УДК 62.50:658.21

АЛЬТЕРНАТИВНІ МОДЕЛІ ОПТИМАЛЬНОГО РОЗВИТКУ ВИРОБНИЧИХ СИСТЕМ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

Т.М. БОРОВСЬКА, П.В. СЕВЕРІЛОВ, Є.П. ХОМИН

Запропоновано новий підхід до побудови математичних моделей функціонування і розвитку виробничих систем, як цілісних систем моделей, які призначено для розрахунків майбутнього стану на базі існуючих технологій і продуктів виробництва, а також для досліджень на моделях виробництв, які тільки створюються. Створено систему моделей на базі трирівневої декомпозиції: структурної, функціональної і редукційної. Розроблено ряд робочих моделей для задач оптимального функціонування і розвитку виробничих систем. Ці моделі відносяться до різних структурних класів моделей функціонування і розвитку: моделі оптимального розвитку на базі варіаційної задачі розвитку з інтегральним критерієм першого роду і невизначеностями, заданими статистичними характеристиками; моделі функціонування і розвитку системи виробників деякого сегменту виробництва, в середовищі якої знаходиться виробнича система, що досліджується, а невизначеності генеруються активним оточенням. Результати моделювання відтворюють відомі характеристики реальних виробничих систем.

ВСТУП

Сьогодні в усьому світі єдиний стійкий фактор — системна криза. Це криза: виробництва, споживання і розвитку. Головною руйнівною силою визнають фінанси і глобалізацію. Апостеріорно визначено джерела розвитку розвинених країн: відносно високі витрати на дослідження і пошук нових технологій та постійне оновлення засобів і продуктів виробництва за рахунок економії на дешевій робочій силі емігрантів та перетікання науково-технічної еліти з нерозвинених у розвинені країни. Сучасна нестабільність виробництва залежить від названих факторів, і перший крок у її подоланні — визначити внутрішні проблеми стійкого функціонування і розвитку власне виробництва, як елементу соціо-техніко-економічних систем. 30 – 40 років тому великі надії покладались на «кібернетичну корпорацію», АСУ, АСУП, АСУТП. У той час головною проблемою була недостатня потужність обчислювальних систем. Тепер на перший план вийшли проблеми АСУ — недостатні живучість та захист від зламу з боку хакерів і блогерів, терористів і конкурентів. Однак головною проблемою є неадекватність нинішніх моделей виробничих систем «виробництво» і «споживання». Сучасні виробництва постійно і радикально змінюються, наприклад, закривається виробництво певного продукту в комплексі з технологією, виробничими фондами, іноді з персоналом, а відкривається теж у комплексі нове для цього підприємства виробництво.

Для інноваційного виробництва потрібні моделі-предиктори і моделі-еталони, що дозволяють передбачати варіанти розвитку майбутніх продуктів і технологій, щоб, як мінімум, уникати провальних варіантів розвитку. І ці моделі мають йти від «цінності» продуктів і технологій виробництва [1].

Актуальність дослідження. Це дослідження базується на досить довгому періоді конструювання робочих (реалізованих у середовищі математичного пакету Mathcad) моделей виробничих систем. Спочатку було ретельно досліджено відомі моделі [1–3], а потім — власні моделі для невирішених задач [4–7]. Виявлено, що організації не починають певні інновації через відсутність об'єктивних засобів передбачення: методик аналізу й оптимізації інноваційних виробничих систем, зі всебічним урахуванням невизначеностей і ризиків на базі моделей-предикторів. Потрібні програми імітаційного моделювання і оптимізації з урахуванням складних для формалізації ризиків від конкурентного оточення і поведінки користувачів. Реалістичні моделі розвитку виробничих систем суттєво нелінійні і мають негаусівську статистику. Сьогодні таких моделей або зовсім нема, а якщо є, то конфіденційні.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧ ДОСЛІДЖЕННЯ

Процес створення моделі складної і великої виробничої системи, в силу багатьох причин, розділяється на певні паралельні розробки функціональних субмоделей та альтернативних моделей, розробки послідовності моделей різного рівня точності. Формально — це декомпозиція єдиної моделі складної системи в окремі моделі для підсистем, аспектів функціонування, моделі різного рівня спрощення і адекватності. Формальне розбиття багатовимірної системи збільшує розмірність вектору стану за рахунок введення зв'язків між підсистемами [1, 2, 8]. Тобто ефективна декомпозиція складної системи не є тривіальною.

Проблема дослідження. За тематикою цього дослідження розроблено комплекс моделей функціонування і розвитку виробничих систем, які дозволяють досліджувати проблему ризиків для сучасного підприємства на рівні робочих моделей. Розроблені моделі [4–6] відносяться до двох класів:

- Моделі оптимального розвитку виробничої системи на базі розв'язання варіаційної задачі розвитку з інтегральним критерієм «сумарний накопичений випуск продукції» методом принципу максимуму. Невизначеності та збурення задаються статистичними характеристиками, трендами.
- Моделі розвитку децентралізованої системи виробників певного сегменту виробництва на базі алгоритму локального управління, що є варіантом реалізації ідей «відкритого» та «мінімально розумного» управління [9]. Характеристики невизначеностей та збурень задаються на рівні породжуючих процесів: моделювання певної виробничої системи виконується разом з її оточенням — іншими виробниками галузі або сегмента виробництва і користувачами.

На базі цих двох альтернативних класів моделей виконано розробку моделей для аналізу ризиків і управління ризиками. Альтернативні моделі належать до різних параметричних класів, вони побудовані на базі різних концепцій. Це породжує теоретичну проблему формалізації структурних версій моделей, і практичну проблему сумісного використання структурних версій.

ТРИРІВНЕВА ДЕКОМПОЗИЦІЯ МОДЕЛІ ВИРОБНИЧОЇ СИСТЕМИ

Як відомо, математична модель — це відображення суттєвих для дослідника властивостей об'єкта моделювання. Однак, у техніці існують області, де модель є не відображенням, а еталоном для об'єкта, який ще тільки проектується і створюється. Це характерно для авіації, де імітаційна математична модель «літає» задовго до появи реального об'єкта. З урахуванням того, що новизна технічних систем не перевищує 20%, цей випадок може бути зведено до класичної парадигми моделювання: модель, що відображає суттєві властивості певного класу об'єктів. Моделі, що не є відображенням реальних об'єктів — це моделі-еталони. Теоретичні дослідження і практичне застосування моделей-еталонів потребує більш широкої класифікації моделей. Аналіз робіт-аналогів і власна практика створення робочих моделей допомогла сформувати класифікацію моделей, що дозволяє наявні і ще не створені моделі виробничих систем розмістити разом і компактно у тривимірному «морфологічному ящику». Визначимо й формалізуємо введені декомпозиції.

Функціональна декомпозиція — це розбиття математичної моделі (ММ) на субмоделі, кожна з яких відображає якусь окрему функцію або підсистему повною ММ. Така декомпозиція є відображенням структури реальної системи. Припускається, що з функціональних субмоделей можна зібрати модель об'єкта.

