

Одержання, структура, властивості

УДК 620.22:621.921

В. І. Куш*, В. Г. Кулич

Інститут надтвердих матеріалів ім. В. М. Бакуля

НАН України, м. Київ, Україна

*vkushch56@gmail.com

Реологічні властивості термопластичного шлікера для формування заготовок великогабаритних тонкостінних виробів з карбідокремнієвої кераміки

Розроблено дослідно-розрахункову методику дослідження реологічних властивостей термопластичного шлікера, яка полягає у паралельному проведенні лабораторного і обчислювального експериментів та визначенні параметрів в'язкості з умови узгодження розрахункових і дослідних даних. У дослідній частині методики використано метод пенетрометрії, який є простим в реалізації і не потребує спеціального обладнання. Розрахункова частина полягає в аналізі модельної крайової задачі для рівнянь Нав'є–Стокса методом скінченних елементів чи використанні розробленої в роботі аналітичної моделі. Визначені характеристики в'язкості шлікера на основі парафіну і полідисперсного порошку SiC уможливають прогнозування процесу шлікерного лиття заготовок великогабаритних тонкостінних виробів з карбідокремнієвої кераміки.

Ключові слова: в'язкопластичність, шлікерне лиття, реологія, модель Гершеля–Балклі, пенетрометрія, комп'ютерне моделювання.

ВСТУП

Метод шлікерного лиття під тиском широко використовують в сучасних промислових технологіях виробництва структурно-неоднорідних матеріалів конструкційного, інструментального та іншого призначення. Цей метод є безальтернативним способом формування заготовок великогабаритних виробів складної форми з безоксидної кераміки [1–3]. Ефективність шлікерного лиття залежить від складу і властивостей шлікера та технологічних параметрів процесу. Формування високощільної однорідної заготовки великогабаритного тонкостінного виробу можливе лише за умови ретельного підбору вказаних чинників, серед яких чільне місце посідають реологічні властивості шлікера. Останні залежать від в'язкості пластифікатора (в даному випадку парафіну), поверхнево-активних добавок, структур-

них характеристик (розміру, фракційного складу, об'ємного вмісту та способу упаковки) порошку, ступеню адгезійного зв'язку частинок з пластифікатором, а також від температури і швидкості деформації. Вичерпне врахування усіх факторів впливу не є можливим, тому раціональний підхід полягає у виборі відповідної феноменологічної моделі реологічної поведінки реального матеріала.

РЕОЛОГІЧНА МОДЕЛЬ ВИСОКОНАПОВНЕНОГО ШЛІКЕРА

Наразі можна вважати встановленим [4–6] факт, що реологічну поведінку термопластичних шлікерів на основі парафіну і порошоків надтвердих матеріалів задовільно прогнозує модель Гершеля–Балклі нелінійно-в'язкої рідини з межею плинності і степеневою залежністю в'язкості від швидкості зсувних деформацій. Визначальне рівняння моделі $\tau = \tau_0 + k\dot{\gamma}^n$, де $\dot{\gamma} = \sqrt{\dot{\gamma}_{ij}^2 / 2}$ – другий інваріант тензора швидкостей деформацій $\dot{\gamma}_{ij}$, $\tau = \sqrt{\frac{1}{2}(\tau_{ij}\tau_{ji})}$ – другий інваріант девіатора тензора напружень τ_{ij} , а τ_0 – межа плинності (мінімальне значення τ , необхідне для початку течії). У разі $\tau < \tau_0$ матеріал веде себе як тверде тіло, а у разі $\tau > \tau_0$ – як неньютонівська рідина. В'язкість рідини Гершеля–Балклі визначають співвідношення

$$\eta(\dot{\gamma}) = \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} + k\dot{\gamma}^{n-1} \quad (\tau > \tau_0), \quad \dot{\gamma} = 0 \quad (\tau < \tau_0). \quad (1)$$

Зауважимо, що розплавлений парафін як низькомолекулярна сполука є неньютонівською рідиною, тоді як поведінка концентрованої суспензії на його основі є суттєво нелінійною. За значного об'ємного вмісту ϕ наповнювача частинки порошку формують макрокластери, в яких контактна взаємодія є домінантною. Початок течії супроводжується руйнуванням цих кластерів, що вимагає певного зусилля і зумовлює наявність межі плинності. Збільшення швидкості деформацій зсуву активує процеси перегрупування та переорієнтації частинок, відповідальні за нелінійну поведінку суспензії. Степеневий показник n є структурним параметром, відхилення якого від одиниці характеризує здатність частинок порошку адаптуватись під умови течії [7, 8]. Вищесказане дає підстави для запису моделі Гершеля–Балклі для суспензії у вигляді

$$\tau(\dot{\gamma}, \phi) = \tau_0(\phi) + k(\phi)\dot{\gamma}^{n(\phi)}. \quad (2)$$

З літературних джерел відомі лише окремі частинні результати [7, 8] стосовно функціональних залежностей $\tau_0(\phi)$ і $k(\phi)$. Певне уявлення про них дозволяють скласти дослідні дані роботи [5], присвяченої дослідженню реологічних властивостей шлікера на основі порошку Al_2O_3 і пластифікатора (суміші парафіну і поверхнево-активної добавки за температури 90 °С. Ці дані отримано з використанням ротаційного реометра Physica MCR 300 (Anton Paar GmbH, Грац, Австрія) і вимірювальної системи конус-пластинка CP 25-2. Знайдені нами шляхом апроксимації дослідних даних [5] формулою (1) параметри моделі Гершеля–Балклі зведено в табл. 1. Значення τ_0 і k очікувано зростають зі збільшенням вмісту наповнювача, тоді як показник степеня n є практично постійним, що дозволяє розглядати у подальшому викладі $n = 0,85$ як константу. Для решти параметрів знайдемо наближені аналітичні вирази.

