

МОДЕЛЮВАННЯ РЕЖИМІВ РОБОТИ ДВОМАШИННОГО АСИНХРОННОГО АГРЕГАТА У ТРИФАЗНІЙ СИСТЕМІ КООРДИНАТ

В.В. ЛУЦЬО, А.М. СІЛЬВЕСТРОВ, Л.Ю. СПІНУЛ

Анотація. Розроблення експериментальних зразків нових видів електричних машин, а також пошук найбільш перспективних напрямів їх використання потребують ґрунтовних теоретичних досліджень. Наявність адекватної математичної моделі дозволяє передбачити можливі недоліки в роботі майбутніх зразків та уникнути їх на етапі проектування. Запропоновано математичну модель двомашинного асинхронного агрегата [1] з рухомим індуктором у трифазній системі координат. Моделі первинної і вторинної асинхронних машин розділено на дві окремі структурні одиниці. У моделі вторинної машини відображено вплив рухомого індуктора на рух ротора і забезпечено зв'язок з первинною машиною за швидкістю та електромагнітним моментом. Отримано графіки перехідних процесів для роботи двомашинного асинхронного двигуна у режимах холостого ходу і під навантаженням, а також під час роботи окремо вторинної машини. На основі графіків проаналізовано варіанти пуску вузлів двигуна. Побудована у середовищі MatLab структурна схема моделі наочно відображає зв'язок первинної і вторинної машин.

Ключові слова: асинхронний двигун, двомашинний агрегат, математична модель, рухомий індуктор, трифазна система координат, MatLab.

ВСТУП

У промисловості натепер широко застосовують трифазні асинхронні двигуни (АД) в широкому діапазоні потужностей, передусім завдячуючи інженеру-досліднику Михайлу Йосиповичу Доліво-Добровольському. Весною 1889 р. він збудував перший АД потужністю 100 Вт, розробивши і впровадивши перед цим як найбільш доцільну трифазну мережу електроживлення. Відтоді принцип роботи і конструкція АД майже не змінювалися. Простота конструкції і надійність роботи АД з короткозамкненим ротором є істотними його перевагами відносно електродвигунів інших конструкцій. Однак швидкість обертання вала АД обмежена частотою напруги живлення, що для промислової частоти $f = 50$ Гц становить менше за 3000 об/хв. Для збільшення швидкості необхідно до АД додавати дорогі і ненадійно працюючі в умовах зовнішніх електромагнітних, теплових, радіаційних та інших збурень напівпровідникові перетворювачі. Отже, актуальним постало завдання створення нової конструкції АД, яка б без підвищувального редуктора могла досягати швидкості обертання вала АД із частотою понад 3000 об/хв. Модель такого АД було створено і запатентовано [1].

ПОСТАНОВКА ЗАВДАННЯ

Наявність моделі [1] нової конструкції АД на етапі її доопрацювання і розроблення дослідного зразка дозволяє, а практика, відповідно, потребує детального математичного моделювання роботи такого АД у різних режимах. Це дасть змогу ще на етапі проектування дещо дооптимізувати конструкцію і режими роботи АД як двомашинного асинхронного агрегата. Таким чином, у системі MatLab Simulink необхідно виконати моделювання і з'ясувати оптимальні режими його роботи.

Основними частинами двомашинного АД (рис. 1) є статор 1 із трифазною обмоткою, рухомий індуктор (PI) 2, який включає в себе короткозамкнену обмотку первинної машини (ПМ), а також трифазну обмотку вторинної машини (ВМ), ротор 3, що містить короткозамкнену обмотку ВМ [1; 6]. Живлення на ВМ подається через вузол контактних кілець 4, а механічне навантаження може подаватись як на порожнистий вал PI 5, так і на вал ротора 6.

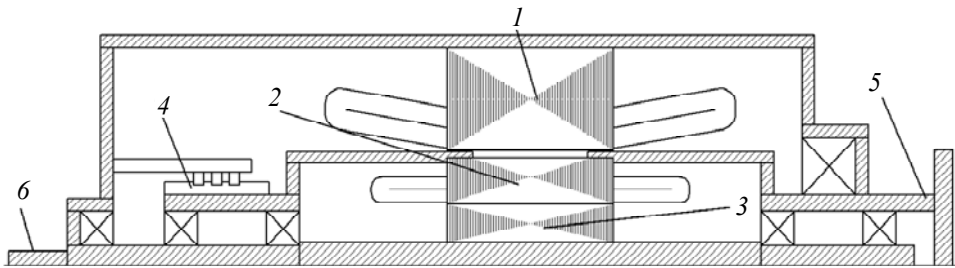


Рис. 1. Конструкція двомашинного асинхронного агрегата із PI

Робота ПМ нічим не відрізняється від роботи звичайної асинхронної машини. Подача трифазної синусоїдальної напруги на обмотку статора приводить у рух індуктор ВМ. Обертове магнітне поле, створене трифазною обмоткою ВМ, пришвидшується на величину кутової швидкості PI. Отже, на валу ротора маємо в результаті подвоєну кутову швидкість.

