

М. М. Квасній

кандидат економічних наук,
доцент кафедри економічної кібернетики
Львівського інституту ДВНЗ “Університет банківської справи”

ТЕРМОДИНАМІЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НЕЛІНІЙНОЇ ДИНАМІКИ ФІНАНСОВО-ЕКОНОМІЧНИХ СИСТЕМ

Удосконалено метод моделювання нелінійної динаміки фінансово-економічних систем на основі адаптації методу термодинамічних потенціалів, що дозволило отримати кінетичні моделі для виробничої діяльності фінансових корпорацій України, зокрема, рівняння стану, аналоги співвідношень Максвелла, рівнянь Гіббса – Гельмгольца і законів термодинаміки. Установлені закономірності є основою для формулювання законів динаміки фінансових ресурсів.

Ключові слова: фінансово-економічна система, нелінійна динаміка, моделювання, зовнішні впливи, термодинаміка.

Kvasniy M. M. THE THERMODYNAMIC MODELING OF NONLINEAR DYNAMICS IN FINANCIAL AND ECONOMIC SYSTEMS

The method of modeling the nonlinear dynamics of the financial and economic systems based on the adaptation of the method of thermodynamic potentials, which allowed us to obtain kinetic model for the production of financial corporations Ukraine, including the equation of state, analogues ratios Maxwell, equations Gibbs – Helmholtz and the laws of thermodynamics. The regularities is the basis for the formulation of the laws of dynamics of financial resources.

Keywords: financial and economic system, nonlinear dynamics, modeling, external influences, thermodynamics.

JEL C02,G21

Постановка проблеми. Однією з основних властивостей фінансово-економічних систем у сучасних умовах глобалізації та трансформації є їхня нестабільність, процеси, що протікають, є нестійкими, а динаміка – нелінійною. Функціонування фінансово-економічних систем зумовлене як внутрішніми джерелами, так і впливом зовнішнього середовища. Для забезпечення якості дослідження таких систем виникає потреба в застосуванні математичних методів, які дозволяють замінити реальні процеси, що протікають у фінансово-економічних системах, адекватними моделями, які враховують зміну поведінки, структури і взаємодію із зовнішнім середовищем.

Аналіз останніх досліджень. Фінансова глобалізація пришвидшує взаємопроникнення фінансових ринків, посилює інтенсивність інформаційних потоків, тобто значною мірою формує поведінку фінансових процесів. Проте рівновага на фінансових ринках досягається завдяки гармонізації взаємодії із зовнішнім середовищем, вплив якого можна моделювати методом термодинамічних потенціалів. Значний внесок у дослідженні таких задач зробили праці В. Вітлінського, Е. Єршова, В. Занга, Т. Клебанової, Я. Кольмана, С. Курдюмова, Б. Мандельброта, І. Пригожина, О. Пономаренка, Л. Сергєєвої, В. Соловйова, М. Фейгенбаума, Х. Фрейхаса, Дж. Рочета, Г. Хакена, проте для аналізу динаміки фінансово-економічних систем методи термодинаміки майже не використовувались і можливості кінетичного підходу не були реалізовані.

Основні результати дослідження. Фінансово-економічна система, як відкрита, обмінюється ресурсами із середовищем [1]. Середовище, як доповнення до фінансово-економічної системи, перетворює її в замкнену. Динаміку в замкнених системах добре описує

термодинаміка. В основі термодинамічного підходу є поняття рівноваги. Динаміку фінансово-економічної системи будемо вивчати на основі встановлення рівноваги зі зовнішнім середовищем, тобто за кінетичним підходом (рис. 1).