Для апроксимації залежності межі плинності від об'ємного вмісту наповнювача запропоновано в [7] формулу узагальнено до

$$\tau_0(\phi) = \tau_* \left[(1 - \beta\phi / \phi_{\max})^{-2} - 1 \right] \quad (3)$$

де $\phi_{\max}$ – максимально можливий об’ємний вміст наповнювача, а τ_* і β – підгоночні параметри. Найкращу відповідність даним табл. 1 забезпечують значення $\tau_* = 3,35$ Па і $\beta = 0,96$. Формула для параметра k аналогічна (3), а саме

$$k(\phi) = k_* \left[(1 - \beta \phi / \phi_{\max})^{-2} - 1 \right]. \tag{4}$$

Таблиця 1. Параметри моделі Гершеля–Балклі шлікера парафін– порошок Al_2O_3

$\phi/\phi_{\max}$	τ_0 , Па	k , Па	n
0,710	24,1	0,65	0,85
0,742	34,5	0,91	0,84
0,774	50,2	1,14	0,86
0,806	63,3	1,58	0,84
0,839	92,2	1,91	0,87
0,871	133,2	2,78	0,87
0,903	179,3	5,07	0,86
0,935	291,7	12,7	0,83

Апроксимація даних табл. 1 дає $k_* = 0,95$ Па і $\beta = 1,0$. Зауважимо, що в ідеалі параметр β мав би дорівнювати одиниці в обох випадках. Втім, слід зважати на те, що визначення $\phi_{\max}$ є складною задачею, а його незмінність в серії дослідів не є очевидною. З огляду на це, типовою практикою (зокрема, в [7, 8]) є використання $\phi_{\max}$ в якості додаткового параметра апроксимації.

Наведені дані дають певне уявлення про концентраційні залежності і абсолютні значення параметрів моделі Гершеля–Балклі для високонаповнених суспензій. Втім, не слід сприймати ці результати як загальні, оскільки вибір виду залежностей (3), (4) не має належного наукового підґрунтя. Реологічну поведінку суспензій визначає цілий ряд чинників, тому лабораторне дослідження параметрів в’язкості конкретної суміші є необхідним етапом у процесі вибору технологічних параметрів шлікерного лиття.

ДОСЛІДНА МЕТОДИКА

За основу розвинутої в даній роботі дослідно-розрахункової методики взято запропонований в [9] “статичний” спосіб визначення межі плинності рідин бінгамівського типу за максимальною глибиною занурення $L_{\max}$ циліндричного зонда-пенетрометра. Схема досліду (рис. 1) ґрунтується на умові рівноваги сил, що діють на зонд в процесі повільного занурення:

$$F_d - F_g = 0, \tag{5}$$

де $F_g = mg$ – вага зонда масою m , а F_d – сила опору. Остання є сумою архімедової сили $F_b = \rho g V$, яка діє на занурену в рідину густиною ρ частину зонду об’ємом $V(L)$, і сили тертя $F_s = \tau_R S$, зумовленої напруженням зсуву τ_R на поверхні $S(L)$ зануреної на глибину L частини зонду. З рівняння (5) знаходимо

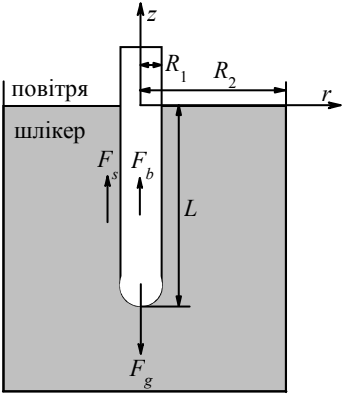


Рис. 1. Схема досліду.

$$\tau_R = [F_g - \rho g V(L)] / S(L). \quad (6)$$

У разі $t \rightarrow \infty$, $L \rightarrow L_{\max}$ і $\tau_R \rightarrow \tau_0$, тому для визначення межі плинності τ_0 достатньо виміряти значення глибини занурення $L_{\max}$ і підставити його в формулу (6).

Наведене в [9] порівняння дослідних даних, одержаних за даною та іншими відомими методиками, доводить застосовність викладеного підходу до однофазних високомолекулярних сполук. Водночас, має місце значна розбіжність значень межі плинності суспензій з 50 і 60 % (за масою) TiO_2 , пояснення якої в [9] відсутнє. Також неочевидними є застосовність закону Архімеда до нерухомого об'єкта, зануреного в нерухому бінгамівську рідину [10] та коректність умови рівності напружень зсуву межі плинності на зануреному тілі в статичній рівновазі [11]. Принаймні часткову відповідь на ці запитання дає дослідження динаміки занурення зонда.

