УДК 519.816
DOI: 10.20535/SRIT.2308-8893.2018.3.10

МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ ТА ПІДВИЩЕННЯ УЗГОДЖЕНОСТІ ЕКСПЕРТНИХ ОЦІНОК ЗА ПІДТРИМАННЯ ПРИЙНЯТТЯ ГРУПОВИХ РІШЕНЬ

В.В. ЦИГАНОК, П.Д. РОЇК

Анотація. Розглянуто проблему визначення рівня узгодженості оцінок під час групової експертизи. Завданням дослідження є розроблення методу визначення узгодженості експертних оцінок, позбавленого ряду ключових недоліків, притаманних наявним методам. Запропоновано індекс узгодженості визначати з використанням спектрального підходу, відповідно до якого оцінки експертів відображуються у вигляді спектра на обмеженій, безперервній або дискретній шкалі. Індекс обчислено як нормоване значення суми відстаней між оцінками експертів для всіх можливих пар оцінок. Індекс узгодженості досліджено також для функції квадрата попарних різниць у парах оцінок. Проведений аналіз засвідчив, що функція відстані більш придатна для ґрунтовного практичного визначення узгодженості експертних оцінок. Проведено імітаційне моделювання та запропоновано визначення порогового значення узгодженості, вище якого стає допустимою агрегація експертних оцінок. Для підвищення рівня узгодженості запропоновано процедуру зворотного зв’язку з експертом за умови неспричинення будь-якого тиску на нього.

Ключові слова: підтримання прийняття групових рішень, експертне оцінювання, індекс узгодженості експертних оцінок, спектральний підхід, поріг узгодженості, зворотний зв’язок з експертом.

ВСТУП

За підтримання прийняття рішень дуже важливо застосовувати групові експертизи, адже довіра до рекомендацій, сформованих на основі знань колективу фахівців, беззаперечно є значно вищою, ніж до сформованих однією, хоч і дуже кваліфікованою особою. У багатьох випадках оцінки експертів (їх переваги, судження тощо) можуть бути між собою недостатньо узгодженими для того, щоб у результаті їх подальшого узагальнення (агрегації) можна отримувати достовірні результати. Тому дуже важливим аспектом є визначення ступеня узгодженості суджень експертів, а також рівнів достатньої для агрегації узгодженості. Натепер відомо досить велику кількість індексів узгодженості експертних оцінок, багато з яких ґрунтуються на використанні статистичних показників, проте такий підхід вбачається не досить доцільним, оскільки зазвичай множина оцінок не є репрезентативною вибіркою в статистичному сенсі (тобто у розгляданих випадках оцінок може бути лише декілька).

СУТНІСТЬ ПРОБЛЕМИ

У цьому дослідженні пропонується використати спектральний підхід до подання експертних оцінок, запропонований у праці [1] та удосконалений у праці [2]. Сутність цього підходу полягає у формуванні на основі експертних матриць парних порівнянь множини оцінок та поданні її у вигляді складових на обмеженій з обох кінців дискретній шкалі. Кожну цю складову можна поставити у відповідність оцінці, наданій деяким експертом під час групової експертизи. Набір таких складових зручно зображати у вигляді спектра оцінок, приклад якого показано на рис. 1.

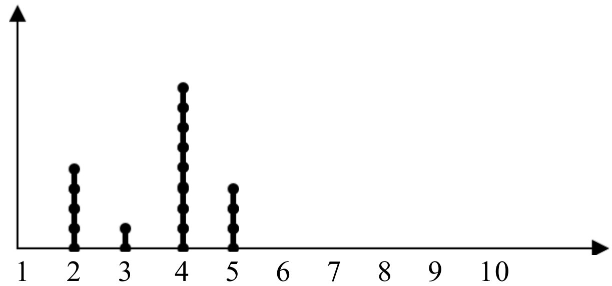

Рис. 1. Приклад зображення спектра, що відповідає набору оцінок різних експертів {2,2,2,2,3,4,4,4,4,4,4,4,4,5,5,5}

Застосування зазначеного підходу для визначення узгодженості з подвійним використанням формули ентропії запропоновано, як і деякі інші підходи, у праці [3], у якій подано також коригування індексу, наведеного у праці [1], з метою обмеження його області значень діапазоном [0,1] і неможливості потрапляння в область від’ємних значень.

