншого боку всі суб'єкти економічної системи — споживачі товарів. Вони формують попит на k-й товар Φ_k в економічній системі. Зокрема попит окремого i-го споживача будується за його чистим прибутком $\widetilde{D}_i(p)$ та вектором попиту $\Lambda_i = \{\Lambda_{ik}\}_{k=1}^n$, тобто

$$\Phi_k = \frac{1}{p_k} \sum_{i=1}^l \Lambda_{ik}(p) \widetilde{D}_i(p), \quad k = \overline{1,n}. \tag{4}$$

Вектор попиту кожного споживача визначає співвідношення між вартістю одного вибраного товару з його споживчого набору та вартістю всього цього набору товарів. Тому, відповідно до економічного сенсу елементів матриці C, компоненти векторів попиту матимуть вигляд

$$\Lambda_{ik}(p) = \frac{c_{ki} f_k^0(p) p_k}{\sum_{s=1}^n c_{si} f_s^0(p) p_s}, \quad i = \overline{1,l}, \quad k = \overline{1,n}.$$

ОСНОВНІ РІВНЯННЯ МОДЕЛІ

Задані характеристики економічної системи визначають її початковий стан. Початковий стан не є станом рівноваги, він лише задає потенційні можливості еволюції економічної системи. Початковий стан описують матриці $\|c_{kj}\|_{k=1,j=1}^{n,\ l}$, $\|a_{kj}\|_{k,j=1}^n$, $\|b_{kj}\|_{k,j=1}^n$. Крім того, до цих характеристик додамо вектор оподаткування $(\pi_1^0, \ldots, \pi_t^0)$, вектор монопольних цін $(p_{t+1}^0, \ldots, p_n^0)$ та вектор обсягів випуску товарів немонополістами $(x_1^0, \ldots, x_t^0)$. Зробимо кілька зауважень щодо цих величин. Вектор π задає стратегію оподаткування в економічній системі. Частину його компонент задано, а ті, які описують монополістів, вважатимемо невідомими. Таке модельне припущення цілком адекватне реальності, тому що податкова стратегія має бути відомою суб'єктам економічної системи заздалегідь, разом із тим, економічна практика допускає додаткові податкові стягнення (наприклад, штрафи) з монополістів. Важливою складовою функціонування кожного суб'єкта економічної системи, особливо виробника, є прогнозування його майбутнього прибутку. Передбачення рівня прибутку здійснюється на основі орієнтовних значень економічних величин, але щоб досягти певного бажаного рівня прибутку виробник має обов'язково (стратегії поведінки не можуть бути сформованими у повній невизначеності) зафіксувати одну з двох характеристик свого товару, на яку він може впливати — ціну або обсяг випуску. Фіксування одразу двох величин не є прийнятним, тому що в результаті може порушитись економічна рівновага. Більш привабливою характеристикою для прогнозування є ціна. Безпосередньо впливати на ціну свого товару можуть лише монополісти, а інші виробники — ні, тому їх стратегії поведінки мають ґрунтуватися на дотриманні певних значень обсягів випуску товарів, якщо ж виробник є монополістом — певних значень цін на товари. Обсяги випуску товарів монополістами $(x_{t+1},\ldots,x_n)$ та ціни на товари немонополістів $(p_1,\ldots,p_t)$ невідомі й визначаються тим станом рівноваги, в якому перебуватиме економічна система. Невідомими є і всі компоненти вектора ступенів задоволення потреб споживачів.

Умова економічної рівноваги подається наступною системою нерівностей, нелінійних відносно вектора цін $p=(p_1,\ldots,p_t,p_{t+1}^0,\ldots,p_n^0)$:

$$\Phi_k \le \Psi_k, \quad k=\overline{1,n},$$

або відповідно до (3) та (4)

$$\sum_{j=1}^{l} c_{kj} f_k(p) \frac{\widetilde{D}_j(p)}{\sum_{s=1}^{n} c_{sj} p_s} \le x_k - \sum_{i=1}^{n} a_{ki} x_i - \sum_{i=1}^{n} b_{ki} - e_k + i_k, \quad k=\overline{1,n}. \tag{5}$$

Внаслідок нелінійності розв'язків цієї системи нерівностей $\{p_i\}_{i=1}^{t}$ $\{x_i\}_{i=t+1}^{n}$ може бути багато. Кожен розв'язок відповідає деякому стану рівноваги економічної системи. Власне вираз (5) описує всі можливі стани рівноваги. З огляду на ефективність функціонування, очевидно, що доцільно одразу виключити ті стани рівноваги, які призводять до збитковості виробництва суб'єктів економічної системи. Тому поряд із системою нерівностей (5) розглядатимемо додаткову умову прибутковості:

$$x_j\left(p_j - \sum_{k=1}^{n} a_{kj} p_k\right) - \sum_{k=1}^{n} b_{kj} p_k \ge 0, \quad j=\overline{1,n}. \tag{6}$$

Згідно з раніше отриманими результатами [1], наявність умови (6) призводить до того, що замість використання системи нерівностей (5), слід перейти до розгляду системи нелінійних рівнянь, яка означає рівність попиту і пропозиції в економічній системі:

$$\sum_{j=1}^{l} c_{kj} f_k(p) y_j = x_k - \sum_{i=1}^{n} a_{ki} x_i - \sum_{i=1}^{n} b_{ki} - e_k + i_k, \quad k=\overline{1,n}, \tag{7}$$

$$\pi_j x_j\left(p_j - \sum_{k=1}^{n} a_{kj} p_k\right) - \pi_j \sum_{k=1}^{n} b_{kj} p_k = y_j \sum_{s=1}^{n} c_{sj} f_s(p) p_s, \quad j=\overline{1,n}. \tag{8}$$

