

# Инструмент, порошки, пасты

---

УДК 621.922.34

**М. Н. Шейко**

Институт сверхтвердых материалов им. В. Н. Бакуля  
НАН Украины, г. Киев, Украина  
max-kiiev@i.ua

## **К вопросу теоретического обоснования выбора эффективной формы профиля зерна при моделировании алмазного слоя правлящего инструмента. Сообщение 1. Гальваностегия**

*Дано теоретическое обоснование феномена круглой формы поперечного сечения царапины, усредненного по множеству срезов, производимых отнюдь не круглыми вершинами алмазных зерен направляющего инструмента, изготовленного методом гальваностегии и работающего по абразивному материалу шлифовальных кругов. Форма указанного сечения определена как эффективная форма зерна, производящего царапину. Информация о параметрах царапины и их связь с зернистостью алмазного порошка в инструменте необходима для расчета единичных и суммарных сечений срезов, сил правки и шероховатости поверхности изделий, шлифованных абразивными кругами с правкой алмазным роликом.*

**Ключевые слова:** алмазный порошок, направляющий инструмент, технология гальваностегии, алмазное зерно, поперечное сечения царапины.

Исследованию процесса алмазно-абразивной обработки всегда предшествует этап описания рабочей поверхности инструмента. Микроскопический подход к описанию – по классификации, изложенной в [1] – предполагает условное расчленение алмазного слоя на составляющие элементы – зерна, имеющие определенную форму, ориентацию и распределение в объеме этого слоя. Эти данные необходимы при соответствующем математическом моделировании процесса правки абразивных кругов алмазным роликом для расчета единичных и суммарных сечений срезов, сил правки и конечной шероховатости шлифованных поверхностей изделий. При этом значение имеет не форма зерна в целом, а форма его режущей, т. е. формообразующей, вершины, производящей в обрабатываемом материале срез с определенным поперечным сечением. Для существенного упрощения моделирования за форму профиля режущей вершины зерна – назовем ее эффектив-

ной формой – принимаем форму поперечного сечения единичного среза (или царапины), усредненного по множеству аналогичных единичных срезов. Следует подчеркнуть, здесь речь идет не о результате фактического массового наложения единичных срезов различной толщины, на различной глубине и т. д., – что представляет суть алмазно-абразивной обработки и исследовано отдельно [1], – а о следствии виртуального, воображаемого совмещения вершин поперечных сечений множества единичных срезов, различающихся лишь тем, что произведены зернами различной ориентации в алмазном слое инструмента, об эффекте формирования “обобщенного портрета” сечения единичного среза. Именно исследованию эффективной формы режущей вершины зерна как формы производимой ею царапины посвящена настоящая работа. Более определенно – в работе дается теоретическое обоснование феномена скругленной формы поперечного профиля царапины, усредненного по большому количеству царапин, производимых отнюдь не круглыми вершинами зерен. Устанавливается связь радиуса кривизны эффективной формы профиля зерна с зернистостью алмазного порошка в инструменте. Хотя экспериментальные данные указывают на такую возможность, но корректного теоретического обоснования этот феномен до сих пор не получил. Так, А. К. Байкалов [2] представляет форму алмазного зерна шаром радиуса  $r_0$ . Такое допущение мотивируется случайной ориентацией диагоналей зерен – при совмещении зерен может образоваться сферический объект. Соответствующая проекция в направлении скорости резания является кругом. Это вовсе не очевидно, так как многие исследователи справедливо принимали за форму профиля царапины треугольную, трапециевидную, иногда комбинированную с радиусом скругления, что действительно отвечало соответствующей формообразующей части алмазного или абразивного зерна. Оставляя за рамками вопрос отклонения фактической формы поперечного сечения царапины от соответствующей проекции формообразующего элемента, – отклонения, обусловленного пластическим или хрупким характером деформации обрабатываемого материала в процессе резания-царапания, остановимся на следующем вопросе: как усреднение треугольных и трапециевидных профилей в итоге дают профиль близкий к круглому.

