

УДК 519.718.2

**МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ НАДІЙНОСТІ ДЛЯ АНАЛІЗУ
ПРИЧИН НЕПРАЦЕЗДАТНОСТІ СИСТЕМИ ІЗ РОЗДІЛЬНИМ
НАВАНТАЖУВАЛЬНИМ РЕЗЕРВУВАННЯМ**

С.В. ЩЕРБОВСЬКИХ

Запропоновано математичну модель надійності системи із роздільним навантажувальним резервуванням, призначену для аналізу причин непрацездатності такої системи. Модель сформовано у три етапи. На першому надійність системи математично описано динамічним деревом відмов, особливість якого полягає у тому, що його логічні блоки задають не лише умову непрацездатності системи, а також умови перерозподілу навантаження між елементами. На другому етапі за динамічним деревом відмов побудовано та проаналізовано математичну модель графу станів та переходів системи. На третьому — модель графу перетворено у розщеплену однорідну марковську модель. За результатами обчислення одержано ймовірнісні характеристики множини мінімальних перетинів та встановлено найімовірнішу причину непрацездатності системи. Показано, що зі збільшенням тривалості експлуатування, найімовірніша причина непрацездатності змінюється. Таку поведінку показників надійності системи обумовлено впливом перерозподілу навантаження між елементами, напрацювання яких розподілене за законом Вейбулла.

ВСТУП

Розроблення рекомендацій щодо підвищення надійності систем виконують на основі пошуку і аналізу причин їх непрацездатності. Кожній причині непрацездатності відповідає унікальний набір непрацездатних елементів, який називають перетином. Усій сукупності незалежних причин непрацездатності відповідає мінімальна множина перетинів. Завдання аналізу надійності полягає у визначенні ймовірнісних характеристик усіх перетинів із мінімальної множини. Під час аналізу систем із навантажувальним резервуванням виникає потреба адекватно відобразити вплив непрацездатності окремих елементів та їх груп, напрацювання до відмови яких розподілене за законом Вейбулла, на навантаження решти працездатних елементів. У результаті такого впливу зазнають змін ймовірнісні характеристики перетинів, для визначення яких необхідно розробити адекватну математичну модель надійності. Ця проблема актуальна під час проектування електротехнічних та електроенергетичних систем, які застосовують в об'єктах підвищеної небезпеки.

Мета роботи — розробити математичну модель надійності для аналізу причин непрацездатності системи із роздільним навантажувальним резервуванням. Для досягнення поставленої мети розв'язано наступні завдання:

- формалізовано надійність системи на основі динамічного дерева відмов;
- побудовано модель станів і подій системи;
- сформовано розщеплену однорідну марковську модель системи;
- обчислено ймовірнісні характеристики мінімальних перетинів системи та визначено найімовірнішу причину непрацездатності системи.

ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ

Для визначення ймовірнісних характеристик перетинів застосовують два підходи: логіко-ймовірнісний аналіз та марковський аналіз. Логіко-ймовірнісний аналіз ґрунтується на складанні логічних умов, які відповідають перетинам, із подальшим їх перетворенням до ймовірнісних виразів [1–3]. Такий підхід простий у застосуванні, проте на його основі не можна коректно враховувати перерозподіл навантаження, спричинений відмовами елементів. Марковський аналіз зазначених обмежень не має [4, 5], однак під час його застосування виникають складності, пов'язані із високою трудомісткістю та обмеженням розподілу тривалості напрацювання та ремонтування елементів експоненціальним законом. Для зменшення трудомісткості такого аналізу необхідно вдосконалити методи автоматичної побудови марковської моделі [6]. Таку побудову виконують на основі дерева відмов, яке необхідно доповнити параметрами, що математично описують надійнісну поведінку за навантаженням [7]. Для усунення обмеження експоненціальним розподілом слід застосувати розщеплення простору станів [8–11], яке має адекватно урахувати запам'ятовування передісторії напрацювання елементів системи за навантаженням.