Редукційна декомпозиція — це розбиття ММ системи на субмоделі, які належать до одного параметричного класу моделей [2]. Кожна з субмоделей відображає повну ММ системи, але з різною точністю. Крім апроксимаційної редукції, пов'язаної зі зменшенням точності моделі, можлива агрегативна редукція, суть якої — заміна певних структур виробничої системи еквівалентним елементом [4].

Структурна декомпозиція — це розбиття ММ системи на субмоделі, які належать до різних структурних класів і є еквівалентними щодо критеріїв точності відображення реального об'єкта. Кожна структурна модель відображає всі функції конкретного об'єкта моделювання.

Редукційна і структурна декомпозиції є не тільки математичними абстракціями, але й відображенням практики конструювання технічних систем. Для забезпечення надійності застосовують неідентичне резервування. На базі редукційної і структурної декомпозиції побудовано концепцію плавної деградації.

Для конкретного класу об'єктів і конкретних моделей можна визначити відповідні оператори декомпозиції: $DS(\cdot)$ — структурної, $DF(\cdot)$ — функціональної, $DR(\cdot)$ — редукційної. Визначимо такі класи декомпозицій для можливих послідовностей застосування операторів:

- *однорівневі* $1D$: $DS(\cdot)$ — декомпозиція моделі в множину структурних субмоделей; $DF(\cdot)$ — декомпозиція моделі у множину функціональних субмоделей, $DR(\cdot)$ — декомпозиція моделі в множину редуцированих субмоделей;
- *дворівневі* $2D$: $DS(DF(\cdot))$ — декомпозиція моделі в множину структурних субмоделей, для кожної з яких виконується функціональна декомпо-

зиція; $DF(DS(\cdot))$ — декомпозиція моделі в систему функціональних субмоделей, для кожної з яких виконується структурна декомпозиція; $DF(DR(\cdot))$ — декомпозиція моделі в систему функціональних субмоделей, для кожної з яких виконується редукційна декомпозиція; $DS(DR(\cdot))$ — декомпозиція моделі в множину структурних субмоделей, для кожної з яких виконується редукційна декомпозиція;

- *трирівневі* 3*D*: $DS(DF(DR(\cdot)))$ — декомпозиція моделі в множину структурних субмоделей, для кожної з яких виконується функціональна декомпозиція, для кожної функціональної субмоделі виконується редукційна декомпозиція; $DF(DS(DR(\cdot)))$ — декомпозиція моделі в функціональні субмоделі, для кожної з яких виконується структурна декомпозиція, для кожної структурної субмоделі виконується редукційна декомпозиція. Найбільш важкою для формалізації є структурна декомпозиція. Розглянемо підхід до її формалізації.

Формалізація структурної декомпозиції. Вводимо структурну декомпозицію моделі об'єкта $D3d$, $\{S, X\}$ у структурні класи $D3d: S = \{S_i, X_i\}$, $i \in J$, де S_i — математична модель *i*-го структурного класу, що визначається як група відносно деякої операції $S_{i,l} \in \{S_i\}: g_i(S_{i,l}) = S_{i,k} \in \{S_i\}$.

Деяка окрема структурна математична модель (S_i, X_i) описує повну систему (S, X) та з деякою припустимою точністю, що оцінюється заданим критерієм

$$Q(x(t), x_i(t), V), \;\; x(t) \in X(t), \;\; x_i(t) \in X_i(t), \;\; v \in V, \qquad (1)$$

де v — реалізація збурення, невизначеності. Множина $\{S_i, X_i\}$ утворює клас еквівалентності за ознакою:

$$\text{існує } \; v \in V: ((S_k, X_k) \in \{S_k, X_k\}, \; i, k \in J) \Rightarrow Q(x_k(t), x_i(t), v) \prec Q_r. \qquad (2)$$

Змістовно $Q(\cdot)$ є критерієм близькості виходів повної ММ і окремої, спеціалізованої відносно деякого стану невизначеностей зовнішнього середовища $v \in V$. Умова належності (2) не визначає якісь границі множини $\{S_i, X_i\}$ та не задає порядку на цій множині. В окремих випадках, коли порядок задати можливо на множині зовнішніх середовищ, упорядкування елементів множини $\{S_i, X_i\}$ виконується за критерієм $Q(\cdot)$. На $\{S_i, X_i\}$ та можливо виділити підмножину Парето

$$\{S_l, X_l\}, \, l \in L \in J \; \exists l, f \in L \; \exists v \in V: Q(x_l(t), x_i(t), v) \geq Q(x_f(t), x_i(t), v), \qquad (3)$$

що інтерпретується як наявність певної реалізації зовнішнього середовища для певної ММ $\{S_i, X_i\}$, що належить до множини (S_i, X_i), буде найкращою серед ММ даного класу за критерієм $Q(\cdot)$. Аналіз декомпозицій, який розглянуто на рівні абстрактних теоретико-множинних моделей є неконструктивним в умовах ізоляції теоретико-множинного рівня від рівня робочих моделей. Обов'язкова складова дослідження — доведення моделі до рівня робочої [1, 2, 6]. Робочі моделі є необхідним доповненням і замінником статистики реальних об'єктів моделювання під час досліджень інноваційного розвитку. У табл. 1 подано порівняння введеної декомпозиції складних технічних систем з аналогами. Як приклад інтерпретації структурної декомпозиції розглянемо дві структурні версії моделі функціонування і розвитку багатопродуктової виробничої системи (ВС):

- модель оптимального розвитку ВС на базі варіаційного числення;
- модель функціонування й розвитку системи виробників певного сегменту виробництва, одним з елементів якої є вибрана ВС.

Таблиця. Порівняння трирівневої декомпозиції моделей ВС з аналогами

Існуючі підходи до декомпозиції	Запропонований підхід до декомпозиції
Багатокрокова декомпозиція процесу прийняття рішень (динамічне програмування, Р. Беллман) **Багатокрокова декомпозиція процесу прийняття рішень** (метод принципу максимуму, Л. Понтрягін) **Багаторівневі ієрархічні декомпозиції: страти, шари, ешелони** (М. Месарович) **Анатомічний і фізіологічний** принципи композиції моделі складної системи з часткових моделей (М. Пешель) **Мерономія, таксономія, кооророзбиття** — декомпозиції, що є узагальненням класифікаційних схем біології (Ю. Шрейдер, Ю. Шаров)	**Об'єднання задач** декомпозиції і композиції: декомпозиційна структура для аналізу і синтезу розподілених систем на базі функціонально-структурно-редукційної декомпозиції та лінгвістичне упорядкування елементів за «темою», «синонімами», «доповненнями» **Еволюційний підхід**: аналіз структур виробничих систем як результату процесів композиції і декомпозиції (утворення спеціалізованих, інтегрованих підсистем) **Цілісний підхід** до складних систем моделей виробничих систем на базі морфологічного аналізу, алгебраїзації операцій структурної, функціональної та редукційної декомпозиції **Взаємоконтроль моделей** — забезпечення коректності і адекватності **Раціональні технології розпаралелювання** робіт по створенню системи моделей виробничих систем

МОДЕЛЬ ОПТИМАЛЬНОГО РОЗВИТКУ ВИРОБНИЧОЇ СИСТЕМИ

Наведемо формулювання для типових задач розвитку ВС [4, 10].