Рівняння (7) випливають з виразів (4) та (1), а рівняння (8) — з виразів (1) й (2). Систему нелінійних рівнянь (7), (8) розв'язуватимемо відносно невідомих $\{p_i\}_{i=1}^t$, $\{x_i\}_{i=t+1}^n$, $\{y_i\}_{i=1}^l$. Всі її додатні розв'язки задовольнятимуть вихідній умові економічної рівноваги (5) і додатковій умові (6) та описуватимуть допустимі стани рівноваги досліджуваної економічної системи. Зауважимо, що наявність у системі рівнянь (7), (8) такої змінної як вектор ступенів задоволення потреб споживачів $\{y_i\}_{i=1}^l$ відіграє важливу роль. На відміну від вектора цін або вектора обсягів випуску товарів, ця величина характеризує кожного суб'єкта економічної системи. У результаті розв'язування здачі (7)–(8) можна отримати набір окремих станів рівноваги, що дасть змогу дізнатись про різні ймовірні сценарії розвитку ситуації. Не всі стани рівноваги будуть прийнятними для різних суб'єктів економічної системи. Суттєвим чинником дестабілізації в економічній системі й потенційним джерелом негативних впливів є наявність у ній явищ монополізму. Зокрема те, що монополісти безпосередньо впливають на рівень цін в економічній системі може призводити до станів рівноваги, знаходження в яких не дозволятиме окремим суб'єктам цієї економічної системи досягати необхідного для подальшого функціонування рівня прибутку. Прийнятним станом рівноваги вважатимемо той, перебуваючи в якому кожен суб'єкт економічної системи отримає в результаті своєї діяльності прибуток, що забезпечить задоволення потреб на рівні, не нижче визначеної межі. Відповідно до економічної практики, саме до такого стану рівноваги, який називатимемо оптимальним, насамперед і прагнутимуть учасники економічної системи. Тому подальша задача полягатиме у визначенні оптимального стану рівноваги. Для цього достатньо знайти рівноважний вектор ступенів задоволення потреб споживачів y з компоненти, що міститимуться в заданому інтервалі, наприклад, $[\alpha_0, \alpha_1]$, $\alpha_1 \le 1$.

АЛГОРИТМ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ

Введемо допоміжний невідомий вектор $\hat{z} = \{\hat{z}_i\}_{i=1}^n$ з компонентами

$$\hat{z}_i = f_i^0(p)\sum_{j=1}^{l} c_{ij} y_j, \quad i = \overline{1,n}$$

та визначимо його. З означення вектора $\hat{z}$ випливає, що він може бути лише додатним. Вважатимемо надалі, що спектральний радіус матриці $A = \left\|a_{jk}\right\|_{j,k=1}^n$ менше одиниці. З огляду на нерівність (6), ця вимога не є істотним обмеженням загальності. За таких умов підсистема рівнянь (7) може бути записана у вигляді

$$\sum_{s=1}^{n}(E-A)_{ks}^{-1}\hat{z}_s = x_k^0 - \sum_{s=1}^{n}(E-A)_{ks}^{-1}\left[e_s - i_s + \sum_{j=1}^{n} b_{sj}\right], \quad k = \overline{1,t}, \tag{9}$$

$$\sum_{s=1}^{n}(E-A)_{ks}^{-1}\hat{z}_s = x_k - \sum_{s=1}^{n}(E-A)_{ks}^{-1}\left[e_s - i_s + \sum_{j=1}^{n} b_{sj}\right], \quad k = \overline{t+1,n}, \tag{10}$$

Стосовно деяких заданих характеристик економічної системи також додатково припустимо, що виконуються нерівності

$$x_k^0 > \sum_{s=1}^{n}(E-A)_{ks}^{-1}\left[e_s - i_s + \sum_{j=1}^{n} b_{sj}\right], \quad k=\overline{1,t},$$

$$\sum_{s=1}^{n}(E-A)_{ks}^{-1}\left[e_s - i_s + \sum_{j=1}^{n} b_{sj}\right] \geq 0, \quad k=\overline{t+1,n}. \tag{11}$$

Перша з нерівностей (11) є необхідною для існування вектора $\hat{z}$ із додатними компонентами, а друга забезпечує існування додатного вектора випусків товару монополістами. Розв'яжемо систему рівнянь (9), (10) відносно вектора $\hat{z}=\{\hat{z}_i\}_{i=1}^{n}$. Цей вектор можна визначити з підсистеми рівнянь (9), праву частину якої задану. Невідомих більше, ніж рівнянь, тому розв'язок залежатиме від деякого вектора параметрів. Параметричне представлення всіх можливих додатних розв'язків вибиратимемо у вигляді, запропонованому в [1]. Перевіримо умови існування такого представлення розв'язку, які наведено у відповідній теоремі в [1]. Вимагатимемо, щоб ранг матриці $\left\|(E-A)_{ks}^{-1}\right\|_{k,s=1}^{t,n}$ дорівнював t. Для простоти вважатимемо, що матриця $\left\|(E-A)_{ks}^{-1}\right\|_{k,s=1}^{t}$ невироджена, існує обернена до неї матриця $\|g_{ki}\|_{k,i=1}^{t}$, яка задовольняє умові

$$(b^0, g_i) = \sum_{s=1}^{t} b_s^0 g_{si} > 0, \quad i=\overline{1,t}, \tag{12}$$

де

$$b_k^0 = x_k^0 - \sum_{s=1}^{n}(E-A)_{ks}^{-1}\left[e_s - i_s + \sum_{j=1}^{n} b_{sj}\right], \quad k=\overline{1,t}.$$

У цьому випадку можна записати потрібне параметричне представлення розв'язку рівняння (9) для вектора $\hat{z}=\hat{z}(\gamma)=(\hat{z}_1(\gamma),\ldots,\hat{z}_n(\gamma))$:

$$\hat{z}(\gamma) = \Bigg\{(b^0, g_1) - \sum_{j=t+1}^{n}(d_j, g_1)\gamma_j z_j^*, \ldots, (b^0, g_t) -$$

$$- \sum_{j=t+1}^{n}(d_j, g_t)\gamma_j z_j^*, \gamma_{t+1} z_{t+1}^*, \ldots, \gamma_n z_n^*\Bigg\},$$