Використаний в даній роботі дослідний пристрій складається зі стакана діаметром 110 мм, у якому відбувається нагрів шлікера до заданої температури і перемішування до повної однорідності, зонда і штатива з вимірювальною лінійкою. У якості зонда використано лабораторну пробірку діаметром 16 мм, частково заповнену твердосплавними штабиками. Процес занурення фіксували на відеокамеру смартфона. Тривалість досліду, яку визначали за практичною зупинкою зонда, не перевищувала однієї хвилини. Це забезпечує відсутність впливу охолодження, седиментації частинок та сегрегації шлікера на результати вимірювання.

Нижче наведено дослідні дані для двох шлікерів (А і Б), склад яких подано в табл. 2. На рис. 2 дискретними символами показано вертикальне переміщення (відхилення від нульової позначки, тому значення від'ємні) зонда масою $m = 115$ г в різні моменти часу від 0 до 60 с. Три множини світлих символів стосуються шлікера А за температури $T = 72$ °С (квадрати), $T = 80$ °С (кружечки) і $T = 88$ °С (ромби). Темні кружки – дані для шлікера Б за $T = 88$ °С і маси зонда $m = 168$ г. Горизонтальні лінії 1–4 показують максимальну глибину занурення зонда, абсолютне значення якої наведено в табл. 3. Там же наведено обчислені за методикою [9] статичні значення сил Архімеда і тертя, межу плинності τ_0 згідно (6) та, для порівняння, в'язкість чистого парафіну η_0 за вказаних значень температури [12].

Таблиця 2. Склад дослідних термопластичних шлікерів на основі парафіну і SiC

Шлікер	Склад	SiC (53 мкм)	SiC (5 мкм)	C	Парафін	Всього
А	масова доля, %	50,5	25,25	5,05	19,2	100
	питома вага ρ , г/см ³	3,21	3,21	2,1	0,78	1,976
	об'ємна доля, %	31,1	15,5	4,8	48,6	100
Б	масова доля, %	52,9	35,3	–	11,8	100
	питома вага ρ , г/см ³	3,21	3,21	–	0,78	2,347
	об'ємна доля, %	38,7	25,8	–	35,5	100

Таблиця 3. Визначені “статичним” способом F_b , F_s і τ_0

Шлікер	T , °С	η_0 , мПа·с	$L_{\max}$, м	F_b , Н	F_s , Н	τ_0 , Па
А	72	3,88	0,110	0,418	0,710	128,4
	80	3,41	0,120	0,457	0,671	111,2
	88	3,11	0,131	0,500	0,628	95,4
Б	88	3,11	0,46	0,201	1,448	626,0

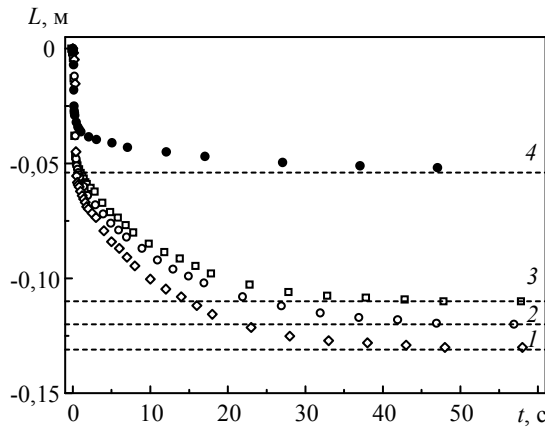


Рис. 2. Вертикальне переміщення зонда $L(t)$ в шлікері А за температури $T = 72\text{ }^{\circ}\text{C}$ ($\square$), $80\text{ }^{\circ}\text{C}$ ($\circ$) і $88\text{ }^{\circ}\text{C}$ ($\diamond$) та в шлікері Б за $T = 88\text{ }^{\circ}\text{C}$ ($\bullet$); горизонтальні лінії 1–4 – максимальні значення глибини занурення $L_{\max}$ зонда.

Варто зазначити, що наведені в табл. 3 дані отримані на підставі лише одного дослідного значення, а саме занурення зонда L в момент часу $t = 60\text{ с}$. Перевагою запропонованого в даній роботі “динамічного” методу є можливість відстежити хід занурення зонда і на підставі його аналізу отримати значну додаткову інформацію про реологічні властивості шлікера. Для конкретності, зосередимося на даних для шлікерів А і Б за температури $88\text{ }^{\circ}\text{C}$, які свідчать про наявність двох різних за характером стадій занурення зонда. На початковому етапі ($0 \leq t \leq 1\text{ с}$) має місце швидке занурення з наступним гальмуванням (рис. 3, а), на другому ($1 \leq t \leq 60\text{ с}$) – зміна глибини по експоненціальному закону (рис. 3, б), що свідчить про релаксацийний характер процесу. Дійсно, відхилення апроксимаційної кривої

$$L = L_{\max} + A_* \exp(-t/t_*) \quad (7)$$

(пунктирна крива на рис. 3, б) від дослідних даних не перевищує похибки вимірювання останніх. Зокрема, для шлікера А за $T = 88\text{ }^{\circ}\text{C}$ очікувано маємо $L_{\max} = -0,131\text{ м}$ (див. табл. 2), а також $A_* = 0,067\text{ м}$ і $t_* = 11,46\text{ с}$; для шлікера Б $L_{\max} = -0,046\text{ м}$, $A_* = 0,013\text{ м}$ і $t_* = 13,2\text{ с}$. Значення констант в (7), як і момент переходу до другого етапу, залежать від властивостей шлікера. В даній роботі ці залежності залишено поза розглядом; зазначимо лише, що (7) передбачає також експоненціальне зменшення швидкості зонда.

