УДК 621.313
DOI: 10.20535/SRIT.2308-8893.2019.1.05

МАТЕМАТИЧННА МОДЕЛЬ ДВОМАШИННОГО АСИНХРОННОГО ДВИГУНА З РУХОМИМ ІНДУКТОРОМ

В.В. ЛУЦЬО, А.М. СІЛЬВЕСТРОВ

Анотація. Запропоновано метод моделювання двомашинного асинхронного агрегата, що грунтується на розділенні моделей первинної і вторинної асинхронних машин на дві окремі структурні одиниці. Моделювання первинної машини від початку виконується у нерухомій відносно статора системі координат, у той час, як моделювання вторинної машини забезпечується переходом з рухомої в нерухому систему координат за допомогою оберненого перетворення Парка. У ході розроблення математичної моделі побудовано структурні схеми окремих блоків моделі і встановлено взаємозв'язки між ними. Ця математична модель згідно з результатами попередніх досліджень у галузі моделювання асинхронних машин дозволяє виявити особливості роботи досліджуваного класу електричних машин. Може бути використана для розроблення і дослідження електроприводу на їх основі.

Ключові слова: асинхронний двигун, двомашинний агрегат, математична модель, рухомий індуктор, нерухома система координат, обернене перетворення Парка.

Для дослідження особливостей роботи нових видів електричних машин, як і пошуків напрямів їх найбільш ефективного використання, важливу роль відіграє наявність адекватної математичної моделі, яка б забезпечувала можливість спостереження перебігу необхідних фізичних процесів.

Відмітними особливостями двомашинних агрегатів з рухомим індуктором (РІ) як окремого класу електричних машин є досягнення високої швидкості обертання асинхронного електроприводу з можливістю її регулювання в широких межах без застосування перетворювача частоти; можливість отримання різної потужності і швидкості обертання на двох валах без використання редуктора або диференціала, забезпечення плавного безреостатного пуску електроприводу тощо.

Для уточнення побудови конструктивних елементів під час проектування та визначення особливостей функціонування даного класу електричних машин виникає потреба в розробленні їх математичної моделі. Для дослідження обрано конструкцію двомашинного асинхронного двигуна з рухомим індуктором (рис. 1).

Електродвигун складається з корпусу *1*, у якому закріплено статор *2* з трифазною обмоткою *3*. На валу *4* закріплено високошвидкісний ротор *5* з короткозамкненою (КЗ) обмоткою *6*. Концентрично відносно статора *2* і ротора *5* розміщено РІ *7* з трифазною обмоткою *8* і КЗ з обмоткою *9*. Напруга живлення подається на обмотку *3* статора *2* через коробку виводів *14*, а на обмотку *8* індуктора *7* — через щітковий вузол *15* і контактні кільця *16*, які закріплені на поверхні порожнистого вала *12*. Детальний опис конструкції наведено у праці [1].

© *В.В. Луцьо, А.М. Сільвестров*, 2019

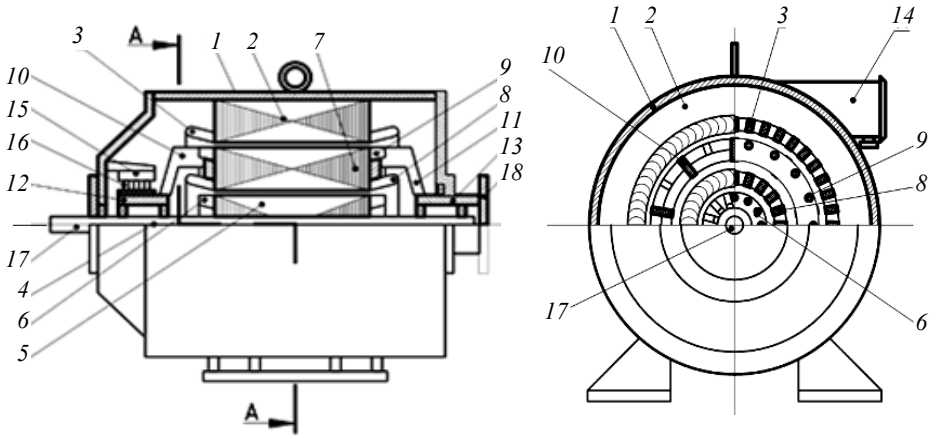

Рис. 1. Конструкція двомашинного асинхронного двигуна з рухомим індуктором

Приступаючи до математичного опису, уведемо такі припущення:

- вплив магнітних полів первинної і вторинної машин агрегата одного на одне настільки малий, що ним можна знехтувати;
- тертя у всіх підшипниках двомашинного агрегата відсутнє.