ОПИС СИСТЕМИ ТА ЇЇ ДИНАМІЧНЕ ДЕРЕВО ВІДМОВ

Система складається з чотирьох елементів (рис. 1,а): двох генераторів G1 й G2 та двох трансформаторів TV1 й TV2. Генератори G1 та G2 утворюють першу групу, а трансформатор TV1 та TV2 — другу. У кожній групі елементи працюють за алгоритмом навантажувального резервування, тобто якщо обидва елементи у групі працездатні, то навантаження розподіляється між ними порівну.

Якщо один із елементів у групі стає непрацездатним, то навантаження іншого подвоюється. Групи між собою утворюють послідовне з'єднання. Вважаємо, що засоби технічної діагностики та перемикання ідеальні, а тривалість зміни навантаження між елементами у групі — миттєва. Функція системи полягає у забезпеченні електричною енергією споживачів, які підключені до її виходу. Надійність системи формалізовано динамічним деревом відмов, структуру якого подано на рис. 1,б. Динамічне дерево відмов є математичною моделлю, яка описує умову непрацездатності системи та умови зміни навантаження на основі блоків, що позначають логічні операції

та операції відношення. Непрацездатність системи, яка позначена блоком «Вершина подій 1», полягає у тому, що система нездатна забезпечити енергією споживачів, які підключені до її виходу. Вважаємо, що така непрацездатність катастрофічна. Тобто, якщо настають непрацездатності окремих елементів, проте система зберігає працездатність, то такі елементи відновлюються стільки разів, скільки у цьому існує потреба. Якщо ж уся система стає непрацездатною, то відновлення елементів системи вважається неможливим. Такий стан системи настає, якщо непрацездатна перша або друга група елементів, що описано блоком «Оператор 1», тип якого задано логічною операцією АБО. Непрацездатність першої групи настає, якщо непрацездатні усі її елементи, що описано блоком «Оператор 2», тип якого задано логічною операцією І. Непрацездатність другої групи описуємо за аналогією блоком «Оператор 5», тип якого задано логічною операцією І. Непрацездатність генератора G1 позначено блоком «Базова подія 1», а його напрацювання до відмови розподілено за законом Вейбулла із параметрами $\alpha_1 = 11\,000$ год та $\beta_1 = 1,1$. Непрацездатність трансформатора TV1 — блоком «Базова подія 2» та за розподілом Вейбулла із параметрами $\alpha_2 = 9\,000$ год та $\beta_2 = 1,3$; непрацездатність G2 — блоком «Базова подія 3» та за розподілом Вейбулла із параметрами $\alpha_3 = 10\,000$ год та $\beta_3 = 1,1$; та непрацездатність TV2 — блоком «Базова подія 4» та за розподілом Вейбулла із параметрами $\alpha_4 = 8\,000$ год та $\beta_4 = 1,3$. Тривалість ремонтування усіх елементів системи вважаємо розподіленою експоненціально із параметром $\mu = 0,02$ год⁻¹.

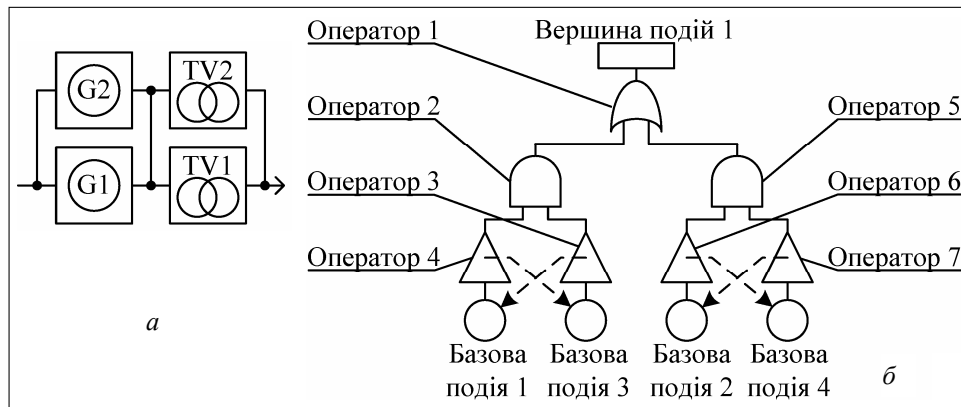


Рис. 1. Функціональна схема системи (а) та динамічне дерево відмов системи (б)