Деякі практичні приклади свідчать про те, що функція індексу узгодженості [1] інколи поводить себе немонотонно у випадку зміни положення (значення) оцінок відносно середнього узагальненого значення.

Тому завдання розроблення методу визначення узгодженості, позбавленого таких недоліків, вбачається актуальними. Актуальність ще зумовлюється тим, що експертні оцінки іноді без значної втрати точності важко подати на дискретній шкалі, і постає потреба у визначенні узгодженості з використанням оцінок як дійсних чисел на неперервних шкалах.

ПОСТАНОВКА ЗАВДАННЯ ДОСЛІДЖЕННЯ

Сформулюємо вимоги до індексу узгодженості, які випливають зі зручності та доцільності його використання.

Отже, щоб розробити метод визначення ступеня узгодженості, взято до уваги такі базові постулати (аксіоми).

Аксіома 1. Під час експертного оцінювання завжди існує деяка «істинна» оцінка, визначення якої є метою проведення групової експертизи.

Аксіома 2. Ця «істинна» оцінка відповідає деякому усередненому значенню множини індивідуальних оцінок експертів.

Аксіома 3. Множину індивідуальних експертних оцінок можна подати на обмеженій з обох боків на числовій неперервній або дискретній шкалі.

Аксіома 4. Максимальний рівень узгодженості (1.0) досягається тоді, і тільки тоді, коли всі експерти вибрали одну й ту саму оцінку.

Аксіома 5. Індекс узгодженості повинен бути незалежним від зсувів оцінок, тобто множина оцінок $\{1,2,5\}$ матиме той самий індекс, що і $\{4,5,8\}$.

Аксіома 6. За однієї і тієї самої множини оцінок збільшення розміру шкали підвищує індекс узгодженості і навпаки.

Аксіома 7. Незалежність від розміру шкали: якщо деяка множина оцінок більш узгоджена, ніж інша на певній шкалі, то вона є більш узгодженою і в будь-якій іншій шкалі.

Аксіома 8. Індекс повинен мати властивість масштабованості: за лінійних змін (одночасного пропорційного збільшення/зменшення) розмірів шкали і значень усіх оцінок індекс узгодженості залишається незмінним.

АНАЛІЗ ЛІТЕРАТУРИ З ВИЗНАЧЕННЯ УЗГОДЖЕНОСТІ ЕКСПЕРТНИХ ОЦІНОК

Провівши вторинний аналіз бібліографічних джерел, можна стверджувати, що у спеціалізованій літературі чимало уваги приділено окресленій задачі. Дослідниками запропоновано низку індексів для визначення рівня узгодженості експертних оцінок. Такі індекси мають як переваги, так і недоліки, однак, на нашу думку, жоден з них не гарантує необхідного рівня достовірності для застосування в практичних умовах на статистичних вибірках різного масштабу. Отже, варто проаналізувати такі запропоновані інструменти та їх специфіку.

1. Стандартне відхилення вибірки (sample standard deviation), Шмідт і Гантер [4]. Цей інструмент оцінює рівень узгодженості через дисперсію від середнього значення. Індекс демонструє високу розбіжність значень для різних вибірок і не гарантує однорідного визначення узгодженості.

2. Коефіцієнт варіації (coefficient of variation). Цей індекс визначає узгодженість через дисперсію стандартного відхилення вибірки. Його основний недолік такий самий, як і індексу стандартного відхилення.

3. Індекс скоригованого середнього відхилення (adjusted average deviation index) [5]. Цей індекс подібний до стандартного відхилення вибірки, але дозволяє досягнути більш достовірних результатів завдяки врахуванню аспекту згоди між експертами. Недолік цього інструменту — не виконується аксіома 6.

4. Індекси r_{wg} [6] і r_{wg}^{*} [7]. Головний недолік це те, що індекси для множин оцінок $\{1,1,1,1,10,10,10,10\}$, $\{1,1,4,4,7,7,10,10\}$ (рівномірні розподіли) є однаковими.

