УДК 517.9
DOI: 10.20535/SRIT.2308-8893.2019.1.11

# ПРОБЛЕМА ПРИГНІЧЕННЯ КОРУПЦІЇ З ВИКОРИСТАННЯМ ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ

**А.П. ЯКОВЛЕВА, В.М. КРУТЬ**

**Анотація**. Розглянуто проблему пригнічення корупції з використанням математичного моделювання та оптимізації, зокрема за допомогою принципу максимуму Понтрягіна. Виконано огляд та побудову моделей до поставленого завдання. У ході дослідження пригнічення корупції з використанням оптимального керування встановлено правдивість припущення, що корупція не має загальної домінуючої стратегії. Доведено, що існують дві локальні стабільні рівноваги, а саме: одна, де кожен є корумпований і цілком приймає корупцію, і друга, де все населення є чесним і корупція рівномірно засуджується. Між ними є нестабільна рівновага, де очікуваний рівень корупції відповідно до уявлень громадян збігається з фактичною інтенсивністю корупції. Розглянуто дві функції нагромадження корупції: лінійну та ввігнуту. Для лінійної функції розв'язок знайдено у загальному вигляді, для ввігнутої — на кількох прикладах.

**Ключові слова**: оптимальне керування, корупція, принцип максимуму Понтрягіна, функція нагромадження корупції (функція корисності), локальні стабільні та нестабільні точки рівноваги.

## ВСТУП

Корупція є системною загрозою і однією з найбільших перепон на шляху розвитку України. Керівництво країни приділяє цій проблемі велику увагу, але істотних змін у боротьбі з нею поки досягти не вдалось. Ряд міжнародних організацій проводить регулярні вимірювання рівня корупції у різних країнах. Їх оцінки вказують на гостроту цієї проблеми в Україні: у всесвітньому рейтингу CPI Україна минулого року посіла 130-е місце зі 176 країн. Настільки низьку оцінку України зумовлено, частково, великим корупційним тягарем, який несе бізнес. Наслідком цього є зниження інвестиційної привабливості, а, отже, обсяг капітальних вкладень і темпів економічного росту. Крім того, гальмується розвиток малого і середнього бізнесу, якому важче боротись з чиновниками, ніж великим компаніям. Суспільний добробут перерозподіляється на користь чиновників-корупціонерів. Пов'язані з ними компанії отримують перевагу в конкуренції на ринку, оскільки звільнені від перевірок вони платять менше податків, а також користуються перевагою під час розподілу державних замовлень на відповідному рівні. У цих умовах надається сумнівна можливість інноваційного розвитку економіки, для якого необхідно, щоб конкурентна перевага досягалась упровадженням нових більш ефективних технологій, а не за рахунок корупційних зв'язків [1]. Тому подолання корупції — одне з основних завдань для розвитку України. Існує багато методів математичного моделювання та оптимізації для боротьби з корупцією, серед яких ігровий підхід, Парето оптимальні коаліційні стійкі стратегії, оптимальне керування, квантильні стратегії та ін.

**Мета роботи** — детально розглянути один з підходів до боротьби з корупцією, який ґрунтується на використанні оптимального керування; побудувати відповідну математичну модель; виконати аналіз та отримати розв'язок поставлених оптимізаційних задач.

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Аналізується проблема прийняття рішення представниками чиновників у суспільстві, де корупційна поведінка принаймні частково доступна. Пропонується побудувати математичну модель пригнічення корупції з використанням принципу максимуму Понтрягіна. Через $u(t)$ позначається темп корупції чиновників. Оскільки розглядається час безперервної роботи, то темп корупції — інтенсивність, яка обмежена зверху $M > 0$. Далі припускається, що представники населення очікують певний відсоток корупції. Тому очікуваний темп корупції позначимо через $\mu$. Оскільки розглядається проблема прийняття рішення для чиновників, фактичний темп корупції $u$ — це керувальна змінна в розгляданій моделі, а очікуваний темп корупції — змінна стану.

Динаміка змінної стану регулюється за допомогою припущення, що очікуваний темп корупції завжди пристосовується до фактичного темпу корупції з деякою константою швидкості $\beta > 0$. Наступне рівняння стану — це стандартне подання адаптації очікуваного темпу корупції до фактичного темпу:

$$\dot{x}(0) = \beta(u - x)\,. \tag{1}$$

Тут і надалі часові аргументи випущені і без обмежень загальності припускається $M = 1$. Початковий стан суспільства вважається заданим:

$$x(0) = x_0 \in [0,1]\,, \tag{2}$$

де 1 — повністю корумповане суспільство; 0 — зовсім некорумповане.

