ПРОГРЕСИВНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ, ВИСОКОПРОДУКТИВНІ КОМП'ЮТЕРНІ СИСТЕМИ

УДК 519.711.7+519.6
DOI: 10.20535/SRIT.2308-8893.2016.2.01

СВЯЗЬ СЕТЕЙ ПЕТРИ С БЕССКОБОЧНОЙ ПОЛЬСКОЙ ЗАПИСЬЮ

В.М. СТАТКЕВИЧ

Рассмотрены сети Петри, которые порождают языки бесскобочной польской записи и обратной польской записи для пропозициональных формул и арифметических выражений. Пропозициональные формулы могут содержать заданное количество переменных, а арифметические выражения — переменных и констант. Предложены также ингибиторные сети Петри для указанных языков, позволяющие формировать вещественные числа в двоичной записи с фиксированной точкой в арифметических выражениях. Метод построения сетей позволяет использовать произвольные функции заданной арности. Предложена цветная сеть Петри для вычисления значений пропозициональных формул в обратной польской записи. Метод построения сети позволяет использовать произвольные функции заданной арности с применением таблицы истинности соответствующей функции.

ВВЕДЕНИЕ

Сети Петри были предложены К. Петри в 1962 г. и являются удобным средством для моделирования различных процессов, систем и сетей (см., например, [1, 2]). Следует отметить такие их важные свойства, как недетерминированность, асинхронность, параллелизм и конфликтность.

Каждая сеть Петри может порождать язык. В работе [1] определены 12 классов языков и исследована их связь с формальными языками, определяемыми иерархией Хомского (см., например, [3]).

Сети Петри имеют определённую связь с вычислениями. В работе [1, с. 147] предлагалось в качестве упражнения исследовать связь с арифметикой Пресбюргера. Однако моделировать машину Тьюринга сети Петри не могут, так как невозможно проконтролировать отсутствие фишки в позиции. Доказано (см. [2, § 5.2]), что ингибиторные сети (сети, имеющие ингибиторные дуги, позволяющие проверять отсутствие фишек в позиции) и сети с приоритетами (обобщение сетей Петри) равномощны классу машин Тьюринга, а в [4] построена ингибиторная сеть, исполняющая произвольно заданную машину Тьюринга. В работе [5] детально исследована связь сетей Петри с исчислением процессов (алгеброй процессов).

Цветные сети Петри [2, 6] — обобщение сетей Петри, когда фишкам могут быть сопоставлены признаки (например, цвета) из заданного множества признаков, а правила запуска переходов модифицируются с учётом признаков фишек, — в случае бесконечного множества признаков равномощны классу машин Тьюринга. В случае конечного множества признаков цветной сети соответствует сеть Петри, возможно большего размера (см. [2, § 5.3]).

В статье [7] сети Петри применяются для анализа контекстно-свободных грамматик.

Отметим также подход к определению класса языков, предложенный в работе [8].

В этой работе предлагаются сети Петри, которые порождают языки бесскобочной польской записи, а также обратной польской записи для пропозициональных формул и арифметических выражений. Эта запись, предложенная Я. Лукасевичем (см., например, [3, с. 244–245]), имеет широкое применение в синтаксическом анализе и программировании, в частности, с 1960-х годов разрабатывались компьютеры и калькуляторы, поддерживающие обратную польскую запись. Также в данной работе предлагается цветная сеть Петри, позволяющая вычислять значения пропозициональных формул.

ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Сетью Петри называют набор $\langle P, T, W, \mu_0 \rangle$, где P — множество позиций (конечное и непустое); T — множество переходов (конечное и непустое), $W : (P \times T) \cup (T \times P) \to \mathbf{N} \cup \{0\}$ — весовая функция; $\mu_0 : P \to \mathbf{N} \cup \{0\}$ — начальная маркировка. Сеть Петри представляется в виде двудольного ориентированного мультиграфа, множество вершин которого разбивается на два непересекающихся подмножества P и T (доли), а дуги направлены от позиций к переходам или от переходов к позициям [1, 2].

Пусть A — конечное множество символов (алфавит), A^* — множество слов, т.е. конечных цепочек символов из A. Пустой символ обозначают как λ и полагают, что $\lambda \notin A$. Формальным языком L над алфавитом A называют некоторое подмножество множества A^*: $L \subset A^*$ [3].