5. Індекс a_{wg} [8]. Цей індекс подібний до r_{wg} і доповнює його. Однак істотний недолік цього індексу — це можливість отримання від'ємних значень.

6. Спектральний показник узгодженості (spectral consistency factor) [9]. Його головний недолік — індекс не є неперервним.

7. Зважений індекс спарювання (weighted pairing index) [10]. Цей індекс ґрунтується на визначенні відстані відхилення експертних оцінок від середнього показника групи. Його основний недолік — індекс дає надто високі значення для рівномірних розподілів.

8. Критерій узгодженості Пірсона (Pearson's statistic). Його недолік — ураховуються частоти оцінок, а не їх значення, тобто {1,1,5,5} і {1,1,4,4,} мають один і той самий індекс.

9. Індекс подвійної ентропії (double entropy index) [3]. Цей індекс враховує міру інформації оцінок і їх частоти. Його головний недолік — немонотонність оцінок (тобто з віддаленням однієї оцінки від основної множини оцінок індекс спочатку зменшується, а потім збільшується),

Таким чином, виходячи з наведеного огляду, можна дійти висновку, що наявні в літературі інструменти не надають надійних засобів для вирішення завдань, поставлених у межах поточного дослідження. Це свідчить про актуальність пошуку оптимальної функції для дослідження рівня узгодженості експертних оцінок.

ЗАПРОПОНОВАНИЙ ВАРІАНТ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ

Пропонується індекс узгодженості подати у вигляді такого виразу:

$$I=\frac{\sum_{i\neq j} f(|x_i-x_j|)}{M},$$

де x_i — оцінка *i*-го експерта; *M* — значення для найбільш неузгодженого випадку.

Отже, індекс узгодженості — це сума відстаней між оцінками для всіх можливих пар оцінок експертів. Запропонована функція *f* має таку властивість: $f(x)>0$, якщо $x>0$, та $f(x)=0$, якщо $x=0$. Тому логічно і правильно було б цей індекс називати індексом *неузгодженості*, адже мінімум функції відповідає повній / найбільшій узгодженості оцінок.

Із викладених вище умов: $I\geq 0$ і мінімум досягається тоді, і тільки тоді, коли всі значення змінних (оцінки) однакові. Крім того, для обох цих функцій максимум *I* досягається тоді, коли половина оцінок міститься на одному кінці шкали, а половина — на другому. У випадку, коли кількість оцінок непарна, «зайва» оцінка може бути на будь-якому кінці інтервалу.

Визначення цього максимуму в певному сенсі йде врозріз із підходами тих авторів, які вважають, що максимум повинен досягатися, коли всі оцінки рівномірно розподілені на всій шкалі. Але на практиці не дуже важливо, де функція досягає максимуму, оскільки всі випадки великої неузгодженості, описані вище (та інші), не можуть використовуватися для подальшої агрегації оцінок експертів. Узгодженість у цих випадках необхідно «покращувати»; важливо лише, щоб функція задовольняла базові аксіоми.

Тепер визначимо формально, який саме набір оцінок є найбільш неузгодженим для запропонованого індексу узгодженості. Для цього, очевидно, потрібно знайти максимум $\sum_{i\neq j} f(|x_i-x_j|)$. Оскільки залежно від функції f максимум буде різним, проведімо аналіз, коли $f=x^2$ (варто зазначити, що для функції $f=|x|$ результат буде таким самим).

Отже, знайдімо максимум функції $F = \sum_{i \neq j} (x_i - x_j)^2$.

Нехай маємо n експертів, що голосують на шкалі $[1, s]$, нехай x_i, $x_i \in [1, s]$, $i = \overline{1..n}$ — голос i-го експерта. Без втрати загальності вважатимемо, що $x_i \le x_{i+1}$, $i = \overline{1..n-1}$.