Чиновники стикаються з проблемою максимізації свого прибутку та своєї корисності. Корисність у кожен період — це різниця між прибутком від залучення в корупцію з інтенсивністю $u, U(u)$ і вартістю корупційної угоди. Корупційний агент втрачає репутацію: чим більше він корумпований, тим менший очікуваний темп корупції. Це припущення мотивоване тим фактом, що високий рівень очікуваної корупції в цілому приводить до високого рівня сприйнятої корупції. Якщо громадянин країни з малою корупцією подорожує до країни, відомої корумпованими чиновниками, оцінка деякого чиновника, який є корумпований, буде значно меншою порівняно із ситуацією у власній країні. Шкідливість унаслідок втрати репутації позначається через $x(1-u)C$, де $C$ — додатна константа. Динаміку розвитку проблеми прийняття рішень можна записати у вигляді

$$\max J = \int_0^\infty e^{-rt}[U(u) - Cu(1-x)]dt$$

з урахуванням виразів (1), (2) і контрольним обмеженням:

$$0 \le u(t) \le 1 \quad \forall t \in [0, \infty).$$

Тут припускається, що нескінченність часового горизонту і додатна константа знецінюють темп *r*. Функція корисності підпорядковується звичайному припущенню: $U(0) = 0,\ U'(u) > 0,\ U''(u) \le 0$. Завдання полягає у розв’язанні цієї автономної альтернативної проблеми керування з нескінченним часом, де $u$ — керувальна змінна і $x$ — змінна стану. У роботі розглядається набір кусково-неперервних функцій $u(t)$ як допустима множина керування.

**ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ**

Спочатку розглядаємо випадок, коли функція нагромадження корупції лінійна, тобто $U(u) = \alpha u$. Тоді функція Гамільтона набуде вигляду

$$H(x, \lambda, u) = \alpha u - u(1 - x)C + \lambda\beta(u - x),$$

де $\lambda$ — спряжена змінна [2]. З умови максимуму принципу максимуму Понтрягіна максимум функції Гамільтона за $u \in U$ досягається лише за такого оптимального керування $u^*$, яке задовольняє умову

$$u^*(x, \lambda) = \begin{cases} 0, & \alpha < (1 - x)C - \lambda\beta, \\ [0,1], & \alpha = (1 - x)C - \lambda\beta, \\ 1, & \alpha > (1 - x)C - \lambda\beta. \end{cases}$$

Оптимальна траєкторія $(x, \lambda)$ повинна задовольняти канонічну систему:

$$\begin{cases} \dot{\lambda} = r\lambda - H_x(x, \lambda, u^*(x, \lambda)), \\ \dot{x} = \beta(u^*(x, \lambda) - x). \end{cases}$$

Michel P. [3] установив такий факт: будь-який оптимальний шлях $(x, \lambda)$ з $x_0 \in (0,1)$ має задовольняти трансверсальну систему

$$\lim_{t \to \infty} e^{-rt} \lambda(t) = 0.$$

В аналізі розглянуто три різні ситуації: 1) маржинальна корисність корупції більша ніж затрати на її виконання в умовах повного соціального визнання корупції (тобто $\alpha > C$); 2) $\alpha = C$; 3) $\alpha < C$.

Канонічна система має вигляд:

$$\begin{cases} \dot{\lambda} = (r + \beta)\lambda, \\ \dot{x} = -\beta x; \end{cases} \quad \alpha < (1 - x)C - \lambda\beta, \tag{3}$$

$$\begin{cases} \dot{\lambda} = (r + \beta)\lambda - C, \\ \dot{x} = \beta(1 - x). \end{cases} \quad \alpha > (1 - x)C - \lambda\beta. \tag{4}$$

На лінії перетину для $\alpha = (1-x)C - \lambda\beta$ будь-яке керування $u \in [0,1]$ — оптимальне і канонічна система є більш диференціальним включенням, ніж диференціальним рівнянням. Ці дві системи можуть бути розв'язані точно:

$$\begin{cases} \dot{\lambda} = (r+\beta)\lambda, \\ \dot{x} = -\beta x; \end{cases} \left| \begin{array}{l} \dfrac{d\lambda}{\lambda} = (r+\beta)dt, \\ \dfrac{dx}{x} = -\beta dt; \end{array} \right. \begin{cases} \ln\lambda = (r+\beta)t + \ln\lambda_0, \\ \ln x = -\beta t + \ln x_0. \end{cases}$$

