

Ключевые слова: генератор псевдослучайной последовательности, коэффициент Хёрста, поточное шифрование, линейный конгруэнтный генератор, персистентность.

Нюмкова Е. А.

RS-analysis in information security of streaming encryption's systems

The article deals with the RS-analysis is used for some generators of pseudorandom sequences and values of the Hirst coefficient are calculated. The correspondence is established of analysis results to the statistical properties of generators. It is proposed to use the RS-analysis for testing of generators of pseudorandom sequences for the presence of persistent, in other words, to check the suitability of generators for use in cryptography.

Key words: pseudorandom sequence generator, coefficient Hirst, streaming encryption, linear congruent generator, persistence.

Немкова Олена Анатоліївна – кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри економічної кібернетики Львівського інституту банківської справи Університету банківської справи Національного банку України (м. Київ).

УДК 330.4:378

О. В. Горбачевська, І. Я. Горбачевський

ПРО ВИКОРИСТАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО АПАРАТУ ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ ЕКОНОМІЧНИХ ЗАДАЧ

Досліджуються підходи до математизації курсу економічної теорії шляхом використання в задачах математичних методів. Розглядаються основні типи економічних задач і математичні методи їх розв'язання.

Ключові слова: економічні задачі, математизація економіки, математичний апарат, економічна теорія.

Постановка проблеми. Викладання марксистсько-ленінської політ-економії в основному зводилося до заучування термінів і законів. Сучасна економіка перестала бути гуманітарною наукою і потребує певного рівня математичної підготовки. Для того, щоб привити практичну доцільність, варто в підготовці студентів вивчати економічні задачі. Розв'язання більшості з них передбачає використання математичного апарату і, відповідно, вимагає достатніх знань із різних розділів математики. При цьому хороша економічна задача має бути складена так, щоб для її розв'язання студент мусив упевнено

© О. В. Горбачевська, І. Я. Горбачевський, 2013

орієнтуватися в економічній темі, володів необхідними економічними поняттями. Математичний апарат мусить мати лише допоміжне значення. В Україні щороку поліпшується методичне забезпечення викладання економіки. Зазначимо важливі праці [1; 4; 5; 7–9] у цьому напрямі вітчизняних учених: І. Родіонової, Н. Задорожної, Н. Євдокимової, Г. Гронтковської, А. Косік, О. Олійника, І. Тимченко, О. Вагаманюка, Р. Пустовійта, С. Панчишина, та ін. Цікаві роботи [2; 3; 6] науковців близького зарубіжжя: В. Гальперіна, П. Гребеннікова, С. Ігнат'єва, В. Максимової, А. Міцкевича, В. Моргунова, Р. Нуреєва, Т. Протасевича, С. Равічева та ін. Оскільки наука є динамічною, проблема співвідношення економіки і математики в задачах повністю не розв'язана. Висвітлення значення математичних методів для розвитку економічних знань і підготовки фахівців є предметом нашого дослідження.

Економічна теорія – одна із соціальних наук, що вивчає способи досягнення цілей в умовах недостатку ресурсів (засобів). Звідси впливає мета – пояснити конструювання такої людської поведінки, яка в умовах дефіциту засобів або ресурсів намагається максимально ефективно досягнути мети.

Соціальна складова економічної теорії робить основний наголос на якісних методах економічного дослідження. До них відносять: метод наукової абстракції, методи індукції і дедукції, історичний і логічний прийоми в економічному аналізі. Паралельно економічні дослідження використовували і кількісні методи як інструмент опрацювання фактичного матеріалу. Саме кількісні методи покликані оцінити економічні явища, зіставити їх, виявити залежності. Кількісні методи розвивались та ускладнювались із розвитком математики і статистики. Вони пройшли у становленні принаймні чотири етапи:

- арифметичний вимір;
- вартісний вимір, що з'явився з появою грошей;
- використання кількісних показників, що характеризують економіку країни в цілому;
- використання оптимальних методів економічного аналізу, методів математичного моделювання.