Розглянемо таку задачу:

$$\sum_{i \neq j} (x_i - x_j)^2 \to \max \quad i, j = \overline{1..n};$$

$$x_i \le x_{i+1}, \quad i = \overline{1..n-1};$$

$$x_1 \ge 1,$$

$$x_n \le s.$$

Перепишемо задачу у вигляді:

$$\sum_{i \neq j} (x_i - x_j)^2 \to \max \quad i, j = \overline{1..n};$$

$$x_{i+1} - x_i \ge 0, \quad i = \overline{1..n-1};$$

$$x_1 - 1 \ge 0;$$

$$s - x_n \ge 0.$$

Лагранжіан має вигляд [11]

$$L = \sum_{i \neq j} (x_i - x_j)^2 + \sum_{i=1}^{n-1} \mu_i (x_{i+1} - x_i) + \alpha(x_1 - 1) + \beta(s - x_n) .$$

Тепер знайдемо умови оптимальності:

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 2\sum_{i=1}^{n} (x_1 - x_i) + \alpha - \mu_1 = 0;$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_k} = 2\sum_{i=1}^{n} (x_k - x_i) + \mu_{k-1} - \mu_k = 0, \quad k = \overline{2..n-1};$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_n} = 2\sum_{i=1}^{n} (x_n - x_i) - \beta + \mu_{n-1} = 0;$$

$$\alpha(x_1 - 1) = 0;$$

$$\beta(s - x_n) = 0$$

$$\mu_i (x_{i+1} - x_i) = 0, \quad i = \overline{1..n-1};$$

$$x_i \le x_{i+1}, \quad i = \overline{1..n-1};$$

$$x_1 \ge 1;$$

$$x_n \le s;$$

$$\alpha \geq 0, \quad \beta \geq 0, \quad \mu_i \geq 0, \quad i = \overline{1..n-1}.$$

Додаючи перші n рівнянь, отримуємо:

$$2\sum_{i=1}^{n}(x_1 - x_i) + \alpha - \mu_1 + \sum_{k=2}^{n-1}\left(2\sum_{i=1}^{n}(x_k - x_i) + \mu_{k-1} - \mu_k\right) +$$

$$+ 2\sum_{i=1}^{n}(x_n - x_i) - \beta + \mu_{n-1} = 0;$$

$$2\left(n\sum_{i=1}^{n}x_i - \sum_{i=1}^{n}nx_i\right) + \alpha - \beta = 0;$$

$$\alpha - \beta = 0,$$

$$\alpha = \beta.$$

Розглянемо випадок, коли $\alpha - \beta = 0$.

Тут перші n рівнянь матимуть вигляд:

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 2\sum_{i=1}^{n}(x_1 - x_i) - \mu_1 = 0;$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_k} = 2\sum_{i=1}^{n}(x_k - x_i) + \mu_{k-1} - \mu_k = 0, \quad k = \overline{2..n-1};$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_n} = 2\sum_{i=1}^{n}(x_n - x_i) + \mu_{n-1} = 0.$$

Із рівняння $2\sum_{i=1}^{n}(x_1 - x_i) - \mu_1 = 0$ (оскільки x_1 найменше, а $\mu_1 \geq 0$) випливає, що $x_1 = x_i, \quad i = \overline{2..n-1}$, але цей випадок мінімізує функцію, тому він не підходить.

Розглянемо тепер випадок, коли $\alpha = \beta \neq 0$. Тут $x_1 = 1, x_n = s$.

Рівняння набувають такого вигляду:

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 2\sum_{i=1}^{n}(1 - x_i) + \alpha - \mu_1 = 0;$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_k} = 2\sum_{i=1}^{n}(x_k - x_i) + \mu_{k-1} - \mu_k = 0, \quad k = \overline{2..n-1};$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_n} = 2\sum_{i=1}^{n}(s - x_i) - \beta + \mu_{n-1} = 0;$$

$$\mu_i(x_{i+1} - x_i) = 0, \quad i = \overline{1..n-1};$$

$$x_i \leq x_{i+1}, \quad i = \overline{1..n-1}.$$

Розв'язуючи цю систему нелінійних рівнянь числовим методом за допомогою програмних засобів, отримуємо, що коли n парне, то розв'язок має вигляд $\left\{\underbrace{1\ldots1}_{\frac{n}{2}},\underbrace{s\ldots s}_{\frac{n}{2}}\right\}$, а якщо n непарне – то $\left\{\underbrace{1\ldots1}_{\frac{n+1}{2}},\underbrace{s\ldots s}_{\frac{n-1}{2}}\right\}$ або $\left\{\underbrace{1\ldots1}_{\frac{n-1}{2}},\underbrace{s\ldots s}_{\frac{n+1}{2}}\right\}$.