Точний розв'язок для системи (3) має вигляд $x = x_0 e^{-\beta t}$, $\lambda = \lambda_0 e^{(r+\beta)t}$.

$$\begin{cases} \dot{\lambda} = (r+\beta)\lambda - C, \\ \dot{x} = \beta(1-x); \end{cases} \begin{cases} \dfrac{d\lambda}{\lambda - \dfrac{C}{r+\beta}} = (r+\beta)dt, \\ \dfrac{dx}{x-1} = -\beta dt; \end{cases} \begin{cases} \ln\left(\lambda - \dfrac{C}{r+\beta}\right) = (r+\beta)t + \ln\lambda_0, \\ \ln(x-1) = -\beta t + \ln(x_0 - 1). \end{cases}$$

Точний розв'язок для системи (4) має вигляд $x = 1-(1-x_0)e^{-\beta t}$, $\lambda = \lambda_0 e^{(r+\beta)t} + \dfrac{C}{r+\beta}$. Шукаючи єдиний розв'язок для розв'язків, що лежать на прямій перетину, установлено, що розв'язки повинні задовольняти:

$$0 = -C\dot{x} - \beta\dot{\lambda} = -C\beta(u-x) - \beta(\beta+r)\lambda + \beta C u = \beta(Cx - (\beta+r)\lambda),$$

де $x$, $\lambda$ задовольняють $\alpha = (1-x)C - \lambda\beta$ .

Існує теорема, яка узагальнює результати за трьома ситуаціями.

Нехай функція корисності $U(u)$ лінійна. Якщо $\alpha \ge \dfrac{rC}{r+\beta}$, то оптимальний шлях збігається з корупційною рівновагою незалежно від початкового значення $x$. Якщо $\alpha < \dfrac{rC}{r+\beta}$ , то існує єдина точка $\hat{x} = 1 - \dfrac{(r+\beta)\alpha}{rC} > 0$ така, що для $x_0 \le \hat{x}$ оптимальна траєкторія збігається з чесною рівновагою, у той час як для $x_0 > \hat{x}$ оптимальний шлях збігається з корупційною рівновагою [4].

Математичні результати розглянемо за різними параметрами. Основний результат: чим більше $\hat{x}$, тим менша нижня межа $x$, що зумовлює збіжність з корупційною рівновагою. Числове значення буде великим, якщо значення $\alpha$ і $\beta$ теж великі, тобто є велика гранична корисність корупційної активності і населення адаптує свої переконання досить швидко до наявних фактів, які означають, що шкідливість від утрати репутації швидко зменшуватиметься. Якщо шкідливість від утрати репутації є великою порівняно з граничною корисністю корупції і адаптація відбувається повільно, то лише високий спочатку очікуваний рівень приведе до збіжності між корупційною рівновагою. Таким чином, мале значення $r$ корупційної активності окупиться в довгостроковій перспективі, навіть якщо вона дає безпосередню шкідливість. Це означає, що чим менше $r$, тим більша множина початкових значень $x$, що зумовлює збіжність з корупційною рівновагою, яка відповідає математично отриманим результатам.

Аргументи, наведені вище, є також доречними, якщо порівняємо результати динамічного аналізу з результатами відповідної статичної моделі. Очевидним під час розгляду статистичної оптимізаційної задачі максимізації $\alpha u - C(1-x)u$ є те, що чиновник має обрати найбільш корупційний рівень $u=1$, якщо $x > 1 - \dfrac{\alpha}{C}$, і $u=0$ у противному випадку. Нерівність $1 - \dfrac{\alpha}{C} < \hat{x}$ означає, що для початкових значень $x$ статичної і динамічної задачі прибутковості маємо абсолютно протилежні результати. Це пояснюється тим, що статична модель ігнорує інвестиційний ефект на високий рівень корупції чиновників. Однак $\hat{x}$ наближається до статичного значення $x = 1 - \dfrac{\alpha}{C}$, якщо $\beta$ прямує до нуля або $r$ прямує до нескінченності. Таким чином, для дуже малого регулювання швидкості $\beta$ або дуже високої дисконтної ставки $r$ динамічна модель працює здебільшого як статична.