Сопоставим каждому переходу некоторый символ алфавита A или пустой символ λ, $\delta : T \to A \cup \{\lambda\}$ — функция помечения. Свободно помеченной сетью Петри называют сеть, в которой все переходы помечены различными символами алфавита A. Различают свободные языки сети Петри, без λ-переходов и с λ-переходами. Последовательности $\sigma = t_1, \ldots, t_n, \ldots$ запусков переходов сети отвечает слово $w(\sigma) = \delta(t_1), \ldots, \delta(t_n), \ldots \in A^*$ (переходы, помеченные символом λ, не учитываются). Пусть задано множество заключительных маркировок F. Языком сети Петри L-типа называют множество слов w таких, что после запуска соответствующей последовательности переходов σ текущая маркировка является заключительной. Языком сети Петри T-типа называют множество слов w таких, что после запуска последовательности переходов σ ни один переход невозможно запустить [1, 2].

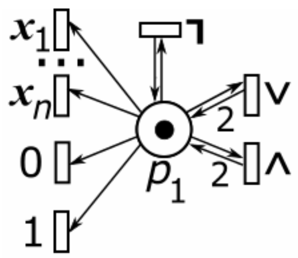
Ингибиторной сетью Петри называют сеть Петри, содержащую, кроме обычных дуг, ещё и ингибиторные дуги. Последние направлены лишь от позиций к переходам, всегда имеют кратность 1 и на рисунке обозначаются заканчивающимися не стрелками, а окружностями. Соответствующий переход можно запустить тогда, когда выполнены обычные условия запуска перехода, а также во всех входных позициях, соединённых с ним ингибиторными дугами, отсутствуют фишки [2].

Пропозициональные формулы определяются следующим образом: 1) пропозициональная буква является формулой; 2) если A и B — формулы, то $(A \vee B)$, $(A \wedge B)$, $\neg A$ — также формулы; 3) других формул нет.

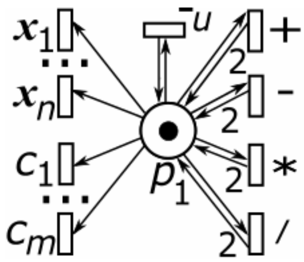
Бесскобочной польской записью выражения (согласно иной терминологии – префиксной формой записи) называют запись, в которой символ операции предшествует операндам, обратной польской записью (или постфиксной формой записи) – запись, в которой операнды предшествуют символу операции ([3, с. 244–245]). Например, обычной инфиксной форме записи выражения $(2*3)+(4-1)$ соответствует польская запись $+ * 2\, 3 - 4\, 1$ и обратная польская запись $2\, 3 * 4\, 1 - +$.

СЕТИ ПЕТРИ ДЛЯ БЕССКОБОЧНОЙ ПОЛЬСКОЙ ЗАПИСИ

Рассмотрим свободно помеченные сети Петри на рис. 1. Данные сети порождают языки L-типа с заключительной маркировкой $\mu_f = (0)$, соответствующие польской записи пропозициональных формул и арифметических выражений. Здесь $x_1, \ldots, x_n$ — переменные, $c_1, \ldots, c_m$ — константы, «+», «–», «*», «/» — бинарные операции, «$-_u$» — унарный минус. При добавлении в выражение дополнительной k-арной функции (например, стрелки Пирса, штриха Шеффера, тригонометрической, степенной, логарифмической и т.д.) следует дополнить сеть ещё одним переходом $\hat{t}$, помеченным соответствующим символом, и дугами $p_1 - \hat{t}$, $\hat{t} - p_1$ с весами $W(p_1, \hat{t}) = 1$, $W(\hat{t}, p_1) = k$. Графы достижимости для данных сетей бесконечны.



а



б

Рис. 1. Сети Петри для бесскобочной польской записи: *а* — пропозициональных формул; *б* — арифметических выражений

После формирования сетями слова w переменные и константы можно в дальнейшем (уже не с помощью данных сетей) интерпретировать, задавая конкретные логические или числовые значения. Также на этапе интерпретации для сети на рис. 1, *б* можно проверить корректность полученного арифметического выражения: отсутствие деления на ноль, принадлежность аргументов функций типа tg, ctg, $\ln$ их областям определения и т.д.