Удобный способ описания формы царапины – функциональное задание ширины  $b$  в зависимости царапины от высоты  $x$ , отсчитываемой от ее вершины, т. е. нижней точки дна:

$$b = b(x). \quad (1)$$

В соответствии с этим треугольная или трапециевидная форма царапины описывается функцией

$$b = 2 \operatorname{tg} \frac{\varepsilon}{2} \cdot x + a, \quad (2)$$

где  $\varepsilon$  – угол при вершине царапины или соответствующей режущей вершине зерна;  $a$  – ширина площадки износа. В [3] приводится более универсальное выражение:

$$b = \alpha x^\beta, \quad (3)$$

где  $\alpha$ ,  $\beta$  – эмпирические параметры. При  $\beta = 0,5$  получаем круглую форму относительно неглубокой царапины, когда  $b \gg x$ , что имеет место при ал-

мазно-абразивной обработке. Таким образом, круглое дно царапины описывается как

$$b = 2\sqrt{2Rx}, \quad (4)$$

где  $R$  – радиус скругления. Задача сводится к тому, чтобы показать, как усреднения функции (2) образуют функцию (4).

Для алмазного правящего инструмента, например ролика, изготовленного методом гальваностегии [4], алмазные зерна базируются на корпусе преимущественно (но не всегда!) своими гранями, а ребра и вершины с противоположной стороны являются рабочими, формообразующими частями. При этом ориентацию зерен в плоскости, перпендикулярной вектору скорости, т. е. в поперечном сечении царапины, можно считать – вслед за А. К. Байкаловым [2] – случайной. В нашем случае полагаем угол поворота случайной, равномерно распределенной величиной. Алмазное зерно, применяемое в правящем инструменте, в соответствии с ДСТУ 3295–95 имеет коэффициент формы не больше 1,1. Поэтому форма зерен близка к правильному многограннику, а проекция – к правильному многоугольнику.

Проекция реального зерна – это многоугольник с числом вершин не менее шести, что очевидно даже для кристалла с формой куба при произвольной его ориентации. Поэтому на рис. 1 рассматривается произвольная ориентация шестиугольника с возможностью обобщения на случай  $n$ -угольника.

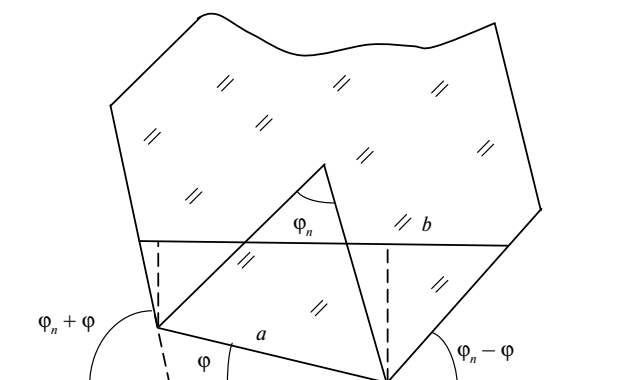


Рис. 1. Схема для определения ширины царапины, производимой зерном с  $n$ -угольной проекцией: центральный угол  $\varphi_n = 2\pi/n$ , угол при вершине равен  $\pi - \varphi_n$ , диаметр описанной окружности  $d = a/\sin\left(\frac{\varphi_n}{2}\right)$ , где  $a$  – длина стороны  $n$ -угольника; многоугольник повернут на произвольный угол  $\varphi$ , искомая ширина  $b$  определяется на высоте  $x$  от вершины.

Вычислим ширину царапины на достаточно малой глубине  $x$ . Из соображений симметрии угол  $\varphi$  достаточно рассмотреть в пределах  $[0; \varphi_n/2]$ , причем рассматриваем его как случайную величину, равномерно распределенную на этом отрезке. Искомая ширина  $b$  как функция  $x$  определяется выражением

$$b(x) = \begin{cases} \frac{x}{\operatorname{tg} \varphi} + \frac{x}{\operatorname{tg}(\varphi_n - \varphi)}, & 0 \leq x < a \sin \varphi; \\ a \cos \varphi + \frac{x - a \sin \varphi}{\operatorname{tg}(\varphi_n + \varphi)} + \frac{x}{\operatorname{tg}(\varphi_n - \varphi)}, & a \sin \varphi \leq x < a \sin \frac{\varphi_n}{2}. \end{cases} \quad (5)$$