Той факт, що відсутність перемикання функції керування може виникнути на оптимальній траєкторії, інтуїтивно цілком зрозумілий. Якщо оптимальною для чиновника є повна корупція ($u=1$), для $x = x_0$ значення $x$ буде збільшуватись через його корупцію. Найвище значення $x$ буде тоді, коли найбільший обсяг корупції окупається; це означає, що чиновник немає жодних стимулів для переходу до чесної поведінки. Навпаки виконується також, про що згадує Feichtinger G. [5].

Нехай $U(u)$ — увігнута зростаюча функція, тобто $U' \geq 0, U'' < 0$. У цьому випадку маємо таке оптимальне керування:

$$u^*(x,\alpha) = \begin{cases} 0, & (1-x)C - \lambda\beta \geq U'(0), \\ (U')^{-1}((1-x)C - \lambda\beta), & U'(1) < (1-x)C - \lambda\beta < U'(0), \\ 1, & (1-x)C - \lambda\beta \leq U'(1). \end{cases}$$

Тоді корупційна рівновага, де кожен є корумпований і цілком сприймає корупцію, матиме такий вигляд: $u = x = 1,\ \lambda = \tilde{\lambda} = \dfrac{C}{r+\beta}$. Якщо $U'(0) \leq C$, то існує також чесна рівновага, де все населення є чесним і корупція рівномірно засуджується, $u = x = \lambda = 0$. Знову дві рівноваги — це сідлові точки. Може існувати декілька рівноваг між ними, але кількість і властивості рівноваг залежать від форми $U(u)$ [6]. Як приклад розглянемо випадок, коли функція корисності має вигляд

$$U(u) = \alpha \ln(1+u).$$

У цьому разі функція Гамільтона набуде вигляду

$$H(x,\alpha,u) = \alpha \ln(1+u) - Cu(1-x) + \alpha\beta(u-x).$$

З умови максимуму принципу максимуму Понтрягіна максимум функції Гамільтона за $u \in U$ досягається лише за такого оптимального керування $u^*$, яке задовольняє умову:

$$u^*(x,\alpha)=\begin{cases} 0, & x\le 1-\dfrac{\alpha+\lambda\beta}{C}, \\ \dfrac{\alpha}{C(1-x)-\lambda\beta}-1, & 1-\dfrac{\alpha+\lambda\beta}{C}<x<1-\dfrac{\alpha+2\lambda\beta}{2C}, \\ 1, & x\ge 1-\dfrac{\alpha+2\lambda\beta}{2C}. \end{cases}$$

Легко бачити, що як і в лінійному випадку, завжди маємо повну корупційну рівновагу з $u=x=1,\ \lambda=\widetilde{\lambda}$. Для $\alpha\le C$ також маємо чесну рівновагу з $u=x=\lambda=0$. Знову маємо внутрішню рівновагу, де оптимальне керування лежить у проміжку $(0,1)$. Для обчислення цієї рівноваги запишемо канонічну систему:

$$\begin{cases} \dot{x}=\beta\left(\dfrac{\alpha}{C(1-x)-\lambda\beta}-1-x\right), \\ \dot{\lambda}=(r+\beta)\lambda-\dfrac{C\alpha}{C(1-x)-\lambda\beta}+C; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x}=\beta\left(\dfrac{\alpha}{C(1-x)-\lambda\beta}-1-x\right)=0, \\ \dot{\lambda}=(r+\beta)\lambda-\dfrac{C\alpha}{C(1-x)-\lambda\beta}+C=0; \end{cases} \tag{5}$$

$$\begin{cases} \dfrac{\alpha}{C(1-x)-\lambda\beta}-1-x=0, \\ (r+\beta)\lambda-\dfrac{C\alpha}{C(1-x)-\lambda\beta}+C=0. \end{cases} \tag{6}$$

Домножимо перше рівняння системи (6) на $C$ і додамо рівняння:

$$(r+\beta)\lambda+C-1-x=0,$$

$$\lambda=\frac{C}{r+\beta}x\,.$$

Підставимо знайдене значення в перше рівняння системи (6):

$$\frac{\alpha}{C(1-x)-\dfrac{C\beta}{r+\beta}x}-1-x=0\,,$$

$$\alpha-C-Cx+\frac{C\beta}{r+\beta}x-Cx+Cx^2+\frac{C\beta}{r+\beta}x^2=0,$$

$$C\left(1+\frac{\beta}{r+\beta}\right)x^2+\frac{C\beta}{r+\beta}x+\alpha-C=0,$$

$$C(r+\beta+\beta)x^2+C\beta x+(\alpha-C)(r+\beta)=0,$$

$$C(r+2\beta)x^2+C\beta x+(\alpha-C)(r+\beta)=0.$$

Отже, прості обчислення показують, що рівновага системи (5) існує тоді і тільки тоді, якщо $\alpha \le C$, і це виконується за умови $u^* = x^*$, $\lambda^* = \frac{C}{r+\beta} x^*$ і

$$x^* = \frac{-C\beta + \sqrt{C^2\beta^2 - 4C(\alpha - C)(r+\beta)(r+2\beta)}}{2C(r+2\beta)}.$$