Базова задача розвитку виробництва. Виробнича система (ВС) випускає декілька продуктів за необмежених потреб. Для кожного продукту відома функція розвитку (ФР) — залежність «витрати – приріст виробничих потужностей». Необмежені потреби існують протягом «ринкового вікна», відповідно до якого задається «плановий період» *Tp*. Поставлено мету так розподіляти поточні ресурси ВС між «накопиченням» та інвестиціями в розвиток виробництв продуктів, щоб максимізувати інтегральний критерій «сумарне накопичення».

Задача про «цінові стратегії». Побудовано нову виробничу систему для випуску нового продукту. У процесі виробництва навчається персонал, відлагоджуються і вдосконалюються продукт та технологія виробництва.

Потреби на початку періоду необмежені, реальні потреби залежать від цінності й ціни продукту. Поставлено мету так розподілити цінність продукту між виробником і користувачем (зміною ціни продаж продукту), щоб максимізувати інтегральний критерій «накопичений дохід». Інвестиційні витрати розвитку залежать від обсягу потреб.

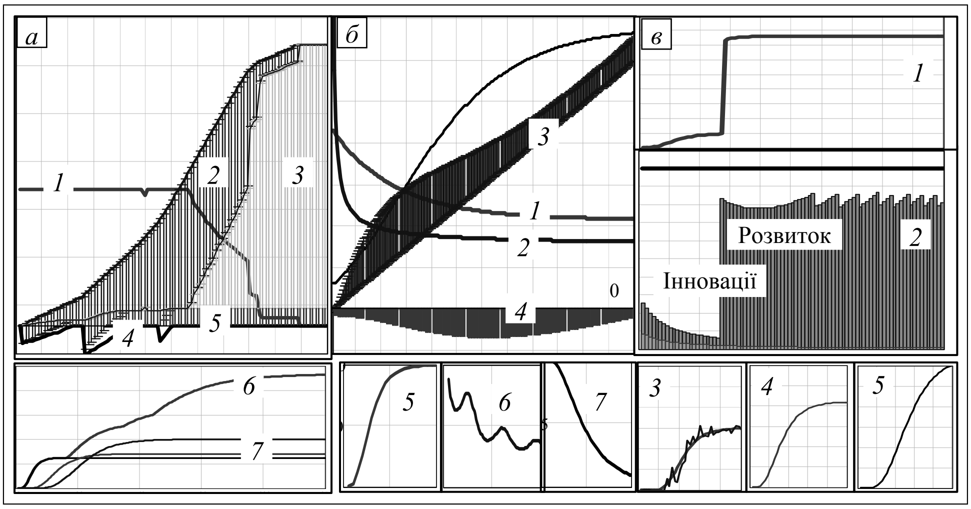


Рис. 1. Приклади оптимальних стратегій розвитку; *а* — стратегія оптимального розвитку системи, яка складається з трьох паралельно працюючих елементів (*1* — оптимальна стратегія розвитку, *2* — витрати розвитку, *3* — накопичення, *4*, *5* — стратегії кредитування і повернення кредитів, *6* — оптимальна еквівалентна ФВ системи, *7* — ФВ елементів); *б* — оптимальна цінова стратегія (*1* — оптимальна стратегія розвитку, *2* — динаміка собівартості виробів, *3* — прибуток, *4* — витрати розвитку, *5*, *6*, *7* — функції розвитку, освоєння, попиту); *в* — оптимальна стратегія інноваційного розвитку системи (*1* — оптимальна еквівалентна ФВ системи, *2* — вектор-функція оптимального розподілу ресурсу, *3*, *4*, *5* — функції інновацій, розвитку, виробництва)

Задача інноваційного розвитку. Виробнича система складається з підсистем «інновації», «розвиток» і «виробництво». Підсистема «інновації» шукає, створює, досліджує нові вироби й технології; підсистема «розвиток» реалізує інновації — розробляє технології та виробляє засоби виробництва, будує нові лінії, цехи, заводи; підсистема «виробництво» на базі створюваних виробничих потужностей випускає кінцеву продукцію. Поставлено мету розподілити поточні ресурси ВС між «накопиченням» та витратами на підсистеми «інновації», «розвиток», «виробництво» так, щоб максимізувати інтегральний критерій «сумарне накопичення за плановий період». Ці задачі належать до одного класу варіаційних задач з інтегральним критерієм першого роду. Результатом рішення варіаційної задачі є функція часу або координат вектора стану виробничої системи — *оптимальна стратегія розвитку.* Для розв'язання задач розвитку було розроблено й реалізовано в середовищі математичного пакету Mathcad методологію на базі використання методу оптимального агрегування і методу принципу максимуму Понтрягіна [4–5]. Безпосередніми аналогами були роботи Беллмана — «задача розподілу» і «задача Марковиця» [10] та метод принципу максимуму (задачі про оптимальну швидкодію).

Розв'язання задачі оптимального розвитку складається з таких кроків: конструювання моделі виробничої системи (ВС) як технологічного перетворювача ресурсів у продукт; вибір критеріїв оптимізації: субоптимізації розподілу ресурсів розвитку між елементами ВС; оптимальне агрегування — заміна системи виробничих елементів оптимальним еквівалентним за входом — виходом елементом [4]; формування диференційних рівнянь для спряжених функцій і параметризоване розв'язання числовими методами, отримання функції Гамільтона; формування робочої моделі оптимального процесу функціонування і розвитку, алгебраїзація розв'язання; розробка або адаптація сервісних модулів для стандартних видів аналізу процесів оптимального розвитку. На рис. 1 подано оптимальні стратегії та відповідні процеси для трьох поданих вище задач розвитку.

У цій роботі всі моделі створені в середовищі математичного пакету. Подаємо робочі моделі двох задач розвитку (системи рівнянь (4) та (5)). Робоча модель для базової задачі оптимального розвитку подана системою рівнянь (4):

$$\Psi x_{k+1} = \Psi x_k + [-\Psi x_k \cdot u \cdot dfr(u_k \cdot x_k) - (1-u_k)] \cdot \Delta t; \tag{4а}$$

$$\Psi x_{k+1} = \Psi n(u_k, x_k, dfr(x_k), \Delta t); \tag{4б}$$

$$H_k(1-u_k) = x_k \cdot (1-u_k) + fr(x_k \cdot u_k) \cdot \Psi x(u_k, x_k, dfr, t); \tag{4в}$$

$$H_0(x_k, u_k) = x_k \cdot (1-u_k) + fr(x_k \cdot u_k, vP) \cdot (Tp - t); \tag{4г}$$

$$u_{k+1} = M\max_u(H(x,u));\ 0 \le u_k \le 1; \tag{4д}$$

$$x_{k+1} = x_k + fr(x_k \cdot u_{k+1}, vP) \cdot \Delta t; \tag{4е}$$

$$z_{k+1} = x_{k+1} \cdot (1-u_{k+1}); \tag{4є}$$

$$sdox = sdox + z_{k+1}. \tag{4ж}$$

де $k = 1...N$ — номер кроку моделювання; Tp — плановий період; $\Delta t = Tp \div N$ — крок моделювання; $t = \Delta t \cdot (k-1)$ — дискретний час; x_k — поточне значення змінної стану «темп виробництва»; u_k — поточне значення управління (частка поточних ресурсів у розвиток); z_{k+1} — поточний темп накопичення; Ψx_k — спряжена зі змінною x_k функція; vP — вектор параметрів функції розвитку; $fr(x, vP)$ — функція розвитку; $M\max_u(\cdot)$ — метод оптимізації застосований для максимізації функції Гамільтона; $H_k(x_k, u_k)$ — точний вираз для функції Гамільтона; $H_o(x_k, u_k)$ — наближений вираз для функції Гамільтона.