Сеть на рис. 1, *б* можно усовершенствовать, позволив формировать константы. Ингибиторная сеть на рис. 2 (в предположении, что $\mu_f = (0,0,0,0,0,0,0)$) позволяет формировать вещественные числа в двоичной записи с фиксированной точкой. В момент начала формирования константы в позиции p_2 появляется фишка-флаг, запрещая запуск переходов, отвечающих за переменные и операции. После формирования константы фишка из позиции p_2 исчезает, разрешая запуск указанных переходов. Здесь «$-_n$» указывает на то, что константа отрицательна.

Для сетей на рис. 1–2 указанные языки L-типа совпадают с языками T-типа.

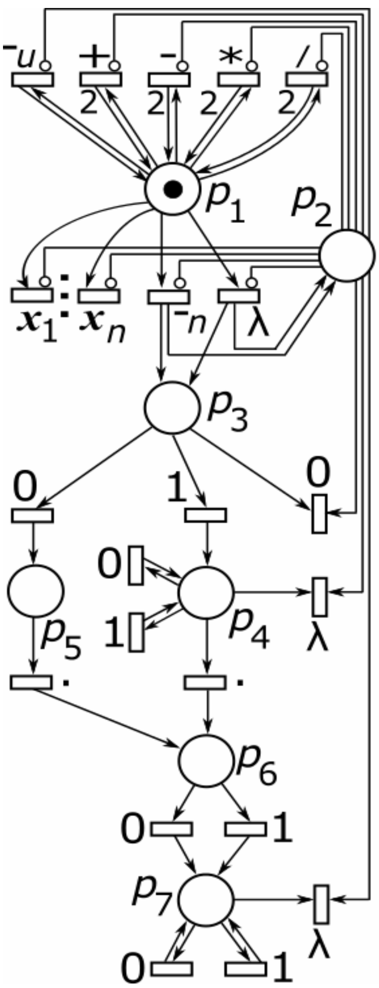


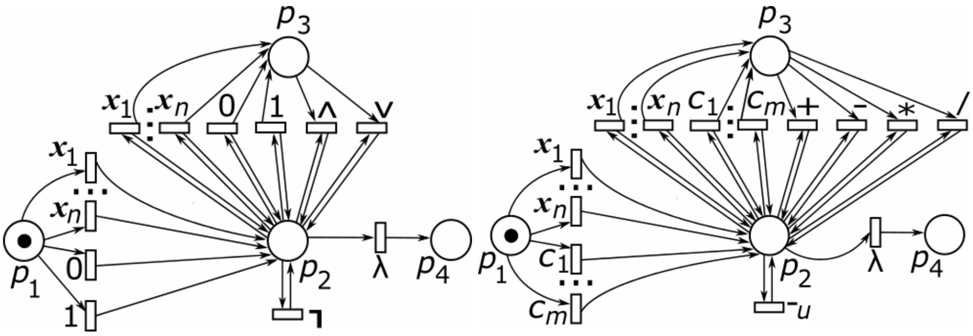
Рис. 2. Ингибиторная сеть Петри для бесскобочной польской записи арифметических выражений

СЕТИ ПЕТРИ ДЛЯ ОБРАТНОЙ ПОЛЬСКОЙ ЗАПИСИ

Рассмотрим сети Петри с λ-переходом на рис. 3. Данные сети порождают языки L-типа с заключительной маркировкой $\mu_f = (0,0,0,1)$, соответствующие обратной польской записи пропозициональных формул и арифметических выражений. При добавлении в выражение дополнительной k-арной ($k \geq 2$) функции следует дополнить сеть ещё одним переходом $\hat{t}$, помеченным соответствующим символом, и дугами $p_3 - \hat{t}$, $p_2 - \hat{t}$, $\hat{t} - p_2$ с весами $W(p_3, \hat{t}) = k-1$, $W(p_2, \hat{t}) = W(\hat{t}, p_2) = 1$, а при добавлении унарной функции – дугами $p_2 - \hat{t}$, $\hat{t} - p_2$ с весами $W(p_2, \hat{t}) = $ $= W(\hat{t}, p_2) = 1$.

Сеть на рис. 3, *б* также можно усовершенствовать (рис. 4), добавив блоки формирования вещественных чисел с фиксированной точкой подобно тому, как изображено на рис. 2, и положив $\mu_f = (0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1)$.

Отметим, что для сетей на рис. 3 в отличие от сетей на рис. 1 и 2 языки T-типа не совпадают с указанными языками L-типа из-за наличия тупиков $(0,0,l,1)$, $l \in \mathbf{N}$. Однако от этих тупиков можно избавиться, проведя ингибиторную дугу от позиции p_3 к λ-переходу, что сделает языки T-типа равными языкам L-типа (для сети на рис. 4 подобная ингибиторная дуга присутствует).