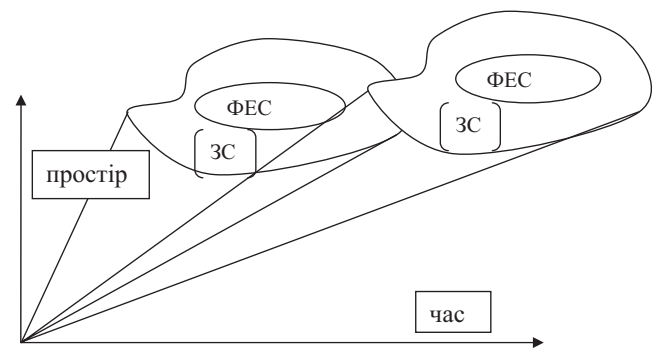


Рис. 1. Ілюстрація опису динаміки ФЕС на основі рівноваги із зовнішнім середовищем

Примітка. Побудовано автором.

Для використання термодинамічного підходу зробимо припущення: динаміка, як зміна стану системи, відбувається за рахунок переходу від одного рівноважного стану до іншого рівноважного стану через рівноважний, або нерівноважний, але такий, що час його релаксації є достатньо малим (прямує до нуля). У рамках цього припущення проведемо подальший опис [2; 3].

У нашій роботі фінансово-економічну систему будемо розглядати як фінансову корпорацію, специфічний фінансовий інститут, основною діяльністю якого є залучення і розміщення фінансових ресурсів. Для вивчення діяльності фінансових корпорацій зручно ви-

користувати їхні моделі. Математичне моделювання виробничо-організаційної діяльності фінансових корпорацій ґрунтується на інтерпретації їх як фінансових фірм, технологія діяльності яких описується виробничою функцією. При цьому нехтуємо деякими суттєвими сторонами діяльності, наприклад, управління ризиками. Проте такий підхід дозволяє вивчати принципові аспекти діяльності: умови існування рівноваги на кредитно-депозитному ринку, розробку заходів щодо фінансової політики і фінансового регулювання, вплив інституційної організації суб'єктів фінансового ринку на форми та умови конкуренції [4].

Виробнича діяльність фінансових корпорацій України визначається станом і динамікою. Станом виробничої діяльності фінансових корпорацій України будемо називати показники діяльності на певний момент часу. Зміну стану зі зміною часу назвемо динамікою. Динаміку виробничої діяльності фінансових корпорацій України характеризуємо впорядкованою у хронологічному порядку послідовністю станів і будемо описувати за допомогою методу термодинамічних потенціалів [2; 3].

Для побудови потенціалів виробничої діяльності фінансових корпорацій України за визначальні параметри приймемо: K – обсяг розміщених ресурсів (чисті активи) та L – обсяг залучених ресурсів (зобов'язання), тоді за спряжені: r_K – ставку розміщення та r_L – ставку залучення.

Однією з основних задач моделювання є пошук закономірностей установлення процентних ставок на розміщення і залучення ресурсів.

Розглянемо модель поведінки фінансових корпорацій України, яка передбачає, що фінансові корпорації приймають пасивно значення ставок r_K та r_L , не маючи можливості впливати на них, тобто r_K та r_L – зовнішні параметри. Припустимо, що виробнича функція $U(K, L)$, яка виражається витратами U , що виникають при управлінні процесами із розміщення і залучення ресурсів, двічі диференційована за сукупністю аргументів. За таких умов прибуток фінансових корпорацій України описуємо функцією:

$$r_K K - r_L L - U(K, L), \quad (1)$$

де $r_K K$ – дохід від розміщених ресурсів; $r_L L$ – витрати на залучення ресурсів; $U(K, L)$ – витрати, що виникають при управлінні процесами із розміщення і залучення ресурсів.