У цій моделі надійності відбуваються такі динамічні явища:

- зміна навантаження елементів першої групи, залежно від стану другої групи;
- зміна навантаження елементів другої групи, залежно від стану першої групи;
- зміна навантаження елемента першої групи, залежно від стану іншого її елемента;
- зміна навантаження елемента другої групи, залежно від стану іншого її елемента.

Перше та друге явища в явній формі задавати непотрібно, оскільки якщо відбувається відмова однієї із груп, то система є непрацездатною, що автоматично означає переведення у ненавантажений режим працездатних елементів, які залишились.

Для опису третього явища введемо у структуру дерева відмов блоки «Оператор 3» та «Оператор 4», які є повторювачами логічного сигналу, і задамо у них умови зміни навантаження. Якщо логічний сигнал на виході блока «Оператор 3» дорівнює ІСТИННО, тобто генератор G2 непрацездатний, то інтенсивність процесу напрацювання генератора G1, який задано у блоці «Базова подія 1», множимо на $k_1 = 3,1$. Відповідно, якщо логічний сигнал на виході блока «Оператор 4» дорівнює ІСТИННО, тобто генератор G1 непрацездатний, то інтенсивність процесу напрацювання генератора G2, який задано у блоці «Базова подія 3», множимо на $k_3 = 3,2$.

Для опису четвертого явища введемо у структуру дерева відмов блоки «Оператор 6» та «Оператор 7», які є повторювачами логічного сигналу, і задамо у них умови зміни навантаження. Якщо логічний сигнал на виході блока «Оператор 6» дорівнює ІСТИННО, тобто трансформатор TV1 є непрацездатним, то інтенсивність процесу напрацювання трансформатора TV2, який задано у блоці «Базова подія 4», множимо на $k_4 = 4,2$. Відповідно, якщо логічний сигнал на виході блока «Оператор 7» дорівнює ІСТИННО, тобто трансформатор TV2 непрацездатний, то інтенсивність процесу напрацювання трансформатора TV1, який задано у блоці «Базова подія 2», множимо на $k_2 = 4,1$.

МОДЕЛЬ СТАНІВ ТА ПОДІЙ СИСТЕМИ

На підставі наведеного вище динамічного дерева відмов системи із роздільним навантажувальним резервуванням, згідно із формалізованими правилами [10, с. 67; 11, с. 148] складено модель станів та подій. Така модель є математичним описом станів, в яких може перебувати система, та подій, які у ній можуть відбуватися, у проекційному зв'язку до процесів, що у ній протікають. Граф станів та переходів такої моделі подано на рис. 2, а її параметри у таблиці.

У моделі станів та подій процеси напрацювання і ремонтування для генератора G1 позначено як P_1 й P_5 , для трансформатора TV1 — P_2 й P_6 , для генератора G2 — P_3 й P_7 , та для трансформатора TV2 — P_4 й P_8 . Система перебуває у п'ятнадцяти станах, із яких дев'ять працездатні — $S_{15} - S_{11}$, S_9 , S_7 , S_6 й S_3 та шість непрацездатні — S_{10} , S_8 , S_5 , S_4 , S_2 й S_1 . У системі відбувається 36 подій, із яких 24 відмови і пошкодження: $T_1 - T_7$, $T_9 - T_{11}$, T_{13} , T_{14} , $T_{17} - T_{19}$, T_{21} , T_{22} , $T_{25} - T_{27}$, T_{29} , T_{30} , T_{33} , T_{34} та 12 відновлень: T_8 , T_{12} , T_{15} , T_{16} , T_{20} , T_{23} , T_{24} , T_{28} , T_{31} , T_{32} , T_{35} , T_{36} . Параметрами станів є значення коефіцієнтів масштабування для процесів $P_1 - P_8$ та логічна функція y , яка набуває значення «1», якщо система працездатна, та «0» — якщо ні. Параметрами подій є назва початкового стану, назва процесу, який завершився та назва кінцевого стану.