Успіхи в розвитку математики наприкінці XIX століття дозволили сформулювати в лоні маржинального напрямку функціональний метод, для якого характерно аналізувати всі категорії не у «вертикальному» причинно-наслідковому зв'язку, а у взаємодії рівнозначних. Саме функціональний метод дозволяє оцінити кількісні параметри взаємодії різних явищ, створити економічні моделі й розробити багатоваріантні способи досягнення цілі оптимальними шляхами. Широке використання в економіці функціонального методу привело до створення економетрики. У цій дисципліні активно застосовуються регресійний аналіз, математичне моделювання, лінійне й нелінійне програмування, системний аналіз. За словами американського економіста В. Леонт'єва,

у ХХ столітті почався період «бурі й натиску» економетрики. Але можливості функціонального методу мають свої межі. Не всі процеси і явища в економіці, суспільстві можна формалізувати й перевести на математичні категорії. Математизація економічного знання не здатна замінити собою економічну теорію, особливо в якісному аспекті. І щодо головного – математичний метод неспроможний верифікувати економічну теорію, він може лише послужити їй.

Використання математичного апарату в економіці має й низку недоліків: не всі якісні процеси описуються математично, матформалізм не дозволяє в повноті сприймати економічні істини й результати представниками соціальних наук, не завше спроможне відреагувати на практичні проблеми економіки.

Види задач, що оперують математичними методами. Вважаємо, що економічна теорія використовує математику як інструмент аналізу економічних явищ. Однак є й інший бік цієї справи – економіка як предмет викладання. Які задачі слід ставити, навчаючи студента? По-перше, він повинен добре розуміти змістову частину певної проблеми, знати основні економічні терміни. По-друге, у студента слід виховувати здатність мислити логічно. По-третє, розвивати здібності до прийняття рішень як на основі знань, так й інтуїції. Оптимальним шляхом виконання цих завдань, вивчення економічної теорії є розв'язання життєво важливих проблем. Це досягається через розв'язок задач, що дозволяють усвідомити ті чи інші особливості лекції. Метою використання задач у курсі економічної теорії є: а) поглиблене вивчення економічної теорії; б) активізація самостійної роботи студентів; в) організація самоперевірки знань.

Усе це разом підвищує якість підготовки майбутніх спеціалістів. Розв'язання економічних задач математичними методами ми розглядаємо як допоміжний фактор активізації вивчення економіки. При цьому не підміняються і не заперечуються основні форми навчального процесу – лекції, семінари, самостійна робота студентів. Останні забезпечують базовий рівень вивчення предмета, а розв'язання задач – одна з форм застосувати теоретичні знання, збагнути закономірні кількісні зв'язки у сфері економічних явищ.

Основними прийомами при викладанні економічної теорії, що можуть використовувати математичні методи, є лекція, семінар, самостійна робота студента. На лекції найуживаніше використовують графічні побудови. За словами П. Самюельсона [10], «вони так само необхідні для економіста, як молоток для теслі».

Графіки – важливий інструмент, що забезпечує: а) спосіб візуального вираження ідей, що менше зрозумілі при вербальному тлумаченні; б) спосіб визначення дійсної залежності між економічними показниками, що зазнають зміни; в) аналіз економічних концепцій, дослідження тенденцій розвитку.

Найпоширеніше застосування отримали графіки функцій однієї змінної, часові ряди, точкові діаграми.

Можна виділити такі групи економічних задач, що використовують математичні методи:

1) задачі на знання економічних формул. Студент на основі цифрових даних має підрахувати певні величини, що характеризують економічні категорії чи зв'язки між ними, і зробити економічний висновок. Як приклад, задача:

Попит на хліб у невеликому містечку характеризується функцією $P = 10 - 0,5 \times Q$. За якої ціни завод отримає найбільший виторг від продажу хліба?	
<i>Математичний розв'язок</i>	<i>Економічний розв'язок</i>
$TR = P \times Q$ $TR = (10 - 0,5Q) \times Q = 10Q - 0,5Q^2$ Max TR досягається, коли $(TR)' = 0$ $(TR)' = MR$ $MR = (10Q - 0,5Q^2)' = 10 - Q$ $10 - Q = 0, Q = 10$ $P = 10 - 0,5 \times 10 = 5 \quad P = 5$	Розв'язок орієнтується на знання залежності виторгу від еластичності. Отже, найбільший виторг матиме фірма, якщо $\epsilon = -1$ $\epsilon = \frac{dQ}{dP} \times \frac{P}{Q}$, $0,5Q = 10 - P \quad Q = 20 - 2P$ $dQ/dP = (20 - 2P)' = -2$ $\epsilon = -2 \times \frac{P}{20 - 2P} = -1$ $P = 0,5(20 - 2P), \quad 2P = 10, \quad P = 5$