Для спрощення побудови математичної моделі двомашинного асинхронного агрегата спочатку розглянемо окремо роботу ВМ.

За відсутності живлення ПМ ВМ являє собою АД з вільним (не закріпленим) статором. Обертове магнітне поле, створене трифазною обмоткою PI, наводить у короткозамкненій обмотці ротора електрорушійну силу, що зумовлює протікання в ній струму. Електромагнітний момент, що виникне внаслідок взаємодії потікозчеплень PI та ротора, приведе в рух не тільки ротор, а і сам PI. За третім законом Ньютона, оскільки немає протидії, ВМ не протидіє впливу електромагнітного моменту на PI (крім тертя у підшипниках). Тому PI обертатиметься у протилежному від ротора напрямку.

Розглянемо електромагнітні процеси, які перебігають в обмотках PI та ротора у рухомих трифазних системах координат (СК).

Система координат PI (ABC) обертається за годинниковою стрілкою зі швидкістю ω_{r_i} відносно нерухомої СК ($A_0B_0C_0$) статора, а СК ротора (abc) — проти годинникової стрілки зі швидкістю ω_r (рис. 2). Взаємне положення трифазних СК PI та ротора в кожен момент часу можна описати за допомогою таких величин:

$\gamma_r(t)$ — кут між однойменними осями СК ротора і нерухомою СК;

$\gamma_{ri}(t)$ — кут між однойменними осями СК РІ та нерухомою СК.

Тоді кут між однойменними осями СК РІ та ротора становитиме

$$\gamma_{rir}(t) = \gamma_r(t) - \gamma_{ri}(t). \quad (1)$$

Зв'язок між кутами повороту і кутовими швидкостями СК РІ та ротора можна описати через похідну:

$$\omega_{ri}(t) = \frac{d\gamma_{ri}(t)}{dt};$$

$$\omega_r(t) = \frac{d\gamma_r(t)}{dt}.$$

Зв'язок між кутовими швидкостями СК РІ та ротора і відповідними їм механічними кутовими швидкостями описується такими рівняннями:

$$\omega_r(t) = Z'_p \omega_4(t);$$

$$\omega_{ri}(t) = Z'_p \omega_2(t),$$

де Z'_p — кількість пар полюсів ВМ; $\omega_2(t)$; $\omega_4(t)$ — механічні кутові швидкості РІ та ротора відповідно.

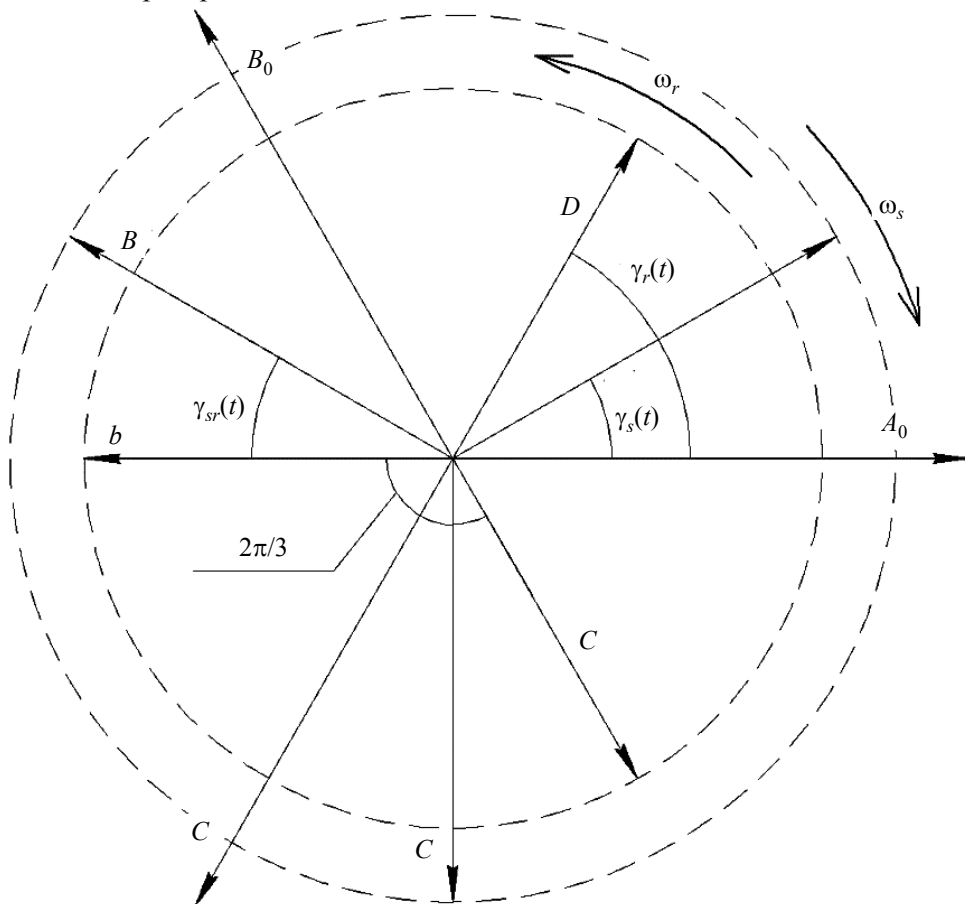


Рис. 2. Трифазні системи координат статора, РІ та ротора двомашинного асинхронного агрегата