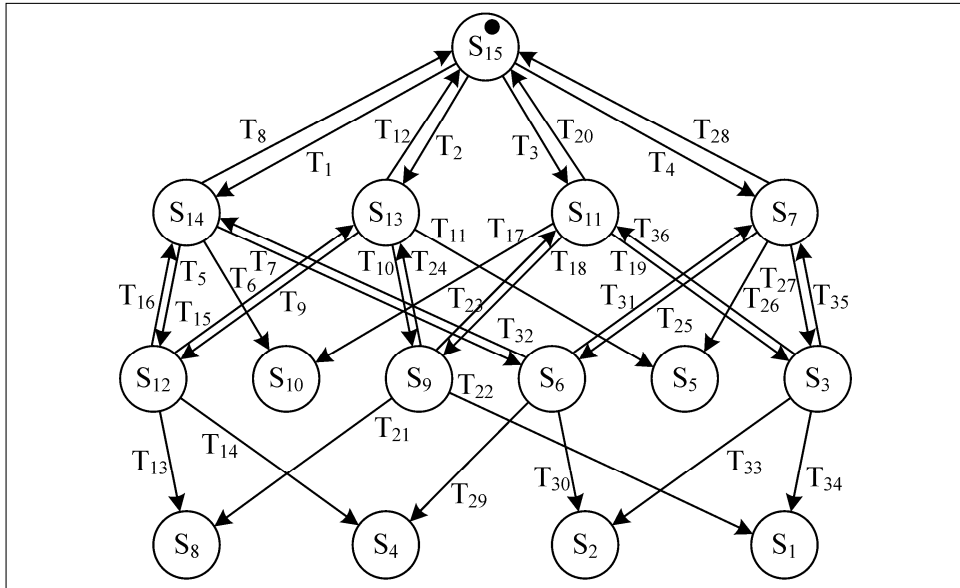


Рис. 2. Граф станів та переходів моделі станів та подій системи

Таблиця. Параметри моделі станів та подій системи

№	Опис станів										Опис подій			
	Поч. стан	Графічний опис стану	Коефіцієнти масштабування								Y	Назва події	Заверш. процес	Кінц. стан
			P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈				
1	S ₁₅		1	1	1	1	0	0	0	0	1	T ₁	P ₁	S ₁₄
2												T ₂	P ₂	S ₁₃
3												T ₃	P ₃	S ₁₁
4												T ₄	P ₄	S ₇
5	S ₁₄		0	1	k ₃	1	1	0	0	0	1	T ₅	P ₂	S ₁₂
6												T ₆	P ₃	S ₁₀
7												T ₇	P ₄	S ₆
8												T ₈	P ₅	S ₁₅
9	S ₁₃		1	0	1	k ₄	0	1	0	0	1	T ₉	P ₁	S ₁₂
10												T ₁₀	P ₃	S ₉
11												T ₁₁	P ₄	S ₅
12												T ₁₂	P ₆	S ₁₅
13	S ₁₂		0	0	k ₃	k ₄	1	1	0	0	1	T ₁₃	P ₃	S ₈
14												T ₁₄	P ₄	S ₄
15												T ₁₅	P ₅	S ₁₃
16												T ₁₆	P ₆	S ₁₄
17	S ₁₁		k ₁	1	0	1	0	0	1	0	1	T ₁₇	P ₁	S ₁₀
18												T ₁₈	P ₂	S ₉
19												T ₁₉	P ₄	S ₃
20												T ₂₀	P ₇	S ₁₅
21	S ₁₀		0	0	0	0	0	0	0	0	0	—	—	—