У моделі (4) відсутні обмеження математичного характеру, що не відображують властивості реальних процесів, а потрібні для отримання аналітичних результатів або застосування певних обчислювальних методів. Обмеження моделі — нестрога монотонність залежностей «ресурс – продукт».

Рівняння (4*в*), (4*г*) — точний і наближений вирази для функції Гамільтона [5]. Ці вирази відрізняються одним множником: у наближеному виразі — $(Tp - t)$, а в точному — $\Psi x(u_k, x_k, dfr, t)$. Спряжена функція наближена лінійною функцією часу. Це приклад наближення в просторі стратегій управління [4].

Рівняння (4*д*) — оператор знаходження значення управління, що дає максимум функції Гамільтона. Спільне в усіх моделях оптимального розвитку — декомпозиція оптимізаційної задачі на задачу оптимального агрегування ВС і варіаційну задачу розвитку для еквівалентної оптимальної одновимірної моделі ВС. Одновимірна оптимізація знімає потребу у витончених методах багатовимірної оптимізації. Це дозволяє ставити і розв'язувати досить складні задачі інноваційного розвитку для структур з параметричними зв'язками, названих «баштами моделей» [8]. Робочу модель задачі інноваційного розвитку подано системою рівнянь (5), приклад моделювання якої зображено на рис. 1

$$y_{inn}(t) = f_{inn}(x_{inn}(t), vp_{inn}(t)), \qquad (5а)$$

$$\frac{d}{dt} vp_{rzv}(t) = \phi_{12}\big(y_{inn}(t)\big) \cdot \rho_{12}, \qquad (5б)$$

$$y_{rzv}(t) = f_{rzv}(x_{rzv}(t), vp_{rzv}(t)), \qquad (5в)$$

$$\frac{d}{dt} vp_{prz}(t) = \phi_{23}(y_{rzv}(t)) \cdot \rho_{23}, \qquad (5г)$$

$$y_{prz}(t) = f_{prz}(x_{prz}(t), vp_{prz}(t)), \qquad (5д)$$

$$x_{inn}(t) + x_{rzv}(t) + x_{prz}(t) \le R(t), \qquad (5е)$$

$$r_1 + r_2 + r_3 = 1, \qquad (5є)$$

$$Yopt(R(t)) = \max_{r1,r2}(f_{prz}(R(t), r_1, r_2)), \qquad (5ж)$$

де $x_{inn}(t)$, $x_{rzv}(t)$, $x_{prz}(t)$ — темпи ресурсів для підсистем «інновації», «розвиток», «виробництво», тобто «входи»; $y_{inn}(t)$, $y_{rzv}(t)$, $y_{prz}(t)$ — темпи «виходів» підсистем «інновації», «розвиток», «виробництво», $vp_{inn}(t)$, $vp_{rzv}(t)$, $vp_{prz}(t)$ — вектори параметрів функцій інновацій, розвитку, виробництва; f_{inn}, f_{rzv}, f_{prz} — узагальнені функції (функція інновацій, функція розвитку, функція виробництва); ϕ_{12}, ϕ_{23} — функції відображення виходу попередньої підсистеми в ефективність наступної підсистеми; ρ_{12}, ρ_{23} — відображення прирощення ефективності в прирощення параметрів ФВ наступного елемента — формалізація специфіки конкретної інновації — відображення в просторі параметрів функції «вхід–вихід». Рівняння (5*а*), (5*в*), (5*д*) — моделі відповідних підсистем «інновації», «розвиток», «виробництво», як технологічних перетворювачів ресурсів; рівняння (5*б*), (5*г*) — моделі параметричних зв'язків: (функція впливу «інновації – розвиток», функція впливу «розвиток – виробництво»); рівняння (5*е*) — поточне обмеження сумарних витрат ресурсу, рівняння (5*є*) — нормоване обмеження сумарних витрат ресурсу; рівняння (5*ж*) — критерій і ціль оптимізації: максимізація кінцевого виходу ВС, змінні управління (r_1, r_2, r_3) — частки ресурсу для кожної підсистеми. Ускладнення моделі об'єкта обумовлює ускладнення варіаційної задачі — спряжених функцій, функції Гамільтона.

На рис. 2 подано приклад результатів моделювання для базової задачі — виробничої системи з трьох паралельно працюючих підсистем.