де

$$(d_k, g_i) = \sum_{s=1}^{t}(E-A)_{sk}^{-1} g_{si}, \quad k=\overline{t+1,n}.$$

Допоміжний вектор $z^*=\{z_i^*\}_{i=t+1}^{n}$ вибирається так, щоб, принаймні, обов'язково виконувались нерівності

$$(b^0, g_k) \geq (d_j, g_k) z_j^* \quad j=\overline{t+1,n}, \quad k=\overline{1,t},$$

а компоненти вектора параметрів $\gamma = (\gamma_{t+1}, ..., \gamma_n)$ задовольняють умові:

$$\sum_{j=t+1}^{n+1} \gamma_j = 1. \tag{13}$$

Крім того, щоб компоненти вектора $\hat{z}(\gamma)$ були додатними, на компоненти вектора параметрів має бути додаткове обмеження [1]

$$(b^0, g_k) > \sum_{j=t+1}^{n} (d_j, g_k)\gamma_j z_j^*, \quad k = \overline{1,t}, \quad \gamma_i > 0, \quad i = \overline{t+1,n}. \tag{14}$$

Зауважимо, що компоненти вектора $\hat{z}(\gamma)$ не залежать від γ_{n+1}, тому ця величина може бути від'ємною.

Тепер, для деякого вектора параметрів γ^0 із множини значень заданої вимогами (13), (14) запишемо

$$\sum_{j=1}^{l} c_{ij} y_j = \frac{\hat{z}_i(\gamma^0)}{f_i^0(p)}, \quad i = \overline{1,n}. \tag{15}$$

Розв'язавши рівняння (8) і (15) отримаємо рівноважні значення вектора ступенів задоволення потреб споживачів та вектора цін. Прийнятний розв'язок існуватиме за умови певних обмежень на матрицю попиту. Вважатимемо надалі, що ранг матриці $\left\| c_{kj} \right\|_{k=1,\, j=1}^{n,l}$ дорівнює $n,$ та існує обернена до матриці $\left\| c_{kj} \right\|_{k,j=1}^{n}$ матриця $\left\| \mathcal{G}_{kj} \right\|_{k,j=1}^{n}$.

Твердження. Нехай для вибраного вектора параметрів γ^0 існує додатній розв'язок системи рівнянь

$$p_s = \widetilde{\mathcal{P}}_s^*(p_1, \ldots, p_t, y_{n+1}, \ldots, y_l), \quad s = \overline{1,t}, \tag{16}$$

$$y_s = \widetilde{\mathcal{Y}}_s^*(p_1, \ldots, p_t, y_{n+1}, \ldots, y_l), \quad s = \overline{n+1,l}, \tag{17}$$

такий, що

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\hat{z}_i(\gamma^0)}{f_i^0(p)} \mathcal{G}_{ij} = (\mathcal{B}^0(p), \mathcal{G}_j) > 0, \quad j = \overline{1,n}, \tag{18}$$

$$y_j = (\mathcal{B}^0(p), \mathcal{G}_j) - \sum_{i=n+1}^{l} y_i \sum_{s=1}^{t} c_{si} \mathcal{G}_{sk} > 0, \quad s = \overline{1,t},$$

а

$$\widetilde{\mathcal{P}}_s^*(p_1, \ldots, p_t, y_{n+1}, \ldots, y_l) = \sum_{j=1}^{t} (E - \mathcal{W}^{\mathcal{O}})_{js}^{-1} \left[\sum_{k=t+1}^{n} \left(a_{kj} + \frac{1}{x_j^0} b_{kj} \right) p_k^0 + \frac{1}{\pi_j x_j^0} \times \right.$$

$$\left. \times \left((\mathcal{B}^0(p), \mathcal{G}_j) - \sum_{i=n+1}^{l} y_i (c_i, \mathcal{G}_j) \right) \left(\sum_{k=1}^{t} c_{kj} f_k^0(p) p_k + \sum_{k=t+1}^{n} c_{kj} f_k^0(p) p_k^0 \right) \right], \quad s = \overline{1,t},$$

$$\widetilde{\mathcal{Y}}_s^*(p_1, \ldots, p_t, y_{n+1}, \ldots, y_l) = \sum_{j=1}^{n} [(\mathcal{B}^0(p), \mathcal{G}_j) - \alpha_1](c_s, \mathcal{G}_j) +$$

$$+\alpha_1-\mu_s-\sum_{i=n+1}^{l}\sum_{j=1}^{n}(c_i,\mathcal{G}_j)(c_s,\mathcal{G}_j)\tilde{y}_i,\quad s=\overline{n+1,l},$$

де

$$\mathcal{W}^{\mathcal{O}}=\left\|a_{kj}+\frac{1}{x_j^0}b_{kj}\right\|_{k,j=1}^{t},\quad (c_k,\mathcal{G}_i)=\sum_{s=1}^{t}c_{sk}\mathcal{G}_{si},\quad k=\overline{n+1,l},\quad i=\overline{1,n}.$$

Тоді цей розв'язок задовольнятиме і рівняння (8), (15).

Доведення. Нехай для деякого вектора параметрів γ^0 вектори y^1 та p^1 є розв'язками системи рівнянь (16), (17). Розглянемо спочатку систему рівнянь (15). Для заданих векторів γ^0 та p вектор y визначається неоднозначно. Відповідно до зроблених припущень та теореми з [1], розв'язок системи рівнянь (15) відносно вектора y можна подати у параметричному вигляді

$$y(p,\hat{\gamma})=\left\{(\mathcal{B}^0(p),\mathcal{G}_1)-\sum_{j=n+1}^{l}(c_j,\mathcal{G}_1)\hat{\gamma}_j\hat{y}_j^*(p),\ldots,(\mathcal{B}^0(p),\mathcal{G}_n)-\right.$$

$$\left.-\sum_{j=n+1}^{l}(c_j,\mathcal{G}_n)\hat{\gamma}_j\hat{y}_j^*(p),\hat{\gamma}_{n+1}\hat{y}_{n+1}^*(p),\ldots,\hat{\gamma}_l\hat{y}_l^*(p)\right\},\tag{19}$$