Продовження таблиці

22	S ₉		k ₁	0	0	k ₄	0	1	1	0	1	T ₂₁	P ₁	S ₈
23			T ₂₂	P ₄	S ₁									
24			T ₂₃	P ₆	S ₁₁									
25			T ₂₄	P ₇	S ₁₃									
26	S ₈		0	0	0	0	0	0	0	0	0	—	—	—
27	S ₇		1	k ₂	1	0	0	0	0	1	1	T ₂₅	P ₁	S ₆
28			T ₂₆	P ₂	S ₅									
29			T ₂₇	P ₃	S ₃									
30			T ₂₈	P ₈	S ₁₅									
31	S ₆		0	k ₂	k ₃	0	1	0	0	1	1	T ₂₉	P ₂	S ₄
32			T ₃₀	P ₃	S ₂									
33			T ₃₁	P ₅	S ₇									
34			T ₃₂	P ₈	S ₁₄									
35	S ₅		0	0	0	0	0	0	0	0	0	—	—	—
36	S ₄		0	0	0	0	0	0	0	0	0	—	—	—
37	S ₃		k ₁	k ₂	0	0	0	0	1	1	1	T ₃₃	P ₁	S ₂
38			T ₃₄	P ₂	S ₁									
39			T ₃₅	P ₇	S ₇									
40			T ₃₆	P ₈	S ₁₁									
41	S ₂		0	0	0	0	0	0	0	0	0	—	—	—
42	S ₁		0	0	0	0	0	0	0	0	0	—	—	—

МАРКОВСЬКА МОДЕЛЬ СИСТЕМИ

Ґрунтуючись на моделі станів та подій системи із роздільним навантажувальним резервуванням, згідно з формалізованими правилами [8, с. 78; 11, с. 163], сформовано розщеплену однорідну марковську модель. Таку модель подають системою диференціальних рівнянь Колмогорова–Чепмена виду:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{p}(t) = \mathbf{A} \mathbf{p}(t),$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C} \mathbf{p}(t).$$

де t — час; $\mathbf{p}(t)$ — вектор, що містить функції ймовірності фаз; $\mathbf{y}(t)$ — вектор, який містить функції ймовірності перетинів.

Марковська модель є множиною матриць, які задають інтенсивності переходів між фазами \mathbf{A} , початкові ймовірності фаз $\mathbf{p}(0)$, а також зв'язок \mathbf{C} функцій ймовірності фаз із характеристиками надійності системи. Для досліджуваної системи марковську модель подано у виразі (*). Компоненти марковської моделі системи формуємо на основі марковських моделей процесів. Параметри марковських моделей процесів визначаємо згідно з критерієм рівності першого і центрованого другого моментів фактичного розпо-

де \otimes — оператор тензорного множення; $\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_8$ — одиничні матриці, розмірність яких дорівнює розмірності матриць $\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_8$.

Для працездатного стану S_{14} :

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{S_{14}} = & \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{A}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ & + k_3 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{A}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ & + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{A}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ & + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{A}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8. \end{aligned}$$

Для працездатного стану S_{13} :

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{S_{13}} = & \mathbf{A}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ & + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{A}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ & + k_4 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{A}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ & + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{A}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8. \end{aligned}$$

Для працездатного стану S_{12} :

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{S_{12}} = & k_3 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{A}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ & + k_4 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{A}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ & + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{A}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ & + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{A}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8. \end{aligned}$$

Для працездатного стану S_{11} :