У матричній формі систему диференціальних рівнянь електричної рівноваги кіл ПІ та ротора ВМ можна записати у вигляді [2–4]:

$$\begin{cases} U_3 = R_3 I_3 + \frac{d\Psi_3}{dt}; \\ 0 = R_4 I_4 + \frac{d\Psi_4}{dt}, \end{cases} \quad (2)$$

де $U_3 = \begin{bmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{bmatrix}$; $I_{3,4} = \begin{bmatrix} I_{A,a} \\ I_{B,a} \\ I_{C,c} \end{bmatrix}$; $\Psi_{3,4} = \begin{bmatrix} \Psi_{A,a} \\ \Psi_{B,a} \\ \Psi_{C,c} \end{bmatrix}$ — вектори напруг, струмів і пото-

козчеплень трифазної обмотки ПІ (ABC) і короткозамкненої обмотки ротора (abc) відповідно; R_3, R_4 — активні опори фаз статора і ротора відповідно за умови їх симетричності.

Активні опори та напруга живлення ВМ не залежать від взаємного розташування ПІ та ротора, а тому їх можна визначати як і у випадку машини із закріпленим статором [4].

Взаємозв'язок потокозчеплень і струмів ПІ та ротора ВМ визначаються матричним рівнянням

$$\begin{bmatrix} \Psi_3 \\ \Psi_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{33} & L_{34} \\ L_{43} & L_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_3 \\ I_4 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

де $L_{33} = \begin{bmatrix} L_A & L_{AB} & L_{AC} \\ L_{BA} & L_B & L_{BC} \\ L_{CA} & L_{CB} & L_C \end{bmatrix}$; $L_{44} = \begin{bmatrix} L_a & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{ba} & L_b & L_{bc} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_c \end{bmatrix}$; $L_{43} = \begin{bmatrix} L_{aA} & L_{aB} & L_{aC} \\ L_{bA} & L_{bB} & L_{bC} \\ L_{cA} & L_{cB} & L_{cC} \end{bmatrix}$;

$L_{34} = \begin{bmatrix} L_{Aa} & L_{Ab} & L_{Ac} \\ L_{Ba} & L_{Bb} & L_{Bc} \\ L_{Ca} & L_{Cb} & L_{Cc} \end{bmatrix}$ — матриці індуктивностей (L_A, \dots, L_c) та взаємоін-

дуктивностей (L_{Aa}, \dots, L_{ac}) фаз трифазної обмотки ПІ та короткозамкненої обмотки ротора.

Власні індуктивності фаз ПІ та ротора, а також взаємоіндуктивності фаз ПІ або ротора одна відносно одної є сталими величинами, які не залежать від кута повороту ПІ та ротора, а тому їх розрахунок для ВМ не відрізняється від машини із закріпленим статором [4] і може бути виконаний за довідковими даними асинхронної машини [5].

Взаємоіндуктивності фаз трифазної обмотки ПІ відносно фаз КЗ обмотки ротора будуть такими:

$$\begin{cases} L_{Aa} = L_{Bb} = L_{Cc} = L_h \cos(\gamma_{rir}); \\ L_{Ab} = L_{Bc} = L_{Ca} = L_h \cos(\gamma_{rir} + 2\pi/3); \\ L_{Ac} = L_{Ba} = L_{Cb} = L_h \cos(\gamma_{rir} + 4\pi/3), \end{cases}$$

де L_h — індуктивність однієї фази ПІ відносно основного магнітного потоку за відсутності струмів у інших фазах; γ_{rir} — кут між СК статора і ротора, розрахований за формулою (1).

За умови відомих параметрів матриць індуктивностей в кожен момент часу із системи матричних рівнянь (3) можна визначити вектори струмів для ВМ:

$$\begin{bmatrix} I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{33} & L_{34} \\ L_{43} & L_{44} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Psi_3 \\ \Psi_4 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Таким чином, із системи (4) з урахуванням системи (2) для кожного моменту часу можна визначити значення струмів (I_3, I_4) і потокозчеплень (Ψ_3, Ψ_4) ВМ. Оскільки для розрахунку електромагнітного моменту необхідно мати будь-яку пару з чотирьох, то маємо 6 варіантів рівняння [2–4]. Для прикладу наведемо рівняння розрахунку моменту через струм і потокозчеплення ротора:

$$M_3 = \frac{Z_p}{3} I_4^T D \Psi_4, \quad (5)$$

$$\text{де } D = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Рівняння руху ПІ та ротора з урахуванням рівняння (5) набувають вигляду:

$$\begin{aligned} M_3 - M_{c4} &= J_r \frac{d\omega_4}{dt}; \\ -M_3 + M_{c2} &= J_{ri} \frac{d\omega_2}{dt}, \end{aligned} \quad (6)$$

де J_{ri}, J_r — моменти інерції ПІ та ротора відповідно; M_{c2}, M_{c4} — статичні моменти навантаження, прикладені до статора і ротора відповідно.