де

$$\sum_{j=n+1}^{l+1}\hat{\gamma}_j=1,\tag{20}$$

а допоміжний вектор $\hat{y}^*(p)=\{\hat{y}_i^*(p)\}_{i=n+1}^{l}$ вибирається так, щоб обов'язково задовольнити вимогу

$$(\mathcal{B}^0(p),\mathcal{G}_k)\ge(c_j,\mathcal{G}_k)\hat{y}_j^*(p),\quad j=\overline{n+1,l},\quad k=\overline{1,n}.$$

Покажемо, що існує вектор параметрів $\hat{\gamma}^1=(\hat{\gamma}_{n+1}^1,\ldots,\hat{\gamma}_l^1)$, за якого у випадку $p=p^1$ дістанемо $y(p^1,\hat{\gamma}^1)=y^1$. Споживач прагне для себе найбільш прийнятних умов функціонування і вони можуть бути досяжні йому в деякому стані рівноваги економічної системи. Однією з характеристик такого стану рівноваги буде вектор y з компонентами, що будуть якомога ближчими до одиниці (або хоча б до деякої величини $\alpha_1\le 1$). Це означало б намагання споживача найповніше задовольнити всі свої потреби. Тому досить природньо для визначення вектора параметрів $\hat{\gamma}=(\hat{\gamma}_{n+1},\ldots,\hat{\gamma}_l)$ постає оптимізаційна задача

$$\min_{\hat{\gamma}}\mathcal{F}(\hat{\gamma},p),\quad \mathcal{F}(\hat{\gamma},p)=\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{l}[\alpha_1-y_j(p,\hat{\gamma})]^2\tag{21}$$

з урахуванням умови (20). Складемо функцію Лагранжа задачі (20), (21):

$$\mathcal{L}=\mathcal{F}(\hat{\gamma},p)+\mu\left[\sum_{j=n+1}^{l+1}\hat{\gamma}_j-1\right].$$

Можна переконатись [3], що $\dfrac{\partial^2\mathcal{L}}{\partial\hat{\gamma}_s^2}>0$, $s=\overline{n+1,l}$, а з умови $\dfrac{\partial\mathcal{L}}{\partial\hat{\gamma}_s}=0$, $s=\overline{n+1,l}$ отримаємо

$$\hat{\gamma}_s\hat{y}_s^*(p)=\sum_{j=1}^{n}[(\mathcal{B}^0(p),\mathcal{G}_j)-\alpha_1](c_s,\mathcal{G}_j)+\alpha_1-\mu_s-$$

$$-\sum_{i=n+1}^{l}\sum_{j=1}^{n}(c_i,\mathcal{G}_j)(c_s,\mathcal{G}_j)\hat{\gamma}_i\hat{y}_i^*(p),\quad s=\overline{n+1,l},$$

$$\mu_s\hat{y}_s^*(p)=\mu,\quad s=\overline{n+1,l}.$$

Позначивши $\hat{\gamma}_s\hat{y}_s^*(p)=y_s$, $s=\overline{n+1,l}$, та ввівши оператор $\{\widetilde{\mathcal{Y}}_s^*(p_1,\dots,p_t,y_{n+1},\dots,y_l)\}_{s=n+1}^{l}$, отримаємо рівняння (17). Таким чином, очевидно, що розв'язок рівняння (17) розв'язуватиме й рівняння (15).

Розглянемо тепер систему рівнянь (8). Подамо її у вигляді:

$$p_j-\sum_{k=1}^{t}\left(a_{kj}+\frac{1}{x_j^0}b_{kj}\right)p_k=\frac{1}{\pi_j x_j^0}\left((\mathcal{B}^0(p),\mathcal{G}_j)-\sum_{i=n+1}^{l}y_i(c_i,\mathcal{G}_j)\right)\times$$

$$\times\sum_{k=1}^{n}c_{kj}f_k^0(p)p_k+\sum_{k=t+1}^{n}\left(a_{kj}+\frac{1}{x_j^0}b_{kj}\right)p_k^0,\quad j=\overline{1,t},$$

де враховано, що компоненти вектора ступенів задоволення потреб споживачів y мають задовольняти також і рівняння (15), тому для вектора y використане представлення (19). Тепер досить нескладно отримати рівняння (16). Твердження доведене.

Звернемо увагу на матрицю $(E-\mathcal{W}^{\mathcal{O}})^{-1}$. Невиродженість матриці $(E-\mathcal{W}^{\mathcal{O}})$ пов'язана з умовами існування розв'язку системи рівнянь (16), (17) (а це постулювалось у твердженні). Доведемо тепер, що розв'язок системи рівнянь (16), (17) існує, зокрема, у випадку коли він є оптимальним. Тобто, коли компоненти вектора ступенів задоволення потреб споживачів y міститимуться в заданому інтервалі $[\alpha_0,\alpha_1]$, $\alpha_1\le 1$. Цьому інтервалові відповідатиме і певна область значень вектора цін $[p_j^{**},p_j^*]$, $j=\overline{1,t}$. Означимо її межі. Розглянемо лінійну відносно вектора $\{p_k\}_{k=1}^{t}$ систему рівнянь:

$$p_j=\sum_{k=1}^{t}\left(a_{kj}+\frac{1}{x_j^0}b_{kj}+\frac{\alpha\rho}{\pi_j x_j^0}c_{kj}\right)p_k+$$

$$+\sum_{k=t+1}^{n}\left(a_{kj}+\frac{1}{x_j^0}b_{kj}+\frac{\alpha\rho}{\pi_j x_j^0}c_{kj}\right)p_k^0,\quad j=\overline{1,t}. \tag{22}$$

Вважатимемо, що спектральний радіус матриці

$$\left\|a_{kj}+\frac{1}{x_j^0}b_{kj}+\frac{\alpha\rho}{\pi_j x_j^0}c_{kj}\right\|_{k,j=1}^{t}$$