От размерной ширины  $b$  удобнее перейти к безразмерной величине – приведенной к  $d$  ширине  $B$ , а от размерной глубины  $x$  – также к безразмерной величине – приведенной к  $d$  глубине  $z$ :  $B = b/d$ ,  $z = x/d$ . Приведенная ширина  $B$  повернутого многоугольника как функция приведенной глубины  $z$  вычисляется по формуле

$$B_n(z, \varphi) = \begin{cases} \frac{z}{\operatorname{tg} \varphi} + \frac{z}{\operatorname{tg}(\varphi_n - \varphi)}, & 0 \leq z < \sin \frac{\varphi_n}{2} \cdot \sin \varphi; \\ \sin \frac{\varphi_n}{2} \cdot \cos \varphi + \frac{z - \sin \frac{\varphi_n}{2} \cdot \sin \varphi}{\operatorname{tg}(\varphi_n + \varphi)} + \frac{z}{\operatorname{tg}(\varphi_n - \varphi)}, & \sin \frac{\varphi_n}{2} \cdot \sin \varphi \leq z \leq \sin^2 \frac{\varphi_n}{2}. \end{cases} \quad (6)$$

Здесь индекс  $n$  при  $B$  и аргумент  $\varphi$  указывают на число углов рассматриваемого многоугольника и его ориентацию. Пределы изменения аргументов функции следующие (рис. 2):

$$z \in \left[ 0; \sin^2 \frac{\varphi_n}{2} \right], \quad \varphi \in \left[ 0; \frac{\varphi_n}{2} \right].$$

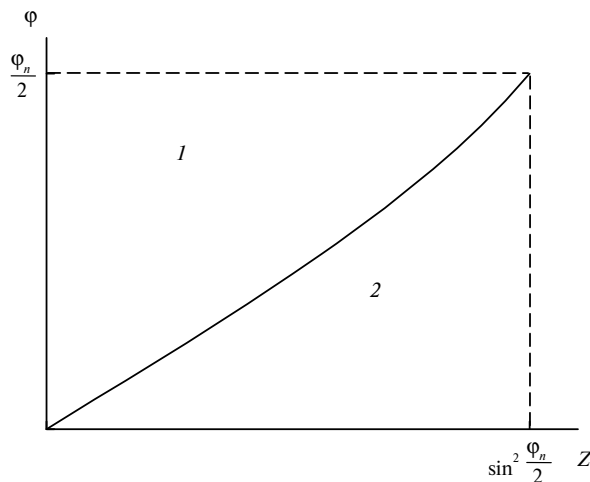


Рис. 2. Область определения функции  $B_n(z, \varphi)$ : цифрами обозначены области определения первой (1) и второй (2) ветвей формулы (6); уравнение разделяющей границы

$$\varphi(z) = \arcsin \frac{z}{\sin \frac{\varphi_n}{2}}.$$

Окончательно приведенная ширина  $B$  как функция приведенной глубины  $z$  получается усреднением  $B_n(z, \varphi)$  по  $\varphi$  с плотностью  $P(\varphi)$  равномерного распределения на  $\left[ 0; \frac{\varphi_n}{2} \right]$ :

$$\begin{aligned}
B_n(z) &= \int_{-\infty}^{\infty} P(\varphi) B_n(z, \varphi) d\varphi = \frac{2}{\varphi_n} \int_0^{\varphi_n/2} B_n(z, \varphi) d\varphi = \\
&= \frac{2}{\varphi_n} \int_0^{\varphi(z)} \sin \frac{\varphi_n}{2} \cdot \cos \varphi d\varphi + \frac{2}{\varphi_n} \int_0^{\varphi(z)} \frac{z - \sin \frac{\varphi_n}{2} \cdot \sin \varphi}{\operatorname{tg}(\varphi_n + \varphi)} d\varphi + \\
&\quad + \frac{2}{\varphi_n} \int_{\varphi(z)}^{\varphi_n/2} \frac{z}{\operatorname{tg} \varphi} d\varphi + \frac{2}{\varphi_n} \int_0^{\varphi_n/2} \frac{z}{\operatorname{tg}(\varphi_n - \varphi)} d\varphi.
\end{aligned} \tag{7}$$

Вычисляя интегралы в (7), получаем окончательно

$$B_n(z) = \frac{2}{\varphi_n} z \left[ 1 + \ln \frac{\sin \frac{\varphi_n}{2} \cdot \sin \left( \varphi_n + \arcsin \left( \frac{z}{\sin \frac{\varphi_n}{2}} \right) \right)}{z} - \frac{1}{z} \sin \frac{\varphi_n}{2} \cdot J(z) \right], \tag{8}$$

$$\text{где } J(z) = \int_0^{\varphi(z)} \frac{\sin \varphi}{\operatorname{tg}(\varphi_n + \varphi)} d\varphi.$$

