# ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНІ ТЕХНОЛОГІЇ, МОНІТОРИНГ ТА ДІАГНОСТИКА В ЕНЕРГЕТИЦІ

ISSN 2786-7102 (Online), ISSN 2786-7633 (Print) https://doi.org/10.15407/srenergy2023.01.055

УДК 526.521.3

**Леонід Жуков**<sup>1</sup>, д.т.н., професор, https://orcid.org/0000-0001-9067-8613 Д**митро Петренко**<sup>2</sup>\*, м.н.с., https://orcid.org/0000-0002-7546-9503 <sup>1</sup>Інститут загальної енергетики НАН України, вул. Антоновича, 172, м. Київ, 03150, Україна;

<sup>2</sup>Фізико-технологічний інститут металів та сплавів НАН України, бульв. Вернадського, 34/1, м. Київ, 03142, Україна;

\* Автор-кореспондент: dima-petrenko@meta.ua

### ВПЛИВ ОПТИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОБ'ЄКТА ТА ПІРОМЕТРИЧНОЇ СИСТЕМИ НА ПОХИБКИ ОПОСЕРЕДКОВАНИХ ВИМІРЮВАНЬ ВИПРОМІНЮВАЛЬНОЇ ЗДАТНОСТІ ТА ТЕМПЕРАТУРИ

впливу оптичних характеристик Анотація. Метою роботи є вивчення об'єкта. що термометрується, а також пірометричної системи на похибки опосередкованих вимірювань випромінювальної здатності й температури. Виконано аналіз та класифікацію факторів, які впливають на методичні та інструментальні похибки вимірювань. Отримано вирази, які визначають комплексний багатофакторний вплив оптичних характеристик об'єкта та системи на вказані похибки. Спираючись на отримані вирази, проаналізовано вплив оптичних характеристик об'єкта та системи на методичні й інструментальні похибки. Встановлено домінуючий вплив характеристик об'єкта, що термометрується, на методичну складову. В широких та реальних межах змін характеристик об'єкта досліджено вплив оптичних характеристик системи на методичні похибки вимірювань випромінювальної здатності та температури. В результаті, за рахунок оптимізації оптичних характеристик системи, досягнуто суттевого зниження методичних похибок. За умов фіксованих характеристик об'єкта і робочих довжин хвиль системи отримано закономірності впливу похибок первинної пірометричної інформації (задання довжин робочих хвиль, а також вимірювань однокольорових температур випромінення) на інструментальні похибки вимірювань. При цьому встановлено значний вплив на них знаків та модулів похибок первинної пірометричної інформації. Доведено, шо похибки є мінімальними у випадку однакових знаків похибок первинної пірометричної інформації для всіх робочих хвиль, а максимальними – у випадку різних знаків для середньої та граничних хвиль. При однакових знаках та модулях похибок вимірювань однокольорових температур випромінення інструментальна похибка вимірювання температури не перевищує їх значень.

**Ключові слова:** температура, спектральний розподіл випромінювальної здатності, двокольорова компенсаційна пірометрія випромінення, лінійний метод, методична та інструментальна складова похибки вимірювань.

### 1. Вступ

В оптичній термометрії для зниження методичної складової похибки вимірювань температури, обумовленої невідомими та випадково змінними оптичними характеристиками об'єкта температурного контролю, широкого розповсюдження набули спектральні (багатокольорові) термометричні технології. Починаючи з середини 1980-х років запропоновано чимало спектральних методів обробки первинної вимірювальної інформації та пірометричних систем для їх реалізації [1– 7]. В основу спектральних термометричних технологій покладено багатоканальну (від 3-х каналів) реєстрацію інтенсивності випромінення об'єкта, сукупно з апроксимацією спектрального розподілу випромінювальної здатності об'єкта деякою функцією довжини хвилі з невідомими параметрами, які підлягають обчисленню. В результаті отримують систему рівнянь, розв'язком якої є шукана температура включно з параметрами функції спектрального розподілу випромінювальної здатності. Найважливішою умовою, яка забезпечує виключення методичної складової похибки вимірювань температури, є правильний вибір апроксимуючої функції спектрального розподілу випромінювальної здатності. В якості такої функції зазвичай обирають алгебраїчні або експоненційні поліноми різного степеня [4, 5]. Розглянуто ефективність опису такими поліномами степеня 2-4 випромінювальної здатності поверхонь з алюмінієвих сплавів [8–11] та сталі [12, 13] за температури 600–800 К в різних спектральних діапазонах від 2,0 мкм до 4,8 мкм. Проблемі вибору апроксимуючої функції спектрального розподілу випромінювальної здатності для трикольорових пірометрів присвячено також роботи [14, 15]. Треба зазначити, що в більшості робіт зі спектральної термометрії основна увага приділена мінімізації методичної складової похибки вимірювання температури. В той же час важливим є вивчення й інструментальної складової [4, 16, 17, 18]. Задаючись певним її значенням, можливо формулювати вимоги до похибок, що містяться у первинній пірометричній інформації, та, відповідно, до апаратних характеристик спектральної пірометричної системи.

Раніше авторами було запропоновано лінійний метод опосередкованих вимірювань випромінювальної здатності для уточненого настроювання двокольорової компенсаційної пірометрії випромінення (ДКПВ) [19]. Метод дозволяє чисельно визначати значення випромінювальної здатності на робочих хвилях ДКПВ та, на відміну від відомих рішень, не потребує розв'язання системи пірометричних рівнянь відносно параметрів функції, яка апроксимує спектральний розподіл випромінювальної здатності. З аналізу відповідних рівнянь вимірювань випливає, що похибки вимірювань температури ДКПВ з уточненим настроюванням за лінійним методом визначаються оптичними (випромінювальними) характеристиками об'єкта, який термометрується, та пірометричної системи. Вплив оптичних характеристик об'єкта на методичні складові похибок вимірювань випромінювальної здатності та температури при фіксованих характеристиках пірометричної системи було вивчено авторами раніше та представлено в роботі [20]. Метою цієї статті є дослідження комплексного впливу оптичних характеристик об'єкта та пірометричної системи на методичні й інструментальні складові похибок вимірювань випромінювальної здатності й температури. При цьому джерелом інструментальної складової є інструментальні похибки вимірювань однокольорових температур випромінення та встановлення довжин робочих хвиль, які залежать від характеристик апаратної частини пірометричної системи.

#### 2. Методи та матеріали

Раніше авторами отримано рівняння нелінійності (РН) спектрального розподілу випромінювальної здатності ( $\varepsilon = f(\lambda)$ ) в декількох формах. При апріорі заданих кількісних оцінках коефіцієнта нелінійності  $K_{H_2}$  на середній хвилі  $\lambda_2$  це рівняння розв'язується відносно значень випромінювальної здатності  $\varepsilon_3$  та  $\varepsilon_1$  на граничних хвилях  $\lambda_3$  і  $\lambda_1$ . Так, лінійний метод опосередкованих вимірювань випромінювальної здатності грунтується на РН з апріорі заданим  $K_{H_{2p}} = 0$  [21]. Для виведення комплексних виразів розрахунку похибок вимірювань випромінювальної здатності лінійним методом зручнішим є РН, яке пов'язує коефіцієнт нелінійності  $K_{H_2}$  з  $\varepsilon_3$  та  $\varepsilon_1$  через прямо вимірювані однокольорові температури випромінення

$$S_{1} = f(T, \lambda_{1}, \varepsilon_{1}), S_{2} = f(T, \lambda_{2}, \varepsilon_{2}), S_{3} = f(T, \lambda_{3}, \varepsilon_{3}).$$

$$K\mu_{2}(\varepsilon_{3}, \lambda_{h}, \lambda_{2}, \lambda_{3}, S_{1}, S_{2}, S_{3}) = \varepsilon_{2} \cdot \frac{1}{3} \varepsilon_{2} = e^{\frac{C_{2}}{2 \cdot \lambda_{1} \cdot S_{3}} - \frac{C_{2}}{\lambda_{2} \cdot S_{2}} + \frac{C_{2}}{2 \cdot \lambda_{3} \cdot S_{3}}} \cdot \varepsilon^{\frac{1}{2} + \frac{\lambda_{3}}{2 \cdot \lambda_{1}}} - \frac{e^{\frac{C_{2}}{2 \cdot \lambda_{1} \cdot S_{3}} - \frac{C_{2}}{\lambda_{1} \cdot S_{1}} - \frac{C_{2}}{\lambda_{1} \cdot S_{3}} - \frac{C_{2}}{\lambda_{1} \cdot S_{1}} \cdot \varepsilon^{\frac{\lambda_{3}}{\lambda_{1}}}}{\lambda_{3} - \lambda_{1}} \cdot (\lambda_{2} - \lambda_{1}),$$