Оптимальна поведінка фінансових корпорацій України реалізується за умови максимізації прибутку або мінімізації втрат:

$$d[r_K K - r_L L - U(K, L)] = 0. \quad (2)$$

За умови (2) система перебуває у стані рівноваги, коли доходи зрівноважують видатки. Обчислимо перший диференціал функції (1) і, врахувавши (2), запишемо умови оптимальності першого порядку:

$$r_K - \frac{\partial U(K, L)}{\partial K} = 0; \quad -r_L - \frac{\partial U(K, L)}{\partial L} = 0. \quad (3)$$

Оскільки функція, яка допускає існування першого диференціалу і його рівність нулю, визначає за означенням потенціал, то логічно функцію $r_K K - r_L L - U(K, L)$ прийняти за потенціал виробничої діяльності фінансових корпорацій України. Тоді згідно з (3) рівняння стану виробничої діяльності фінансових корпорацій України запишемо так:

$$r_K = \frac{\partial U(K, L^*)}{\partial K}; \quad r_L = -\frac{\partial U(K^*, L)}{\partial L}, \quad (4)$$

де $U(K, L)$ – функція стану.

Рівняння стану (4) установлюють зв'язок між r_K – ставкою розміщення і частковою похідною виробничої функції $U(K, L)$ щодо K за незмінної $L(L^*)$ і зв'язок між r_L – ставкою залучення і частковою похідною виробничої функції $U(K, L)$ щодо L за незмінної $K(K^*)$.

Оскільки r_K та r_L прийнято за спряжені параметри, то зі зміною зовнішнього середовища вони змінюються. Їхня динаміка впливає на динаміку визначальних параметрів K, L за законом (4).

За умов рівноваги із (4) впливають фундаментальні властивості оптимальної поведінки фінансових корпорацій України.

Введений потенціал виробничої діяльності фінансових корпорацій України $r_K K - r_L L - U(K, L)$ є аналогом внутрішньої енергії в термодинаміці, має розмірність фінансових ресурсів і побудований на визначальних параметрах K та L . Згідно з методом термодинамічних потенціалів [2], змінюючи визначальні параметри, отримуємо аналоги вільної енергії, енергії Гіббса та ентальпії для виробничої діяльності фінансових корпорацій України. Використовуючи мнемонічний прийом Радушкевича – Борна, знаходимо аналоги рівнянь стану для нових визначальних параметрів [3].

Якщо за визначальні параметри стану виробничої діяльності фінансових корпорацій України обрати обсяг залучених ресурсів L та ставку розміщення ресурсів r_K , тоді аналогом вільної енергії буде функція стану

$$F(L, r_K) = U(K, L) - r_K K, \quad (5)$$

де $F(L, r_K)$ – рівна доходу без витрат U , що виникають при управлінні процесами із розміщення і залучення ресурсів, узятого з протилежним знаком.

Для функції стану $F(L, r_K)$ потенціал виробничої діяльності фінансових корпорацій України буде такий:

$$-r_L L - K r_K - F(L, r_K). \quad (6)$$

Із властивості потенціальності (6) слідує

$$d[-r_L L - K r_K - F(L, r_K)] = 0. \quad (7)$$

Тоді для функції стану $F(L, r_K)$, згідно з (7), рівняння стану виробничої діяльності фінансових корпорацій України запишемо так:

$$r_L = -\frac{\partial F(L, r_K^*)}{\partial L}; \quad K = -\frac{\partial F(L^*, r_K)}{\partial r_K}. \quad (8)$$

Рівняння стану виробничої діяльності фінансових корпорацій України (8) установлюють зв'язок між ставкою залучення ресурсів r_L і частковою похідною функції стану $F(L, r_K)$ щодо обсягу залучення ресурсів L за незмінної ставки розміщення $r_K(r_K^*)$ та між обсягом розміщених ресурсів K і частковою похідною функції стану $F(L, r_K)$ щодо r_K за незмінного обсягу залучення $L(L^*)$. Оскільки L та r_K – визначальні параметри, то фінансові корпорації України, змінюючи їх, впливають на спряжені параметри r_L та K згідно із законом (8). Аналогічно, зі зміною зовнішнього середовища змінюються спряжені параметри r_L та K і зумовлюють зміну внутрішніх параметрів L та r_K згідно із співвідношеннями (8).