ПОРОГОВЕ ЗНАЧЕННЯ ІНДЕКСУ УЗГОДЖЕНОСТІ

Отже, узгодженість оцінок експертів визначається метою подальшої перевірки на коректність виконання агрегації цих оцінок. Тобто для отримання достовірних результатів під час агрегації потрібно, щоб рівень узгодженості був достатньо високим. Інакше може статись ситуація, як у класичному прикладі про стрільбу по мішені, коли в результаті агрегації двох неточних влучень у лівий і у правий край мішені отримано агреговане влучення у центр мішені. Таким чином, постає актуальна задача визначення цього порогового значення узгодженості, за якого агрегація є допустимою і доцільною.

Для розуміння ходу розв'язання цієї задачі наведемо деякі міркування, що випливають із проведених досліджень. Припустімо, що експерт голосує навмання, і припустімо також, що розподіл оцінок відбувається згідно з трикутним законом (рис. 2), тобто експерт має тенденцію до центрування оцінок.

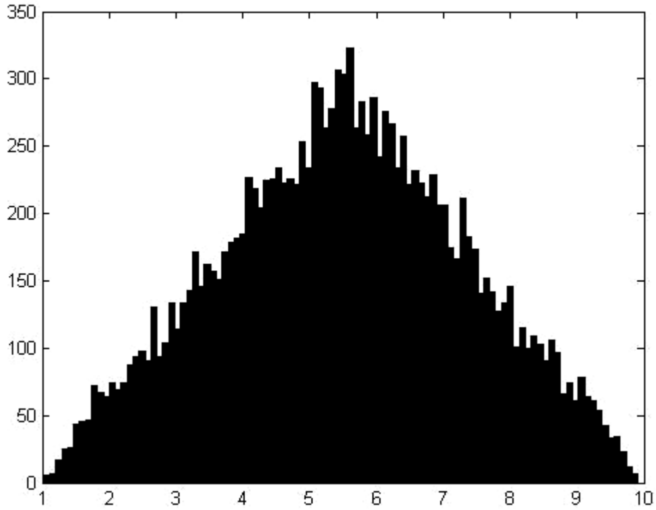

Рис. 2. Приклад зображення трикутного закону розподілу оцінок

Для перевірки результатів застосування різних функцій візьмімо до уваги ситуацію, коли 30 експертів навмання ставлять оцінку 15 000 разів: I залежно від f відповідає різним законам розподілу.

Якщо $f = x^2$, то закон розподілу має вигляд, як на рис. 3.

Як можна бачити з графіка, за $f = x^2$ розподіл виразно тяжіє правобіч на горизонтальній осі. Тенденція до тяжіння праворуч свідчить про те, що виставлені навмання 30 експертами 15 000 оцінок демонструють дуже високий рівень узгодженості.

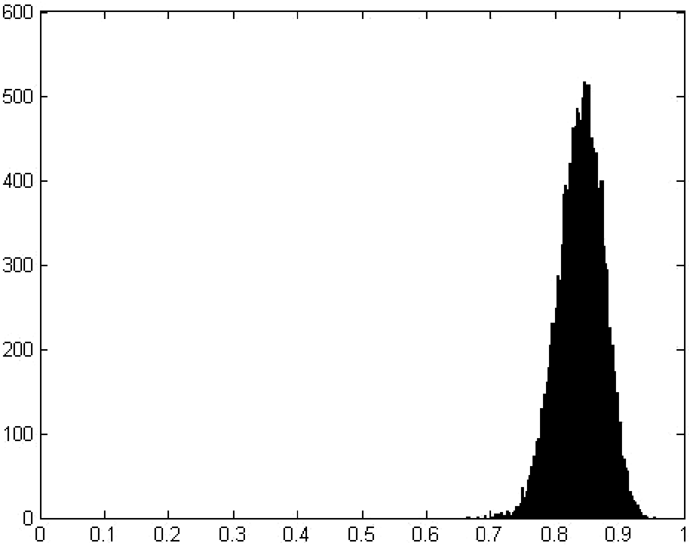

Рис. 3. Приклад зображення закону розподілу оцінок для функції $f = x^2$

Для визначення порога у межах цього дослідження пропонується взяти пороговий індекс, що дорівнює 0,95 квантилі (0,95 вибрано шляхом емпіричних досліджень). Для наведеного вище розподілу порогове значення дорівнює 0,94. Таким чином, за $f = x^2$ маємо дуже велике порогове значення, якого важко досягнути за нормальних умов, коли експерти ставлять реальні оцінки відповідно до своїх уподобань, а не діють навмання.