За однакового результату при математичному розв'язанні треба знати лише одну формулу для виторгу, тоді як студент повинен засвоїти залежність між виторгом та еластичністю, що в подальшому використовується при вивченні економічної теорії. Також за формулами обчислюють, наприклад, кількість грошей для обігу, різні види витрат у короткостроковому періоді, норму прибутку, величини ВВП, НД тощо.

2) задачі з ускладненими вихідними даними, частина з яких з'ясується непрямым шляхом при допомозі інших економічних категорій. Наприклад, щоб визначити рівновагу конкурентної фірми в довгостроковому періоді, попит P знаходять із співвідношення $MC = MR$, функцію пропозиції Q – через точку MC . Такі задачі допомагають з'ясувати вплив окремих явищ і закономірностей на кількісну характеристику тієї чи іншої економічної категорії;

3) ситуаційні задачі, що є надзвичайно корисними при вивченні економіки. Вони спрямовані, щоб дати знання, як практично діяти в певних ситуаціях. Для прикладу розглянемо задачу: «Меблева компанія почала будівництво заводу, вклавши 3,5 млн у. о. Зміна власника призвела до зупинки робіт. Далі, за оцінкою економістів, для завершення будівництва слід вкласти ще 3,5 млн у. о. Теперішня вартість усіх майбутніх доходів оцінюється у 6 млн у. о. Сьогодні можна продати незавершений об'єкт за 1,5 млн у. о. Інших вигідніших варіантів щодо використання незавершеного будівництва нині нема. Чи слід новому власникові завершувати будівництво?» Для правильної

відповіді треба зіставити додаткові витрати (3,5 млн у. о.) із майбутніми доходами (6 млн у. о.). Незворотні витрати виключаються. Рішення буде неправильним, якщо компанія врахує лише повні витрати ($3,5 + 3,5 = 7$ млн у. о.) і очікуваний дохід (6 млн у. о.). У таких задачах не завжди вимагається цифрова відповідь, адже важливо навчити вміння економічно мислити, приймати рішення;

4) задачі, що побудовані на конкретному статистичному матеріалі. Як приклад, рівень ВВП, інфляції, безробіття;

5) графічні задачі. За допомогою графічних побудов аналізується економічна задача, роблять практичні висновки. Так, наприклад, при аналізі діяльності фірми в короткостроковому періоді зображають на одному графіку дві криві: ATC і AVC . Якщо крива ATC лежить вище від кривої попиту, а дуга AVC – нижче за цю криву, студент має зрозуміти, що йдеться про ситуацію мінімізації збитків.

Методи математичного аналізу. Аналіз економічних задач дозволяє стверджувати, що для дослідження як мікро-, так і макропроцесів використовують такі математичні інструменти.

1. **Граничний аналіз.** Економістів часто цікавить характер впливу одного показника на інший. У математиці цьому відповідає поняття функції. До появи граничного аналізу економісти використовували поняття середнього значення функції. Однак цією величиною не можна передати темп зміни якоїсь характеристики. Постає необхідність ввести в розгляд поняття, що відображало б чутливість зміни функції до зміни аргументу. Економісти почали використовувати показник граничного значення функції, тобто задіяли поняття похідної. Це відкрило можливості до формулювання умов, за яких економічний показник, як функція, набуває максимального чи мінімального значення.