Згідно з методом термодинамічних потенціалів, якщо за визначальні параметри виробничої діяльності фінансових корпорацій України обрати ставку розміщення ресурсів r_K і ставку залучення ресурсів r_L , то аналогією до вільної енергії Гіббса [3] буде функція стану:

$$G(r_K, r_L) = F(L, r_K) + r_L L, \quad (9)$$

де $G(r_K, r_L)$ – дорівнює прибутку, взятому зі знаком мінус, тобто збитку. Потенціал виробничої діяльності фінансових корпорацій України за умови функції стану $G(r_K, r_L)$ запишемо:

$$-Kr_K + Lr_L - G(r_K, r_L), \quad (10)$$

де $-Kr_K$ – дохід від розміщених ресурсів, узятий зі знаком мінус; Lr_L – витрати на залучення ресурсів.

Із властивості потенціальності (10) отримаємо рівняння стану:

$$K = -\frac{\partial G(r_K, r_L^*)}{\partial r_K}; \quad L = \frac{\partial G(r_K^*, r_L)}{\partial r_L}. \quad (11)$$

Кінетичні співвідношення (11) установлюють зв'язок між обсягом розміщених ресурсів K і частковою похідною функції стану $G(r_K, r_L)$ щодо ставки розміщення r_K за незмінної ставки залучення $r_L(r_L^*)$ та між обсягом залучених ресурсів L і частковою похідною функції стану $G(r_K, r_L)$ щодо ставки залучення r_L за незмінної ставки розміщення ресурсів $r_K(r_K^*)$. Змінюючи визначальні параметри – ставки розміщення r_K і залучення r_L , фінансові корпорації України впливають на спряжені параметри – обсяги розміщення ресурсів K та обсяги залучення ресурсів L згідно із співвідношеннями (11). Аналогічно, зміна зовнішнього середовища впливає на спряжені параметри – обсяг розміщення ресурсів K та залучення L і зумовлює зміну визначальних параметрів – ставок розміщення r_K та залучення r_L відповідно до закону (11).

Оберемо за визначальні параметри виробничої діяльності фінансових корпорацій України ставку залучення ресурсів r_L та обсяг розміщення ресурсів K , тоді, використовуючи мнемонічний прийом Радушкевича – Борна, запишемо аналогічну ентальпії [3] функцію стану:

$$H(r_L, K) = U(K, L) + r_L L, \quad (12)$$

де $H(r_L, K)$ – сума витрат на залучення ресурсів і витрат, що виникають при управлінні процесами із розміщення і залучення ресурсів.

Якщо за функцію стану обрати $H(r_L, K)$, тоді потенціал виробничої діяльності фінансових корпорацій України буде такий:

$$r_L K + Lr_L - H(r_L, K), \quad (13)$$

де $r_L K$ – дохід від розміщення ресурсів; Lr_L – витрати на залучення ресурсів; $H(r_L, K)$ – сумарні витрати на залучення ресурсів і витрати, що виникають при управлінні процесами з розміщення і залучення ресурсів.

За умови оптимальності потенціалу (13) реалізується виробнича діяльність фінансових корпорацій України. Отже, якщо за функцію стану обрати $H(r_L, K)$ – аналог ентальпії, то отримаємо рівняння стану виробничої діяльності фінансових корпорацій України:

$$r_K = \frac{\partial H(r_L^*, K)}{\partial K}; \quad L = \frac{\partial H(r_L, K^*)}{\partial r_L}. \quad (14)$$

Рівняння стану (14) установлюють зв'язок між ставкою розміщення ресурсів r_K і частковою похідною функції стану $H(r_L, K)$ щодо обсягу розміщених ресурсів K за незмінної ставки залучення $r_L(r_L^*)$ та між обсягом залучених ресурсів L і частковою похідною функції стану $H(r_L, K)$ щодо ставки залучення ресурсів r_L за незмінного обсягу розміщених ресурсів $K(K^*)$. Згідно із співвідношеннями (14), змінюючи визначальні параметри – ставку залучення ресурсів r_L та обсяг розміщення ресурсів K , фінансові корпорації України змінюють спряжені параметри – ставку розміщення ресурсів r_K та обсяг залучення ресурсів L . За аналогією, зміни зовнішнього середовища впливають на спряжені параметри – ставку розміщення ресурсів r_K та обсяг залучення ресурсів L і зумовлюють зміну визначальних параметрів – ставки залучення ресурсів r_L та обсягу розміщення ресурсів K згідно із законом (14).