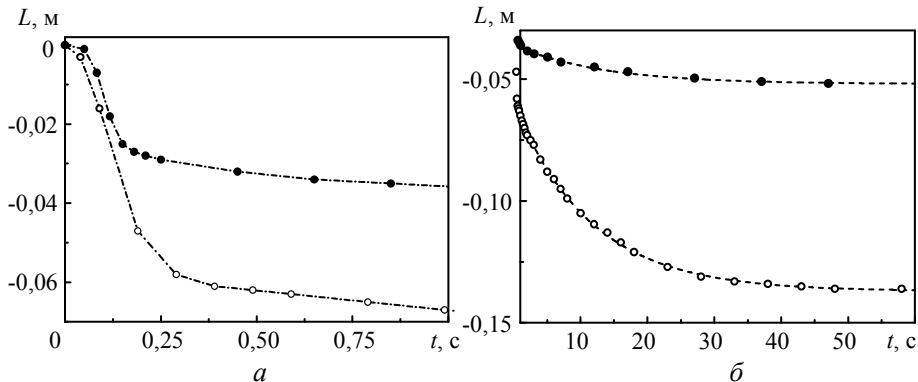


Рис. 3. Вертикальне переміщення L зонда в шлікері А ($\circ$) і Б ($\bullet$) як функція часу: $0 \leq t \leq 1\text{ с}$ (а), $1 \leq t \leq 60\text{ с}$ (б).

КОМП'ЮТЕРНА МОДЕЛЬ

Розбудова теоретичної моделі занурення зонда в термопластичний шлікер є складною задачею з огляду на нестационарність процесу, нелінійність середовища і наявність вільної поверхні, яку перетинає зонд. Наразі у літературних джерелах відсутні навіть наближені розв'язки подібних задач. Розглянута в даній роботі осесиметрична геометрична модель зображена на рис. 1. В початковий момент часу ($t = 0$) зонд знаходиться на відстані 1 мм від поверхні шлікера в спокої і у подальшому рухається під дією сили тяжіння F_g . Ламінарна течія шлікера описується рівняннями Нав'є–Стокса з нелінійною в'язкістю η , визначену співвідношеннями (1). На поверхнях контакту шлікера зі стаканом і зондом проковзування відсутнє.

Розв'язання сформульованої початково-крайової задачі можливе лише прямими обчислювальними методами. В даній роботі аналіз виконано методом скінченних елементів (МСЕ) з використанням моделі Volume of Fluid двофазного середовища і технології Overset Mesh для моделювання руху зонда. Розв'язок дає повну інформацію про стан модельної системи в кожний момент часу, зокрема часову залежність навантаження і переміщення зонда (рис. 4 і 5 відповідно), а також поля тиску і швидкості в об'ємі шлікера. Характер цих полів є специфічним: так, швидкість течії відмінна від нуля лише в обмеженому об'ємі біля поверхні зонда, а на його вершині наростає “шапка” з шлікера, яка рухається разом із зондом як одне ціле. Для гідростатичного тиску в об'ємі шлікера показовими є градієнт у напрямку дії сили тяжіння та концентрація в околі вершини зонда.

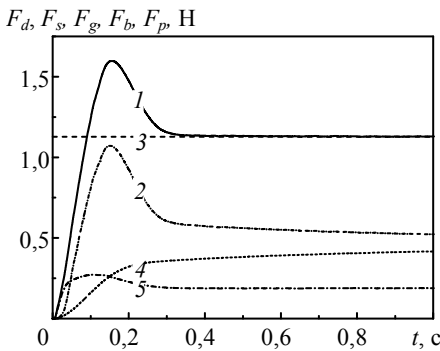


Рис. 4. Сили, що діють на зонд в шлікері А, як функція часу: F_d (1), F_s (2), F_g (3), F_b (4), F_p (5).

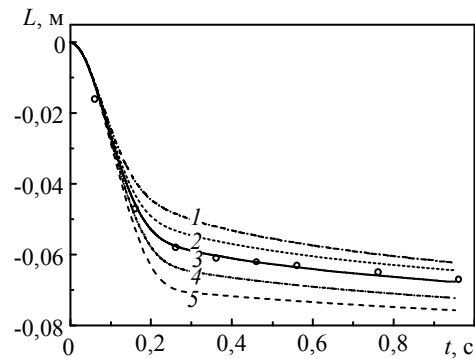


Рис. 5. Переміщення зонда в шлікері А як функція часу: дослідні (о) і розрахункові дані для $k = 8$ Па, $n = 1,0$ (1); $k = 10$ Па, $n = 0,85$ (2); $k = 8$ Па, $n = 0,85$ (3); $k = 6$ Па, $n = 0,85$ (4); $k = 8$ Па, $n = 0,7$ (5); у всіх випадках $\tau_0 = 82$ Па.