Для опису моделі двомашинної конструкції скористаємось такими принципами індексування. Величини, які стосуються статора, мають індекс 1, КЗ обмотки РІ — 2, трифазної обмотки РІ — 3, ротора — 4, первинної машини в цілому – один штрих, вторинної машини в цілому — два штрихи.

Вхідними величинами для двомашинного асинхронного двигуна (рис. 2) є напруга живлення статора $\vec{U}_1$ і напруга живлення РІ $\vec{U}_3$, статичний момент навантаження на валу РІ M_2 і на валу ротора M_4. Вихідними величинами можна вважати кутову частоту обертання РІ ω_2, кутову частоту обертання ротора ω_4, напругу, а також M_1 і M_3 — електромагнітні моменти первинної і вторинної машин відповідно.

Первинна і вторинна машини мають між собою прямий (за швидкістю) і зворотний (за крутним моментом) зв'язки (рис. 2). Прямий зв'язок являє собою прискорення обертового магнітного поля вторинної машини залежно від частоти обертання РІ ω_2, яка для вторинної машини є вхідною величиною. Зворотний зв'язок являє собою вплив електромагнітного моменту вторинної машини M_3 на навантаження первинної машини, для якої він є вхідною величною. Таким чином, знаючи як пов'язані між собою первинна і вторинна машини, змоделюємо їх як окремі асинхронні машини із КЗ ротором.

В основі математичної моделі двомашинного асинхронного двигуна лежить метод зображувальних векторів [2, 3].

Математична модель первинної машини у нерухомій координатній системі $\alpha\beta$ по суті нічим не відрізняється від моделі звичайного асинхронного двигуна із КЗ ротором і може бути описана таким чином.

Система рівнянь електричної рівноваги для первинної машини має вигляд:

$$\begin{cases} U_{1\alpha} = I_{1\alpha}R_1 + \dfrac{d\psi_{1\alpha}}{dt}; \\ U_{1\beta} = I_{1\beta}R_1 + \dfrac{d\psi_{1\beta}}{dt}; \\ 0 = I_{2\alpha}R_2 + \dfrac{d\psi_{2\alpha}}{dt} + Z'_p\omega_2\psi_{2\beta}; \\ 0 = I_{2\beta}R_2 + \dfrac{d\psi_{2\beta}}{dt} - Z'_p\omega_2\psi_{2\alpha}, \end{cases} \quad (1)$$

де U, I, ψ — проекції векторів напруги, струмів і потокозчеплення відповідно обмотки статора (з індексом 1) і КЗ обмотки РІ (з індексом 2) на осі нерухомої відносно статора системи координат $\alpha\beta$; Z'_p — кількість пар полюсів первинної машини; R_1, R_2 — активні опори кіл статора і КЗ обмотки РІ.