$$\frac{1}{2} + \frac{\lambda_{1}}{2 \cdot \lambda_{2}} - \frac{\lambda_{1}}{\lambda_{2} \cdot \lambda_{2}} - \frac{\lambda_{1}}{\lambda_{2} \cdot S_{2}} - \frac{C_{2}}{\lambda_{2} \cdot S_{2}} - \frac{\lambda_{1}}{\lambda_{2} \cdot S_{2}} - \frac{C_{2}}{\lambda_{2} \cdot S_{2}} - \frac{\lambda_{1}}{\lambda_{2} \cdot S_{2}} - \frac{\lambda_{1}}{\lambda_{2$$

$$K_{H_2}(\varepsilon_1, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, S_1, S_2, S_3) = \varepsilon_2 - \varepsilon_2 = \frac{\varepsilon_1^{\frac{1}{2} + \frac{\lambda_1}{2 \cdot \lambda_3}}}{e^{\frac{1}{\lambda_2 \cdot S_2} - \frac{C_2}{2 \cdot \lambda_3 \cdot S_1} - \frac{C_2}{2 \cdot \lambda_3 \cdot S_1} - \varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_1^{\frac{\lambda_1}{\lambda_3}} - \varepsilon_1 \cdot e^{\frac{C_2}{\lambda_3 \cdot S_3} - \frac{C_2}{\lambda_3 \cdot S_1}}{e^{\frac{1}{\lambda_2 \cdot S_2} - \frac{C_2}{2 \cdot \lambda_3 \cdot S_1} - \frac{C_2}{2 \cdot \lambda_3 \cdot S_1} - \varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_1^{\frac{\lambda_1}{\lambda_3}} - \varepsilon_1 \cdot e^{\frac{C_2}{\lambda_3 \cdot S_3} - \frac{C_2}{\lambda_3 \cdot S_1}}{e^{\frac{1}{\lambda_3 \cdot S_3} - \frac{C_2}{\lambda_3 \cdot S_1} - \frac{C_2}{\lambda_3 \cdot S_1} - \frac{C_2}{2 \cdot \lambda_3 \cdot S_1} - \frac{\varepsilon_1^{\frac{\lambda_1}{\lambda_3}} - \varepsilon_1 \cdot e^{\frac{C_2}{\lambda_3 \cdot S_3} - \frac{C_2}{\lambda_3 \cdot S_1}}{e^{\frac{1}{\lambda_3 \cdot S_3} - \frac{C_2}{\lambda_3 \cdot S_1} - \frac{C_2}{\lambda_3 \cdot S_1} - \frac{C_2}{2 \cdot \lambda_3 \cdot S_1} - \frac{C_2}$$

де  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$ , [м] – ефективні довжини робочих хвиль, причому  $\lambda_2 = 2/(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_3})$ ;

 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  – випромінювальні здатності на робочих хвилях;

 $\varepsilon_{2n} = \varepsilon_1 + \frac{\varepsilon_3 - \varepsilon_1}{\lambda_3 - \lambda_1} \cdot (\lambda_2 - \lambda_1)$  – лінеаризована по граничних хвилях  $\lambda_1 - \lambda_3$  випромінювальна здатність

на  $\lambda_2$ ;

*T*, [K] – температура об'єкта, що термометрується;

 $C_2 = 1,4388 \cdot 10^{-2}$ , [К·м] – друга радіаційна стала.

В табл. 1 наведено вплив факторів (оптичних характеристик) об'єкта термоконтролю та пірометричної системи на складові похибок вимірювань випромінювальної здатності й температури.

TT 2 1	љ. "	•	_	•	•		0
Гаолиня Г.	<b>Шактори та іх впли</b>	в на складові	похиоок	вимірювань	випромінюва	пьноі златності	и температури
I would have	Fullopii iu in billin	па спаладові	nomioon	DimipioDuild	Dimponinioba	JIDHOI JAAIHOCH	in reminoparyph

Група факторів	Назва фактора	Фактор вплливає на	Умови для $\Delta \varepsilon_{\rm m} = 0,$ $\delta T_{\rm ДКПВ.m} = 0$	Умови для $\Delta \varepsilon_{i} = 0,$ $\delta T_{\text{ДКПВ, i}} = 0$
<ol> <li>Характеристики об'єкта, що термометрується</li> <li>Характеристики пірометричної системи</li> </ol>	1.1 Коефіцієнт нелінійності: $K_{H_2} = {}_{\pi} \varepsilon_2 - \varepsilon_2$ . 1.2 Коефіцієнт селективності: $Kc = \varepsilon_1 / \varepsilon_3$ 1.3 Середній рівень випромінювальної здатності: $\varepsilon_{cp.} = (\varepsilon_1 + \varepsilon_3) / 2$ 2.1 Ефективна довжина середньої хвилі: $\lambda_2 = 2 / (\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_3})$ , м 2.2 Ширина спектрального діапазону: $\Delta \lambda = \lambda_3 \cdot \lambda_1$ , м 2.3 Інструментальні похибки задання довжин робочих хвиль: $\Delta \lambda_1, \Delta \lambda_2, \Delta \lambda_3$ , м 2.4 Інструментальні похибки вимірювань однокольорових температур випромінення: $\Delta S_1$ , $\Delta S_2, \Delta S_3$ , К	$ \begin{array}{l} \Delta \varepsilon_{\rm m}; \\ \delta T_{\rm ДКПВ.M} \\ \Delta \varepsilon_{\rm m}; \Delta \varepsilon_{\rm i}; \\ \delta T_{\rm ДКПВ.m}; \\ \delta T_{\rm ДКПВ.i}; \\ \delta T_{\rm ДКПВ.i} \\ \Delta \varepsilon_{\rm m}; \Delta \varepsilon_{\rm i}; \\ \delta T_{\rm ДКПВ.m}; \\ \delta T_{\rm ZKПB.m}; \\ \delta T_{\rm ZKRB.m}; \\$	$KH_2 = 0;$ Kc = var; $\varepsilon_{cp.} = var;$ $\lambda_2 = var;$ $\Delta\lambda = var;$ $\Delta\lambda_1, \Delta\lambda_2, \Delta\lambda_3$ = var; $\Delta S_1, \Delta S_2, \Delta S_3$ = var	$\Delta \lambda_1 = \Delta \lambda_2 =$ $\Delta \lambda_3 = \Delta S_1 =$ $\Delta S_2 = \Delta S_3 = 0;$ $K\mu_2 = 0;$ Kc = var; $\varepsilon_{cp.} = var;$ $\lambda_2 = var;$ $\Delta \lambda = var$

Тут  $\Delta \varepsilon$  і  $\delta T_{\mathcal{A}K\Pi B}$  – це похибки вимірювань відповідно випромінювальної здатності лінійним методом та температури ДКПВ, а індекси «м» та «і» позначають методичну та інструментальну складову похибок.

Методична складова обумовлена відмінністю від 0  $K_{H_2} \varepsilon = f(\lambda)$  об'єкта температурного контролю [20], а інструментальна – наявністю в первинній пірометричній інформації (тобто  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, S_1, S_2, S_3$ ) властивих реальній пірометричній системі похибок задання  $\lambda$  та вимірювань *S*. Як показує аналіз табл. 1, на похибки вимірювань загалом впливають 7 факторів – 3 фактори об'єкта та 4 фактори – пірометричної системи. Для аналізу багатофакторного впливу в метрології використовують комплексні вирази теорії похибок опосередкованих вимірювань [22]. Їх отримують шляхом часткового диференціювання рівнянь опосередкованих вимірювань за відповідними впливаючими факторами.

Для забезпечення досліджень похибок лінійного метода та ДКПВ необхідно отримати комплексні вирази похибок вимірювань  $\varepsilon_3$ ,  $\varepsilon_1$ ,  $T_{\text{ДКПВ}}$ . Аналіз виконуємо окремо для кожної зі складових похибок.