Отриманий МСЕ-розв'язок забезпечує визначення підйомної сили F_b , лобового опору F_p та сили тертя F_s , що діють на поверхні зонда S . Всі вони визначаються співвідношеннями

$$\mathbf{F} = \int_S (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}) dS = - \int_S p \mathbf{n} dS + \int_S (\mathbf{T} \cdot \mathbf{n}) dS,$$

де $\mathbf{T}$ — девіатор тензора напружень; p — гідростатичний тиск. Зокрема, вертикальна компонента сили

$$\begin{aligned} \mathbf{F} \cdot \mathbf{i}_z &= F_d = F_b + F_p + F_s, \\ F_b + F_p &= - \int_S p (\mathbf{n} \cdot \mathbf{i}_z) dS, \quad F_s = \int_S (\mathbf{T} \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{i}_z dS. \end{aligned} \quad (8)$$

На рис. 4 показано розраховані за формулою (8) часові залежності цих сил для шлікера А. Наявність піку на початковому етапі занурення зумовлена дією сил інерції, втім за $t > 0,5$ с сумарна сила опору F_d (крива 1) є практично постійною і близькою до $F_g = 1,128$ Н, тоді як сила тертя F_s (крива 2) демонструє повільне зменшення попри збільшення площі зануреної частини зонда. Що важливо, з достатньою точністю виконується співвідношення $F_d = F_g + m\partial u/\partial t$, де u – швидкість зонда. Підйомна сила F_b (крива 4) збільшується по мірі заглиблення зонда, а лобовий опір F_p (крива 5) є практично постійним. Розрахунки показують, що сила F_p (подібно до F_s) залишається скінченною на момент зупинки зонда. Ця обставина не врахована в статичному методі [9], тому слід очікувати, що наведені в табл. 3 значення τ_0 є завищеними.

На рис. 5 світлими кружками показано дослідні значення переміщення зонда в шлікері А як функцію часу ($0 \leq t \leq 1,0$ с). Криві 1–5 представляють розрахункові дані для ряду значень параметрів моделі Гершеля–Балклі. Значення межі плинності $\tau_0 = 82$ Па є фіксованим, для інших параметрів взято значення $k = 8$ Па, $n = 1$ (крива 1), $k = 10$ Па, $n = 0,85$ (крива 2), $k = 8$ Па, $n = 0,85$ (крива 3), $k = 6$ Па, $n = 0,85$ (крива 4) і $k = 8$ Па, $n = 0,7$ (крива 5). Аналіз наведених даних дозволяє зробити два важливі висновки. По-перше, теоретична модель є адекватною реальному процесу, причому крива 3 ($\tau_0 = 82$ Па, $k = 8$ Па, $n = 0,85$) практично повторює хід дослідної залежності $L(t)$. По-друге, початковий відрізок $L(t)$ є вельми чутливим до параметрів Гершеля–Балклі і тому забезпечує можливість визначення останніх з задовільною точністю шляхом апроксимації дослідних даних засобами комп’ютерного моделювання. Аналогічний аналіз для шлікера Б дає $\tau_0 = 410$ Па, що на 35 % менше прогнозованого методикою [9] (див. табл. 3). Також маємо $k = 30$ Па і $n = 0,85$.

Цікаво порівняти визначені параметри в’язкості для шлікерів А і Б з наведеними в табл. 1 аналогічними даними для шлікера на основі парафіну та порошку оксиду алюмінію [5]. На рис. 6, а зірочками показано значення межі плинності τ_0 . В припущенні $\phi_{\max} = 0,70$ маємо $\phi = 0,734\phi_{\max}$ для шлікера А і $\phi = 0,921\phi_{\max}$ для шлікера Б. Світлі кружки відповідають дослідним даним [5], пунктирна крива – їхня апроксимація формулами (3) і (4) відповідно. Гіпотетична концентраційна крива для шлікера парафін–порошок карбиду кремнію (суцільна крива) відповідає формулі (3), узгоджений зі значенням τ_0 для шлікера Б. Аналогічні дані для параметра в’язкості k представлено на рис. 6, б. Як бачимо, в обох випадках дані для шлікера А (темні зірочки) лежать вище вибраної авторами гіпотетичної кривої. Можливою причиною розбіжності є припущення про постійність $\phi_{\max}$, тоді як максимальна щільність упаковки залежить від гранулометричного складу порошку [13], який для шлікерів А і Б є різним (див. табл. 2). З’ясування даного питання, як і уточнення залежності параметрів в’язкості шлікера від складу і вмісту наповнювача та від швидкості деформацій зсуву, потребує додаткових лабораторних досліджень.