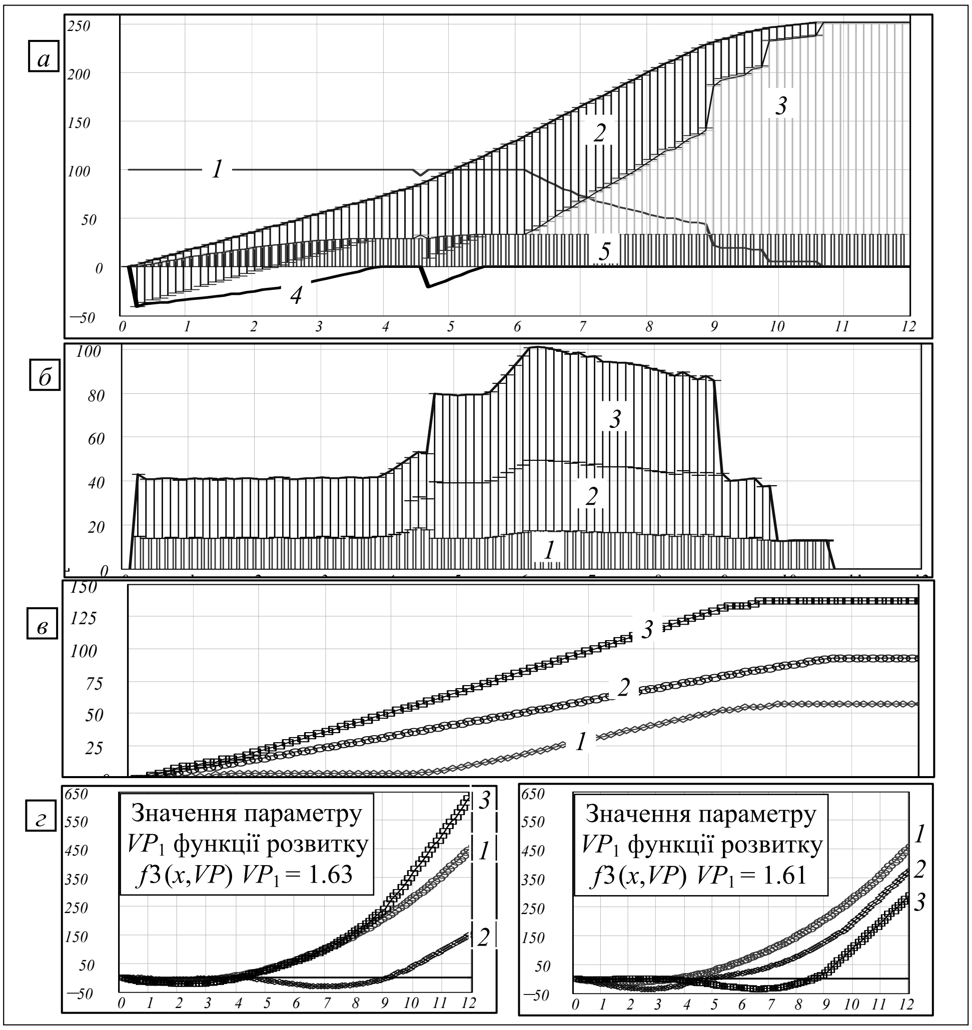


Рис. 2. Приклад розрахунку оптимального процесу розвитку; *а* — процеси в системі (*1* — оптимальна стратегія розвитку — безрозмірна функція розподілу ресурсу системи між розвитком і накопиченням, *2* — витрати розвитку, *3* — накопичення, *4* — кредитування, *5* — повернення кредитів); *б* — витрати ресурсів на розвиток елементів *1*, *2*, *3*; *в* — темпи виробництва в елементах *1*, *2*, *3*; *г* — порівняння процесів віддачі елементів при двох значеннях параметра ФР елемента № 3: 1.63 і 1.61

Бачимо, що модель дозволяє об'єктивно обчислити всі необхідні характеристики оптимального процесу розвитку, за умови, що параметри виробничої системи та її оточення відомі на весь плановий період. Формально при заданих розподілах ймовірностей і для параметрів виробничої системи і її оточення, на базі імітаційної моделі можливо визначити розподіли імовірностей для кінцевого стану і критерію, за умови незмінної оптимальної стратегії розрахованої на початку процесу. Тобто моделі даного структурного класу корисні для досліджень і кращого розуміння оптимальних процесів розвитку, але менш корисні для практики управління ВС. Виконана розробка модифікованої моделі оптимального розвитку. Розроблена система управління з урахуванням невизначеностей [6], аналогом якої були методи управління траєкторією міжпланетних космічних апаратів. Головна ідея управління — розбиття процесу оптимального розвитку на інтервали. Розглядаємо клас об'єктів $KMd(Fa, Vse, Vsi, Tp)$ — процесів розвитку для випадку детермінованих, відомих значень Fa, Vse, Vsi — векторів параметрів моделі і векторів зовнішніх і внутрішніх невизначеностей.

Введемо оператор декомпозиції планового періоду розвитку $(0, Tp)$ в послідовність k суміжних інтервалів: $S\text{int} = \{(0,\tau_1),...,(\tau_{j-1},\tau_j),...,(\tau_{k-1},Tp)\}$. Визначимо операцію розбиття процесу як функцію користувача в програмному середовищі пакету: $ER(KMd(Fa, Vse, Vsi, Tp), S\text{int})$ і реалізуємо цю функцію програмним модулем, що виконує такі операції: обчислення серії процесів, кожен з яких починається в кожній точці границь інтервалів, і закінчується у момент Tp; виділення з кожного процесу інтервал, що починається в деякий момент τ_{j-1}, а закінчується в наступний момент τ_j; об'єднання всіх отриманих матриць за допомогою функції пакета $augment(M1,...,Mk)$ в єдиний масив Mp.

На рис. 3 подано схему декомпозиції і корекцій оптимального процесу розвитку за наявності невизначеностей і приклади моделювання. Змістовна суть корекцій — урахування нової інформації для розрахунку оптимального процесу на період до кінця планового періоду $KMd(Fa, Vse, Vsi0, Tp0)$.

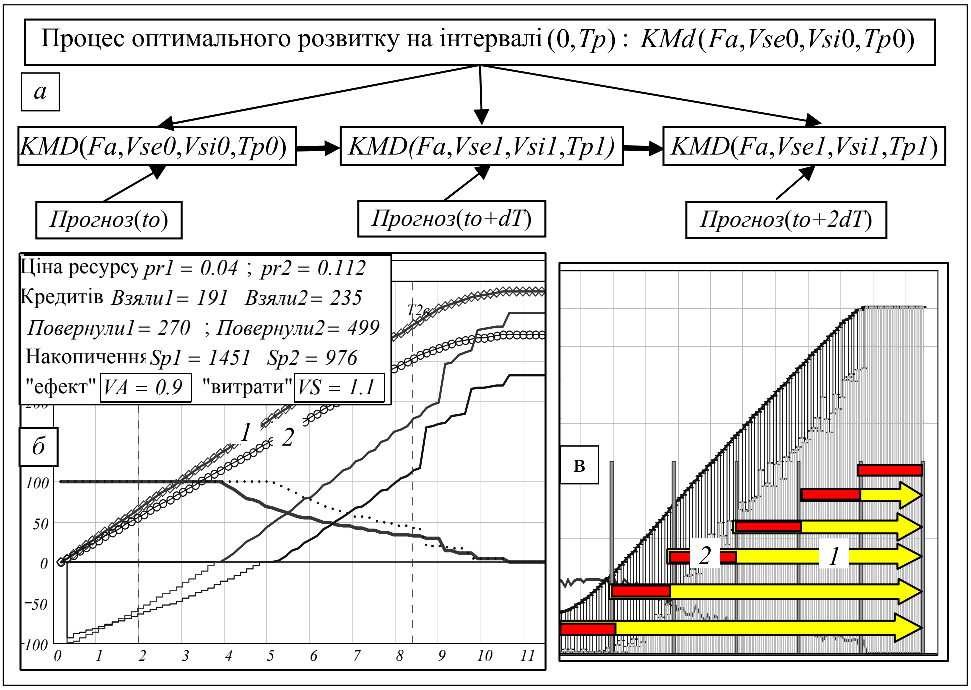


Рис. 3. Схема декомпозиції і корекцій оптимального процесу розвитку за наявності невизначеностей: *а* — схема розбиття процесу розвитку на інтервали; *б* — два оптимальних процеси розвитку (*1* — номінальний (*VA* = 1, *VS* = 1) і 2 — збурений (*VA* = 0,9, *VS* = 1,1)); *в* — схема *1* — процесів оптимального розвитку та схема *2* — інтервалів їх застосування

Розбиття планового періоду на інтервали, дозволяє починати новий процес оптимального розвитку з урахуванням більш точної інформації щодо майбутнього стану зовнішнього і внутрішнього середовища. Однак, моделі оптимального розвитку не відображують адекватно таку особливість невизначеностей, як активність зовнішнього середовища. Наприклад, у варіаційній задачі про цінові стратегії не враховуються реакції інших виробників на зміни цін даним виробником.