Приведенная ширина профиля круглой цапаины диаметром  $d$  получается из выражения (4):

$$B(z) = 2\sqrt{z}, \tag{9}$$

а отношение приведенных величин  $B_n$  и  $B$  на одном уровне глубины  $z$

$$\frac{B_n(z)}{B(z)} = \frac{\sqrt{z}}{\varphi_n} \left[ 1 + \ln \frac{\sin \frac{\varphi_n}{2} \cdot \sin \left( \varphi_n + \arcsin \left( \frac{z}{\sin \frac{\varphi_n}{2}} \right) \right)}{z} - \frac{1}{z} \sin \frac{\varphi_n}{2} \cdot J(z) \right]. \tag{10}$$

Максимальное значение  $z$ , для которого справедливо последнее выражение, в силу области определения функции  $B_n(z)$  равно  $z_{\max} = \sin^2 \frac{\varphi_n}{2}$ . Для этого значения  $z_{\max}$  и при  $n \rightarrow \infty$ ,  $\varphi_n \rightarrow 0$  получаем

$$\frac{B_n(z_{\max})}{B(z_{\max})} \rightarrow \frac{1}{2} \left[ 1 + \ln 3 - \frac{2}{\varphi_n} J(z_{\max}) \right].$$

С учетом того, что при  $\varphi_n \ll 1$   $\frac{2}{\varphi_n} J(z_{\max}) \approx 1 - 2 \ln \frac{3}{2}$ , окончательно имеем

$$\frac{B_n(z_{\max})}{B(z_{\max})} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \ln \frac{27}{4} \approx 0,955. \tag{11}$$

Результат (11) можно интерпретировать следующим образом: какое бы малое значение приведенной глубины  $z$  не взяли, найдется такой номер  $n$ , что в окрестности выбранного  $z$  функция  $B_n(z)$  практически равна  $B(z)$ , а форма профиля усредненной цапаины – круглая.

Для конечного фиксированного  $z$ , даже без использования усреднения по углу поворота, также можно показать справедливость такого результата.

Действительно, из геометрии известно, что при бесконечном разбиении ломаная, построенная на окружности, стягивается к окружности. Тогда возникает вопрос о роли процедуры усреднения формы. Для ответа решим частный вопрос: какова форма профиля усредненной цапаины при конечном значении  $n$ ? Останется ли профиль треугольным или трапецевидным, как дается исходным выражением (2)? Оказывается, нет. Форма определяется выражением (8), а графическое представление, например, для 24-угольника приведено на рис. 3.

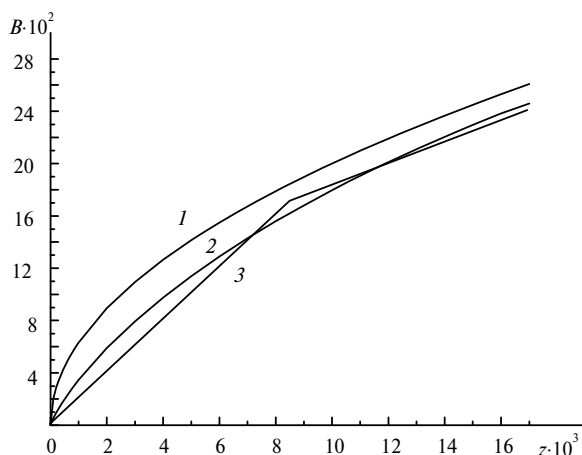


Рис. 3. Приведенная ширина цапаины как функция приведенной глубины  $z$ : 1 – для круглого профиля  $B(z)$ , 2 – для усредненного 24-угольника  $B_n(z)$ , 3 – для 24-угольника  $B_n(z, \varphi)$  с фиксированным (средним по интервалу) углом поворота  $\varphi = \pi/48$ .