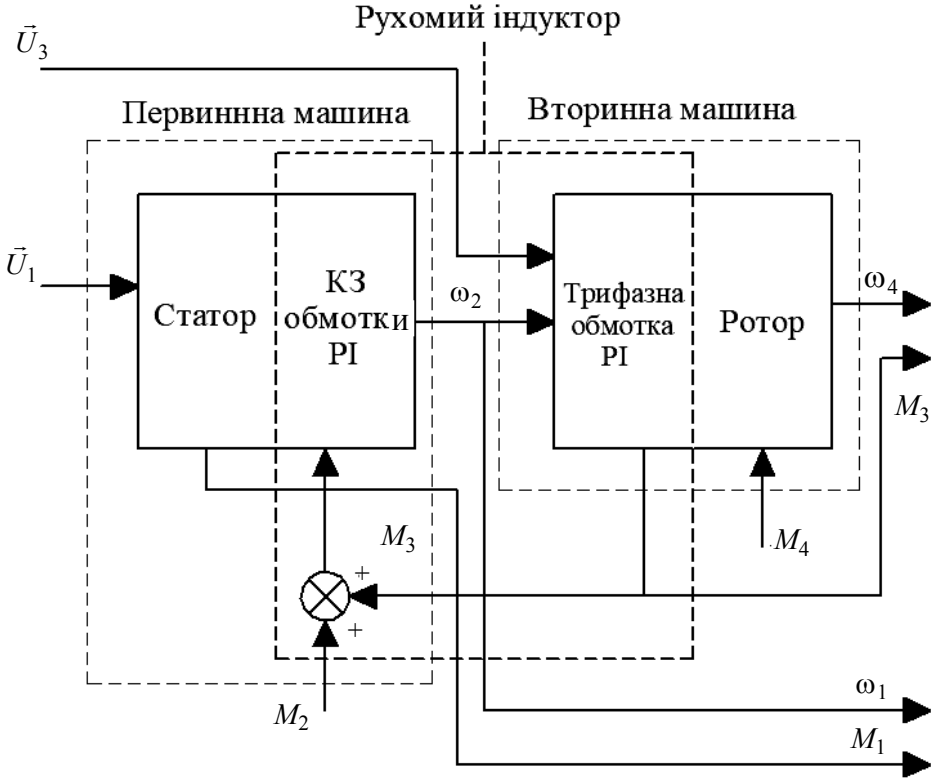

Рис. 2. Структурна схема моделі двомашинного асинхронного двигуна з рухомим індуктором

Проекції векторів напруг $U_{1\alpha}, U_{1\beta}$ визначимо як

$$\begin{cases} U_{1\alpha} = U_m \sin(\omega_1 t); \\ U_{1\beta} = -U_m \cos(\omega_1 t), \end{cases} \quad (2)$$

де $\omega_1 = 2\pi f_1$ — кутова частота напруги живлення первинної машини; U_m — діюче значення наруги живлення; f_1 — частота напруги живлення первинної машини.

Зображена на рис. 3 структурна схема відповідає системі рівнянь (2), а подача одиничного сигналу на вхід забезпечує можливість керувати моментом подачі живлення на вхід первинної машини.

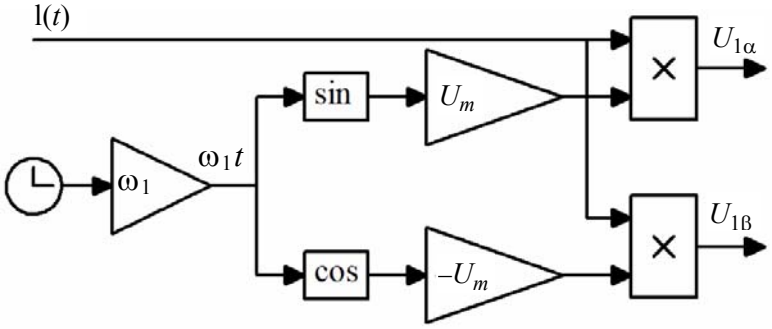

Рис. 3. Структурна схема формувача проекцій просторового вектора напруги на осі нерухомої відносно статора системи координат $\alpha\beta$

Струми у системі рівнянь (1) можна знайти як

$$\begin{cases} I_{1\alpha} = \dfrac{1}{\sigma' L_1}(\psi_{1\alpha} - k_2\psi_{2\alpha}); \\ I_{1\beta} = \dfrac{1}{\sigma' L_1}(\psi_{1\beta} - k_2\psi_{2\beta}); \\ I_{2\alpha} = \dfrac{1}{\sigma' L_1}(\psi_{2\alpha} - k_1\psi_{1\alpha}); \\ I_{2\beta} = \dfrac{1}{\sigma' L_1}(\psi_{2\beta} - k_1\psi_{1\beta}), \end{cases} \tag{3}$$

де $k_1 = \dfrac{L'_m}{L_1}, k_2 = \dfrac{L'_m}{L_2}$ — коефіцієнти магнітних зв'язків статора і КЗ обмотки РІ відповідно; L_1, L_2 – повні індуктивності кіл статора і КЗ обмотки РІ; L'_m — взаємна індуктивність первинної машини; $\sigma' = 1 - k_1 k_2$ — коефіцієнт розсіювання первинної машини.