Використовуючи формули для потенціалів виробничої діяльності фінансових корпорацій України (1), (6), (10), (13) і мнемонічний прийом Радушкевича – Борна, запишемо аналоги співвідношень Максвелла для фінансових процесів:

$$r_K = \frac{\partial U(K, L^*)}{\partial K} = \frac{\partial H(r_L^*, K)}{\partial K}; \quad (15)$$

$$K = -\frac{\partial F(L^*, r_K)}{\partial r_K} = -\frac{\partial G(r_K, r_L^*)}{\partial r_K}; \quad (16)$$

$$L = \frac{\partial G(r_K^*, r_L)}{\partial r_L} = \frac{\partial H(r_L, K^*)}{\partial r_L}; \quad (17)$$

$$r_L = -\frac{\partial U(K^*, L)}{\partial L} = -\frac{\partial F(L, r_K^*)}{\partial L}. \quad (18)$$

Співвідношення (15) – (18) – це рівняння стану виробничої діяльності фінансових корпорацій України для характеристичних функцій $U(K, L)$, $F(L, r_K)$, $G(r_K, r_L)$, $H(r_L, K)$, які встановлюють закономірності зв'язків між ставками і обсягами розміщення та залучення ресурсів. Формули (15) – (18) дозволяють за відомої однієї із функцій стану $U(K, L)$, $F(L, r_K)$, $G(r_K, r_L)$, $H(r_L, K)$ обчислити інші, використовуючи формули для потенціалів виробничої діяльності фінансових корпорацій (1), (6), (10), (13). Одну з характеристичних функцій треба встановити експериментально або розрахувати за допомогою статистичних методів.

Взаємозв'язки між характеристичними функціями – внутрішньою енергією, вільною енергією, енергією Гіббса та ентальпією – описують також за допомогою рівнянь Гіббса – Гельмгольца [3]. Для характеристичних функцій $U(K, L)$, $F(L, r_K)$, $G(r_K, r_L)$, $H(r_L, K)$ стану виробничої діяльності фінансових корпорацій України запишемо аналоги рівнянь Гіббса – Гельмгольца:

$$U(K, L) = F(L, r_K) - r_K \left(\frac{\partial F(L, r_K)}{\partial r_K} \right), \text{ за } L = \text{const}, \quad (19)$$

$$H(r_L, K) = G(r_K, r_L) - r_K \left(\frac{\partial G(r_K, r_L)}{\partial r_K} \right), \text{ за } r_L = \text{const}. \quad (20)$$

Співвідношення (19) установлює зв'язок між функціями стану $U(K, L)$ та $F(L, r_K)$ і дозволяє за відомих: ставки розміщення ресурсів r_K і функції стану $U(K, L)$, яка виражається витратами U , що виникають при управлінні процесами з розміщення і залучення ресурсів, знайти $F(L, r_K)$. Аналогічно, рівняння (20) визначає залежність між функціями стану $H(r_L, K)$ та $G(r_K, r_L)$ і дає можливість знайти $H(r_L, K)$ за відомих: функції стану виробничої діяльності фінансових корпорацій України $G(r_K, r_L)$, яка дорівнює прибутку, взятому зі знаком мінус, тобто збитку, що виникає при управлінні процесами із розміщення і залучення ресурсів і ставки розміщення ресурсів r_K .