Похибку вимірювання  $\varepsilon_3$  можна представити наступною сумою методичної та інструментальної складових, тобто  $\Delta \varepsilon_{3M}$  і  $\Delta \varepsilon_{3i}$ :

$$\Delta \varepsilon_3 = \Delta \varepsilon_{3M} + \Delta \varepsilon_{3i}, \qquad (3)$$

де методична складова визначається отриманим в роботі [20] виразом:

$$\Delta \varepsilon_{3M} = \frac{\Delta K H_2 - R_1}{\frac{\partial K H_2 (\varepsilon_3, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, S_1, S_2, S_3)}{\partial \varepsilon_3}} = \frac{-K H_2 - R_1}{\frac{\partial K H_2 (\varepsilon_3, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, S_1, S_2, S_3)}{\partial \varepsilon_3}},$$
(4)

в якому

$$\frac{\partial K_{H_2}(\varepsilon_3,\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,S_1,S_2,S_3)}{\partial \varepsilon_3} = \frac{(\lambda_1 + \lambda_3) \cdot (2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc \cdot \Delta \lambda + 2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot (1 - Kc) \cdot (\lambda_2 - \lambda_1) + K_{H_2} \cdot \Delta \lambda \cdot (Kc + 1))}{4 \cdot \lambda_1 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot \Delta \lambda} - \frac{\lambda_3 \cdot Kc}{\lambda_1} \cdot (1 - \frac{\lambda_2 + \lambda_1}{\Delta \lambda}) - \frac{\lambda_2 + \lambda_1}{\Delta \lambda}$$

$$R_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 K_{H_2}(\varepsilon_3,\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,S_1,S_2,S_3)}{\partial \varepsilon_3^2} (\Delta \varepsilon_{3_M})^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left\{ \frac{(\lambda_3^2 - \lambda_1^2) \cdot (Kc + 1) \cdot [2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc \cdot \Delta \lambda + 2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot (1 - Kc) \cdot (\lambda_2 - \lambda_1) + K_{H_2} \cdot \Delta \lambda \cdot (Kc + 1)]}{16 \cdot \lambda_1^2 \cdot \varepsilon_{cp.}^2 \cdot \Delta \lambda} - \frac{\lambda_3}{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot \lambda_1} \cdot (\frac{\lambda_3}{\lambda_1} - 1) \cdot \left[ Kc \cdot (Kc + 1) - \frac{Kc \cdot \lambda_2 \cdot (Kc + 1) + Kc \cdot \lambda_1 \cdot (Kc + 1)}{\Delta \lambda} \right] \right\} \cdot (\Delta \varepsilon_{3_M})^2$$

член ряду Тейлора.

За аналогією до методичної складової виразимо інструментальну як

$$\Delta \varepsilon_{3i} = \frac{\Delta K \mu_{2i}(\varepsilon_3, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, S_1, S_2, S_3, \Delta \lambda_1, \Delta \lambda_2, \Delta \lambda_3, \Delta S_1, \Delta S_2, \Delta S_3) - R_2}{\frac{\partial K \mu_2(\varepsilon_3, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, S_1, S_2, S_3)}{\partial \varepsilon_3}},$$
(5)

де

$$\begin{split} R_{2} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^{2} K \mu_{2}(\varepsilon_{3}, \lambda_{1}, \lambda_{2}, \lambda_{3}, S_{1}, S_{2}, S_{3})}{\partial \varepsilon_{3}^{2}} (\Delta \varepsilon_{3i})^{2} = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left\{ \frac{(\lambda_{3}^{2} - \lambda_{1}^{2}) \cdot (Kc+1) \cdot [2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc \cdot \Delta \lambda + 2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot (1 - Kc) \cdot (\lambda_{2} - \lambda_{1}) + K\mu_{2} \cdot \Delta \lambda \cdot (Kc+1)]}{16 \cdot \lambda_{1}^{2} \cdot \varepsilon_{cp.}^{2} \cdot \Delta \lambda} - \frac{\lambda_{3}}{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot \lambda_{1}} \cdot (\frac{\lambda_{3}}{\lambda_{1}} - 1) \cdot \left[ Kc \cdot (Kc+1) - \frac{Kc \cdot \lambda_{2} \cdot (Kc+1) + Kc \cdot \lambda_{1} \cdot (Kc+1)}{\Delta \lambda} \right] \right\} \cdot (\Delta \varepsilon_{3i})^{2} \end{split}$$

член ряду Тейлора;

$$\begin{split} \Delta K \mu_{2i}(\varepsilon_3, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, S_1, S_2, S_3, \Delta \lambda_1, \Delta \lambda_2, \Delta \lambda_3, \Delta S_1, \Delta S_2, \Delta S_3) &= \\ &= K \mu_{2p} - K \mu_{2i}(\varepsilon_3, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, S_1, S_2, S_3, \Delta \lambda_1, \Delta \lambda_2, \Delta \lambda_3, \Delta S_1, \Delta S_2, \Delta S_3) = \\ &= -K \mu_{2i}(\varepsilon_3, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, S_1, S_2, S_3, \Delta \lambda_1, \Delta \lambda_2, \Delta \lambda_3, \Delta S_1, \Delta S_2, \Delta S_3) \end{split}$$

– інструментальна похибка  $K_{H_2}$  (відхилення  $K_{H_2}$  від  $K_{H_{2p}} = 0$  в РН (1)), обумовлена  $\Delta \lambda_1$ ,  $\Delta \lambda_2$ ,  $\Delta \lambda_3$ ,  $\Delta S_1$ ,  $\Delta S_2$ ,  $\Delta S_3$ .

При наявності  $\Delta \lambda$ ,  $\Delta S$  мають визначатися з їх урахуванням. Наприклад, якщо в пірометричній системі присутні  $\Delta S_{\phi}$ , обумовлені похибками вимірювань інтенсивностей випромінення фотодетектором, до них мають додаватися  $\Delta S_{\lambda}$ , обумовлені  $\Delta \lambda$ . Це явно випливає з узагальнюючого пірометричного рівняння однокольорової пірометрії випромінення.

Враховуючи те, що відповідно до теорії похибок опосередкованих вимірювань необхідно взяти часткові похідні РН (1) за відповідними складовими, запишемо

$$\begin{split} & \cdot K \mu_{2i}(\varepsilon_{3},\lambda_{1},\lambda_{2},\lambda_{3},S_{1},S_{2},S_{3},\Delta\lambda_{1},\Delta\lambda_{2},\Delta\lambda_{3},\Delta S_{1},\Delta S_{2},\Delta S_{3}) = K \mu_{2p}(\varepsilon_{3},\lambda_{1},\lambda_{2},\lambda_{3},S_{1},S_{2},S_{3}) + \\ & + \frac{\partial K \mu_{2}(\varepsilon_{3},\lambda_{1},\lambda_{2},\lambda_{3},S_{1},S_{2},S_{3})}{\partial S_{1}} \Delta S_{1} + \frac{\partial K \mu_{2}(\varepsilon_{3},\lambda_{1},\lambda_{2},\lambda_{3},S_{1},S_{2},S_{3})}{\partial S_{2}} \Delta S_{2} + \frac{\partial K \mu_{2}(\varepsilon_{3},\lambda_{1},\lambda_{2},\lambda_{3},S_{1},S_{2},S_{3})}{\partial S_{3}} \Delta S_{3} + \\ & + \frac{\partial K \mu_{2}(\varepsilon_{3},\lambda_{1},\lambda_{2},\lambda_{3},S_{1},S_{2},S_{3},\delta_{3})}{\partial \lambda_{1}} \Delta \lambda_{1} + \frac{\partial K S_{2}(\varepsilon_{3},\lambda_{3},\lambda_{2},\lambda_{3},\delta_{1},\delta_{2},\lambda_{3},\delta_{2} + \\ & + \frac{\partial K \mu_{2}(\varepsilon_{3},\lambda_{1},\lambda_{2},\lambda_{3},S_{1},S_{2},S_{3})}{\partial \lambda_{3}} \Delta \lambda_{3} + R_{3}. \end{split}$$