Підставивши рівняння струмів із системи (3) у систему (1) і переписавши його для потокозчеплень, отримаємо:

$$\begin{cases} \dfrac{d\psi_{1\alpha}}{dt} = U_{1\alpha} - \dfrac{R_1}{\sigma' L_1}\psi_{1\alpha} + k_2\dfrac{R_1}{\sigma L_1}\psi_{2\alpha}; \\ \dfrac{d\psi_{1\beta}}{dt} = U_{1\beta} - \dfrac{R_1}{\sigma' L_1}\psi_{1\beta} + k_2\dfrac{R_1}{\sigma L_1}\psi_{2\beta}; \\ \dfrac{d\psi_{2\alpha}}{dt} = -\dfrac{R_2}{\sigma' L_2}\psi_{2\alpha} - Z'_p\omega_2\psi_{2\beta} + k_1\dfrac{R_2}{\sigma L_2}\psi_{1\alpha}; \\ \dfrac{d\psi_{2\alpha}}{dt} = -\dfrac{R_2}{\sigma' L_2}\psi_{2\beta} - Z'_p\omega_2\psi_{2\alpha} + k_1\dfrac{R_2}{\sigma L_2}\psi_{1\beta}. \end{cases} \tag{4}$$

Увівши позначення

$$T_1' = \frac{\sigma' L_1}{R_1},\ T_2' = \frac{\sigma' L_2}{R_2}, \tag{5}$$

систему (4) запишемо і вигляді

$$\begin{cases} \dfrac{d\psi_{1\alpha}}{dt} = U_{1\alpha} - \dfrac{1}{T_1'}\psi_{1\alpha} + k_2 \dfrac{1}{T_1'}\psi_{2\alpha}; \\ \dfrac{d\psi_{1\beta}}{dt} = U_{1\beta} - \dfrac{1}{T_1'}\psi_{1\beta} + k_2 \dfrac{1}{T_1'}\psi_{2\beta}; \\ \dfrac{d\psi_{2\alpha}}{dt} = -\dfrac{1}{T_2'}\psi_{2\alpha} - Z_p'\omega_2\psi_{2\beta} + k_1 \dfrac{1}{T_2'}\psi_{1\alpha}; \\ \dfrac{d\psi_{2\alpha}}{dt} = -\dfrac{1}{T_2'}\psi_{2\beta} - Z_p'\omega_2\psi_{2\alpha} + k_1 \dfrac{1}{T_2'}\psi_{1\beta}. \end{cases} \tag{6}$$

Рівняння електромагнітного моменту первинної машини, записане для потокозчеплень, таке:

$$M_1 = \frac{3}{2}\frac{Z_p' k_2}{\sigma' L_1}(\psi_{2\alpha}\psi_{1\beta} - \psi_{2\beta}\psi_{1\alpha}). \tag{7}$$

За третім законом Ньютона моментом навантаження для рухомого індуктора первинної машини є електромагнітний момент вторинної машини і статичний момент на валу рухомого індуктора. Тоді рівняння руху індуктора має вигляд

$$J' \frac{d\omega_2}{dt} = M_1 - M_3 - M_2, \tag{8}$$

де J' — сумарний момент інерції первинної машини.

Зображена на рис. 4 модель відповідає системі рівнянь (6) з урахуванням рівнянь (7) і (8).

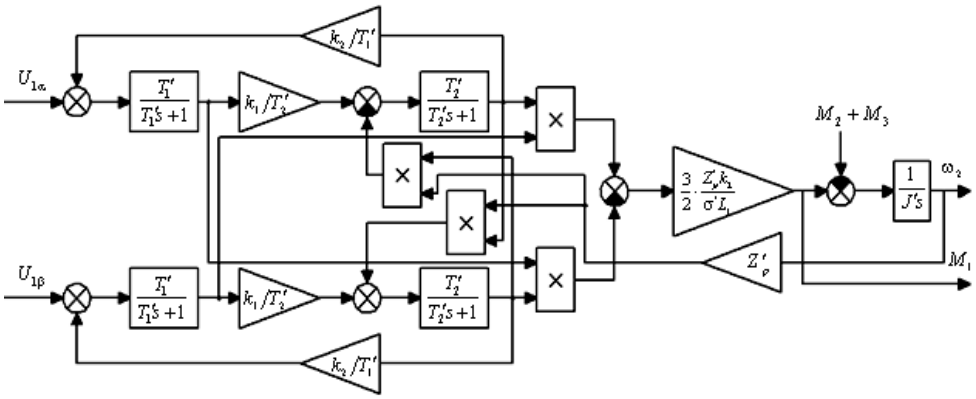

Рис. 4. Структурна схема моделі первинної машини у координатах $\alpha\beta$

Математична модель вторинної машини також являє собою модель асинхронного двигуна із КЗ ротором. На відміну від первинної машини трифазна обмотка вторинної, вбудована в РІ, а тому обертається з кутовою частотою ω_2.