Припустимо, що функції стану $U(K, L)$, $F(L, r_K)$, $G(r_K, r_L)$, $H(r_L, K)$ – двічі диференційовні. Використовуючи формули аналогів співвідношень Максвелла для фінансових процесів (15) – (18) і рівність змішаних похідних функцій багатьох змінних, знаходимо співвідношення між похідними визначальних і спряжених параметрів стану виробничої діяльності фінансових корпорацій України:

$$\left(\frac{\partial r_L}{\partial r_K} \right)_L = \left(\frac{\partial K}{\partial L} \right)_{r_K}. \quad (21)$$

Співвідношення (21) моделює закономірність поведінки зміни ставки залучення ресурсів r_L щодо змі-

ни ставки розміщення ресурсів r_K за сталого обсягу залучення ресурсів L як тотожно рівну зміні обсягу розміщення ресурсів K щодо зміни обсягу залучення ресурсів L за сталої ставки розміщення ресурсів r_K .

Сформулюємо аналоги законів термодинаміки для виробничої діяльності фінансових корпорацій України.

Твердження 1. Витрати виробничої діяльності фінансових корпорацій України dQ дорівнюють сумі витрат на залучення ресурсів $r_L dL$ та зміні витрат dU , що виникають при управлінні процесами з розміщення і залучення ресурсів:

$$dQ = r_L dL + dU. \quad (22)$$

Співвідношення (22) є аналогом першого закону термодинаміки (закону збереження енергії).

Твердження 2. Виробнича діяльність фінансових корпорацій України еволюціонує, тобто розвивається, за умови перевищення доходів над витратами:

$$r_K dK \geq dQ. \quad (23)$$

Основна нерівність (23) для нерівноважних фінансових процесів, отримана на основі другого закону термодинаміки, може бути записана:

$$r_K dK \geq r_L dL + dU, \quad (24)$$

де $r_K dK$ – доходи від розміщення ресурсів;

$r_L dL$ – витрати на залучення ресурсів;

dU – витрати, що виникають при управлінні процесами із розміщення та залучення ресурсів,

і стверджує, що збільшення доходів створює умови еволюції.

Твердження 3. При зменшенні ставки розміщення ресурсів r_K до нуля обсяг розміщення ресурсів K теж прямує до абсолютного нуля.

Аналог третього закону термодинаміки визначає умови припинення виробничої діяльності фінансових корпорацій України.

Метод термодинамічних потенціалів, адаптований до кінетичного опису динаміки фінансово-економічних систем, зокрема, виробничої діяльності фінансових корпорацій України, для встановлення рівнянь стану, аналогів співвідношень Максвелла і рівнянь Гіббса – Гельмгольца, схематично можна подати *рис. 2*.

Висновки. Аналізований підхід є основою для розвитку феноменологічної теорії динаміки фінансових ресурсів, що дає можливість створити інноваційні методи регулювання функціонування фінансово-економічних систем. Вплив зовнішнього середовища формує певні стійкі зв'язки, установлюючи які, можна здійснювати прогноз і будувати стратегію, але за зміни середовища ці зв'язки можуть порушуватися і через деякий час утворювати новий вид зв'язку. Тому для розв'язування ширшого кола фінансових задач важливо як аналізувати поведінку, так і встановлювати причини її зміни.