Також можемо констатувати, що для $f = x^2$ досягається велике значення індексу узгодженості: 0,57. В умовах реального експертного оцінювання таке велике значення вбачається малоймовірним, що ще раз підтверджує низький рівень придатності такої функції для вирішення практичних завдань у межах поставленої задачі.

Отже, варто розглянути інший варіант функції, який краще задовольнятиме встановлені вимоги.

Для $f = |x|$ закон має вигляд рис. 4.

Як видно з графіка, для $f = |x|$ досягається набагато рівномірніший розподіл, який тяжіє до центра, а не до периферії на горизонтальній осі. Порогове значення за порогового індексу 0,95 дорівнює 0,73. Таким чином, можна стверджувати, що порогове значення для $f = |x|$ істотно нижче ніж таке значення для $f = x^2$ (0,94 проти 0,73), що є свідченням більшої кореляції розподілу експертних оцінок, розставлених навмання, з можливим розподілом експертних оцінок, отриманих в умовах реального оцінювання.

Крім того, за такого рівномірного розподілу досягається істотно нижче значення узгодженості: 0,26 для $f = |x|$ проти 0,57 для $f = x^2$. Це може бути підтвердженням більшої адаптованості функції до умов реальних статистичних досліджень, а тому свідчить про кращу придатність функції для використання в межах поставлених задач.

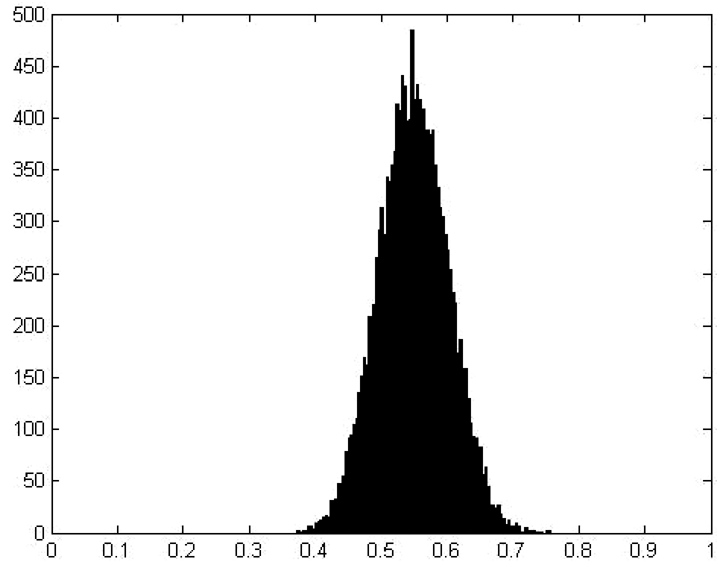

Рис. 4. Приклад зображення закону розподілу оцінок для функції $f = |x|$

ВИБІР ФУНКЦІЇ ШЛЯХОМ ПОРІВНЯЛЬНОГО АНАЛІЗУ

Розглядалися функції $f = |x|$ і $f = x^2$.

Функція $f = |x|$ вбачається більш прийнятною, оскільки:

1) рівномірний розподіл повинен мати якомога менший індекс узгодженості, для $|x|$ це 0,26, для x^2 це 0,57;

2) поріг застосування множини експертних оцінок для x^2 вищий (0,94 проти 0,73).

Таким чином, функція $f = |x|$ утворює розподіл, більш придатний для ґрунтовного практичного застосування у складі індексу узгодженості.

ПРОЦЕДУРА ПОКРАЩЕННЯ УЗГОДЖЕНОСТІ

У випадку, якщо індекс узгодженості менший ніж поріг необхідної для виконання агрегації узгодженості, пропонується процедура зворотного зв'язку з експертом для її підвищення.