Звідси отримаємо

$$\Delta K_{H_{2l}}(\varepsilon_{3},\lambda_{1},\lambda_{2},\lambda_{3},S_{1},S_{2},S_{3},\Delta\lambda_{1},\Delta\lambda_{2},\Delta\lambda_{3},\Delta S_{1},\Delta S_{2},\Delta S_{3}) = -\frac{\partial K_{H_{2}}(\varepsilon_{3},\lambda_{1},\lambda_{2},\lambda_{3},S_{1},S_{2},S_{3})}{\partial S_{1}} \Delta S_{1} - \frac{\partial K_{H_{2}}(\varepsilon_{3},\lambda_{1},\lambda_{2},\lambda_{3},S_{1},S_{2},S_{3})}{\partial S_{2}} \Delta S_{2} - \frac{\partial K_{H_{2}}(\varepsilon_{3},\lambda_{1},\lambda_{2},\lambda_{3},S_{1},S_{2},S_{3})}{\partial S_{3}} \Delta S_{3} - \frac{\partial K_{H_{2}}(\varepsilon_{3},\lambda_{1},\lambda_{2},\lambda_{3},S_{1},S_{2},S_{3})}{\partial \lambda_{1}} \Delta \lambda_{1} - \frac{\partial K_{H_{2}}(\varepsilon_{3},\lambda_{1},\lambda_{2},\lambda_{3},S_{1},S_{2},S_{3})}{\partial \lambda_{2}} \Delta \lambda_{2} - \frac{\partial K_{2} \mathcal{S} \varepsilon_{3} \mathcal{S} \lambda_{1} \mathcal{S} \lambda_{2},\lambda_{3}, \varepsilon_{1}, \varepsilon_{2}, \varepsilon_{3}}{\partial \lambda_{3}} \Delta \lambda_{3} - R_{3},$$

$$(6)$$

де

$$\begin{split} &\frac{\partial K\mu_{2}(\varepsilon_{3},\lambda_{1},\lambda_{2},\lambda_{3},S_{1},S_{2},S_{3})}{\partial S_{1}} = -\frac{C_{2}\cdot(\frac{2\cdot\varepsilon_{qp}}{Kc+1})^{\frac{\lambda_{3}}{4}}\cdot e^{\frac{C_{2}\cdot(S_{3}-S_{3})}{S_{3}^{2}\cdot\lambda_{1}\cdot\Delta\lambda}}{S_{1}^{2}\cdot\lambda_{1}\cdot\Delta\lambda};\\ &\frac{\partial K\mu_{2}(\varepsilon_{3},\lambda_{1},\lambda_{2},\lambda_{3},S_{1},S_{2},S_{3})}{\partial S_{2}} = \frac{C_{2}\cdot(\frac{2\cdot\varepsilon_{qp}}{Kc+1})^{\frac{\lambda_{3}}{2\lambda_{1}+\frac{1}{2}}\cdot e^{\frac{C_{2}}{S_{2}\cdot\lambda_{2}}+\frac{C_{2}}{S_{3}\cdot\lambda_{1}}+\frac{C_{2}}{2S_{3}\cdot\lambda_{1}}+\frac{C_{2}}{2S_{3}\cdot\lambda_{2}}+\frac{C_{2}}{2S_{3}\cdot\lambda_{3}}}{S_{2}^{2}\cdot\lambda_{2}};\\ &\frac{\partial K\mu_{2}(\varepsilon_{3},\lambda_{1},\lambda_{2},\lambda_{3},S_{1},S_{2},S_{3})}{\partial S_{3}} = \\ &= \frac{1}{2\cdotS_{3}^{2}\cdot\lambda_{1}\cdot\lambda_{3}\cdot\Delta\lambda} \Biggl\{ 2\cdotC_{2}\cdot(\frac{2\cdot\varepsilon_{qp}}{Kc+1})^{\frac{\lambda_{3}}{\lambda}}\cdot\lambda_{3}^{2}\cdot e^{\frac{C_{2}}{S_{2}\cdot\lambda_{2}}+\frac{C_{2}}{S_{3}\cdot\lambda_{1}}} + C_{2}\cdot(\frac{2\cdot\varepsilon_{qp}}{Kc+1})^{\frac{\lambda_{3}}{2}\cdot\lambda_{1}^{2}-\frac{1}{2}}\cdot\lambda_{1}^{2}\cdot e^{\frac{C_{2}}{S_{2}\cdot\lambda_{2}^{2}+\frac{C_{2}}{2S_{3}\cdot\lambda_{1}^{2}}} - C_{2}\cdot(\frac{2\cdot\varepsilon_{qp}}{Kc+1})^{\frac{\lambda_{3}}{2}\cdot\lambda_{1}^{2}-\frac{1}{2}}\cdot\lambda_{1}^{2}\cdot\frac{C_{2}}{S_{2}\cdot\lambda_{2}^{2}+\frac{2S_{3}\cdot\lambda_{1}}{2S_{3}\cdot\lambda_{1}^{2}}} - C_{2}\cdot(\frac{2\cdot\varepsilon_{qp}}{Kc+1})^{\frac{\lambda_{3}}{\lambda}}\cdot\lambda_{2}\cdot\lambda_{3}\cdot e^{\frac{C_{2}}{S_{2}\cdot\lambda_{2}^{2}+\frac{2S_{3}\cdot\lambda_{1}}{2S_{3}\cdot\lambda_{1}^{2}}} - C_{2}\cdot(\frac{2\cdot\varepsilon_{qp}}{Kc+1})^{\frac{\lambda_{3}}{\lambda}}\cdot\lambda_{2}\cdot\lambda_{3}\cdot e^{\frac{C_{2}}{S_{2}\cdot\lambda_{2}^{2}+\frac{2S_{3}\cdot\lambda_{1}}{2S_{3}\cdot\lambda_{1}^{2}}} - C_{2}\cdot(\frac{2\cdot\varepsilon_{qp}}{Kc+1})^{\frac{\lambda_{3}}{\lambda}}\cdot\lambda_{2}\cdot\lambda_{3}\cdote^{\frac{C_{2}}{S_{1}\cdot\lambda_{1}^{2}+\frac{C_{2}}{2S_{3}\cdot\lambda_{1}^{2}+\frac{C_{2}}{2S_{3}\cdot\lambda_{1}^{2}}}} - C_{2}\cdot(\frac{2\cdot\varepsilon_{qp}}{Kc+1})^{\frac{\lambda_{3}}{\lambda}}\cdot\lambda_{2}\cdot\lambda_{3}\cdote^{\frac{C_{2}}{S_{1}\cdot\lambda_{2}^{2}+\frac{C_{2}}{2S_{3}\cdot\lambda_{1}^{2}+\frac{C_{2}}{2S_{3}\cdot\lambda_{1}^{2}}}} - C_{2}\cdot(\frac{2\cdot\varepsilon_{qp}}{Kc+1})^{\frac{\lambda_{3}}{\lambda}}\cdot\frac{C_{2}\cdot(S_{1}-S_{3})}{\lambda_{2}}} + \frac{C_{2}\cdot(S_{1}-S_{3})}{\lambda_{2}} + \frac{C_{2}\cdot(S_{1}-S_{3})}{\lambda_{2}} + \frac{C_{2}\cdot(S_{1}-S_{3})}{\lambda_{2}}} + \frac{C_{2}\cdot(S_{1}-S_{2})}{\lambda_{2}} + \frac{C_{2}\cdot(S_{1}-S_{2})}{\lambda_{2}} + \frac{C_{2}\cdot(S_{1}-S_{2})}{\lambda_{2}}} + \frac{C_{2}\cdot(S_{1}-S_{3})}{\lambda_{2}} + \frac{C_{2}\cdot(S_{1}-S_{3})}{\lambda_{2}}} + \frac{C_{2}\cdot(S_{1}-S_{3})}{\lambda_{2}} + \frac{C_{2}\cdot(S_{1}-S_{3})}{\lambda_{2}}} + \frac{C_{2}\cdot(S_{1}-S_{3})}{\lambda_{2}} + \frac{C_{2}\cdot(S_{1}-S_{3})}{\lambda_{2}} + \frac{C_{2}\cdot(S_{1}-S_{3})}{\lambda_{2}}} + \frac{C_{2}\cdot(S_{1}-S_{2})}{\lambda_{2}}} + \frac{C_{2}\cdot(S_{1}-S_{2})}{\lambda_{2}}} + \frac{C_{2}\cdot(S_{1}-S_{2})}{\lambda_{2}} + \frac{C_{2}\cdot(S_{1}-S_{2})}{\lambda_{2}}} + \frac$$