Проекції просторового вектора напруги живлення вторинної машини $\vec{U}_3$ на осі системи координат dq, рухомої відносно статора зі швидкістю обертання РІ ω_2, збігаються із проекціями вектора напруги живлення первинної машини $\vec{U}_1$ на осі нерухомої системи координат $\alpha\beta$ у тому випадку, якщо виконується рівність $\omega_1 = \omega_3$. У загальному випадку справедливі вирази:

$$\begin{aligned} U_{3d} &= U_m \sin(\omega_3 t); \\ U_{3q} &= -U_m \cos(\omega_3 t), \end{aligned} \tag{9}$$

де $\omega_3 = 2\pi f_3$ — кутова частота мережі живлення вторинної машини; U_m — амплітуда значення синусоїдальної напруги живлення; U_{3d}, U_{3q} — проекції вектора напруги живлення вторинної машини на осі системи координат dq, які моделюються за структурною схемою, зображеною на рис 5.

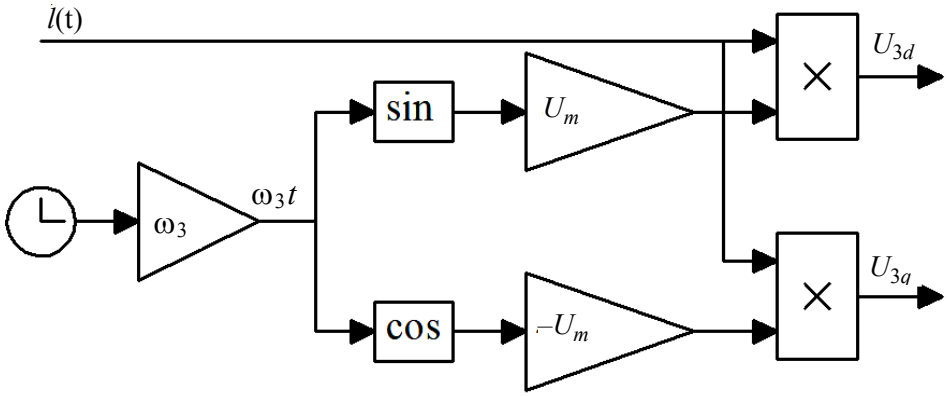

Рис. 5. Структурна схема формувача проекцій вектора трифазної напруги РІ на осі системи координат dq

Для того щоб записати напругу живлення вторинної машини у нерухомій системі координат $\alpha\beta$, скористаємось оберненим перетворенням Парка [3, 4] та виразом (9):

$$\begin{bmatrix} U_{3\alpha} \\ U_{3\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\gamma_k & -\sin\gamma_k \\ \sin\gamma_k & \cos\gamma_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{3d} \\ U_{3q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{3d}\cos_k - U_{3q}\sin\gamma_k \\ U_{3d}\sin_k + U_{3q}\cos\gamma_k \end{bmatrix}. \tag{10}$$

У системі рівнянь (10) γ_k пов'язані зі швидкістю обертання РІ і відповідно системи координат dq за співвідношенням

$$\omega_2 = \frac{d\gamma_k}{dt}, \tag{11}$$

і являє собою кут, який утворюють між собою системи координат $\alpha\beta$ і dq.

Структурна схема моделі перетворювача координат (рис. 6) на вході має величини $U_{3\alpha}, U_{3\beta}, \omega_2$, а на виході U_{3d}, U_{3q}.

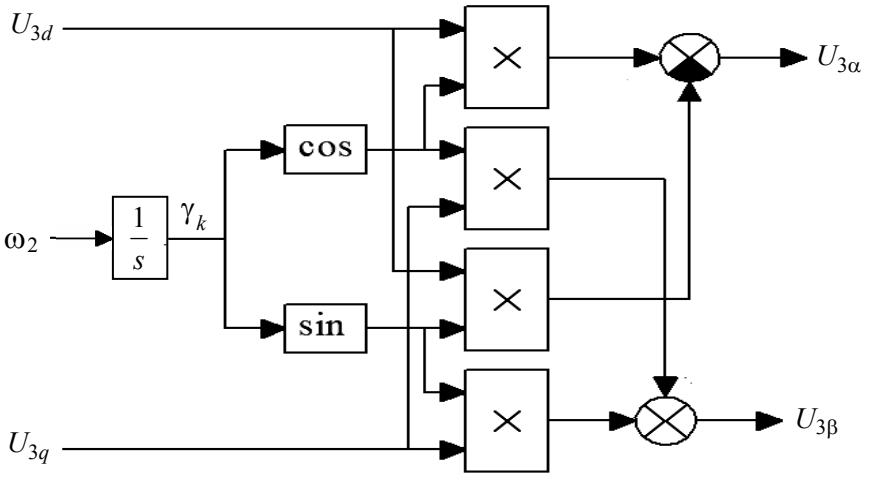

Рис. 6. Структурна схема перетворювача координат з рухомої системи координат dq у нерухому систему координат $\alpha\beta$