У моделі в середовищі MatLab Simulink (рис. 3) навантаження ПІ відсутнє ($M_{c2} = 0$). Функція F_{cn1} формує матриці індуктивностей, а також розв'язує систему рівнянь (3) для вектора струмів за формулою (4). Функція F_{cn2} виконує розрахунок електромагнітного моменту ВМ за рівнянням (5).

Для моделювання вибрано АД 4A100L2Y3 [5] з кількістю пар полюсів $Z'_p = 1$ ($n_0 = 3000$ об/хв). Перехідні процеси (рис. 4) в моделі отримано для наближеного співвідношення $J_{ri} \approx 8J_r$, розрахованого за конструктивними параметрами двигуна [5]. Виходячи з рівнянь (6), у режимі холостого ходу чим менший момент інерції матиме ПІ, тим більшу кутову швидкість він розвине. Чим більшу швидкість набере ПІ, тим більшою буде різниця між кутовою швидкістю ротора ВМ і кутовою швидкістю аналогічної машини із закріпленим статором. Для порівняння на рис. 4 зображено перехідні процеси кутової швидкості та електромагнітного моменту АД тієї ж моделі, але із закріпленим статором (криві a і z).

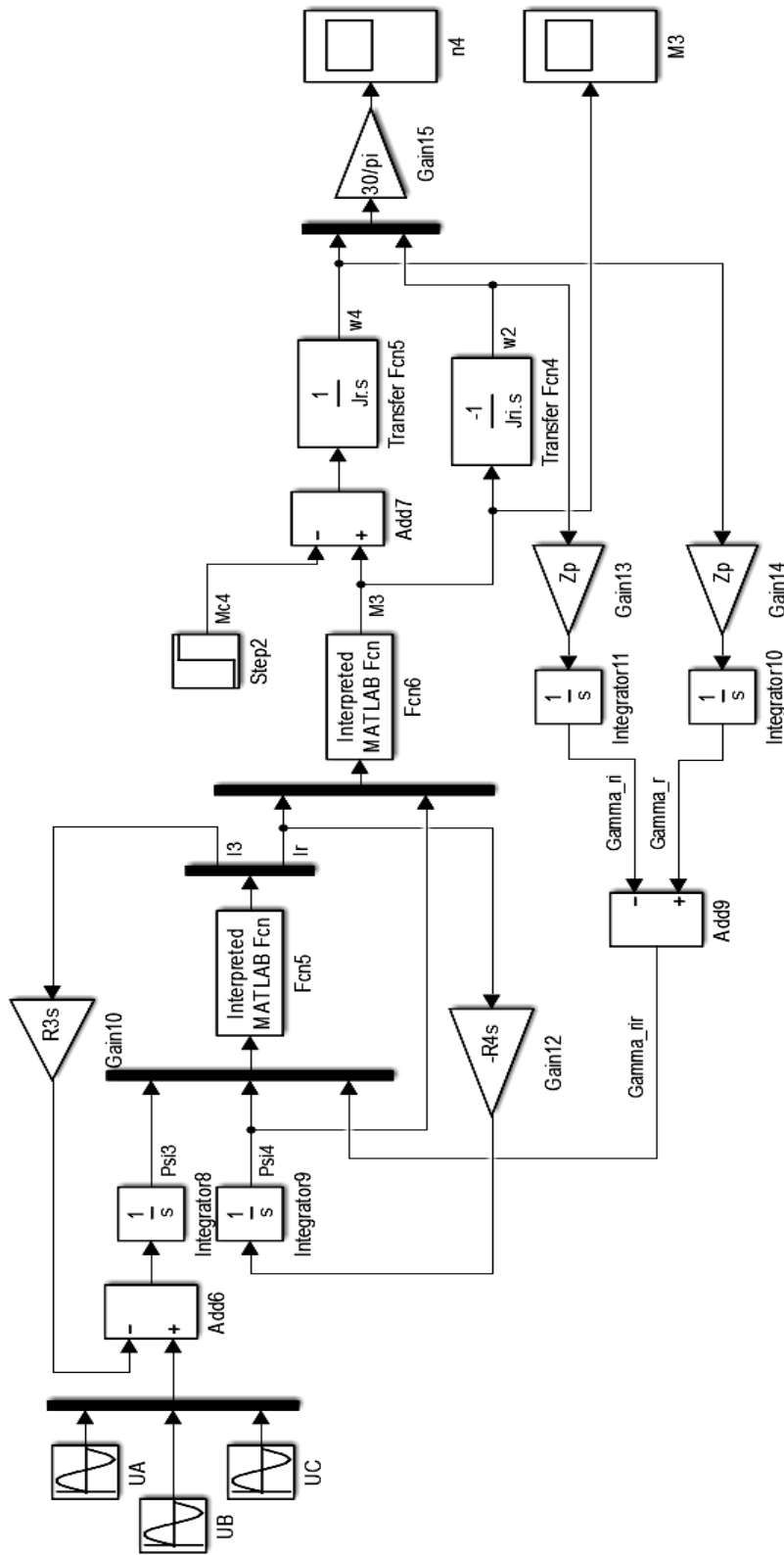


Рис. 3. Структурна схема моделі ВМ для роботи окремо від ПМ