менше одиниці (а за таких умов матриця $(E-\mathcal{W}^{\mathcal{O}})$ гарантовано буде невиродженою, а обернена до неї матиме невід'ємні елементи), тоді існуватиме додатний розв’язок рівняння (22). Позначимо цей розв’язок $\{p_k^*\}_{k=1}^t$, якщо $\rho = \rho_1$, $\alpha = \alpha_1$ та $\{p_k^{**}\}_{k=1}^t$, якщо $\rho = \rho_0$, $\alpha = \alpha_0$. Щоб виконувалось $p_k^{**} < p_k^*$, $k = \overline{1,t}$, достатньо вибрати $\rho_0 \le \rho_1$, оскільки $\alpha_0 < \alpha_1$. Параметри α_0 та α_1 задають межі інтервалу значень компонент вектора ступенів задоволення потреб споживачів. Параметри ρ_0 та ρ_1 визначимо наступним чином. Відповідно до властивостей функцій $\{f_k^0(p)\}_{k=1}^n$, мало б виконуватись $f_k^0(p^*) \le f_k^0(p^{**})$, $k = \overline{1,n}$, де $p^* = (p_1^*, \dots, p_t^*, p_{t+1}^0, \dots, p_n^0)$, а $p^{**} = (p_1^{**}, \dots, p_t^{**}, p_{t+1}^0, \dots, p_n^0)$. Вимагатимемо виконання оцінок $\rho_0 \le f_k^0(p^*)$, $k = \overline{1,n}$, та $f_k^0(p^{**}) \le \rho_1$, $k = \overline{1,n}$. Досягти цього можна за допомогою кількох важелів. Насамперед, для визначення векторів $\{p_k^*\}_{k=1}^t$ й $\{p_k^{**}\}_{k=1}^t$ потрібно знати значення добутків параметрів $\alpha_0\rho_0$ та $\alpha_1\rho_1$, а не самих параметрів, отже є можливість цим скористатись. Крім того, структура рівнянь рівноваги (7), (8) дозволяє розглядати замість функцій $\{f_k^0(p)\}_{k=1}^n$ функції $\{C^1(p) f_k^0(p)\}_{k=1}^n$ (стани рівноваги і характеристики, що їх описують, не зазнають змін). Із урахуванням припущень щодо властивостей функцій $\{f_k^0(p)\}_{k=1}^n$, величина $C^1(p)$ мала б спадати по кожній компоненті вектора p, але на відміну від функцій $\{f_k^0(p)\}_{k=1}^n$ вона до певної міри довільна, а не заздалегідь задана, і тому її можна вибрати з умови $\rho_0 \le C^1(p^*) f_k^0(p^*) \le C^1(p^{**}) f_k^0(p^{**}) \le \rho_1$, $k = \overline{1,n}$. Для простоти надалі вважатимемо $C^1(p) = 1$. Отже, множину $[p_j^{**}, p_j^*]$, $j = \overline{1,t}$ задано. Важливо, щоб на цій множині виконувалась нерівність (18). З’ясуємо умови, за яких це відбуватиметься. Нехай вектор параметрів γ^0 такий, що

$$\sum_{i=1}^n \hat{z}_i(\gamma^0) \mathcal{G}_{ij} > 0, \quad j = \overline{1,n}.$$

Подібний вектор параметрів існує, якщо система рівнянь

$$\sum_{s=1}^l \left[\sum_{j=1}^n (E - A)_{kj}^{-1} c_{js} \right] \mathcal{X}_s^0 = b_k^0, \quad k = \overline{1,t}$$

має додатний розв’язок відносно $\{\mathcal{X}_i^0\}_{i=t+1}^n$. Всі додатні розв’язки цієї недоозначеної системи рівнянь описуються за допомогою вже використаного тут параметричного представлення розв’язку [1]. Таким чином, бажаного буде досягнуто, якщо за матрицею $\left\| \sum_{j=1}^n (E - A)_{kj}^{-1} c_{js} \right\|_{k=1, s=1}^{t,l}$ можна побудувати невироджену матрицю з найвищим рангом рівним *t*, а обернена до неї матриця задовольнятиме умові вигляду (12). Позначимо підмножини

$$\mathcal{V}_j^> = \{i \in \{1, \dots, n\}, \quad \mathcal{G}_{ij} > 0\}, \quad \mathcal{V}_j^< = \{i \in \{1, \dots, n\}, \quad \mathcal{G}_{ij} < 0\}, \quad j = \overline{1,n}.$$

Існує параметр $0<\delta\le 1$, для якого виконуватиметься оцінка

$$\sum_{i=1}^{n}\hat{z}_i(\gamma^0)\mathcal{G}_{ij}=\sum_{\mathcal{V}_j^{>}}\hat{z}_i(\gamma^0)\mathcal{G}_{ij}+\sum_{\mathcal{V}_j^{<}}\hat{z}_i(\gamma^0)\mathcal{G}_{ij}\ge\delta\sum_{\mathcal{V}_j^{>}}\hat{z}_i(\gamma^0)\mathcal{G}_{ij}+\sum_{\mathcal{V}_j^{<}}\hat{z}_i(\gamma^0)\mathcal{G}_{ij}>0,\ j=\overline{1,n}.$$

Виберемо деякий вектор $(p_1,\ldots,p_t,p_{t+1}^0,\ldots,p_n^0)$, $p_j\in[p_j^{**},p_j^{*}]$, $j=\overline{1,t}$ та запишемо

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{\hat{z}_i(\gamma^0)}{f_i^0(p)}\mathcal{G}_{ij}\ge\sum_{\mathcal{V}_j^{>}}\frac{\hat{z}_i(\gamma^0)}{\max\limits_{i\in\{1,\ldots,n\}}f_i^0(p)}\mathcal{G}_{ij}+\sum_{\mathcal{V}_j^{<}}\frac{\hat{z}_i(\gamma^0)}{\min\limits_{i\in\{1,\ldots,n\}}f_i^0(p)}\mathcal{G}_{ij},\quad j=\overline{1,n},$$

також із властивостей функцій $\{f_k^0(p)\}_{k=1}^n$ випливає

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{\hat{z}_i(\gamma^0)}{f_i^0(p)}\mathcal{G}_{ij}\ge\sum_{\mathcal{V}_j^{>}}\frac{\hat{z}_i(\gamma^0)}{f_i^0(p^{**})}\mathcal{G}_{ij}+\sum_{\mathcal{V}_j^{<}}\frac{\hat{z}_i(\gamma^0)}{f_i^0(p^{*})}\mathcal{G}_{ij},\quad j=\overline{1,n}.$$

Звідси очевидно, що нерівність (18) гарантовано виконуватиметься у випадку, якщо функції $\{f_k^0(p)\}_{k=1}^n$ на множині $[p_j^{**},p_j^{*}]$, $j=\overline{1,t}$ задовольнятимуть хоча б одному з двох обмежень

$$\frac{f_i^0(p^*)}{f_i^0(p^{**})}\ge\delta,\quad i=\overline{1,n} \tag{23}$$

або

$$\min_p\frac{\min\limits_{i\in\{1,\ldots,n\}}f_i^0(p)}{\max\limits_{i\in\{1,\ldots,n\}}f_i^0(p)}\ge\delta,\quad i=\overline{1,n}. \tag{24}$$

Умова (24) може виявитись слабкішою за (23), але є більш складною для перевірки.