Таким чином, просторовий вектор напруги живлення вторинної машини прискорюється на швидкість рухомого індуктора ω_2 відносно ротора. Аналогічно із системи (4) запишемо рівняння електричної рівноваги для вторинної машини відносно потокозчеплень:

$$\begin{cases} \dfrac{d\psi_{3\alpha}}{dt} = U_{3\alpha} - \dfrac{1}{T_1''}\psi_{3\alpha} + k_4\dfrac{1}{T_1''}\psi_{4\alpha}; \\ \dfrac{d\psi_{3\beta}}{dt} = U_{3\beta} - \dfrac{1}{T_1''}\psi_{3\beta} + k_4\dfrac{1}{T_1''}\psi_{4\beta}; \\ \dfrac{d\psi_{4\alpha}}{dt} = -\dfrac{1}{T_2''}\psi_{4\alpha} - Z_p''\omega_4\psi_{4\beta} + k_3\dfrac{1}{T_2''}\psi_{3\alpha}; \\ \dfrac{d\psi_{4\alpha}}{dt} = -\dfrac{1}{T_2''}\psi_{4\beta} - Z_p''\omega_4\psi_{4\alpha} + k_3\dfrac{1}{T_2''}\psi_{3\beta}, \end{cases} \tag{12}$$

де ψ — проекції векторів потокозчеплення відповідно трифазної обмотки РІ (з індексом 3) і КЗ обмотки ротора (з індексом 4) на осі нерухомої відносно статора системи координат $\alpha\beta$; Z_p'' — кількість пар полюсів вторинної машини; $k_3 = \dfrac{L_m''}{L_3}, k_4 = \dfrac{L_m''}{L_4}$ — коефіцієнти магнітних зв'язків трифазної обмотки РІ і КЗ обмотки ротора відповідно; L_3, L_4 — повні індуктивності кіл трифазної обмотки РІ і КЗ обмотки ротора відповідно; L_m'' — взаємна індуктивність вторинної машини.

Коефіцієнти T_1'', T_2'' аналогічно із виразу (5) мають значення:

$$T_1'' = \frac{\sigma'' L_3}{R_3};\ T_2'' = \frac{\sigma'' L_4}{R_4},$$

де R_3, R_4 — активні опори кіл трифазної обмотки РІ і КЗ обмотки ротора відповідно; $\sigma'' = 1 - k_3 k_4$ — коефіцієнт розсіювання вторинної машини.

Рівняння електромагнітного моменту вторинної машини, записане для потокозчеплень, має такий вигляд:

$$M_3 = \frac{3}{2} \cdot \frac{Z_p'' k_4}{\sigma'' L_3} (\psi_{4\alpha}\psi_{3\beta} - \psi_{4\beta}\psi_{3\alpha}) . \qquad (13)$$

Тоді рівняння руху ротора набуває вигляду:

$$J'' \frac{d\omega_4}{dt} = M_3 - M_4 , \qquad (14)$$

де J'' — сумарний момент інерції буду таким:

Системі рівнянь (12) з урахуванням рівнянь (13) і (14) відповідає структурна схема, зображена на рис. 7.