МОДЕЛЬ СИСТЕМИ ВИРОБНИКІВ СЕГМЕНТУ ВИРОБНИЦТВА

Завжди і, особливо, сьогодні, актуальними є моделі для аналізу і прогнозування ризиків функціонування і розвитку виробництва. Як показав аналіз відомих моделей аналогів і розглянуті вище розробки моделей оптимального розвитку, неможливо отримати задовільні моделі не розширюючи границі системи. Відомі моделі і методи аналізу ризиків недостатні для сучасних виробництв, насамперед, через швидкі зміни. Оберемо простий підхід: моделювання певної ВС разом з її оточенням — користувачами та іншими виробниками. Виберемо такий сценарій використання побудованої моделі: припускаємо, що моделі функціонування і розвитку для всіх виробників цього сегменту виробництва належать до одного параметричного класу, задаємо оцінки параметрів усіх виробників і зовнішні умови. Виконуємо моделювання — отримуємо окремі реалізації стохастичного процесу функціонування і розвитку системи виробників, набираємо віртуальну статистику і отримуємо статистичні характеристики для системи в цілому і для кожного елемента системи: виробника, продукту, користувача. Для вибраного виробничого елемента ВС змінюємо параметри технологічних процесів, параметри і структуру управління, шукаємо оптимальні і стабільні процеси функціонування і розвитку. Назвемо такий підхід до аналізу і оптимізації окремого елемента в активному оточенні «*один на фоні всіх*» [5]. Масштаби системи виробників визначаються кількостями: M — виробників, N — продуктів, K — користувачів. Назвемо цей клас систем *MNK-системами*.

Розглянемо *редукційну декомпозицію MNK-моделі*. Можливо замінювати множини елементів класів «виробники», «продукти», «користувачі» одним еквівалентним елементом і утворювати такі моделі ($1N1$, $M11$, $11K$, $MN1$, $M1K$, $1NK$), де одиниця означає агрегування відповідної множини елементів. Згідно визначенню дві структурні моделі певного об’єкта мають бути сумісними за входами, виходами і базовими параметрами технологічних процесів.

Головний спільний елемент двох структурних класів моделей функціонування і розвитку ВС є математичні моделі виробництва, розвитку, інновацій. Структурні відмінності моделей: методи управління і визначення збурень. Сучасні розподілені системи звичайно є також і децентралізованими — кожен елемент системи самостійно вибирає напрями розвитку і розподіляє власні ресурси виходячи з власного критерію ефективності. Управлінські рішення елемент приймає на базі неповної і неточної інформації про стан системи, неточних математичних моделей, що використовуються для прогнозування і планування. Базову модель значно спрощено, але відкрито для урахування ефектів «навчання» виробників і користувачів, життєвих циклів, ринкових вікон тощо. На рис. 4 подано базову модель локального управління функціонуванням і розвитку виробника й алгоритм управління розподілом ресурсів між виробництвами окремих продуктів.

Обробка вхідних даних:

$xs_{i,j} = xs_{i,j} \cdot \alpha + (X_{t+1})_{i,j} \cdot (1-\alpha)$ — ковзне середнє координати;

$dxs_{i,j} = dxs_{i,j} \cdot \beta + \Delta xs_{i,j} \cdot (1-\beta)$ — ковзне середнє швидкості:

$efp_{i,j} = a1 \cdot xs_{i,j} + a2 \cdot dxs_{i,j}$ — показник ефективності.

Розподіл 1: імовірнісна частка $Rpm_{i,t} = Rs_{i,t} \cdot lox_i$;

детермінована частка $Rdp_{i,t} = Rs_{i,t} \cdot (1 - lox_i)$.

Розподіл 2: «лотерейний» $(rpm_t)_{i,j} = Rpm_{i,t} \cdot P(rzp_{i,j})$;

пропорційний $(rdp_t)_{i,j} = Rdp \cdot rzp_{i,j}$.

Розподіл 3: ресурсу для кожного елемента $r_{i,j} = (rpm_t)_{i,j} + (rdp_t)_{i,j}$.

Параметри $0 \le \alpha \le 1$, $0 \le \beta \le 1$ — об'єкти настроювання в залежності від швидкості змін і рівня шумів. Статична модель виробництва замінена інтегрованою динамічною моделлю (функції: освоєння, виробництва і потреб). Модель управління відтворює відомі алгоритми локального управління вибором параметрів α, β, lox.

Рис. 4. Базова модель локального управління

На рис. 5 наведено приклад результатів моделювання процесу розвитку для базової моделі (рис. 4) і системи малої розмірності.

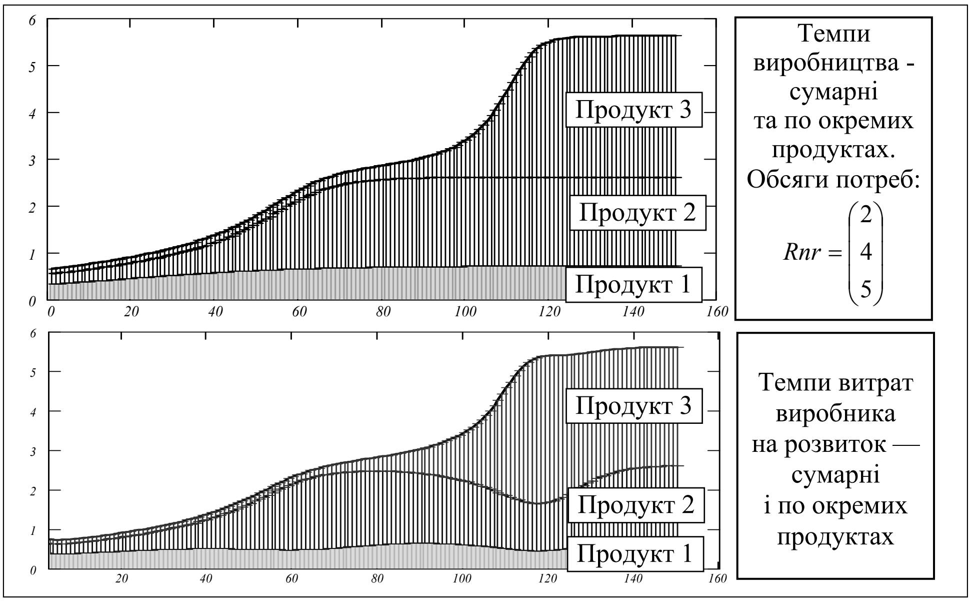
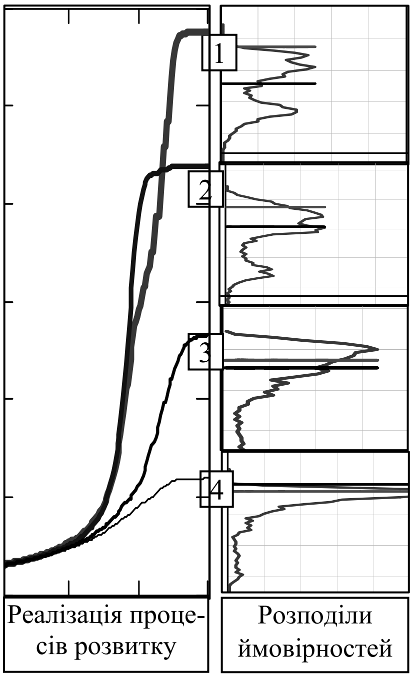