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{S_{11}} = & k_1 \mathbf{A}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ & + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{A}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ & + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{A}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ & + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{A}_7 \otimes \mathbf{E}_8. \end{aligned}$$

Для працездатного стану S_9 :

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{S_9} = & k_1 \mathbf{A}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ & + k_4 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{A}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ & + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{A}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ & + \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{A}_7 \otimes \mathbf{E}_8. \end{aligned}$$

Для працездатного стану S_7 :

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{S_7} &= \mathbf{A}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ &+ k_2 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{A}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ &+ \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{A}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ &+ \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{A}_8. \end{aligned}$$

Для працездатного стану S_6 :

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{S_6} &= k_2 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{A}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ &+ k_3 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{A}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ &+ \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{A}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ &+ \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{A}_8. \end{aligned}$$

Для працездатного стану S_3 :

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{S_3} &= k_1 \mathbf{A}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ &+ k_2 \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{A}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ &+ \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{A}_7 \otimes \mathbf{E}_8 + \\ &+ \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{A}_8. \end{aligned}$$

Для непрацездатних станів S_1, S_2, S_4, S_5, S_8 та S_{10} :

$$\mathbf{C}_{S_1} = \mathbf{C}_{S_2} = \mathbf{C}_{S_4} = \mathbf{C}_{S_5} = \mathbf{C}_{S_8} = \mathbf{C}_{S_{10}} = \mathbf{I},$$

де \mathbf{I} — одиничний вектор-рядок, розмірність якого дорівнює добутку розмірностей усіх матриць інтенсивності переходів $\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_8$.

Для подій $T_1, T_9, T_{17}, T_{21}, T_{25}$ та T_{33} спричинених завершенням процесу P_1 :

$$\mathbf{A}_{T_1} = \mathbf{A}_{T_9} = \mathbf{A}_{T_{25}} = \mathbf{p}_1 \mathbf{C}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8,$$

$$\mathbf{A}_{T_{17}} = \mathbf{A}_{T_{21}} = \mathbf{A}_{T_{33}} = k_1 \mathbf{A}_{T_1}.$$

Для подій $T_2, T_5, T_{18}, T_{26}, T_{29}$ та T_{34} , спричинених завершенням процесу P_2 :

$$\mathbf{A}_{T_2} = \mathbf{A}_{T_5} = \mathbf{A}_{T_{18}} = \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{p}_2 \mathbf{C}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8,$$

$$\mathbf{A}_{T_{26}} = \mathbf{A}_{T_{29}} = \mathbf{A}_{T_{34}} = k_2 \mathbf{A}_{T_2}.$$

Для подій $T_3, T_6, T_{10}, T_{13}, T_{27}$ та T_{30} , спричинених завершенням процесу P_3 :

$$\mathbf{A}_{T_3} = \mathbf{A}_{T_{10}} = \mathbf{A}_{T_{27}} = \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{p}_3 \mathbf{C}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8,$$

$$\mathbf{A}_{T_6} = \mathbf{A}_{T_{13}} = \mathbf{A}_{T_{30}} = k_3 \mathbf{A}_{T_3}.$$

Для подій $T_4, T_7, T_{11}, T_{14}, T_{19}$ та T_{22} , спричинених завершенням процесу P_4 :

$$\mathbf{A}_{T_4} = \mathbf{A}_{T_7} = \mathbf{A}_{T_{19}} = \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{p}_4 \mathbf{C}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8,$$

$$\mathbf{A}_{T_{11}} = \mathbf{A}_{T_{14}} = \mathbf{A}_{T_{22}} = k_4 \mathbf{A}_{T_4}.$$

Для подій T_8, T_{15} та T_{31} , спричинених завершенням процесу P_5 :

$$\mathbf{A}_{T_8} = \mathbf{A}_{T_{15}} = \mathbf{A}_{T_{31}} = \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{p}_5 \mathbf{C}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8.$$