Системні дослідження в енергетиці. 2023. 1(72)

$$\begin{aligned} \frac{\partial K\mu_{2}(\varepsilon_{3},\lambda_{1},\lambda_{2},\lambda_{3},S_{1},S_{2},S_{3})}{\partial \lambda_{2}} &= \frac{1}{\lambda_{2}^{2} \cdot (S_{2} \cdot \lambda_{1} - S_{2} \cdot \lambda_{3})} \left\{ S_{2} \cdot \left(\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.}}{Kc+1}\right) \cdot \lambda_{2}^{2} - S_{2} \cdot \left(\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.}}{Kc+1}\right)^{\frac{\lambda_{3}}{\lambda_{1}}} \cdot \lambda_{2}^{2} \cdot e^{-\frac{C_{2}}{S_{1}\cdot\lambda_{1}} + \frac{C_{2}}{S_{3}\cdot\lambda_{1}}} + \\ + C_{2} \cdot \left(\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.}}{Kc+1}\right)^{\frac{\lambda_{3}}{2\cdot\lambda_{1}} + \frac{1}{2}} \cdot \lambda_{1} \cdot e^{-\frac{C_{2}}{S_{2}\cdot\lambda_{2}} + \frac{C_{2}}{2S_{3}\cdot\lambda_{1}} + \frac{C_{2}}{2S_{3}\cdot\lambda_{1}}} - C_{2} \cdot \left(\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.}}{Kc+1}\right)^{\frac{\lambda_{3}}{2\cdot\lambda_{1}} + \frac{1}{2}} \cdot \lambda_{3} \cdot e^{-\frac{C_{2}}{S_{2}\cdot\lambda_{2}} + \frac{C_{2}}{2S_{3}\cdot\lambda_{1}} + \frac{C_{2}}{2S_{3}\cdot\lambda_{1}}} + \\ \frac{\partial K\mu_{2}(\varepsilon_{3},\lambda_{1},\lambda_{2},\lambda_{3},S_{1},S_{2},S_{3})}{\partial \lambda_{3}} = \frac{\left(\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.}}{Kc+1}\right)^{\frac{\lambda_{3}}{\lambda_{1}}} \cdot e^{\frac{C_{2}(S_{1}-S_{3})}{Kc+1}} \cdot \ln\left(\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.}}{Kc+1}\right) \cdot \left(\lambda_{1}-\lambda_{2}\right)}{\lambda_{1}} - \left(\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.}}{Kc+1}\right)^{\frac{\lambda_{3}}{\lambda_{1}}} \cdot e^{\frac{C_{2}(S_{1}-S_{3})}{S_{1}\cdotS_{3}\cdot\lambda_{1}}} - \frac{\left(\lambda_{1}-\lambda_{2}\right) \cdot \left(\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.}}{Kc+1}\right) - \left(\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.}}{Kc+1}\right)^{\frac{\lambda_{3}}{\lambda_{1}}} \cdot e^{\frac{C_{2}(S_{1}-S_{3})}{S_{1}\cdotS_{3}\cdot\lambda_{1}}} \right)}{\Delta \lambda^{2}} + \\ + \frac{\left(\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.}}{Kc+1}\right)^{\frac{\lambda_{3}}{\lambda_{1}}} \cdot e^{\frac{C_{2}(S_{1}-S_{3})}{S_{1}\cdotS_{3}\cdot\lambda_{1}}} - \frac{C_{2} \cdot \left(\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.}}{Kc+1}\right)^{\frac{\lambda_{3}}{\lambda_{1}}} \cdot e^{-\frac{C_{2}}{S_{1}\cdotS_{3}\cdot\lambda_{1}}} \cdot \ln\left(\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.}}{Kc+1}\right)}{\lambda_{1}} - \frac{C_{2} \cdot \left(\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.}}{Kc+1}\right)^{\frac{\lambda_{3}}{\lambda_{1}}} \cdot e^{-\frac{C_{2}}{S_{1}\cdotS_{3}\cdot\lambda_{1}}} \cdot e^{\frac{C_{2}}{S_{1}\cdotS_{3}\cdot\lambda_{1}}} - \frac{C_{2} \cdot \left(\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.}}{Kc+1}\right)^{\frac{\lambda_{3}}{\lambda_{1}}} \cdot e^{-\frac{C_{2}}{S_{1}\cdotS_{3}\cdot\lambda_{1}}} \cdot e^{\frac{C_{2}}{S_{1}\cdotS_{3}\cdot\lambda_{1}}} \cdot e^{\frac{C_{2}}{S_{1}\cdotS_{3}\cdot\lambda_{1}}} - \frac{C_{2} \cdot \left(\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.}}{Kc+1}\right)^{\frac{\lambda_{3}}{\lambda_{1}}} \cdot e^{\frac{C_{2}}{S_{2}\cdot\lambda_{1}}} \cdot \frac{C_{2}}{S_{3}\cdot\lambda_{1}}} \cdot \frac{C_{2}}{S_{2}\cdot\lambda_{1}} \cdot \frac{C_{2}}{S_{3}\cdot\lambda_{1}} \cdot \frac{C_{2}}{S_{3}\cdot\lambda_{1}} \cdot \frac{C_{2}}{S_{3}\cdot\lambda_{1}} \cdot \frac{C_{2}}{S_{3}\cdot\lambda_{1}}} \cdot \frac{C_{2}}{S_{3}\cdot\lambda_{1}} \cdot \frac{C$$

$$R_{3} = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{\partial^{2} K H_{2}(\varepsilon_{3}, \lambda_{1}, \lambda_{2}, \lambda_{3}, S_{1}, S_{2}, S_{3})}{\partial S_{1}^{2}} \cdot (\Delta S_{1})^{2} + \dots + \frac{\partial^{2} K H_{2}(\varepsilon_{3}, \lambda_{1}, \lambda_{2}, \lambda_{3}, S_{1}, S_{2}, S_{3})}{\partial \lambda_{3} \partial \lambda_{2}} \cdot \Delta \lambda_{3} \cdot \Delta \lambda_{2}\right].$$

залишковий член ряду Тейлора.

Аналогічно до виразу (3) отримаємо формулу для  $\Delta \varepsilon_1$ 

$$\Delta \varepsilon_1 = \Delta \varepsilon_{1_M} + \Delta \varepsilon_{1_i},\tag{7}$$

де методична складова визначається отриманим в роботі [20] виразом

$$\Delta \varepsilon_{1,M} = \frac{\Delta K H_2 - R_4}{\frac{\partial K H_2 (\varepsilon_1, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, S_1, S_2, S_3)}{\partial \varepsilon_1}} = \frac{-K H_2 - R_4}{\frac{\partial K H_2 (\varepsilon_1, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, S_1, S_2, S_3)}{\partial \varepsilon_1}},$$
(8)

в якому

$$\begin{split} &\frac{\partial K_{H_2}(\varepsilon_1,\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,S_1,S_2,S_3)}{\partial \varepsilon_1} = \\ &= \frac{(\lambda_3+\lambda_1)\cdot\{K_{H_2}\cdot(Kc+1)\cdot\Delta\lambda_1+2\cdot\varepsilon_{cp.}\cdot[Kc\cdot\Delta\lambda+(\lambda_2-\lambda_1)-Kc\cdot(\lambda_2-\lambda_1)]\}}{4\cdot\lambda_3\cdot\varepsilon_{cp.}\cdotKc\cdot\Delta\lambda} - 1 + \frac{\lambda_2-\lambda_1}{\Delta\lambda}\cdot(1-\frac{\lambda_1}{Kc\cdot\lambda_3}); \\ &R_4 = \frac{1}{2}\cdot\frac{\partial^2 K_{H_2}(\varepsilon_1,\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,S_1,S_2,S_3)}{\partial \varepsilon_1^2}(\Delta\varepsilon_{1,{\scriptscriptstyle M}})^2 \\ &= \frac{1}{2}\cdot[\frac{(\lambda_1^2-\lambda_3^2)\cdot(Kc+1)\cdot[2\cdot\varepsilon_{cp.}\cdotKc\cdot\Delta\lambda+2\cdot\varepsilon_{cp.}\cdot(1-Kc)\cdot(\lambda_2-\lambda_1)+K_{H_2}\cdot\Delta\lambda\cdot(Kc+1)]}{16\cdot\lambda_3^2\cdot\varepsilon_{cp.}^2\cdot Kc\cdot\Delta\lambda} + - 3$$
алишковий  $+ \frac{-\Delta\lambda\cdot\lambda_1\cdot\lambda_2\cdot(Kc+1)+\Delta\lambda\cdot\lambda_1\cdot\lambda_2\cdot(Kc+1)}{\lambda_3^2\cdot\Delta\lambda\cdot2\cdot\varepsilon_{cp.}\cdotKc^2}](\Delta\varepsilon_{1,{\scriptscriptstyle M}})^2 \end{split}$ 

член ряду Тейлора.