2. **Оптимізаційні методи.** Оптимізація – це приведення певного показника до найбільш бажаного значення. Оптимізаційна задача передбачає як встановлення цього значення, так і умов, за яких функція його досягає. Якщо метою економічного суб'єкта є максимізація чи мінімізація показника, цей показник називають цільовою функцією. В економічній теорії використовують два методи оптимізації цільового показника:

а) **цільовий показник F є функцією двох змінних, які мають смисл ресурсів або факторів.** Постулат обмеженості ресурсів виражається в тому, що аргументи цільової функції мають задовольняти одне чи кілька рівнянь виду $ax + by = c$, де a , b , c – константи з певним економічним смислом. Задача економічного суб'єкта – оптимізувати цільову функцію з урахуванням обмежень. У математичному аналізі – це задача на умовний екстремум, що розв'язується методом Лагранжа;

б) цільова функція є лінійною функцією аргументів-факторів, тобто $F = mx + ny$, де m і n – константи. Обмеженість ресурсів у цьому разі приводить до вимоги, щоб виконувалися одна чи кілька нерівностей виду $ax + by \leq c$. Пара (x, y) , що задовольняє всі обмеження, називається оптимальним планом, а сама задача – задачею лінійного програмування.

Для розв'язування таких задач використовують симплекс-метод.

Творцем теорії лінійного програмування є російський учений Л. Канторович, який 1975 року одержав Нобелівську премію за розробку теорії оптимального використання ресурсів.

3. Еластичність. Граничне значення функції – похідна – є величиною розмірною.

В економіці доводиться визначати вплив якогось показника, тому показники мусять бути безрозмірними. Тому було введено поняття еластичності. Еластичність характеризує чутливість функції до зміни аргументу і показує, на скільки відсотків зміниться функція, якщо аргумент зазнає зміни на 1%.

Функція вважається еластичною, якщо абсолютне значення цього показника більше за одиницю, нееластичною, якщо менше від одиниці, й абсолютно еластичною, коли показник стає безмежним.

4. Складні проценти. Деякі економічні показники змінюються в часі з постійним темпом, наприклад змінюються за рік на певний відсоток. Щоб установити, на скільки відсотків зміниться такий показник через кілька років, економісти використовують формулу складних процентів: $(1 + d)^n - 1$, де d – відносна зміна показника за рік; n – число років.

5. Дисконтування. Для визначення економічної ефективності капітальних вкладень потрібно сьогодні оцінити їхню обсяг за кінцевою величиною, сумарно сплаченою за певну кількість проміжків часу. Сьогоднішню вартість майбутніх грошей визначає процентна ставка. Якщо K_n – кінцева сума за n років, а K – її «нинішній» відповідник, то $K = K_n / (1 + in)^n$, де i – процентна ставка.

6. Індeksi. Індекс – це число, що показує, у скільки разів змінився економічний показник за період часу, що минув, між базисним і поточним роками: $I = x_1 / x_0$, де I – індекс, x_1 – поточне значення показника, x_0 – значення в базисному періоді. При збільшенні показника індекс перевищує одиницю, при зменшенні – він менший від одиниці. Якщо ж економічний показник узалежнений від кількох факторів, наприклад двох, то його величина є такою: $x = a_1 x_1 + a_2 x_2$, де a_1 і a_2 – вагові коефіцієнти (їхня сума рівна одиниці), що визначають питому вагу кожного з факторів x_1 та x_2 . Якщо тепер за певний період економічний показник зазнав зміни, то розглядають поняття індексу зваженої середньої, що визначається так:

$$I = \frac{a_1^1 x_1^1 + a_2^1 x_2^1}{a_1^0 x_1^0 + a_2^0 x_2^0},$$

де «0» відносить величини до базового періоду, а «1» – до кінцевого.

Зауважимо, що в разі, коли залежність економічних показників має не функціональний, а статистичний (імовірнісний) характер, застосовують поняття статистики, наприклад коефіцієнт парної кореляції дозволяє виявити характер імовірнісного взаємозв'язку двох показників.

Наведені методи економічного аналізу дозволяють розв'язувати типові прості й середньої важкості теоретичні задачі, що вимагають володіння як економічним, так і математичним апаратами.

Це дозволяє використовувати їх у межах бакалаврських курсів мікро- і макроекономіки. Для магістерської підготовки з економічної теорії слід глибше вивчати методи мікро- і макроаналізу, що дозволить готувати студентів і до самостійного опрацювання публікацій, і до наукової роботи. Очевидно, у цьому разі, крім базової економічної освіти, треба мати хорошу математичну підготовку.