Після з'ясування цих важливих нюансів, що стосуються оптимального стану рівноваги можна безпосередньо перейти до формулювання умов існування рівноваги у економічній системі, що досліджуться, та знайти невідомі характеристики.

РІВНОВАЖНІ ЕКОНОМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ

У [3, 4] розглянуто випадок, коли елементи матриці попиту не залежать від вектора цін і операторні рівняння (16) та (17) розв'язуються окремо. Ці результати можна узагальнити.

Теорема. Нехай для заданих значень параметрів $0<\alpha_0<\alpha_1\le 1$ та $p_j\in[p_j^{**},p_j^{*}]$, $j=\overline{1,t}$ виконуються нерівності

$$\max_p(\mathcal{B}^0(p),\mathcal{G}_j)-\alpha_1\sum_{i\in N_j^+}(c_i,\mathcal{G}_j)-\alpha_0\sum_{i\in N_j^-}(c_i,\mathcal{G}_j)\ge\alpha_0,\quad j=\overline{1,n}, \tag{25}$$

$$\min_p(\mathcal{B}^0(p),\mathcal{G}_j)-\alpha_0\sum_{i\in N_j^+}(c_i,\mathcal{G}_j)-\alpha_1\sum_{i\in N_j^-}(c_i,\mathcal{G}_j)\le\alpha_1,\quad j=\overline{1,n}, \tag{26}$$

$$N_j^+=\{k\in[n+1,l],\quad k:\ (c_k,\mathcal{G}_j)>0\},$$

$$N_j^- = \{k \in [n+1, l], \quad k : (c_k, \mathcal{G}_j) < 0\} \neq \varnothing,$$

і, крім того, $\sum_{j=1}^{n} \left|(c_s, \mathcal{G}_j)\right| \leq 1,\ s = \overline{n+1, l}$. Тоді існує розв'язок операторних рівнянь (16), (17) $p_j^1 \in [p_j^{**}, p_j^*],\ j = \overline{1, t}$, $y_i^1 \in [\alpha_0, \alpha_1],\ \alpha_1 \leq 1,\ i = \overline{n+1, l}$, для якого $\alpha_0 \leq y_i^1 \leq \alpha_1,\ i = \overline{1, n}$.

Доведення. Розглянемо дію операторів $\{\widetilde{\mathcal{P}}_s^*(p_1, \ldots, p_t, y_{n+1}, \ldots, y_l)\}_{s=1}^t$, та $\{\widetilde{\mathcal{Y}}_s^*(p_1, \ldots, p_t, y_{n+1}, \ldots, y_l)\}_{s=n+1}^l$ на множині $\hat{\mathcal{K}}^* \bigcup \hat{\mathcal{M}}^*$, де

$$\hat{\mathcal{M}}^* = \{p_j \in R_+, |\, 2p_j - (p_j^* + p_j^{**})\,| \leq (p_j^* - p_j^{**}), \quad j = \overline{1, t}\},$$

$$\hat{\mathcal{K}}^* = \{y_j \in R_+, \quad |2y_j - (\alpha_1 + \alpha_0)| \leq (\alpha_1 - \alpha_0), \quad j = \overline{n+1, l}\}.$$

Спочатку стосовно дії оператора $\{\widetilde{\mathcal{Y}}_s^*(p_1, \ldots, p_t, y_{n+1}, \ldots, y_l)\}_{s=n+1}^l$. Відповідно до результатів [3], для довільного $\{p_j\}_{j=1}^t \in \hat{\mathcal{M}}^*$, умови теореми гарантуватимуть, що цей оператор переводитиме опуклу замкнену множину $\hat{\mathcal{K}}^*$ саму в себе. У той же час вектор $\{p_j\}_{j=1}^{t*}$ не зазнає змін.

Звернемо увагу, що компоненти $y_s,\ s = \overline{1, n}$ вектора ступенів задоволення потреб споживачів вираховуються за рештою $y_s,\ \ s = \overline{n+1, l}$ компонентів, а завдяки умовам (25), (26) дістанемо обмеження $\alpha_0 \leq y_i \leq \alpha_1,\ \ i = \overline{1, n}$, якщо $\{y_j\}_{j=n+1}^l \in \hat{\mathcal{K}}^*$.

Тепер дослідимо оператора $\{\widetilde{\mathcal{P}}_s^*(p_1, \ldots, p_t, y_{n+1}, \ldots, y_l)\}_{s=1}^t$. Нехай $\{y_j\}_{j=n+1}^l \in \hat{\mathcal{K}}^*$. Для довільного $\{p_j\}_{j=1}^t \in \hat{\mathcal{M}}^*$ справедливі оцінки

$$\sum_{j=1}^{t} (E - \mathcal{W}^{\mathcal{O}})_{js}^{-1} \left[\left((\mathcal{B}^0(p), \mathcal{G}_j) - \sum_{i=n+1}^{l} y_i (c_i, \mathcal{G}_j) \right) \times \right.$$

$$\left. \times \frac{1}{\pi_j x_j^0} \left(\sum_{k=1}^{t} c_{kj} f_k^0(p) p_k + \sum_{k=t+1}^{n} c_{kj} f_k^0(p) p_k^0 \right) + \sum_{k=t+1}^{n} \left(a_{kj} + \frac{1}{x_j^0} b_{kj} \right) p_k^0 \right] \leq$$