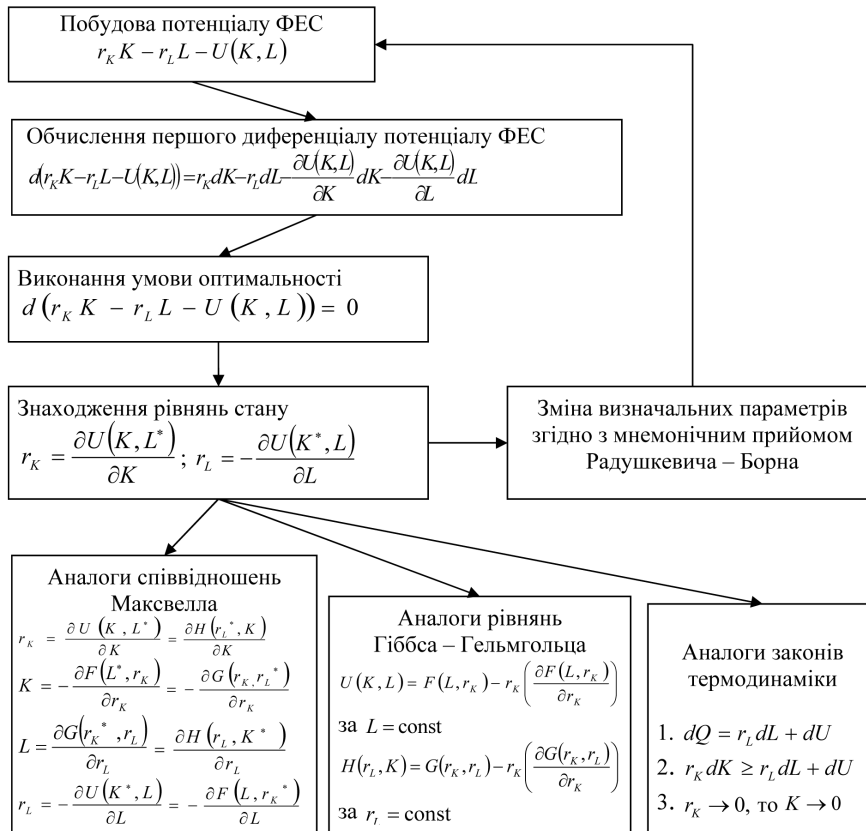


Рис. 2. Схема методу термодинамічного моделювання динаміки ФЕС

Примітка. Власна розробка.

Список використаних джерел

1. Вітлінський В. В. Ризик у менеджменті / В. В. Вітлінський, С. І. Наконечний. – К. : ТОВ «Борисфен-М», 1996. – 336 с.
2. Гіббс Дж. В. Термодинамика. Статистическая механика / Дж. В. Гиббс. – М. : Наука, 1982. – 584 с.
3. Горшунів О. В. Метод термодинамічних потенціалів в фізико-хімії полімерів [Електронний ресурс] / О. В. Горшунів // Теплові та релакційні явища в полімерах : науковий семінар / НПУ ім. Драгоманова. – Режим доступу : <http://www.users.i.com.ua/revenge/download/relax.pdf>.
4. Пономаренко А. І. Банковское дело для финансовых аналитиков : учебное пособие / А. И. Пономаренко. – К. : ЭМЦ, 2002. – Ч. 1 : Аналитическая теория банковского дела. – 56 с.

References

1. Vitlinskyy V. V, Nakonechny S. I. (1996) Ryzik v menedzhmenti [The risk in management]. K., LLC «Borisfen-M», 336 p. [in Ukrainian].
2. Gibbs J. V. (1982) Termodinamika. Statisticheskaya mekhanika [Thermodynamics. Statistical mechanics]. M., Nauka, 584 p. [in Ukrainian].
3. Gorshunov O. V. (2007) Metod termodinamichnykh potentsialiv v fizyko-khimiyi polimeriv [The method of thermodynamic potential in physics and chemistry of polymers]. Heat and relaktsiyni phenomena in polymers, Scientific seminar, NPU them Dragomanova [in Ukrainian]. Retrieved from: <http://www.users.i.com.ua/revenge/download/relax.pdf>.
4. Ponomarenko A. I. (2002) Bankovskoye dyelo dlya finansovykh analitikov [Banking for financial analysts]. Chastyna 1. Analiticheskaya teoriya bankovskovo dyela. Uchebnoe posobyе. [Part 1: Analytical theory of banking. Textbook]. K., EMTS, 56 p. [in Ukrainian].