Виражаємо інструментальну складову

$$\Delta \varepsilon_{1i} = \frac{\Delta \mathcal{K}_{H_{2i}}(\varepsilon_1, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, S_1, S_2, S_3, \Delta \lambda_1, \Delta \lambda_2, \Delta \lambda_3, \Delta S_1, \Delta S_2, \Delta S_3) - R_5}{\frac{\partial \mathcal{K}_{H_2}(\varepsilon_1, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, S_1, S_2, S_3)}{\partial \varepsilon_1}},$$
(9)

$$\begin{split} R_{5} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^{2} K \mu_{2}(\varepsilon_{1}, \lambda_{1}, \lambda_{2}, \lambda_{3}, S_{1}, S_{2}, S_{3})}{\partial \varepsilon_{1}^{2}} (\Delta \varepsilon_{1i})^{2} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left[ \frac{(\lambda_{1}^{2} - \lambda_{3}^{2}) \cdot (Kc+1) \cdot [2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc \cdot \lambda + 2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot (1 - Kc) \cdot (\lambda_{2} - \lambda_{1}) + K \mu_{2} \cdot \Delta \lambda \cdot (Kc+1)]}{16 \cdot \lambda_{3}^{2} \cdot \varepsilon_{cp.}^{2} \cdot Kc \cdot \Delta \lambda} + \frac{-\Delta \lambda \cdot \lambda_{1} \cdot \lambda_{2} \cdot (Kc+1) + \Delta \lambda \cdot \lambda_{1} \cdot \lambda_{2} \cdot (Kc+1)}{\lambda_{3}^{2} \cdot \Delta \lambda \cdot 2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc^{2}} \right] (\Delta \varepsilon_{1i})^{2} \end{split}$$

член ряду Тейлора;

де

 $\Delta K_{H_{2i}}(\varepsilon_3,\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,S_1,S_2,S_3,\Delta\lambda_1,\Delta\lambda_2,\Delta\lambda_3,\Delta S_1,\Delta S_2,\Delta S_3) = \\ = K_{H_{2p}} - K_{H_{2i}}(\varepsilon_3,\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,S_1,S_2,S_3,\Delta\lambda_1,\Delta\lambda_2,\Delta\lambda_3,\Delta S_1,\Delta S_2,\Delta S_3) = -$  інструментальна похибка  $K_{H_2} = -K_{H_{2i}}(\varepsilon_3,\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,S_1,S_2,S_3,\Delta\lambda_1,\Delta\lambda_2,\Delta\lambda_3,\Delta S_1,\Delta S_2,\Delta S_3)$ 

(відхилення  $K_{H_2}$  від  $K_{H_{2p}} = 0$  в PH (2)), обумовлена  $\Delta \lambda_1$ ,  $\Delta \lambda_2$ ,  $\Delta \lambda_3$ ,  $\Delta S_1$ ,  $\Delta S_2$ ,  $\Delta S_3$ . Аналогічно до (6) отримаємо

$$\Delta K_{H_{2i}}(\varepsilon_{1},\lambda_{1},\lambda_{2},\lambda_{3},S_{1},S_{2},S_{3},\Delta\lambda_{1},\Delta\lambda_{2},\Delta\lambda_{3},\Delta S_{1},\Delta S_{2},\Delta S_{3}) = -\frac{\partial K_{H_{2}}(\varepsilon_{1},\lambda_{1},\lambda_{2},\lambda_{3},S_{1},S_{2},S_{3})}{\partial S_{1}} \Delta S_{1} - \frac{\partial K_{H_{2}}(\varepsilon_{1},\lambda_{1},\lambda_{2},\lambda_{3},S_{1},S_{2},S_{3})}{\partial S_{2}} \Delta S_{2} - \frac{\partial K_{H_{2}}(\varepsilon_{1},\lambda_{1},\lambda_{2},\lambda_{3},S_{1},S_{2},S_{3})}{\partial S_{3}} \Delta S_{3} - \frac{\partial K_{H_{2}}(\varepsilon_{1},\lambda_{1},\lambda_{2},\lambda_{3},S_{1},S_{2},S_{3})}{\partial \lambda_{1}} \Delta \lambda_{1} - \frac{\partial K_{H_{2}}(\varepsilon_{1},\lambda_{1},\lambda_{2},\lambda_{3},S_{1},S_{2},S_{3})}{\partial \lambda_{2}} \Delta \lambda_{2} - (10)$$

$$- \frac{\partial K_{H_{2}}(\varepsilon_{1},\lambda_{1},\lambda_{2},\lambda_{3},S_{1},S_{2},S_{3})}{\partial \lambda_{3}} \Delta \lambda_{3} - R_{6},$$

де

$$\begin{aligned} \frac{\partial K_{H_2}(\varepsilon_1,\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,S_1,S_2,S_3)}{\partial S_{k}Kc} &= -\frac{1}{2 \cdot S_1^2 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_3 \cdot e^{-\frac{C_2}{S_1 \cdot \lambda_3} + \frac{C_2}{S_3 \cdot \lambda_3}}} \begin{cases} 2 \cdot C_2 \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{+1})^{\frac{\lambda_1}{\lambda_3}} \cdot \lambda_1^2 \cdot \lambda_1^2 \\ -2 \cdot C_2 \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1})^{\frac{\lambda_1}{\lambda_3}} \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_2 - C_2 \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1})^{\frac{\lambda_1}{2 \cdot \lambda_3} + \frac{1}{2}} \cdot \lambda_1^2 \cdot e^{-\frac{C_2}{S_2 \cdot \lambda_2} + \frac{C_2}{S_3 \cdot \lambda_3} + \frac{C_2}{2 \cdot S_1 \cdot \lambda_1} - \frac{C_2}{2 \cdot S_1 \cdot \lambda_3}} \\ + C_2 \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1})^{\frac{\lambda_1}{2 \cdot \lambda_3} + \frac{1}{2}} \cdot \lambda_3^2 \cdot e^{-\frac{C_2}{S_2 \cdot \lambda_2} + \frac{C_2}{S_3 \cdot \lambda_3} + \frac{C_2}{2 \cdot S_1 \cdot \lambda_1} - \frac{C_2}{2 \cdot S_1 \cdot \lambda_3}} \\ \end{cases} ; \end{aligned}$$

$$\frac{\partial K_{H_2}(\varepsilon_1,\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,S_1,S_2,S_3)}{\partial S_2} = \frac{C_2 \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1})^{\frac{\lambda_1}{2 \cdot \lambda_3} + \frac{1}{2}} \cdot e^{-\frac{C_2}{S_2 \cdot \lambda_2} + \frac{C_2}{2 \cdot S_1 \cdot \lambda_1} + \frac{C_2}{2 \cdot S_1 \cdot \lambda_3}}{S_2^{2} \cdot \lambda_2};$$

$$\frac{\partial K_{H_2}(\varepsilon_1,\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,S_1,S_2,S_3)}{\partial S_3} = \frac{C_2 \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1})^{\frac{\lambda_1}{3}} \cdot e^{-\frac{C_2 \cdot (S_1 - S_3)}{S_1 \cdot S_3 \cdot \lambda_3}} \cdot (\lambda_1 - \lambda_2)}{S_3^{2} \cdot \lambda_3 \cdot \Delta \lambda};$$

$$\frac{\partial K_{H_2}(\varepsilon_1,\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,S_1,S_2,S_3)}{\partial \lambda_1} = -\frac{\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1} - (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1})^{\frac{\lambda_1}{\lambda_3}} \cdot e^{-\frac{C_2 \cdot (S_1 - S_3)}{S_1 \cdot S_3 \cdot \lambda_3}}{\Delta \lambda}}{\Delta \lambda} - \frac{(\lambda_1 - \lambda_2) \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1} - (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1})^{\frac{\lambda_1}{\lambda_3}} \cdot e^{-\frac{C_2 \cdot (S_1 - S_3)}{S_1 \cdot S_3 \cdot \lambda_3}})}{\Delta \lambda^2} + \frac{(\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1})^{\frac{\lambda_1}{\lambda_3}} \cdot e^{-\frac{C_2 \cdot (S_1 - S_3)}{S_1 \cdot S_3 \cdot \lambda_3}}{\lambda_3} \cdot \ln(\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1}) \cdot (\lambda_1 - \lambda_2)}}{\lambda_3 \cdot \Delta \lambda} + \frac{(\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1})^{\frac{\lambda_1}{\lambda_3}} \cdot e^{-\frac{C_2 \cdot (S_1 - S_3)}{S_1 \cdot S_3 \cdot \lambda_3}}}{\lambda_3 \cdot \Delta \lambda}}{2 \cdot \lambda_3} \cdot \ln(\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1}) - \frac{C_2 \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1})^{\frac{\lambda_1}{2 \cdot \lambda_3} + \frac{1}{2}} \cdot e^{-\frac{C_2}{S_2 \cdot \lambda_2} + \frac{C_2}{2 \cdot S_1 \cdot \lambda_1} + \frac{C_2}{2 \cdot S_1 \cdot \lambda_3}}{2 \cdot S_1 \cdot \lambda_1^2};$$