Для подій T_{12}, T_{16} та T_{23} , спричинених завершенням процесу P_6 :

$$\mathbf{A}_{T_{12}} = \mathbf{A}_{T_{16}} = \mathbf{A}_{T_{23}} = \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{p}_6 \mathbf{C}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{E}_8.$$

Для подій T_{20}, T_{24} та T_{35} , спричинених завершенням процесу P_7 :

$$\mathbf{A}_{T_{20}} = \mathbf{A}_{T_{24}} = \mathbf{A}_{T_{35}} = \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{p}_7 \mathbf{C}_7 \otimes \mathbf{E}_8.$$

Для подій T_{28}, T_{32} та T_{36} , спричинених завершенням процесу P_8 :

$$\mathbf{A}_{T_{28}} = \mathbf{A}_{T_{32}} = \mathbf{A}_{T_{36}} = \mathbf{E}_1 \otimes \mathbf{E}_2 \otimes \mathbf{E}_3 \otimes \mathbf{E}_4 \otimes \mathbf{E}_5 \otimes \mathbf{E}_6 \otimes \mathbf{E}_7 \otimes \mathbf{p}_8 \mathbf{C}_8.$$

Одержана модель містить 240 диференціальних рівнянь.

ЙМОВІРНІСНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ МІНІМАЛЬНИХ ПЕРЕТИНІВ

Застосовуючи розщеплену однорідну марковську модель системи із розділним навантажувальним резервуванням на основі методу Розенброка обчислено ймовірнісні характеристики мінімальних перетинів системи. Використання методу Розенброка обумовлено тим, що марковська модель системи жорстка. Таку її властивість обумовлено:

- розкидом параметрів для процесів напрацювання та ремонтування;
- особливістю алгоритму розщеплення простору станів;
- впливом коефіцієнтів перерозподілу навантаження k_1-k_4 .

Мінімальна множина перетинів системи містить два перетини «G1–G2», якому відповідають непрацездатні стани S_2, S_8 й S_{10} , та «TV1–TV2» — S_{10}, S_1 , й S_5 . Криві ймовірнісних характеристик мінімальних перетинів системи подано на рис. 3, зокрема суцільна крива 1 відповідає функції ймовірності перетину «TV1–TV2», а штрихова крива 2 — «G1–G2».

На підставі даних про перетини робимо висновок, що для зменшення ймовірності відмови системи для моменту часу 10 000 год необхідно вжити заходів щодо підвищення безвідмовності групи трансформаторів TV1 та TV2, оскільки їх одночасна непрацездатність є найімовірнішою причиною непрацездатності досліджуваної системи із відносною вагою 52,63 %.