У ході підвищення узгодженості ставляться дві цілі: 1) питання до експерта мають бути ненав'язливими (тобто не чинити тиск на експерта); 2) кількість питань повинна бути мінімальною.

Отже, нехай експерти дали свої оцінки $x_i^*, i = \overline{1..n}$, індекс узгодженості виявився нижче від порога узгодженості.

Для кожного експерта i фіксуємо оцінки всіх інших експертів, а оцінку i-го експерта варіюємо, і знаходимо значення, за якого індекс узгодженoсті становиться максимальним, тобто розв'язуємо задачу максимізації функції $F(x_i) = \sum_{i \neq j} f(| x_i - x_j |)$.

У випадку якщо $f = x^2$, то $F(x_i) = \sum_{i \neq j} (x_i - x_j)^2$, і максимум досягається, коли $F'(x_i) = 2\sum_{i \neq j} (x_i - x_j) = 0,\ j = \overline{1..i, i+1,..n}$, тобто коли $x_i = \frac{\sum_{j=1, j \neq i}^{n} x_j}{n-1}$ (середнє арифметичне оцінок інших експертів).

Аналогічне значення можна знайти, коли $f = |x|$ (це буде медіана оцінок інших експертів).

Далі визначаємо експерта, який найбільше максимізував індекс узгодженості.

Запитуємо, чи бажає він змінити свою оцінку. Якщо відповідь — «ні», переходимо до наступного за ним експерта. Якщо відповідь — «так», то просимо надати нову оцінку. Якщо надана ним оцінка збільшила індекс узгодженості, замінюємо його попередню оцінку новою, якщо ні — то просто запам'ятовуємо цю ситуацію для подальшого аналізу.

Описаний вище алгоритм скінченний, оскільки кожен експерт запитується максимум один раз.

Алгоритм закінчує свою роботу у випадку, коли потрібний рівень узгодженості досягнуто або коли неможливо досягти порога.

Приклад роботи алгоритму у формі діалогових повідомлень:

Уведіть максимальне значення на шкалі (5–100): 10.

Уведіть кількість експертів (2–25): 5.

Яку функцію використовувати (модуль (1) чи квадрат (2))?:1.

Розраховуємо порогове значення (95% персентиль)...

Пороговий індекс узгодженості дорівнює 0,82.

Уведіть оцінку експерта 1 ([1, 10]): 7.

Уведіть оцінку експерта 2 ([1, 10]): 3.

Уведіть оцінку експерта 3 ([1, 10]): 6.

Уведіть оцінку експерта 4 ([1, 10]): 7.

Уведіть оцінку експерта 5 ([1, 10]): 1.

Розраховуємо індекс узгодженості...

Індекс узгодженості дорівнює 0,41.

Намагаємося підвищити рівень узгодженості...

Експерте 5. Чи хочете змінити вашу оцінку (була 1,0) (так (1) або ні (0))?: 1.

Експерте 5. Яка ваша нова оцінка (була 1,0)?: 7.

Індекс узгодженості підвищився, дорівнює 0,67.

Експерте 2. Чи хочете змінити вашу оцінку (була 3,0) (так (1) або ні (0))?: 1.

Експерте 2. Яка ваша нова оцінка (була 3,0)?: 6.

Індекс узгодженості підвищився, дорівнює 0,89.

Фінальний індекс узгодженості дорівнює 0,89.

Оцінки: 7.0, 6.0, 6.0, 7.0, 7.0.

ОБМЕЖЕННЯ ОБРАНОЇ МОДЕЛІ

Обрана модель ґрунтується на теоретичному дослідженні недоліків та переваг інших моделей. Вибір здійснювався шляхом порівняння потенційних експертних оцінок, отриманих оцінюванням навмання. Моделі бракує емпіричного підтвердження її застосуванням у межах реальних досліджень за участю експертів для підтвердження релевантності отриманих результатів.

Важливим є той факт, що модель може давати потенційно різні результати залежно від обсягу вибірки. На базі виконаних досліджень можна висунути припущення, що модель може демонструвати більші відхилення в межах досліджень з умовно малою вибіркою, через що застосування висунутих гіпотез на практиці може обмежуватися зазначеними відхиленнями.