Покажемо, що розв'язок задовольняє $x < \frac{r+\beta}{r+2\beta} < 1$:

$$\sqrt{C^2\beta^2 - 4C(\alpha - C)(r+\beta)(r+2\beta)} < \sqrt{C^2\beta^2 + 4C^2(r+\beta)(r+2\beta)} =$$

$$= C\sqrt{\beta^2 + 4r^2 + 12r\beta + 8\beta^2} = C\sqrt{9\beta^2 + 4r^2 + 12r\beta} = C(3\beta + 2r),$$

$$x^* = \frac{-C\beta + \sqrt{C^2\beta^2 - 4C(\alpha - C)(r+\beta)(r+2\beta)}}{2C(r+2\beta)} < \frac{-C\beta + C(3\beta + 2r)}{2C(r+2\beta)} = \frac{\beta + r}{r+2\beta} < 1.$$

Знову маємо три схожих сценарії. Для $\alpha > C$ є лише одна корупційна рівновага, для $\alpha = C$ — корупційна і чесна рівноваги, які збігаються з внутрішньою рівновагою і для $\alpha < C$ маємо три рівноваги: корупційну, чесну і внутрішню, де очікуваний рівень корупції — це $x^*$ і $u^*(x^*, \lambda^*) = x^*$. З аналізу лінійного випадку випливає, що дві рівноваги на межі завжди є сідловими точками і прості обчислення показують, що внутрішня рівновага завжди відхиляється.

Тепер розглянемо випадок, коли функція корисності має вигляд $U(u) = -\alpha e^{-u+1}$.

У цьому разі функція Гамільтона матиме вигляд

$$H(x, \alpha, u) = -\alpha e^{-u+1} - Cu(1-x) + \lambda\beta(u - x).$$

З умови максимуму принципу максимуму Понтрягіна максимум функції Гамільтона за $u \in U$ досягається лише за такого оптимального керування $u^*$, яке задовольняє умову:

$$u^*(x, \alpha) = \begin{cases} 0, & x \le 1 - \dfrac{\alpha + \lambda\beta}{C}, \\ 1 - \ln \dfrac{C(1-x) + \lambda\beta}{\alpha}, & 1 - \dfrac{\alpha + \lambda\beta}{C} < x < 1 - \dfrac{\alpha + 2\lambda\beta}{2C}, \\ 1, & x \ge 1 - \dfrac{\alpha + 2\lambda\beta}{2C}. \end{cases}$$

Легко бачити, що, як і в лінійному випадку, завжди існує повна корупційна рівновага з $u = x = 1,\ \lambda = \tilde{\lambda}$. Для $\alpha \le C$ також є чесна рівновага з $u = x = \lambda = 0$. Існує також внутрішня рівновага, де оптимальне керування лежить у проміжку $(0,1)$. Для обчислення цієї рівноваги запишемо канонічну систему:

$$\begin{cases} \dot{x} = \beta\left(1 - \ln\dfrac{C(1-x)+\lambda\beta}{\alpha} - x\right), \\ \dot{\lambda} = (r+\beta)\lambda + C\ln\dfrac{C(1-x)+\lambda\beta}{\alpha} - C. \end{cases} \tag{7}$$

Дорівняємо до нуля, домножимо перше рівняння системи (7) на $C$ і додамо рівняння $(r+\beta)\lambda - C + C - Cx = 0$.