$$\leq \sum_{j=1}^{t} (E - \mathcal{W}^{\mathcal{O}})_{js}^{-1} \left[\left((\mathcal{B}^0(p), \mathcal{G}_j) - \alpha_0 \sum_{i \in N_j^+} (c_i, \mathcal{G}_j) - \alpha_1 \sum_{i \in N_j^-} (c_i, \mathcal{G}_j) \right) \times \right.$$

$$\left. \times \frac{1}{\pi_j x_j^0} \left(\sum_{k=1}^{t} c_{kj} f_k^0(p) p_k + \sum_{k=t+1}^{n} c_{kj} f_k^0(p) p_k^0 \right) + \sum_{k=t+1}^{n} \left(a_{kj} + \frac{1}{x_j^0} b_{kj} \right) p_k^0 \right] \leq$$

$$\leq \sum_{j=1}^{t} (E - \mathcal{W}^{\mathcal{O}})_{js}^{-1} \left[\frac{\alpha_1}{\pi_j x_j^0} \left(\sum_{k=1}^{t} c_{kj} f_k^0(p^{**}) p_k + \sum_{k=t+1}^{n} c_{kj} f_k^0(p^{**}) p_k^0 \right) + \right.$$

$$+\sum_{k=t+1}^{n}\left(a_{kj}+\frac{1}{x_j^0}b_{kj}\right)p_k^0\Bigg]\le\sum_{j=1}^{t}(E-\mathcal{W}^{\mathcal{C}})_{js}^{-1}\left[\frac{1}{\pi_j x_j^0}\alpha_1\rho_1\left(\sum_{k=1}^{t}c_{kj}p_k^*+\sum_{k=t+1}^{n}c_{kj}p_k^0\right)+\right.$$

$$\left.+\sum_{k=t+1}^{n}\left(a_{kj}+\frac{1}{x_j^0}b_{kj}\right)p_k^0\right]=p_s^*,\quad s=\overline{1,t},$$

$$\sum_{j=1}^{t}(E-\mathcal{W}^{\mathcal{C}})_{js}^{-1}\left[\left((\mathcal{B}^0(p),\mathcal{G}_j)-\sum_{i=n+1}^{l}y_i(c_i,\mathcal{G}_j)\right)\times\right.$$

$$\left.\times\frac{1}{\pi_j x_j^0}\left(\sum_{k=1}^{t}c_{kj}f_k^0(p)p_k+\sum_{k=t+1}^{n}c_{kj}f_k^0(p)p_k^0\right)+\sum_{k=t+1}^{n}\left(a_{kj}+\frac{1}{x_j^0}b_{kj}\right)p_k^0\right]\ge$$

$$\ge\sum_{j=1}^{t}(E-\mathcal{W}^{\mathcal{C}})_{js}^{-1}\left[\left((\mathcal{B}^0(p),\mathcal{G}_j)-\alpha_1\sum_{i\in N_j^+}(c_i,\mathcal{G}_j)-\alpha_0\sum_{i\in N_j^-}(c_i,\mathcal{G}_j)\right)\times\right.$$

$$\left.\times\frac{1}{\pi_j x_j^0}\left(\sum_{k=1}^{t}c_{kj}f_k^0(p)p_k+\sum_{k=t+1}^{n}c_{kj}f_k^0(p)p_k^0\right)+\sum_{k=t+1}^{n}\left(a_{kj}+\frac{1}{x_j^0}b_{kj}\right)p_k^0\right]\ge$$

$$\ge\sum_{j=1}^{t}(E-\mathcal{W}^{\mathcal{C}})_{js}^{-1}\times\left[\frac{\alpha_0}{\pi_j x_j^0}\left(\sum_{k=1}^{t}c_{kj}f_k^0(p^*)p_k+\sum_{k=t+1}^{n}c_{kj}f_k^0(p^*)p_k^0\right)+\right.$$

$$\left.+\sum_{k=t+1}^{n}\left(a_{kj}+\frac{1}{x_j^0}b_{kj}\right)p_k^0\right]\ge\sum_{j=1}^{t}(E-\mathcal{W}^{\mathcal{C}})_{js}^{-1}\times$$

$$\times\left[\frac{1}{\pi_j x_j^0}\alpha_0\rho_0\left(\sum_{k=1}^{t}c_{kj}p_k^{**}+\sum_{k=t+1}^{n}c_{kj}p_k^0\right)+\sum_{k=t+1}^{n}\left(a_{kj}+\frac{1}{x_j^0}b_{kj}\right)p_k^0\right]=p_s^{**},\quad s=\overline{1,t}.$$

Звідки випливає, що оператор $\{\widetilde{\mathcal{P}}_s^*(p_1,\ldots,p_t,y_{n+1},\ldots,y_l)\}_{s=1}^t$ переводить опуклу компактну множину $\hat{\mathcal{M}}^*$ саму в себе, не змінюючи при цьому вектор $\{y_j\}_{j=n+1}^l$.

Введемо множину індексів $\mathcal{J}_1^*=\{1,\ldots,l-n+t\}$ та позначимо

$$\xi_j=p_j,\quad \xi_j^-=(p_j^*-p_j^{**}),\quad \xi_j^+=(p_j^*+p_j^{**}),\quad j\in\{1,\ldots,t\},$$

$$\xi_j=y_{j+n-t},\quad \xi_j^-=(\alpha_1-\alpha_0),\quad \xi_j^+=(\alpha_1+\alpha_0),\quad j\in\{t+1,\ldots,l-n+t\},$$

$$\Xi_s(\xi)=\widetilde{\mathcal{P}}_s^*(p_1,\ldots,p_t,y_{n+1},\ldots,y_l),\quad s\in\{1,\ldots,t\},$$

$$\Xi_s(\xi)=\widetilde{\mathcal{Y}}_{s+n-t}^*(p_1,\ldots,p_t,y_{n+1},\ldots,y_l),\quad s\in\{t+1,\ldots,l-n+t\}.$$

Тоді рівняння (16), (17) можна подати у вигляді

$$\xi_j=\Xi_j(\xi),\quad j\in\mathcal{J}_1^*,\quad \xi=\{\xi_j\}_{j\in\mathcal{J}_1^*}.$$

На підставі отриманого вище, робимо висновок, що оператор $\{\Xi_j(\xi)\}_{j\in\mathcal{J}_1^*}$ переводить опуклу компактну множину $\{\xi_k \in R_+,\ |\xi_k^+ - 2\xi_k| \le$ $\le \xi_k^-,\ k \in \mathcal{J}_1^*\}$ саму в себе, що означатиме, відповідно до принципу Шаудера, існування нерухомої точки оператора $\{\Xi_j(\xi)\}_{j\in\mathcal{J}_1^*}$ на цій множині. Теорему доведено.