Провести емпіричний аналіз для порівняння практичних і теоретичних результатів у межах цієї роботи неможливо через наявні обмеження часових, фінансових та людських ресурсів, однак можна рекомендувати його для подальшого дослідження. Можна також використати й інші функції, крім модуля та квадрата відстані між оцінками, але вони надто складні для подальшого аналізу.

ВИСНОВОК

Попри наявні обмеження, запропонована модель дозволяє ефективно забезпечувати умови узгодженості експертних оцінок у групі, необхідні для виконання агрегації. Використовуючи запропоновану модель, можна обійти або мінімізувати недоліки, притаманні іншим моделям. Зокрема для обраного підходу характерні такі переваги: він придатний для неперервного випадку, задовольняє всі описані аксіоми. Вагомою перевагою є практична простота моделі та високий рівень достовірності для оцінювання рівня узгодженості експертних оцінок за різних варіантів їх розподілу між крайніми величинами оцінок. Запропонований підхід до підвищення узгодженості оцінок у групі дає змогу не чинити тиск на експерта, оскільки напрям бажаної зміни для підвищення узгодженості попередньо наданої оцінки не вказується. Рекомендується подальше опрацювання запропонованого підходу та його дослідження в межах практичних задач аналізу розподілу експертних оцінок для різних за обсягом статистичних вибірок.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Totsenko V.G.* The Agreement Degree of Estimations Set with Regard of Experts Competency / V.G. Totsenko // Proceedings of the Fourth International Symposium on the Analytic Hierarchy Process. Simon Fraser University. — Vancouver, Canada. — 1996. — P. 229–241.

2. *Циганок В.В.* Елементи комбінаторного підходу при визначенні спектрального коефіцієнта узгодженості експертних парних порівнянь / В.В. Циганок // Реєстрація, зберігання і обробка даних. — 2012. —Т. 14, № 2. — С. 98–105.
3. *Olenko A*. Double Entropy Inter-Rater Agreement Indices, Applied Psychological Measurement / A. Olenko, V. Tsyganok. — 2016. — Vol. 40(1). — P. 37–55.
4. *Schmidt F.L.* Interrater Reliability Coefficients Cannot be Computed When Only One Stimulus is Rated / F.L. Schmidt, J.E. Hunter // Journal of Applied Psychology. — 1989. — **74**. — P. 368–370.
5. *Burke M.J.* On Average Deviation Indices for Estimating Interrater Agreement / M.J. Burke, L.M. Finkelstein, M.S. Dusig // Organizational Research Methods. — 1999. — **2**. —P. 49–68.
6. *James L.R.* Estimating Within-Group Interrater Reliability With and Without Response Bias / L.R. James, R.G. Demaree and G. Wolf // Journal of Applied Psychology. — 1984. — **69**. — P. 85–98.
7. *Lindell M.K.* A Revised Index of Agreement for Multi-Item Ratings of a Single Target / M.K. Lindell, C.J. Brandt, D.J. Whitney // Applied Psychological Measurement. — 1999. — **23**. — P. 127–135
8. *Brown R.D.* Interrater Agreement Reconsidered: An Alternative to the rwg Indices / R.D. Brown, N.M.A. Hauenstein // Organizational Research Methods. — 2005. — **8**. — P. 165–184.
9. *Zgurovsky M.Z.* Group Incomplete Paired Comparisons with Account of Expert Competence / M.Z. Zgurovsky, V.G. Totsenko, V.V. Tsyganok // Mathematical and Computer Modelling. — 2004. — **39**(4–5). — P. 349–361.
10. *Cicchetti D.V.* (1997). A New Method for Assessing Interexaminer Agreement when Multiple Ratings are Made on a Single Subject: Applications to the Assessment of Neuropsychiatric Symtomatology / D.V. Cicchetti, D. Showalter, R. Rosenheck // Psychiatry research. — 1997. — **72**(1). — P. 51–63.
11. *Constrained* Optimization. — Available at: http://mat.gsia.cmu.edu/classes/QUANT/NOTES/chap4/node6.html on 11-may-18).

Надійшла 24.05.2018