АНАЛІТИЧНА МОДЕЛЬ

Теоретичною основою розглянутої вище моделі є система диференціальних рівнянь Нав’є–Стокса. Аналіз початково-крайових задач для рівнянь в частинних похідних потребує складних обчислювальних алгоритмів і програм, що робить проблематичним розв’язання оберненої задачі, а саме визначення властивостей шлікера з умови відповідності розрахункових і дослідних даних. Тому важливою з практичної точки зору задачею є пошук наближеної аналітичної моделі у вигляді звичайного диференційного рівняння другого порядку (де-факто, другого закону Ньютона)

$$m \frac{d^2 L}{dt^2} = F_d - F_g, \quad (9)$$

з початковими умовами

$$L \Big|_{t=0} = L_0, \quad u \Big|_{t=0} = u_0, \quad (10)$$

де $L = L(t)$ – поточна глибина занурення; $u = \partial L / \partial t$ – швидкість зонда.

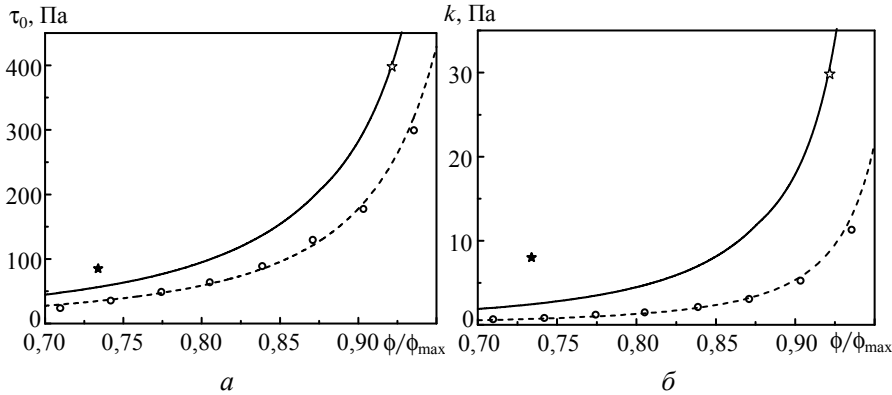


Рис. 6. Межа плинності τ_0 (а) і параметр k (б) як функції об'ємного вмісту наповнювача.

Рівняння (9) відрізняється від (5) наявністю в лівій частині інерційного члена, який за $u \rightarrow 0$ очікувано прямує до нуля, а напруження зсуву на поверхні зонда $\tau(u)$ – до τ_0 . Як уже зазначалось, МСЕ-розв'язок задовільняє (10) з точністю до похибки обчислень. Крім того, сумарний опір $F_d = F_s + F_b + F_p$, де лобовий опір F_p , який, як і F_s , залежить від швидкості зонда.

Для визначення функціональної залежності $F_s(L, u) = S(L)\tau(u)$ розглянемо заповнений рідиною простір з циліндричним каналом радіусом R , орієнтованим у напрямку осі Oz . Поле швидкостей відповідає заданій на поверхні $r = R$ постійній швидкості $u(R) = u_R < 0$ та умові $u(\infty) = 0$. За такої умови вектор переміщень тотожно задовольняє рівняння неперервності, а рівняння балансу імпульсу спрощуються до

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z}, \quad \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rz}).$$

У нашому випадку

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} \equiv 0, \quad \frac{\partial p}{\partial z} = 0,$$

звідки для одновісної осесиметричної течії довільної рідини навколо довгого кругового циліндра маємо

$$\frac{d}{dr} (r \tau_{rz}) = 0 \rightarrow \tau_{rz} = \frac{C}{r}, \quad (11)$$

де C – постійна інтегрування.

З фізичних міркувань $\gamma_{rz} = \partial u / \partial r \geq 0$, тому для рідини Гершеля–Балклі

$$\gamma = \gamma_{rz} = \frac{\partial u}{\partial r}, \quad \tau = \tau_{rz} = \tau_0 + k \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^n. \quad (12)$$

За наявності межі плинності течія обмежена круговим сегментом $R \leq r \leq r_0$, де значення r_0 визначається граничними умовами

$$u = 0, \quad \gamma = 0, \quad \tau = \tau_0 \quad (r = r_0), \quad (13)$$

тоді як на поверхні циліндра

$$u = u_R < 0, \quad \tau = \tau_R \quad (r = R). \quad (14)$$

З умов (11), (13) та (14) знаходимо $C = \tau_R R = \tau_0 r_0$. Врахування (12) дає вираз для швидкості деформації

$$\gamma_{rz}(r) = \left(\frac{\tau_{rz} - \tau_0}{k} \right)^{1/n} = \left(\frac{r_0 \tau_0}{k} \right)^{1/n} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right)^{1/n},$$

а швидкість $u(r)$ знаходиться його інтегруванням:

$$u(r) = - \int_r^{r_0} \gamma_{rz} dr = - \left(\frac{r_0 \tau_0}{k} \right)^{1/n} r_0 \int_r^{r_0} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} \right)^{1/n} dr.$$

З очевидністю маємо $\gamma_{rz}(r_0) = u(r_0) = 0$, а умова (14) у вигляді

$$u_R = - \left(\frac{\tau_0}{k} \right)^{1/n} \int_R^{r_0} \left(\frac{r_0}{x} - 1 \right)^{1/n} dx \quad (15)$$

є одночасно рівнянням для визначення радіуса поверхні плинності r_0 . Нарешті, шукана залежність напруження на поверхні зонду від його швидкості має вигляд $\tau_R(u_R) = \tau_0 r_0(u_R)/R$. Її визначення для заданого набору параметрів (R, τ_0, k, n) потребує деяких обчислювальних зусиль, втім, ця робота може бути виконана окремо і заздалегідь.