У момент $t = 0,2\text{с}$ у моделі на вал ротора АД з вільним статором подається статичне навантаження $M_{cr} = M_n$, номінальне для обраної моделі асинхронної машини (рис. 4). Оскільки відсутній крутний момент, який забезпечував би компенсацію впливу електромагнітного моменту двигуна на РІ та який у випадку АД із закріпленим статором виконує реакція опори, до якої кріпиться станина двигуна, то кутова швидкість РІ зростатиме в напрямку, протилежному до обертання ротора. Розгін РІ призводить до зниження частоти обертання обертового магнітного поля РІ відносно ротора, а отже, до гальмування ротора. Загалом подачу статичного навантаження на ротор АД з вільним статором можна вважати аварійним випадком.

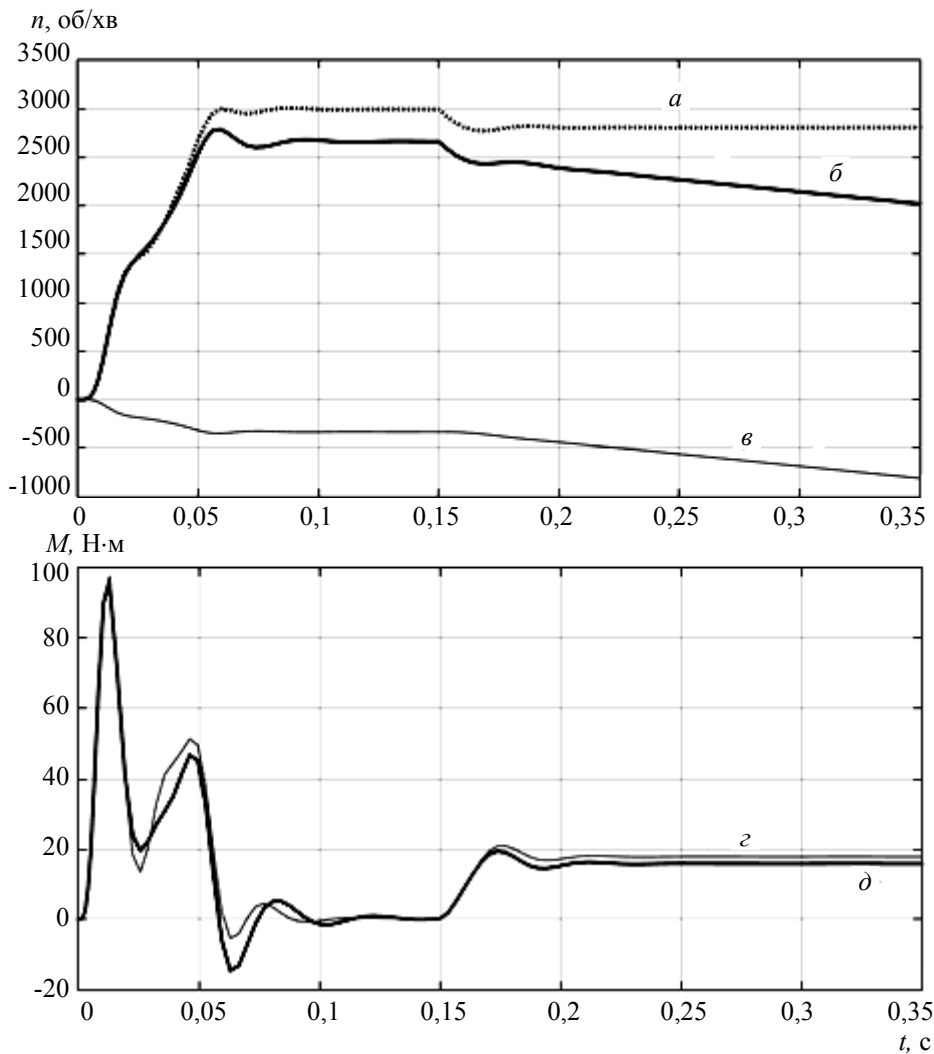


Рис. 4. Перехідні характеристики: *a* — кутова швидкість ротора АД із закріпленим статором; *b* — кутова швидкість ротора ВМ; *v* — кутова швидкість РІ; *z* — електромагнітний момент АД із закріпленим статором; *d* — електромагнітний момент ВМ

Розглянувши моделювання ВМ окремо від ПМ, можемо зобразити модель двомашинного асинхронного агрегата з РІ (рис. 5) як сполучення моделей АД із закріпленим ротором (ПМ) і модель АД з вільним ротором (ВМ).

У номінальному режимі живлення подається одночасно на ПМ і на ВМ. Рухомий індуктор обертається у тому самому напрямку, що і ротор під дією електромагнітного моменту ПМ, пришвидшуючи тим самим швидкість обертотого магнітного поля ВМ.