Рис. 5. Приклад моделювання детермінованої системи малої розмірності

На рис. 6 подано результати моделювання процесу розвитку з урахуванням невизначеностей виробництва і ринку. Разом подано: реалізація процесів розвитку для чотирьох виробників і розподіли імовірностей темпів сумарних випусків в кінці періоду моделювання. Розподіли невизначеностей взято рівномірними, розподіли для темпів виробництва в кінці періоду моделювання явно негаусівські. Причина — нелінійні «механізми» виробництва, нелінійні позитивні зворотні зв'язки. На відміну від гаусівських стохастичних систем, для отримання стабільних розподілів потрібні вибірки в 1000 – 4000 реалізацій процесів. Інтерпретація багатомодових розподілів — контролювати виробництво довільної кількості продуктів.



Виробник 1
min (sd1) = 2,8
mean (sd1) = 5,0
max (sd1) = 9,2

Виробник 2
min (sd2) = 1,2
mean (sd2) = 3,8
max (sd2) = 8,8

Виробник 3
min (sd3) = 1,1
mean (sd3) = 2,8
max (sd3) = 7,2

Виробник 4
min (sd4) = 0,9
mean (sd4) = 2,1
max (sd4) = 6,7

Середні і розкиди

Обсяг попиту

$$Rnk = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{продукт} 1 \\ \text{продукт} 2 \\ \text{продукт} 3 \end{pmatrix}$$

Ефективність інвестицій

$$eff = \begin{pmatrix} 1 \\ 0{,}95 \\ 0{,}9 \\ 0{,}85 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{виробник} 1 \\ \text{виробник} 2 \\ \text{виробник} 3 \\ \text{виробник} 4 \end{pmatrix}$$

Стартові темпи виробництва

$$Xoo = \begin{pmatrix} 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}1 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}1 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}1 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}1 \end{pmatrix}$$

Кінцеві розподіли ринку

$$dr = \begin{pmatrix} 0{,}09 & 0{,}76 & 0{,}35 \\ 0{,}06 & 0{,}05 & 0{,}57 \\ 0{,}69 & 0{,}09 & 0{,}03 \\ 0{,}5 & 0{,}1 & 0{,}05 \end{pmatrix}$$

Рис. 6. Приклад моделювання стохастичної системи малої розмірності

На рис. 7 подано приклади результатів моделювання систем виробників більшої розмірності для 50–200 виробників. Для ефективного подання результатів моделювання було створено інтерфейси та сервісні модулі.

Подано дві реалізації процесу функціонування і розвитку системи з 150 виробників і одного агрегованого продукту. Джерела інформації для побудови моделей — доступні дані для виробництв автомобілів, і мобільних телефонів, програмних і харчових продуктів. Тривимірні графіки утворені послідовністю рангових розподілів виробників за темпами виробництва (або іншими вимірювальними показниками). На цю тривимірну поверхню «час, ранг, темп виробництва» накладені траєкторії двох вибраних виробників (наприклад «Я» і «найближчий конкурент», або «два виробники з однаковими параметрами і різними методами управління»). Два малих графіка на рис. 7*а* — це проекції тривимірного графіка, що подають динаміку рангів і динаміку темпів виробництва виділених виробників «на фоні» системи виробників.

На рис. 8 подано приклади моделювання системи класу MN (M виробників, N продуктів) для випадку «спад і відновлення після спаду» при використанні виробниками різних методів управління.

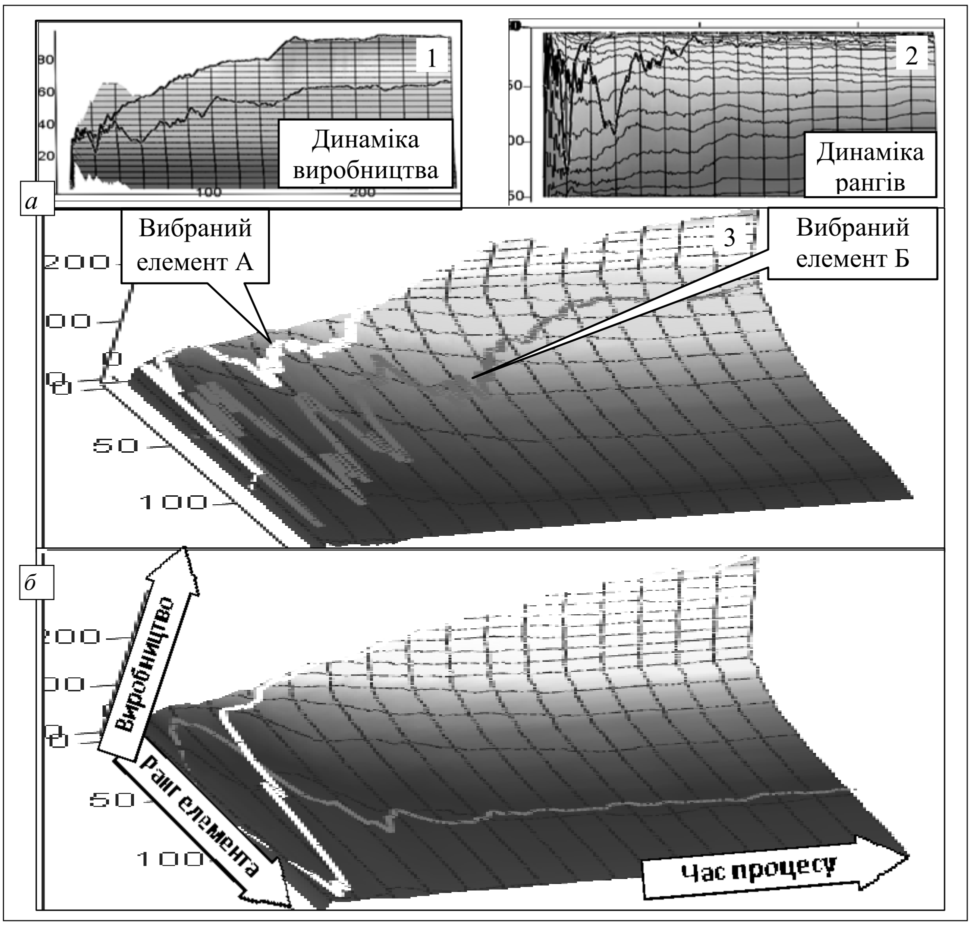


Рис. 7. Динаміка рангових розподілів виробників в системі класу «М виробників, один продукт (M1)»; *а* — три проекції тривимірного графіка динаміки рангових розподілів з траєкторіями розвитку двох вибраних елементів (1 — динаміка виробництва, 2 — динаміка рангів, 3 — тривимірне подання процесів розвитку елементів «на фоні всіх»); *б* — інша реалізація випадкового процесу розвитку системи виробників

За результатами моделювання отримано такі результати: при відновленні після спадів, при технологічних революціях, гірша за ефективністю половина виробників за рахунок ризикового управління — концентрації ресурсів на ймовірних ефективних продуктах має шанси догнати і перегнати кращих за поточною ефективністю виробників (рис. 8*а*).