а *б*

Рис. 3. Сети Петри для обратной польской записи: *а* — пропозициональных формул; *б* — арифметических выражений

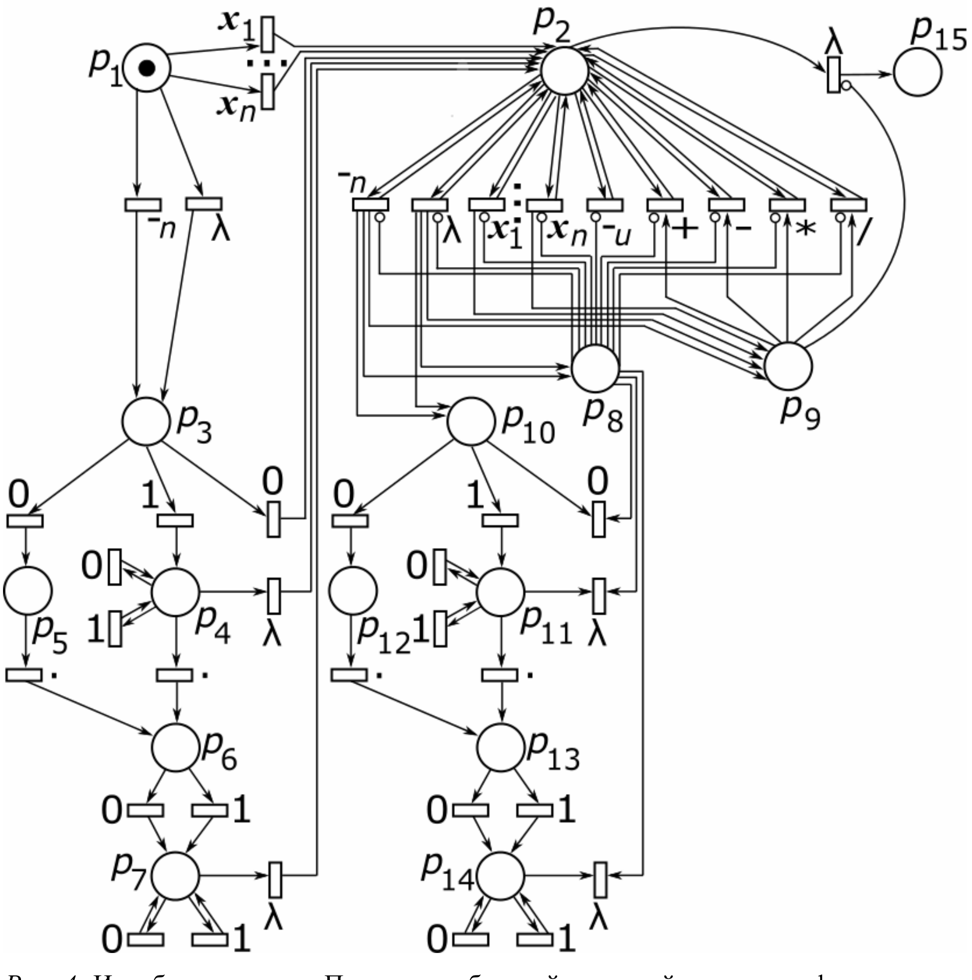


Рис. 4. Ингибиторная сеть Петри для обратной польской записи арифметических выражений

При отсутствии переменных или при выборе конкретной интерпретации сеть на рис. 3, *а* можно усовершенствовать, позволив вычислять значения пропозициональных формул. Цветная сеть на рис. 5 и рис. 6 воспроизводит известный алгоритм вычисления значения выражения, записанного обратной польской записью. Множество признаков — $\mathbf{N} \setminus \{1\}$, порядок срабатывания переходов соответствует обратной польской записи пропозициональной формулы.