Для побудови моделі робимо припущення про те, що вплив магнітного поля ПМ на магнітне поле ВМ настільки малий, що ним можна знехтувати.

Компенсацію впливу електромагнітного моменту ВМ на РІ забезпечує ПМ, а тому електромагнітний момент ВМ є моментом навантаження для ПМ. Отже, рівняння руху РІ та ротора мають вигляд:

$$\begin{aligned} M_3 - M_{c4} &= J_r \frac{d\omega_4}{dt}; \\ M_1 - M_3 - M_{c2} &= J_{ri} \frac{d\omega_2}{dt}. \end{aligned} \quad (7)$$

Швидкості ω_2 і ω_4 у рівняннях (7) мають однаковий напрямок, а тому пришвидшують зміну кута між осями трифазних СК ротора та РІ, розрахованого за формулою (1). Таким чином, у моделі реалізується прямий зв'язок ПМ і ВМ за швидкістю і зворотний зв'язок за електромагнітним моментом. У моделі двомашинного АД (рис. 5) та ПМ і ВМ показано АД 4А100L2У3. Статичний момент навантаження ПМ відсутній ($M_{c2} = 0$), а на вал ротора подається номінальне механічне навантаження у момент часу $t = 0,8$ с.

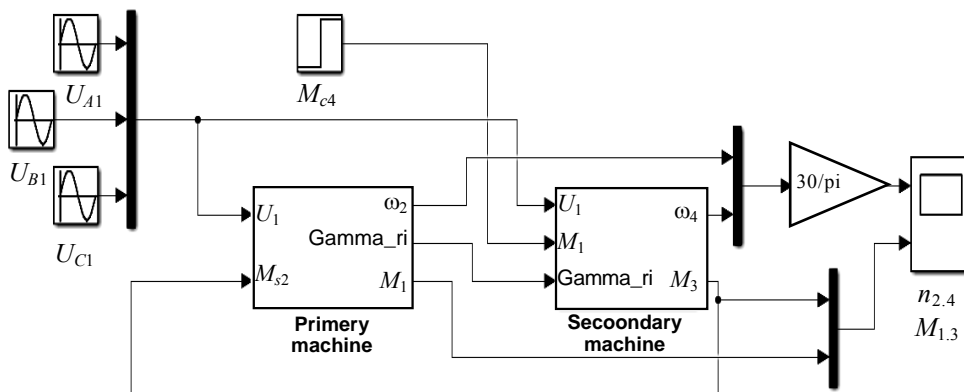


Рис. 5. Структурна схема моделі двомашинного АД

За рахунок різниці моментів інерції РІ та ротора ПМ розганяється значно повільніше ніж ВМ (рис. 6). У режимі холостого ходу кутова швидкість ротора близька до 6000 об/хв. Під впливом номінального навантаження кутова швидкість РІ знижується на величину номінального ковзання ПМ:

$$\omega_{2н} = \frac{\omega_m(1 - s_{нПМ})}{Z'_p}, \quad (8)$$

де $\omega_m = 2\pi f_m$ — кутова частота мережі живлення; $s_{нПМ}$ — номінальне ковзання ПМ.

Кутова швидкість обертотого магнітного поля ВМ становить:

$$\omega_{3н} = \omega_{2н} + \frac{\omega_M}{Z_p''}, \quad (9)$$

де Z_p'' — кількість пар полюсів ВМ.