Порівняння з результатами МСЕ-аналізу підтверджує коректність і задовільну точність формул (11)–(15). До того ж, отримані згідно (15) дані добре наближує степенева функція $\tau_R = \tau_0 + a(u_R)^m$. Апроксимація дає $a = 455$ Па, $m = 0,538$ для шлікера А та $a = 1780$ Па, $m = 0,519$ для шлікера Б. Сила тертя є добутком напруження зсуву на площу контакту зонда зі шлікером:

$$F_{s0}(L, u) = 2\pi RL\tau_R(u). \quad (16)$$

Формула (16) відповідає умові стаціонарності течії уздовж довгого циліндра. Втім, найбільш цікавий нам початковий етап занурення є суттєво нестационарним. Для врахування цього факту скористаємось наведеними на рис. 4 розрахунковими даними та формулою (8). Уточнений шляхом апроксимації цих даних вираз для сили тертя має вигляд

$$F_s(L, u) = F_{s0}[1 + F_{s1}(u)], \quad (17)$$

де $F_{s1}(u)$ – поліном другого порядку, коефіцієнти якого знайдено порівнянням зі скінченноелементним розв'язком. Лобовий опір F_p апроксимовано виразом

$$F_p(L, u) = S_1(L)(p_1 + p_2 u), \quad (18)$$

де $S_1(L)$ – поточна площа поперечного перерізу зонда, а p_1 і p_2 – підгоночні параметри. Функціональну залежність цих параметрів, а також коефіцієнтів в (17) від властивостей шлікера встановлено шляхом інтерполяції результатів параметричного аналізу розглянутої вище комп'ютерної моделі.

Числове інтегрування рівняння (9) з початковими умовами (10) виконано методом Рунге–Кутта шостого порядку. На рис. 7 і 8 наведено розрахункові дані для шлікерів А і Б, отримані методом скінченних елементів (світлі та темні кружки відповідно) та з використанням розвинутого аналітичного підходу (суцільні криві). Порівняння свідчить про адекватність та достатню точність аналітичної моделі. Розрахункові криві часової залежності переміщення (див. рис. 7) практично співпадають. Значення сили тертя, підйомної сили, лобового опору і сумарної сили опору (див. рис. 8) теж є близькими, хоча є певний зсув по часу за $t < 0,2$ с. Ймовірною причиною відхилення є те, що в аналітичній моделі не враховано формування лунки в околі зонда в момент його контакту з поверхнею шлікера. Втім, це відхилення не є проблемою, оскільки для ідентифікації параметрів моделі Гершеля–Балклі використовується саме переміщення зонда (див. рис. 5). Запропонований аналітичний підхід забезпечує швидку і ефективну процедуру визначення реологічних властивостей шлікера за результатами пенетрометричного дослідження.

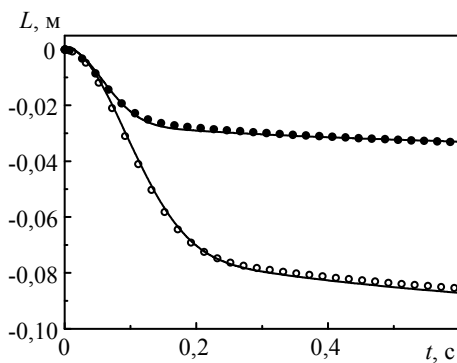


Рис. 7. Занурення зонда L як функція часу: скінченноелементний (для шлікерів А (○) і Б (●)) і аналітичний (—) розв'язки.

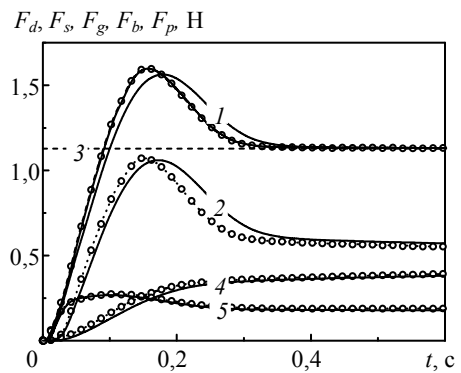


Рис. 8. Сили опору F_d (1), тертя F_s (2), тяжіння F_g (3), Архімеда F_b (4) та лобового опору F_p (5) для шлікера А як функція часу: скінченноелементний (○) і аналітичний (—) розв'язки.

ВИСНОВКИ

Наведені в роботі теоретичні і дослідні дані підтверджують те, що модель Гершеля–Балклі нелінійно-в'язкопластичного тіла забезпечує адекватний опис реологічної поведінки термопластичних шлікерів на основі парафіну і порошків надтвердих матеріалів.

Запропонована експрес-методика визначення реологічних властивостей термопластичних шлікерів (по суті, один з варіантів методу пенетрометрії) є простою в реалізації і не потребує спеціального обладнання. Тривалість дослідів складає одну-дві хвилини, що гарантує відсутність впливу охолодження та сегрегації шлікера на результати вимірювання.