$$\frac{\partial K \mu_{2}(\varepsilon_{1},\lambda_{1},\lambda_{2},\lambda_{3},S_{1},S_{2},S_{3})}{\partial \lambda_{2}} = \frac{1}{\lambda_{2}^{2} \cdot (S_{2} \cdot \lambda_{1} - S_{2} \cdot \lambda_{3})} \left\{ S_{2} \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1}) \cdot \lambda_{2}^{2} - S_{2} \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1}) \frac{\lambda_{1}}{\lambda_{3}} \cdot \lambda_{2}^{2} \cdot e^{\frac{C_{2}}{S_{1} \cdot \lambda_{3}} - S_{3} \cdot \lambda_{3}} - C_{2} \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1}) \frac{\lambda_{1}}{2 \cdot \lambda_{3}} + C_{2} \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1}) \frac{\lambda_{1}}{2 \cdot \lambda_{3}} + C_{2} \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1}) \frac{\lambda_{1}}{2 \cdot \lambda_{3}} + C_{2} \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1}) \frac{\lambda_{1}}{2 \cdot \lambda_{3}} + C_{2} \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1}) \frac{\lambda_{1}}{2 \cdot \lambda_{3}} + C_{2} \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1}) \frac{\lambda_{1}}{2 \cdot \lambda_{3}} + C_{2} \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1}) \frac{\lambda_{1}}{2 \cdot \lambda_{3}} + C_{2} \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1}) \frac{\lambda_{1}}{2 \cdot \lambda_{3}} + C_{2} \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1}) \frac{\lambda_{1}}{2 \cdot \lambda_{3}} + C_{2} \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1}) \frac{\lambda_{1}}{2 \cdot \lambda_{3}} + C_{2} \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1}) \frac{\lambda_{1}}{2 \cdot \lambda_{3}} + C_{2} \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1}) \frac{\lambda_{1}}{2 \cdot \lambda_{3}} + C_{2} \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1}) \frac{\lambda_{1}}{2 \cdot \lambda_{3}} + C_{2} \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1}) \frac{\lambda_{1}}{2 \cdot \lambda_{3}} + C_{2} \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1}) \frac{\lambda_{1}}{2 \cdot \lambda_{3}} + C_{2} \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1}) \frac{\lambda_{1}}{2 \cdot \lambda_{3}} + C_{2} \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1}) \frac{\lambda_{1}}{2 \cdot \lambda_{3}} + C_{2} \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1}) \frac{\lambda_{1}}{2 \cdot \lambda_{3}} + C_{2} \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1}) \frac{\lambda_{1}}{2 \cdot \lambda_{3}} + C_{2} \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1}) \frac{\lambda_{1}}{2 \cdot \lambda_{3}} + C_{2} \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1}) \frac{\lambda_{1}}{2 \cdot \lambda_{3}} + C_{2} \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1}) \frac{\lambda_{1}}{2 \cdot \lambda_{3}} + C_{2} \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1}) \frac{\lambda_{1}}{2 \cdot \lambda_{3}} + C_{2} \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1}) \frac{\lambda_{1}}{2 \cdot \lambda_{3}} + C_{2} \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1}) \frac{\lambda_{1}}{2 \cdot \lambda_{3}} + C_{2} \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1}) \frac{\lambda_{1}}{2 \cdot \lambda_{3}} + C_{2} \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1}) \frac{\lambda_{1}}{2 \cdot \lambda_{3}} + C_{2} \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1}) \frac{\lambda_{1}}{2 \cdot \lambda_{3}} + C_{2} \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1}) \frac{\lambda_{1}}{2 \cdot \lambda_{3}} + C_{2} \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1}) \frac{\lambda_{1}}{2 \cdot \lambda_{3}} + C_{2} \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.}$$

$$\frac{\frac{\partial K_{H_2}(\varepsilon_1,\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,S_1,S_2,S_3)}{\partial \lambda_3}}{\partial \lambda_3} = \frac{(\lambda_1 - \lambda_2) \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1} - (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1})^{\frac{\lambda_1}{\lambda_3}} \cdot e^{-\frac{C_2 \cdot (S_1 - S_3)}{S_1 \cdot S_3 \cdot \lambda_3}}{(S_1 \cdot S_3 \cdot \lambda_3)} - \frac{(\lambda_1 - \lambda_2) \cdot (C_2 \cdot S_3 \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1}) - C_2 \cdot S_1 \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1}) + S_1 \cdot S_3 \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1})^{\frac{\lambda_1}{\lambda_3}} \cdot \lambda_1 \cdot e^{-\frac{C_2 \cdot (S_1 - S_3)}{S_1 \cdot S_3 \cdot \lambda_3}} \cdot \ln(\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1}) - \frac{S_1 \cdot S_3 \cdot \lambda_3^2 - S_1 \cdot S_3 \cdot \lambda_1 \cdot \lambda_3^2}{(S_1 - S_3) \cdot (\lambda_1 - \lambda_2) \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1} - (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1})^{\frac{\lambda_1}{\lambda_3}} \cdot e^{-\frac{C_2 \cdot (S_1 - S_3)}{S_1 \cdot S_3 \cdot \lambda_3^2}} - \frac{(\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1})^{\frac{\lambda_1}{\lambda_3}} \cdot e^{-\frac{C_2 \cdot (S_1 - S_3)}{S_1 \cdot S_3 \cdot \lambda_3^2}} - \frac{(\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1})^{\frac{\lambda_1}{\lambda_3}} \cdot e^{-\frac{C_2 \cdot (S_1 - S_3)}{S_1 \cdot S_3 \cdot \lambda_3^2}} - \frac{(\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1})^{\frac{\lambda_1}{\lambda_3}} \cdot e^{-\frac{C_2 \cdot (S_1 - S_3)}{S_1 \cdot S_3 \cdot \lambda_3^2}} - \frac{(\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1})^{\frac{\lambda_1}{\lambda_3}} - \frac{C_2 \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1})^{\frac{\lambda_1}{\lambda_3}} - \frac{C_2 \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1})^{\frac{\lambda_1}{\lambda_3}} \cdot e^{-\frac{C_2 \cdot (S_1 - S_3)}{S_1 \cdot S_3 \cdot \lambda_3^2}} - \frac{C_2 \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1})^{\frac{\lambda_1}{2 \cdot \lambda_3^2}} - \frac{C_2 \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1})^{\frac{\lambda_1}{2 \cdot \lambda_3^2}} - \frac{C_2 \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1})^{\frac{\lambda_1}{2 \cdot \lambda_3^2}} - \frac{C_2 \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1})^{\frac{\lambda_1}{2 \cdot \lambda_3^2}} - \frac{C_2 \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1})^{\frac{\lambda_1}{2 \cdot \lambda_3^2}} - \frac{C_2 \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1})^{\frac{\lambda_1}{2 \cdot \lambda_3^2}} - \frac{C_2 \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1})^{\frac{\lambda_1}{2 \cdot \lambda_3^2}} - \frac{C_2 \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1})^{\frac{\lambda_1}{2 \cdot \lambda_3^2}} - \frac{C_2 \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1})^{\frac{\lambda_1}{2 \cdot \lambda_3^2}} - \frac{C_2 \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1})^{\frac{\lambda_1}{2 \cdot \lambda_3^2}} - \frac{C_2 \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1})^{\frac{\lambda_1}{2 \cdot \lambda_3^2}} - \frac{C_2 \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1})^{\frac{\lambda_1}{2 \cdot \lambda_3^2}} - \frac{C_2 \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1})^{\frac{\lambda_1}{2 \cdot \lambda_3^2}} - \frac{C_2 \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1})^{\frac{\lambda_1}{2 \cdot \lambda_3^2}} - \frac{C_2 \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1})^{\frac{\lambda_1}{2 \cdot \lambda_3^2}} - \frac{C_2 \cdot (\frac{2 \cdot \varepsilon_{cp.} \cdot Kc}{Kc+1})^{\frac{\lambda_1}{2 \cdot \lambda_$$

$$R_{6} = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{\partial^{2} K \mathcal{H}_{2}(\varepsilon_{1}, \lambda_{1}, \lambda_{2}, \lambda_{3}, S_{1}, S_{2}, S_{3})}{\partial S_{1}^{2}} \cdot (\Delta S_{1})^{2} + \ldots + \frac{\partial^{2} K \mathcal{H}_{2}(\varepsilon_{1}, \lambda_{1}, \lambda_{2}, \lambda_{3}, S_{1}, S_{2}, S_{3})}{\partial \lambda_{3} \partial \lambda_{2}} \cdot \Delta \lambda_{3} \cdot \Delta \lambda_{2}\right].$$

залишковий член ряду Тейлора.