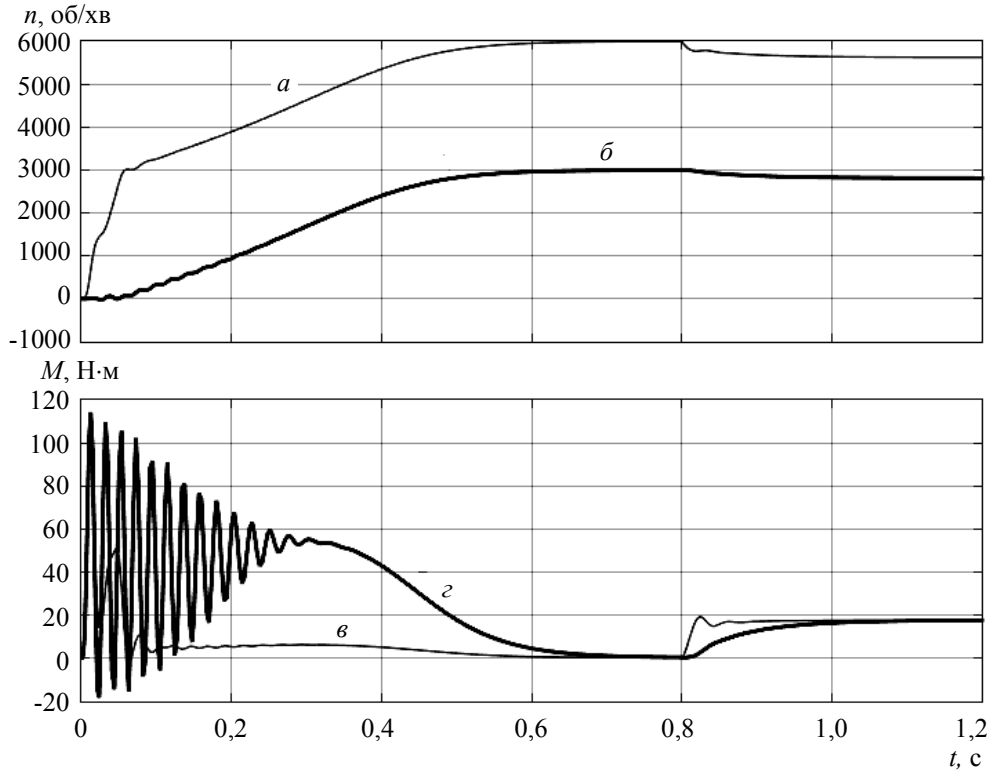


Рис. 6. Перехідні характеристики кутової швидкості та електромагнітного моменту ВМ (а, в) і ПМ (б, г)

Номінальна кутова швидкість ротора тоді може бути знайдена за формулою

$$\omega_{4н} = \omega_{3н} (1 - s_{нВМ}), \quad (10)$$

де $s_{нВМ}$ — номінальне ковзання ВМ.

Перетворивши формулу (10) з урахуванням формул (8) та (9), дістаємо:

$$\omega_{4н} = \omega_M \left(\frac{1 - S_{нПМ} - S_{нВМ} + S_{нПМ} S_{нВМ}}{Z_p'} + \frac{1 - s_{нВМ}}{Z_p''} \right). \quad (11)$$

Оскільки однією з найважливіших і корисних характеристик двомашинного АД з РІ є досягнення швидких обертів на вихідному валу ротора, то ПМ і ВМ повинні мати одну пару полюсів ($Z_p' = Z_p'' = Z_p = 1$), як це і є у розглянутій моделі. Тоді формула (11) набуває вигляду

$$\omega_{4н} = \omega_M (2 - S_{нПМ} - 2S_{нВМ} + S_{нПМ} S_{нВМ}).$$

Виходячи із графіків перехідних процесів (рис. 6), можна стверджувати, що одночасний пуск ПМ і ВМ призводить до перевантаження ПМ

одночасно двома пусковими моментами. Почергове вмикання спочатку ВМ, а потім ПМ можливе тільки у випадку відсутності статичного навантаження на валу, до того ж характеризуватиметься реверсом РІ, тому не є доцільним.

На графіках перехідних процесів (рис. 7) у початковий момент часу подається живлення тільки на ПМ. Вал РІ розганяється і в момент часу $t = 0,8\text{с}$ відбувається пуск ВМ під номінальним навантаженням і вал ротора розганяється до своєї номінальної швидкості. Перехідний процес кутової швидкості ротора за таких умов відбувається значно швидше, ніж у разі ввімкнення двох машин одночасно, оскільки тривалість пуску задається фактично тільки інерційністю ВМ, яка значно менша за інерційність ПМ. Пуск ПМ відбувається в нормальних умовах.