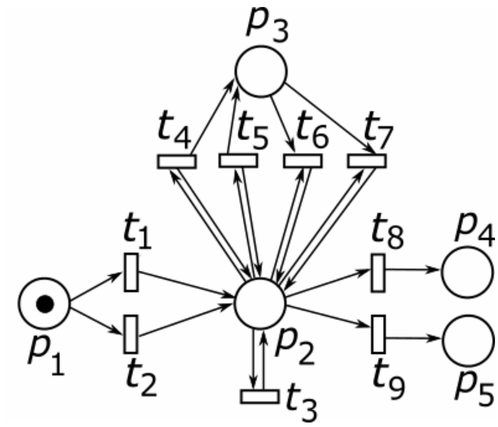


Рис. 5. Цветная сеть Петри для вычисления значений пропозициональных формул

	p_1	p_2
t_1	α	α_{10}
t_2	α	α_{11}

	p_2	p_2
t_3	α_{x0}	α_{x1}
	α_{x1}	α_{x0}

	p_2	p_2	p_3
t_4	α_x	α_{x0}	α
t_5	α_x	α_{x1}	α

	p_2	p_3	p_2
t_6	α_{x00}	α	α_{x0}
	α_{x01}	α	α_{x0}
	α_{x10}	α	α_{x0}
	α_{x11}	α	α_{x1}
t_7	α_{x00}	α	α_{x0}
	α_{x01}	α	α_{x1}
	α_{x10}	α	α_{x1}
	α_{x11}	α	α_{x1}

	p_2	p_4
t_8	α_{10}	α

	p_2	p_5
t_9	α_{11}	α

Рис. 6. Условия запуска переходов для цветной сети на рис. 5

Позиции $p_1, p_3 - p_5$ могут содержать только простые фишки, обозначаемые α. Значение выражения равно 0, если фишка содержится в позиции p_4, и равно 1, если фишка содержится в позиции p_5. Позиция p_2 может содержать только цветные фишки, обозначаемые α_n, где n вычисляется следующим образом. Старший бит числа n всегда равен единице, а остальные биты формируют стек значений, вершина которого находится в младшем бите; фактически единица в старшем бите является аналогом начального символа Z_0 (маркера дна стека) в МП-автомате (см., например, [3, с. 193–194]).

Переходы t_1, t_2, t_4 и t_5 отвечают за запись констант 0 и 1 в стек, переходы t_3, t_6 и t_7 — за выполнение операций логического отрицания, конъюнкции и дизъюнкции соответственно, переходы t_8 и t_9 — за получение результата. Условия запуска переходов указаны на рис. 6 (под x подразумеваются старшие биты двоичной записи числа n).

При добавлении в пропозициональную формулу дополнительной k-арной ($k \geq 2$) функции следует дополнить сеть ещё одним переходом $\hat{t}$, помеченным соответствующим символом, и дугами $p_3 - \hat{t}$, $p_2 - \hat{t}$, $\hat{t} - p_2$. Также необходимо указать условия запуска перехода $\hat{t}$, которые строятся на основании таблицы истинности соответствующей функции.

Таким образом, предложенная цветная сеть позволяет вычислять значение пропозициональной формулы при условии, что порядок срабатывания переходов соответствует обратной польской записи данной формулы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Питерсон Дж.* Теория сетей Петри и моделирование систем / Дж. Питерсон; пер. с англ. — М.: Мир, 1984. — 264 с.
2. *Котов В.Е.* Сети Петри / В.Е. Котов. — М.: Наука. Гл. ред. физико-мат. лит-ры, 1984. — 160 с.
3. *Ахо А.* Теория синтаксического анализа, перевода и компиляции. Т. 1. Синтаксический анализ / А. Ахо, Дж. Ульман: пер. с англ. — М.: Мир, 1978. — 613 с.
4. *Зайцев Д.А.* Ингибиторная сеть Петри, исполняющая произвольно заданную машину Тьюринга / Д.А. Зайцев // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2012. — № 2. — С. 26–41.
5. *Best E.* Petri net algebra / E. Best, R. Devillers, M. Koutny. — Berlin: Springer-Verlag, 2001. — 380 p.
6. *Jensen K.* Coloured Petri Nets: Modelling and Validation of Concurrent Systems, Springer-Verlag / K. Jensen, L. Kristensen. — Berlin, 2009. — 384 p.
7. *Спекторский И.Я.* Применение сетей Петри для анализа КС-грамматик / И.Я. Спекторский // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2011. — № 4. — С. 129–133.
8. *Jantzen M.* Labeled Step Sequences in Petri Nets, Applications and Theory of Petri Nets / M. Jantzen, G., Zetzsche // 29th International Conference, Xi'an, China (June 23–27, 2008). — Proceedings. — P. 270–287.

Поступила 01.02.2016