На графике видно, что по ширине искомая форма представляет среднее между треугольной и круглой формой профиля. Более того, принципиальное отличие усредненной формы от исходной в том, что исходная – линейная с изломом, а усредненная – нелинейная, дифференцируемая, без изломов. Первая производная функции  $B_n(z, \varphi)$  в точке  $z = 0$  конечна, а функции  $B_n(z)$  – бесконечна. Это означает, что в процессе усреднения изломы профиля “рассасываются”, угол заострения  $\epsilon$  при вершине размывается. С другой стороны, аппроксимировав зависимость  $B_n(z)$  функцией вида (3), получили значение параметра  $\beta = 0,65$ , которое указывает на “стадию перехода” от треугольника, когда  $\beta = 1$ , к окружности, когда  $\beta = 0,5$ . Одним словом, процедура усреднения зарождает “превращение” треугольного профиля в круглый, а предельный переход при  $n \rightarrow \infty$  завершает его. При этом радиус скругления вершины цапаины для инструментов с нефиксированным, случайным углом поворота режущих зерен (гальваностегия) приближается к  $0,5d$ , где  $d$  – в данном случае размер верхнего сита применяемого алмазного порошка [5].

Таким образом, в настоящем сообщении дано теоретическое обоснование феномена круглой формы цапаины, усредненной по множеству цапаин, производимых отнюдь не круглыми вершинами алмазных зерен правящего инструмента, изготовленного методом гальваностегии и работающего по абразивному материалу шлифовальных кругов. Установлено, что радиус эффективного профиля вершины зерна для такого инструмента составляет приблизительно половину длины ячейки верхнего сита применяемого алмазного порошка. Принимая эту величину за исходную, как показал опыт моделирования алмазно-абразивной обработки, расчетные выходные характеристики

процесса (как силовые, так и по шероховатости) обеспечивают хорошее приближение к экспериментальным. Так как в данной работе не рассматривали вопрос пластической или хрупкой деформации обрабатываемого материала в процессе резания-царапания, а как следствие – отклонения фактической формы поперечного сечения царапины от соответствующей проекции фрагмента зерна, то экспериментальные данные о форме царапин, их связи с характеристиками инструмента и режимами резания остаются актуальными. Однако приведенные теоретические выкладки зададут нужную направленность дальнейшим исследованиям.

*Дано теоретичне обґрунтування феномена круглої форми поперечного перерізу подряпини, яку усереднено по множині зрізів, зроблених аж ніяк не круглими вершинами алмазних зерен правлячого інструменту, виготовленого методом гальваностегії і працюючого по абразивному матеріалу шліфувальних кругів. Форма зазначеного перетину визначена як ефективна форма зерна, що створює подряпину. Інформація про параметри подряпини та їх зв'язок з зернистістю алмазного порошку в інструменті необхідна для розрахунку одиничних і сумарних перетинів зрізів, сил правки і шорсткості поверхні виробів, що шліфовані абразивними кругами з правкою алмазним роликком.*

**Ключові слова:** алмазний порошок, правлячий інструмент, технологія гальваностегії, алмазне зерно, поперечний переріз подряпини.

*The report provides a theoretical justification for the phenomenon of circular cross-sectional shape scratches, averaged over a plurality of sections produced are not round top dress tool diamond grains produced by electroplating and working on abrasives grinding wheels. The form of this section is defined as an effective form of grain, producing a scratch. Information about the parameters of scratches and their relationship with the grain of the diamond powder in the tool needed to calculate individual and summary sections cut, dress force and surface roughness products, grinded with abrasive wheels with diamond dress roll.*

**Keywords:** diamond powder, dress tool, electroplating technology, diamond grains, cross-sectional scratches.

1. Шейко М. Н. Построение стохастической теории процесса алмазной правки абразивных кругов: Дис. ... доктора. техн. наук: – К., 2012. – 524 с.
2. Байкалов А. К. Введение в теорию шлифования материалов. – К.: Наук. думка, 1978. – 297 с.
3. Худобин Л. В. Анализ геометрии абразивных зерен // Тр. Ульяновского политехн. ин-та. – 1966. – Вып. 1. – С. 19–27.
4. Коломиец В. В., Полупан Б. И. Алмазные правящие ролики при врезном шлифовании деталей машин. – К.: Наук. думка, 1983. – 144 с.
5. Шейко М. Н., Скок В. Н., Лубнин А. Г. Основные характеристики абразивно-алмазного слоя правящих инструментов // Сверхтв. материалы. – 2007. – № 4. – С. 75–78.

Поступила 25.11.15