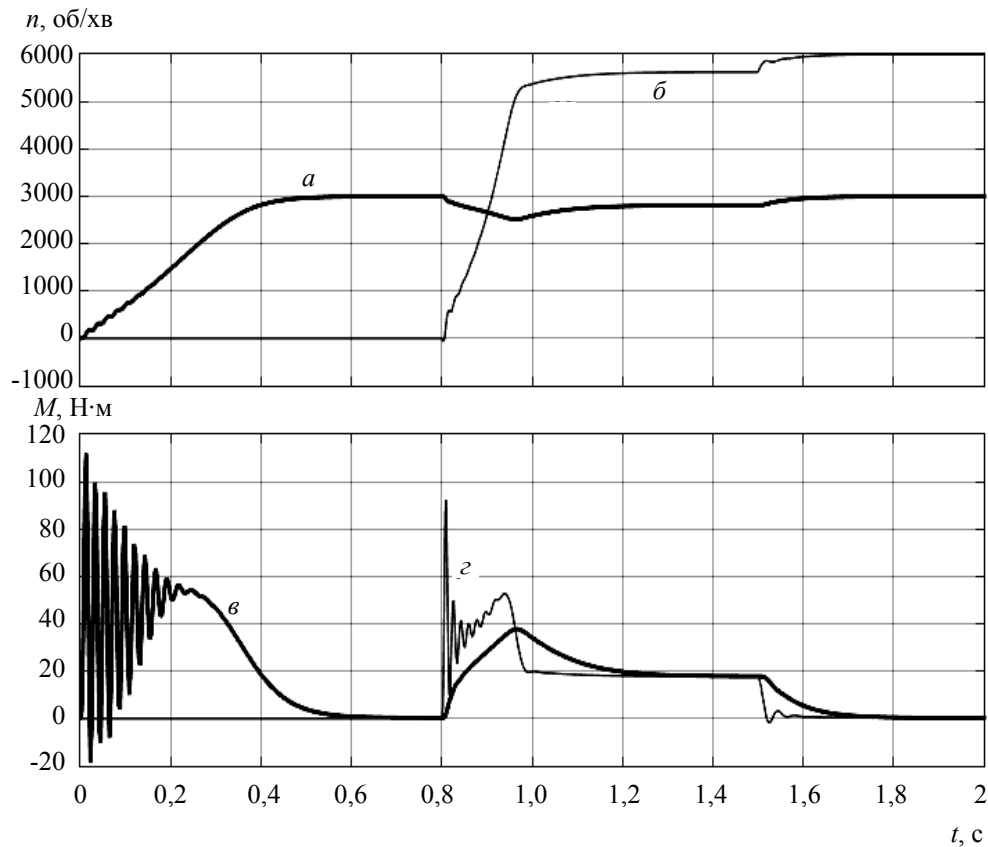


Рис. 7. Перехідні характеристики кутової швидкості та електромагнітного моменту ВМ (а, в) та ПМ (б, з) за почергового пуску

Побудована для описаного режиму механічна характеристика ВМ (рис. 8) мало відрізняється за формою від механічних характеристик АД. Перед точкою номінального режиму (В) відбувається незначний стрибок, зумовлений різною тривалістю перехідних процесів ПМ і ВМ. У режимі холостого ходу (точка А) зі зняттям навантаження вал ротора досягає швидкості близько 6000 об/хв.

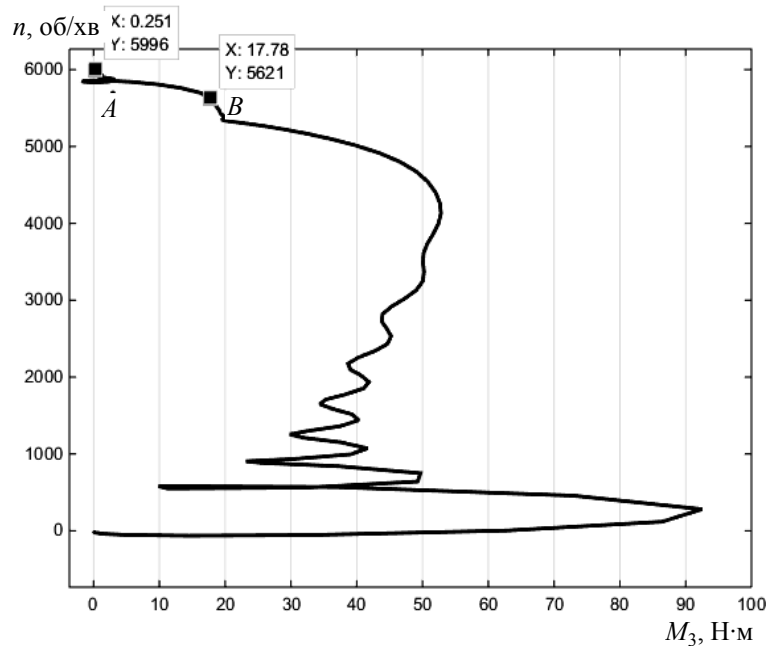


Рис. 8. Механічна характеристика ВМ $n_4(M_3)$

ВИСНОВКИ

Розроблена модель двомашинного асинхронного агрегата з РІ у трифазній системі координат відображає роботу ПМ і ВМ і дозволяє спостерігати за перебігом у них необхідних фізичних процесів. На основі моделі з'ясовано оптимальний режим почергового пуску ПМ і ВМ, встановлено залежність (11) кутової швидкості ротора від ковзання ПМ і ВМ, побудовано графіки перехідних процесів кутової швидкості та електромагнітного моменту ПМ і ВМ, а також механічну характеристику ВМ.

Отримана модель може бути використана для уточнення параметрів даного класу електричних машин під час їх проектування та проектування електроприводів на їх основі.

ЛІТЕРАТУРА

1. Патент України на корисну модель UA 109114 U. Асинхронний двигун / А.М. Сільвестров, В.Ф. Шинкаренко, О.Ф. Мінець. — № u109114; заявл. 24.02.2016; опубл. 10.08.2016. — Бюл. № 15/2016.
2. Моделювання електромеханічних систем: підручник / О.П. Чорний, А.В. Луговий, Д.Й. Родькін. — Кременчук, 2001. — 376 с.
3. Терехин В.Б. Моделирование систем электропривода в Simulink (Matlab 7.0.1) / В.Б. Терехин. — Томск: Изд-во Томск. политехн. ун-та, 2010. — 292 с.
4. Моделювання електромеханічних систем. Математичне моделювання систем асинхронного електроприводу: навч. посіб. / О. І. Толочко. — К.: НТУУ «КПІ», 2016. — 150 с.
5. Асинхронные двигатели серии 4А: справ. /А 90 / А.Э. Кравчик, М.М. Шлаф, В.И. Афонини, Е.А. Соболевская. — М.: Энергоиздат, 1982. — 504 с.
6. Луцьо В.В. Математична модель двомашинного асинхронного двигуна із рухомим індуктором / В.В. Луцьо, А.М. Сільвестров // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2019. — № 1. — С. 66–74.

Надійшла 01.11.2019