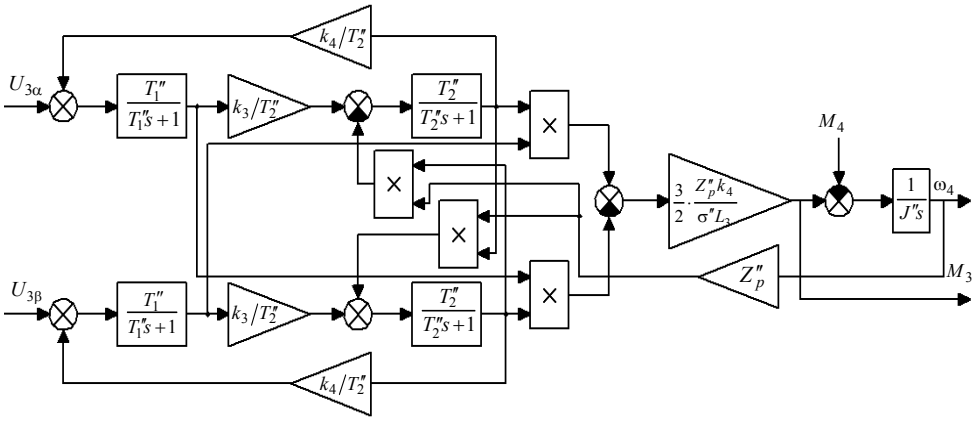

Рис. 7. Структурна схема моделі вторинної машини у координатах $\alpha\beta$

Маючи структуру окремих елементів моделі двомашинного асинхронного двигуна і знаючи зв'язки, які забезпечують їх взаємодію, складемо загальну модель.

На структурній схемі двомашинного асинхронного двигуна із РІ (рис. 8) структурні блоки первинної і вторинної машин відповідають рис. 4 відповідно. Блок координатного перетворювача $dq \to \alpha\beta$ відповідає структурній схемі на рис. 6, а блоки формування проекцій векторів напруги живлення на осі координатних систем $\alpha\beta$ і dq — структурній схемі на рис. 3 і 5 відповідно.

Із невеликими змінами у моделі на рис. 8 можна спостерігати струми первинної і вторинної машин, а також усі інші необхідні змінні.

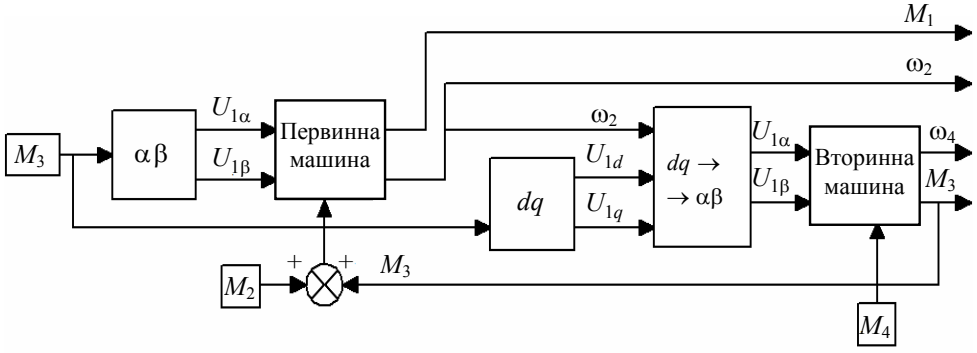

Рис. 8. Структурна схема моделі двомашинного асинхронного двигуна з РІ

ВИСНОВКИ

У розробленій математичній моделі забезпечується прямий зв'язок первинної і вторинної асинхронних машин за швидкістю, а зворотний — за моментом. Моделювання вторинної машини як асинхронної машини з РІ виконується перетворенням системи координат з рухомої в нерухому з використанням перетворення Парка.

На роторі двомашинної конструкції знімається сумарна потужність двох електричних машин, за винятком випадків, коли вал РІ має додатково власний момент навантаження, а кутова частота обертання ротора відповідно являє собою суму власних кутових частот первинної і вторинної машин. Виходячи із моделі критичний момент навантаження двомашинної конструкції визначається передусім критичним моментом вторинної машини, значення якого має перевищувати критичний момент первинної.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Патент* України на корисну модель UA 109114 U. Асинхронний двигун / А.М. Сільвестров, В.Ф. Шинкаренко, О.Ф. Мінець. — № u109114; заявл. 24.02.2016; опубл. 10.08.2016. — Бюл. № 15/2016.
2. *Моделювання* електромеханічних систем: підруч. / О.П. Чорний, А.В. Луговий, Д.Й. Родькін. — Кременчук: Кременч. держ. ун-т, 2001. — 376 с.
3. *Терехин В.Б.* Моделирование систем электропривода в Simulimk (Matlab 7.0.1) / В. Б. Терехин. — Томск: Изд-во Томск. политехн. ун-та, 2010. — 292 с.
4. *Моделювання* електромеханічних систем. Математичне моделювання систем асинхронного електроприводу: навч. посіб. / О.І. Толочко. — К.: НТУУ «КПІ», 2016. — 150 с.

Надійшла 19.02.2019