Висновки

1. Сучасна економічна теорія має практичну спрямованість і вимагає використання кількісних методів.

2. Кількісні методи в економіці пройшли через такі етапи: арифметичний, вартісний вимір, використання кількісних показників, упровадження оптимальних методів аналізу, застосування методів математичного моделювання.

3. Ґрунтовна математизація економічних знань почалась із розвитком маржиналізму в 70-х рр. XIX століття. Особливого розповсюдження набув функціональний метод, що дозволив на базі кількісних показників створювати економічні моделі, обирати оптимальні шляхи досягнення цілей.

4. Виділяються такі основні типи економічних задач: на знання економічних формул, на вміння знайти зв'язок між різними економічними поняттями, ситуаційні, графічні задачі, проблеми з використанням статистичних даних.

5. При розв'язанні економічних задач найпоширенішими методами є: граничний аналіз, оптимізаційні методи, еластичність, складні відсотки, дисконтування, індекси.

6. Метою використання задач у курсі економічної теорії є як поглиблене вивчення предмета, так і активізація самостійної підготовки студентів.

7. Математизація економічних знань має свої недоліки: формалізація спричиняє втрату якісних висновків аналізу. До того ж не всі економічні процеси можна перевести математичною мовою.

Список використаних джерел

1. Ватаманюк О. З. Мікроекономіка: теорія і практикум: Навч. посібник. – Львів: «Інтелект-Захід», 2007. – 280 с.
2. Винокуров Е. Ф., Винокурова Н. А. Трудные задачи по экономике: Пос. для учащихся старших классов. – М.: Вита-Пресс, 2001. – 112 с.
3. Гальперин В. М., Игнатъев С. М., Моргунов В. И. Микроэкономика: В 3-х т. – СПб.: Экономическая школа ГУВШЭ, 2007. – Т. 3: Сб. задач. – 160 с.
4. Горбачевська О. В., Мартин О. М. Мікроекономіка в задачах: розв'язки та пояснення: Навч. посібник. – Львів: ЛБІ НБУ, 2004. – 295 с.
5. Гронтковська Г. Е., Косік А. Ф. Мікроекономіка. Практикум: Навч. посібник. – К.: Центр навч. літератури, 2004. – 404 с.
6. Мицкевич А. А. Сборник задач по экономике. – М.: Вита-Пресс, 1998. – 144 с.
7. Олійник О. В., Тимченко І. Є. Олімпіадні завдання з економіки: Збірник. – Харків: Веста; Вид-во «Ранок», 2007. – 400 с.
8. Пономаренко О. І., Перестюк М. О., Бурим В. М. Сучасний економічний аналіз: У 2-х ч. – К.: Вища школа, 2004. – Ч. 1: Мікроекономіка: Навч. посібник. – 262 с.
9. Пономаренко О. І., Перестюк М. О., Бурим В. М. Сучасний економічний аналіз: У 2-х ч. – К.: Вища школа, 2004. – Ч. 2: Макроекономіка: Навч. посібник. – 207 с.
10. Самюэльсон П., Нордхаус В. Экономика: Пер. з англ. – М.: БИНОМ, 1997. – 800 с.

Горбачевская О. В., Горбачевский И. Я.

Об использовании математического аппарата при решении экономических задач

Исследуются подходы к математизации курса экономической теории путем использования в задачах математических методов. Рассматриваются основные типы экономических задач и методы их решения

Ключевые слова: *экономические задачи, математизация экономики, математический аппарат, экономическая теория.*

Horbachevska O. V., Horbachevsky I. Y.

On the using of mathematical tools to solve economic problems

The approaches to the mathematization of the economic theory by using the mathematical methods are investigated. The basic types of economic problems and methods to their solutions are considered.

Key words: *economical problems, mathematization of economy, mathematical tools, economics.*

Горбачевська Оксана Василівна – доцент, кандидат економічних наук, доцент кафедри економічної теорії Львівського інституту банківської справи Університету банківської справи Національного банку України (м. Київ);

Горбачевський Ігор Ярославович – кандидат технічних наук, доцент кафедри вищої математики Національного лісотехнічного університету України (м. Львів).