Зауваження. Виконання умов (25), (26) можна досягти за рахунок вибору вектора параметрів γ^0. А для перевірки цього достатньо використати оціночні вирази:

$$\min_p(\mathcal{B}^0(p),\mathcal{G}_j) = \sum_{\mathcal{V}_j^>}\frac{\hat{z}_i(\gamma^0)}{f_i^0(p^{**})}\mathcal{G}_{ij} + \sum_{\mathcal{V}_j^<}\frac{\hat{z}_i(\gamma^0)}{f_i^0(p^*)}\mathcal{G}_{ij}, \quad j=\overline{1,n},$$

$$\max_p(\mathcal{B}^0(p),\mathcal{G}_j) = \sum_{\mathcal{V}_j^>}\frac{\hat{z}_i(\gamma^0)}{f_i^0(p^*)}\mathcal{G}_{ij} + \sum_{\mathcal{V}_j^<}\frac{\hat{z}_i(\gamma^0)}{f_i^0(p^{**})}\mathcal{G}_{ij}, \quad j=\overline{1,n}.$$

Вектори $p^1 = (p_1^1,\dots,p_t^1,p_{t+1}^0,\dots,p_n^0)$ та $y^1 = (y_1^1,\dots,y_l^1)$, існування яких щойно доведено, це — відповідно рівноважні вектори цін і ступенів задоволення потреб споживачів. Рівноважні обсяги випуску товарів монополістами $\{x_i\}_{i=t+1}^n$ за цими величинами тепер можна визначити, відповідно до виразу (10), за формулою

$$x_k^1 = \sum_{j=1}^{l}\sum_{s=1}^{n}(E-A)_{ks}^{-1} f_s^0(p^1)c_{sj}y_j^1 +$$

$$+\sum_{s=1}^{n}(E-A)_{ks}^{-1}\left[e_s - i_s + \sum_{j=1}^{n} b_{sj}\right], \quad k=\overline{t+1,n}. \tag{27}$$

Реалізацію стану рівноваги з такими його характеристиками можна забезпечити за рахунок вибору стратегії оподаткування монополістів. Зокрема, з виразу (8) випливає:

$$\pi_j = \frac{\sum_{s=1}^{t} c_{sj}y_j^1 p_s^1 + \sum_{s=t+1}^{n} c_{sj}y_j^1 p_s^0}{p_j^0 x_j^1 - \sum_{k=1}^{t}(a_{kj}x_j^1 + b_{kj})p_k^1 - \sum_{k=t+1}^{n}(a_{kj}x_j^1 + b_{kj})p_k^0}, \quad j=\overline{t+1,n}.$$

ВИСНОВКИ

З’ясовано умови існування оптимальної рівноваги у відкритій економічній системі за наявності монополістів. Оптимальність рівноваги полягає у наступному. На підставі отриманих результатів можна досягти реалізації рівноважних станів економічної системи з визначеними властивостями у випадку, якщо структура споживання товарів має задану функціональну залежність від цін цих товарів. Механізм реалізації — вибір стратегії оподаткування. Як елемент керування це досить природній економічний інструмент.

Знання про можливість досягнення певного стану рівноваги є важливими. Не кожен рівноважний стан сприяє успішному функціонуванню економічної системи з позиції окремих її складових. Викладений підхід до оцінки прийнятності станів рівноваги — цілком реалістичним. Кожен учасник економічної діяльності є споживачем якихось товарів або послуг і намагається найповніше задовольнити свої потреби. Існує межа задоволення потреб споживачів, нижче якої функціонування споживача перестає бути ефективним. Тому очевидно, що споживач не має потреби знати всі можливі стани рівноваги, достатньо мати інформацію лише про прийнятні для нього. Це особливо актуально у випадку, коли діють чинники, спроможні спричиняти істотний негативний вплив і його слід було б уникнути, а явище монополізму саме і відноситься до таких чинників.

У цьому досліджені залежність структури споживання товарів в економічній системі від вектора цін вибрано не у самому загальному випадку $\left\|c_{kj}(p)\right\|_{k=1,\,j=1}^{n,l}$, а задано набором деяких функцій $\{f_k^0(p)\}_{k=1}^n$. Тим не менше, цей тип залежності дуже важливий і може бути застосований до широкого класу задач. Відносно функцій $\{f_k^0(p)\}_{k=1}^n$ зроблено незначні вихідні припущення про їх спадання по кожній компоненті вектора цін, разом із тим передбачається монотонне зростання функцій $\{f_k^0(p)p_k\}_{k=1}^n$. Ці припущення достатньо добре узгоджуються з реальністю. Вартість набору товарів зростає з ростом їх цін, але товари не стають більш привабливими для споживання.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Гончар М.С.* Математичні основи інформаційної економіки. — К.: Ін-т. теор. фізики, 2007. — 464 с.
2. *Debreu G.* Existence of competitive equilibrium // Handbook of Mathematical Economics. — Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1982. — vol. II. — P. 698–742.
3. *Махорт А.П.* Вплив насичуваності споживачів на умови досягнення рівноваги в економічній системі // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2008. — № 4. — С. 86 – 96.
4. *Махорт А.П.* Оптимізація монопольних впливів в економічній системі з урахуванням оподаткування // Доповіді НАН України. — 2006. — № 12. — С. 74–80.

Надійшла 22.02.2012