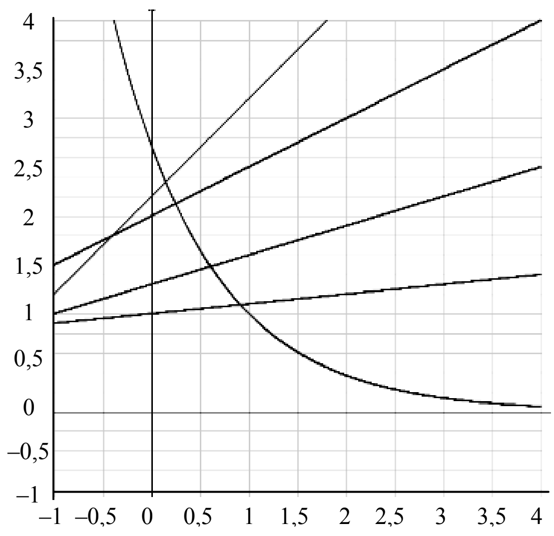
Прості обчислення показують, що рівновага цієї системи існує тоді і тільки тоді, якщо $\alpha \le C$, і це виконується за умови $u^* = x^*, \lambda^* = \dfrac{C}{r+\beta}x^*$ і

$$\ln\left(\frac{C - \dfrac{Cr}{r+\beta}x}{\alpha}\right) = 1 - x, \tag{8}$$

$$x = \frac{\beta + rW\left(-\dfrac{e^{-\frac{\beta}{r}+1}}{Cr}\alpha(r+\beta)\right) + r}{r},$$

де $W$ — функція Ламберта.

Оскільки всі коефіцієнти додатні і $\dfrac{C}{\alpha} \ge 1$ і $\dfrac{r}{r+\beta} \le 1$, то завжди існує розв'язок (8) і він лежить у проміжку $[0,1]$. Переписавши (8) у вигляді $\dfrac{C - \dfrac{Cr}{r+\beta}x}{\alpha} = e^{1-x}$, розв'яжемо рівняння графічно (див. рисунок), розглядаючи різні коефіцієнти.




Графічний розв'язок рівняння за різних коефіцієнтів

Знову розглядаємо три схожих сценарії. Для $\alpha \geq C$ будь-який оптимальний шлях збігається з корупційною рівновагою. Для $\alpha < C$ канонічна система має три рівноваги, де чесна і корупційна рівноваги — це сідлові точки і внутрішня рівновага між ними — вироджений вузол. Будь-який з оптимальних шляхів зрештою наближається до межі однієї з двох рівноваг.

## ВИСНОВКИ

У ході дослідження на базі теорії оптимального керування з використанням принципу максимуму Понтрягіна проаналізовано проблему пригнічення корупції. Розглянуто дві функції нагромадження корупції: лінійну та ввігнуту. Для лінійної функції розв'язок знайдено у загальному вигляді, для ввігнутої — на прикладі функції $-\alpha e^{-u+1}$. У результаті розв'язання системи, що описує динаміку змінної стану, надано рекомендації щодо застосування розробленої моделі до розглянутої проблеми. Зазначимо, що випадок з лінійною функцією можна розглядати як межу збіжності моделей зі зменшенням ступеня ввігнутості. Якщо ввігнутість зменшується, то дві паралельні прямі, що обмежують області з внутрішнім оптимальним керуванням, наближують одна одну і стикаються на межі (лінійна функція). Отримані результати можуть бути корисними і знайдуть застосування в подальших дослідженнях проблеми виникнення, моделювання та пригнічення корупції.

## ЛІТЕРАТУРА


1. *Сорокіна Н.Г.* Напрями запобігання корупції в органах публічної влади на сучасному етапі державотворення / Н.Г. Сорокіна // Державне управління та місцеве самоврядування. — 2015. — Вип. 2. — С. 259–267.
2. *Feichtinger G.* Optimale Kontrolle ökonomischer Prozesse. Anwendungen des Maximumprinzips in den Wirtschaftswissenschaften / G. Feichtinger, R.F. Hartl. — Berlin: de Gruyter, 1986.
3. *Michel P.* On the transversality condition in infinite horizon optimal control problems / P. Michel // Econometrica 50. — 1982. — P. 975–985.
4. *Dawid H.* On the Persistence of Corruption / H. Dawid, G. Feichtinger // Journal of economics. — 1996. — Vol. 64, N 2. — P. 177–193.
5. *Feichtinger G.* On the Stability and Potential Cyclicity of Corruption within Governments subject to Popularity Constraints / G. Feichtinger, F. Wirl // Mathematical Social Sciences. — 1994. — N 28. — P. 113–131.
6. *Wrzaczek S.* The reproductive value in distributed optimal control models. Theoretical Population Biology / S. Wrzaczek, M. Kuhn, A. Prskawetz. — Krakov: Wydawnictwo, 2010. — 670 p.


*Надійшла 23.01.2019*