Теоретичний аналіз початкової стадії та максимальної глибини занурення зонда-пенетрометра дозволяє визначити параметри моделі Гершеля–Балклі з задовільною точністю. Необхідною умовою для реалізації цієї можливості є наявність надійних дослідних даних, що, у свою чергу, вимагає вдосконалення методики і підвищення точності вимірювань.

Розрахункова частина методики полягає в проведенні параметричного аналізу комп'ютерної моделі з метою вибору параметрів Гершеля–Балклі, які забезпечують найкраще узгодження з дослідними даними. Розвинутий аналі-

тичний підхід реалізує швидко і ефективну процедуру визначення реологічних властивостей шлікера за результатами пенетрометричного дослідження.

Визначені вказаним чином параметри в'язкості шлікера на основі парафіну і полідисперсного порошку SiC уможливлюють прогнозування процесу шлікерного лиття заготовок великогабаритних тонкостінних виробів з карбідокремнівої кераміки з використанням спеціалізованих програмних засобів.

ФІНАНСУВАННЯ

Дана робота не фінансувалася із зовнішніх джерел.

КОНФЛІКТ ІНТЕРЕСІВ

Автори заявляють, що вони не мають конфлікту інтересів.

V. I. Kushch, V. G. Kulych
Bakul Institute for Superhard Materials,
National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine
Rheological properties of a thermoplastic slip casting
of large-sized, thin-walled products made of carbide-silicon
ceramics

An experimental and numerical technique has been developed to study the rheological properties of a thermoplastic slip. It consists in the parallel conduct of laboratory and computational experiments with aim to evaluate the viscosity parameters by matching the numerical and experimental data. The experimental part of the technique uses the penetrometry method, which is simple to implement and does not require special equipment. The computational part consists in the analysis of model boundary value problems for the Navier-Stokes equations using the finite element method or the use of the analytical model developed in the work. The found this way viscosity parameters of the paraffin and polydisperse SiC powder based slip make it possible to predict the slip casting of large-sized thin-walled products made of silicon carbide ceramics.

Keywords: muicuplasticity, slip casting, rheology, Herschel–Bulkley model, penetrometry, computer simulation.

1. Momeni V., Hufnagl M., Shahroodi Z., Gonzalez-Gutierrez J., Schuschnigg S., Kukla C., Holzer C. Research progress in low-pressure powder injection molding. *Materials*. 2023. Vol. 16, art. 379.
2. Baum M., Anders D., Reinicke T. Approaches for numerical modeling and simulation of the filling phase in injection molding: a review. *Polymers*. 2023. Vol. 15, art. 4220.
3. Maystrenko A.L., Kulich V.G., Tkach V.N. Formation of high-density structure of self-bonded silicon carbide. *J. Superhard Mater.* 2009. Vol. 31, no. 1. P. 12–23.
4. Lenk R., Krivoshepov A.P. Effect of surface-active substances on the rheological properties of silicon carbide suspensions in paraffin. *J. Am. Ceram. Soc.* 2000. Vol. 83. P. 273–276.
5. Loebbecke B., Knitter R., Haußelt J. Rheological properties of alumina feedstocks for the low-pressure injection moulding process. *J. Eur. Ceram. Soc.* 2009. Vol. 29. P. 1595–1602.
6. Schlechtriemen N., Binder J.R., Knitter R., Haußelt J. Optimization of feedstock properties for reaction-bonded net-shape zircon ceramics by design of experiments *Ceram. Int.* 2010. Vol. 36. P. 223–229.
7. Heymann L., Peukert S., Aksel N. On the solid-liquid transition of concentrated suspensions in transient shear flow. *Rheol. Acta*. 2002. Vol. 41. P. 307–315.
8. Wilms P., Hinrichs J., Kohlus R. Macroscopic rheology of non-Brownian suspensions at high shear rates: the influence of solid volume fraction and non-Newtonian behaviour of the liquid phase. *Rheol. Acta*. 2022. Vol. 61. P. 123–138.
9. Uhlherr P.H.T., Guo J., Fang T.-N., Tiu C. Static measurement of yield stress using a cylindrical penetrometer. *Korea Aust. Rheol. J.* 2002. Vol. 14. P. 17–23.

10. Carreau P.J., De Kee D.C.R., Chhabra R.P. Rheology of Polymeric Systems. Principles and Applications (2nd Ed.). Hanser Publishers, 2021.
11. Coussot P. Rheometry of Pastes, Suspensions, and Granular Materials: Applications in Industry and Environment. Wiley, 2005.
12. Ferrer G., Gschwander S., Solé A., Barreneche C., Fernández A.I., Schossig P., Cabeza L.F. Empirical equation to estimate viscosity of paraffin. *J. Energy Storage*. 2017. Vol. 11. P. 154–161.
13. Kushch V.I., Kulych V.G. Theoretical estimates for the packing density of binary powder systems: Review and comparative analysis. *J. Superhard Mater.* 2024. Vol. 46, no. 4. P. 245–259.

Надійшла до редакції 16.11.24

Після доопрацювання 16.11.24

Прийнята до опублікування 20.11.24