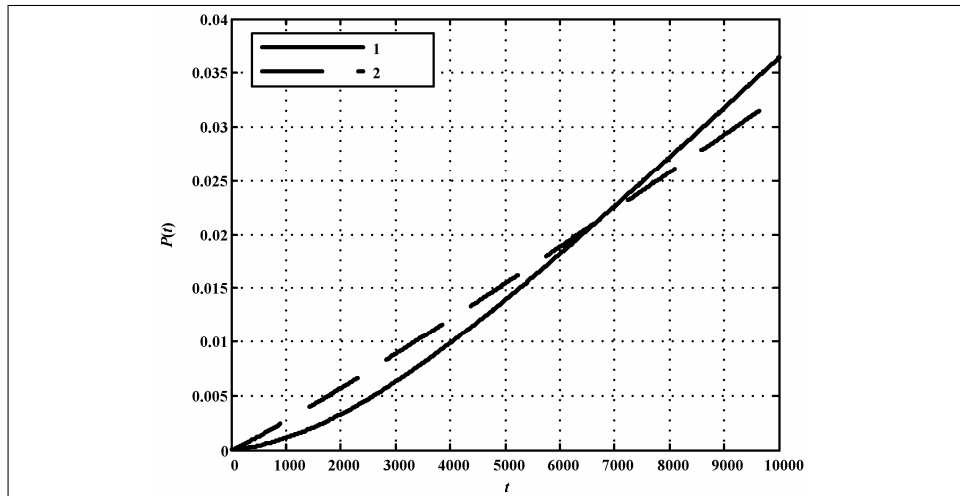


Рис. 3. Криві ймовірнісних характеристик множини мінімальних перетинів системи

ВИСНОВКИ

Розроблено математичну модель надійності системи із роздільним навантажувальним резервуванням, призначену для визначення ймовірнісних показників перетинів. Надійність системи математично описано на основі динамічного дерева відмов, а ймовірнісні показники визначено за розщепленою однорідною марковською моделлю. Одержано модель, яка забезпечила адекватне урахування перерозподілу навантаження між елементами, тривалість напрацювання до відмови яких розподілено за законом Вейбулла. За вказаною моделлю адекватно визначено ймовірнісні показники перетинів та показано, надійність яких елементів необхідно покращувати першочергово, щоб зменшити ймовірність відмови системи. Подальші дослідження скеровані на розроблення математичних моделей надійності, які призначені для аналізу причин непрацездатності систем із складною структурою.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Wei-Chang Yeh*. A new algorithm for generating minimal cut sets in k-out-of-n networks // *Reliability Engineering & System Safety*. — 2006. — **91**, № 1. — P. 36–43.
2. *Vega M., Sarmiento H.G.* Algorithm to evaluate substation reliability with cut and path sets // *Industry Applications, IEEE Transactions on*. — 2008. — **44**, № 6. — P. 1851–1858.
3. *Стефанідин Д.В., Романчук К.Г.* Логіко-ймовірнісна оцінка ризику збитків від аварійного виливу води з басейну добового регулювання Зарамагської ГЕС-1 // *Системні дослідження та інформаційні технології*. — 2013. — № 3. — С. 130–141.
4. *Yong Liu, Singh C.* Reliability evaluation of composite power systems using Markov cut-set method // *IEEE Trans. on Power Systems*. — 2010. — **25**, № 2. — P. 777–785.
5. *Песчанский А.И.* Календарное техническое обслуживание элементов монотонной системы с учетом их минимального аварийного восстановления //

- Системні дослідження та інформаційні технології. — 2011. — № 1. — С. 34–49.
6. *Haitao Guo, Xianhui Yang*. Automatic creation of Markov models for reliability assessment of safety instrumented systems // *Reliability Engineering & System Safety*. — 2008. — **3**, № 6. — P. 829–837.
 7. *Codetta-Raiteri D*. Integrating several formalisms in order to increase Fault Trees' modeling power // *Reliability Engineering & System Safety*. — 2011. — **96**, № 5. — P. 534–544.
 8. *Juan Eloy Ruiz-Castro, Rafael Pérez-Ocón, Gemma Fernández-Villodre*. Modelling a reliability system governed by discrete phase-type distributions // *Reliability Engineering & System Safety*. — 2008. — **93**, № 11. — P. 1650–1657.
 9. *Chryssaphinou O., Limnios N., Malefaki S*. Multi-state reliability systems under discrete time semi-markovian hypothesis // *IEEE Trans. on Reliability*. — 2011. — **60**, № 1. — P. 80–87.
 10. *Щербовських С.В.* Математичні моделі та методи для визначення характеристик надійності багатотермінальних систем із урахуванням перерозподілу навантаження: монографія — Львів: Львівська політехніка, 2012. — 296 с.
 11. *Бобало Ю.Я., Волочій Б.Ю., Лозинський О.Ю., Мандзій Б.А., Озірковський Л.Д., Федасюк Д.В., Щербовських С.В., Яковина В.С.* Математичні моделі та методи для аналізу надійності радіоелектронних, електротехнічних та програмних систем: монографія. — Львів: Львівська політехніка, 2013. — 300 с.

Надійшла 16.04.2014