На рис. 8*б* подано результати моделювання для випадку використання детермінованих стратегій управління. Результат: після відновлення сумарного виробництва, виробники з лінійним ранговим розподілом за ефективністю виробництва утворюють гіперболічний ранговий розподіл за темпами виробництва (і частками ринку). Тобто, в детермінованих умовах, маємо монотонне відображення показників ефективності в *темпи виробництва.*

На рис. 8*в* подано результати моделювання для випадку використання всіма виробниками ризикового управління. Ймовірність бути лідером після відновлення у лідерів збільшується, у аутсайдерів — зменшується, але не є нульовою, як в детермінованих умовах.

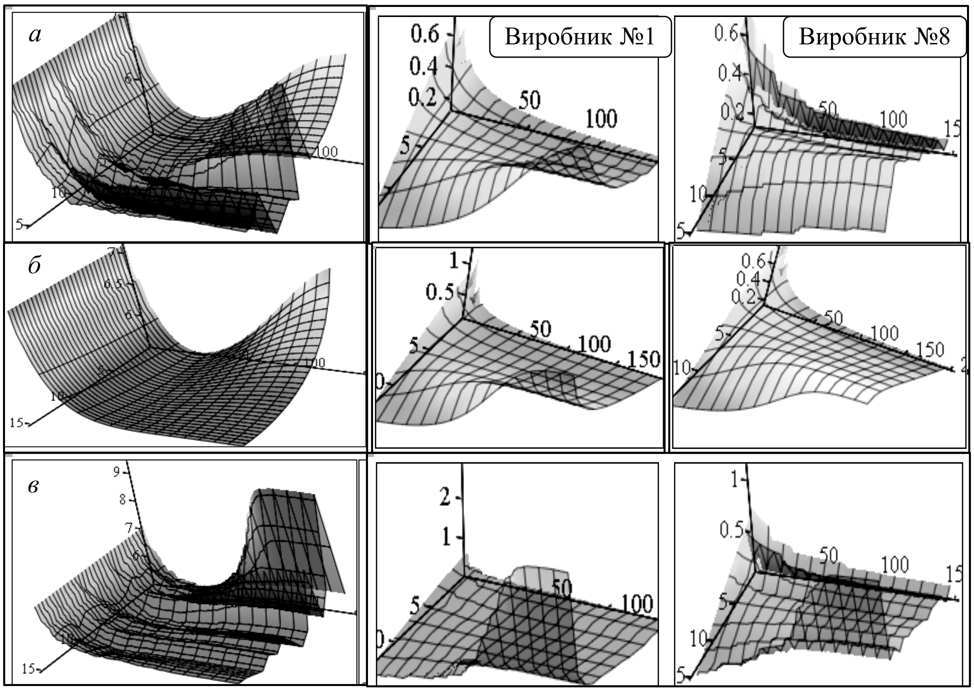


Рис. 8. Приклади моделювання процесів функціонування і розвитку системи «15 виробників, 15 продуктів»: *а* — виробники № 8 – 15 — гірші за продуктивністю й використовують ризикові стратегії розподілу ресурсу; *б* — всі виробники використовують стратегії розподілу ресурсів пропорційно оцінкам ефективності; *в* — всі виробники використовують ризикові стратегії. Для кожного сценарію подано графіки: динаміки відновлення після спаду (виробники ранжовані за ефективністю виробництва), динаміки розподілу ресурсів між продуктами виробництва для виробника №1 (лідера за продуктивністю) і № 8 (лідера в підгрупі виробників, що застосовують ризикові стратегії)

Для всіх сценаріїв розвитку для обраних виробників (№ 1, № 8) подано динаміку виробництва окремих продуктів, які ранжовано за обсягами ринків. Для лідера за продуктивністю бачимо раціональну стратегію — одночасне скорочення випуску гірших продуктів і збільшення випуску кращих.

ВИСНОВКИ

Інноваційний розвиток виробничих систем суттєво змінює вимоги до моделей виробничих систем, методів розробки моделей, що в свою чергу, вимагає створення узагальнених методологій моделювання й оптимізації на базі декомпозиційного підходу — певного ефективного упорядкування всіх створених і таких моделей, що створюються. Запропоновано підхід до створення нових моделей для нових об’єктів на базі трирівневої структурно-функціонально-редукційної декомпозиції моделі складного об’єкта — виробничої системи. Структурна декомпозиція — створення альтернативних моделей певного об’єкта на базі різних концепцій, є складною для формалізації і практичного втілення. Розроблено дві структурні версії моделі функціонування й розвитку виробничих систем — узагальненої варіаційної задачі розвитку і моделі системи виробників сегменту виробництва активної системи, елементом якої є досліджувана виробнича система. Дослідження виконані на цих структурних моделях підтверджують можливість їх використання як комплексу моделей-предикторів.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Згуровський М.З., Панкратова Н.Д.* Системна стратегія технологічного передбачення в інноваційній діяльності // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2003. — № 3. — С. 7–24.
2. *Месарович М.Д., Мако З., Такахара М.* Теория иерархических многоуровневых систем. — М.: Мир, 1973. — 310 с.
3. *Глушков В.М., Иванов В.В., Яненко В.М.* Моделирование развивающихся систем. — К.: Техника, 1975. — 390 с.
4. *Боровська Т.М., Колесник І.С., Северілов В.А.* Метод оптимального агрегування в оптимізаційних задачах: монографія. — Вінниця: УНІВЕРСУМ–Вінниця, 2009. — 229 с.
5. *Боровська Т.М., Бадьора С.П., Северілов В.А., Северілов П.В.* Моделювання і оптимізація процесів розвитку виробничих систем з урахуванням використання зовнішніх ресурсів та ефектів освоєння: монографія; за заг. ред. Т. М. Боровської. — Вінниця: ВНТУ, 2009. — 255 с.
6. *Боровська Т.М., Северілов П.В.* Моделювання і оптимізація систем виробництва біогазу // Наукові праці ВНТУ. — 2009. — № 2. — http://www.nbuv.gov.ua/e-journals/VNTU/2009-2/2009-2.html.
7. *Дубовой В.М., Ковалюк О.О.* Моделі прийняття рішень в управлінні розподіленими динамічними системами: монографія. — Вінниця: УНІВЕРСУМ–Вінниця, 2008. — 185 с.
8. *Пешель М.* Моделирование сигналов и систем. — М.: Мир, 1981. — 286 с.
9. *Опойцев В.И.* Равновесие и устойчивость в моделях коллективного поведения. — М.: Наука, 1977. — 346 с.
10. *Беллман Р., Гликсберг И., Гросс О.* Некоторые вопросы математической теории управления. — М.: Изд-во ИЛ, 1962. — 233 с.

Надійшла 13.12.2013