Вирази (4, 5), а також (8, 9) є рівняннями, що чисельно розв'язуються відносно  $\Delta \varepsilon_{3M}$ ,  $\Delta \varepsilon_{3i}$ , а також  $\Delta \varepsilon_{1M}$ ,  $\Delta \varepsilon_{1i}$  відповідно при заданих оптичних характеристиках об'єкта і системи.

Принцип вимірювань температури методом ДКПВ грунтується на встановленій нами залежності T об'єкта від двокольорових температур його випромінення  $S_{2u}$  та  $S_{2u}$ ' відповідно для реального та дзеркального розподілів випромінювальної здатності. Запишемо рівняння вимірювання ДКПВ

$$T_{\mathcal{I}K\PiB}(S_{1}, S_{3}, \lambda_{1}, \lambda_{3}, \varepsilon_{1}, \varepsilon_{3}) = \frac{2}{\frac{1}{S_{2u}} + \frac{1}{S_{2u}^{'}}} = \frac{2}{\lambda_{e\kappa\epsilon2u} \cdot (\frac{1}{\lambda_{1} \cdot S_{1}} - \frac{1}{\lambda_{2} \cdot S_{2}}) + \lambda_{e\kappa\epsilon2u} \cdot (\frac{1}{\lambda_{1} \cdot S_{1}^{'}} - \frac{1}{\lambda_{2} \cdot S_{2}^{'}})} = \frac{2}{\frac{2}{\lambda_{e\kappa\epsilon2u}} \cdot (\frac{1}{\lambda_{1} \cdot S_{1}} - \frac{1}{\lambda_{2} \cdot S_{2}}) + \lambda_{e\kappa\epsilon2u} \cdot (\frac{1}{\lambda_{1} \cdot S_{1}^{'}} - \frac{1}{\lambda_{2} \cdot S_{2}^{'}})} = \frac{2}{\frac{2}{\lambda_{1} \cdot \lambda_{3}} \cdot (\frac{1}{\lambda_{1} \cdot S_{1}} - \frac{1}{\lambda_{2} \cdot S_{2}}) + (\frac{S_{3} \cdot \ln(\varepsilon_{3}) \cdot (\lambda_{3} - \lambda_{1}) + C_{2}}{\lambda_{1} \cdot S_{3} \cdot C_{2}} + \frac{S_{1} \cdot \ln(\varepsilon_{1}) \cdot (\lambda_{3} - \lambda_{1}) - C_{2}}{\lambda_{3} \cdot S_{1} \cdot C_{2}})}}.$$
(11)

З (11) випливає, що  $T_{ДКПВ}$  розраховується на основі результатів прямих вимірювань  $S_1$ ,  $S_3$ ,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_3$ , а також опосередкованих вимірювань  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_3$  лінійним методом. Похибки вимірювань вказаних величин врешті-решт трансформуються в похибку вимірювання температури ДКПВ.

Відносна похибка вимірювання  $T_{\mathcal{I}K\Pi B}$  також являє собою суму методичної та інструментальної складових

$$\delta T_{\mathcal{A}K\Pi B} = \delta T_{\mathcal{A}K\Pi B.M} + \delta T_{\mathcal{A}K\Pi B.i} \,. \tag{12}$$

Методична складова, обумовлена  $\Delta \varepsilon_{3_M}$  та  $\Delta \varepsilon_{1_M}$  лінійного метода, при деяких *T*, *Kc*,  $\varepsilon_{cp.}$ ,  $\lambda_1$  та  $\lambda_3$  визначається як [20]:

$$\begin{split} \delta T_{\mathcal{A}K\PiB_{\mathcal{M}}} &= \{2\lambda_{1}\cdot\lambda_{3}\cdot C_{2} - [\lambda_{1}\cdot\lambda_{3}\cdot C_{2} - T\cdot\lambda_{1}\cdot\lambda_{3}\cdot\lambda_{\mathcal{H}_{\mathcal{K}}}\cdot \ln(Kc) + \lambda_{3}\cdot\lambda_{\mathcal{H}_{\mathcal{H}_{\mathcal{K}}}}[T\cdot\ln(\frac{2\cdot\varepsilon_{cp.}}{Kc+1} + \Delta\varepsilon_{\mathcal{H}_{\mathcal{H}}})\cdot(\lambda_{3} - \lambda_{1}) + \\ &+ C_{2} - T\cdot\lambda_{3}\cdot\ln(\frac{2\cdot\varepsilon_{cp.}}{Kc+1})] + \lambda_{1}\cdot\lambda_{\mathcal{H}_{\mathcal{H}}}\cdot\lambda_{\mathcal{H}_{\mathcal{K}}}\cdot [T\cdot\ln(\frac{2\cdot\varepsilon_{cp.}\cdot Kc}{Kc+1} + \Delta\varepsilon_{\mathcal{H}_{\mathcal{H}}})\cdot(\lambda_{3} - \lambda_{1}) - C_{2} + \\ &+ T\cdot\lambda_{1}\cdot\ln(\frac{2\cdot\varepsilon_{cp.}\cdot Kc}{Kc+1})]]\} \Big/ \{\lambda_{1}\cdot\lambda_{3}\cdot C_{2} - T\cdot\lambda_{1}\cdot\lambda_{3}\cdot\lambda_{\mathcal{H}_{\mathcal{H}}}\cdot \ln(Kc) + \\ &+ \lambda_{3}\cdot\lambda_{\mathcal{H}_{\mathcal{H}}}\cdot [T\cdot\ln(\frac{2\cdot\varepsilon_{cp.}}{Kc+1} + \Delta\varepsilon_{\mathcal{H}_{\mathcal{H}}})\cdot(\lambda_{3} - \lambda_{1}) + C_{2} - T\cdot\lambda_{3}\cdot\ln(\frac{2\cdot\varepsilon_{cp.}\cdot Kc}{Kc+1})] + \\ &+ \lambda_{1}\cdot\lambda_{\mathcal{H}_{\mathcal{H}}}\cdot [T\cdot\ln(\frac{2\cdot\varepsilon_{cp.}\cdot Kc}{Kc+1} + \Delta\varepsilon_{\mathcal{H}_{\mathcal{H}}})\cdot(\lambda_{3} - \lambda_{1}) - C_{2} + T\cdot\lambda_{1}\cdot\ln(\frac{2\cdot\varepsilon_{cp.}\cdot Kc}{Kc+1})] \\ &+ \lambda_{1}\cdot\lambda_{\mathcal{H}_{\mathcal{H}}}\cdot [T\cdot\ln(\frac{2\cdot\varepsilon_{cp.}\cdot Kc}{Kc+1} + \Delta\varepsilon_{\mathcal{H}_{\mathcal{H}}})\cdot(\lambda_{3} - \lambda_{1}) - C_{2} + T\cdot\lambda_{1}\cdot\ln(\frac{2\cdot\varepsilon_{cp.}\cdot Kc}{Kc+1})] \\ &+ \lambda_{1}\cdot\lambda_{\mathcal{H}_{\mathcal{H}}}\cdot [T\cdot\ln(\frac{2\cdot\varepsilon_{cp.}\cdot Kc}{Kc+1} + \Delta\varepsilon_{\mathcal{H}_{\mathcal{H}}})\cdot(\lambda_{3} - \lambda_{1}) - C_{2} + T\cdot\lambda_{1}\cdot\ln(\frac{2\cdot\varepsilon_{cp.}\cdot Kc}{Kc+1})] \\ &+ \lambda_{1}\cdot\lambda_{\mathcal{H}_{\mathcal{H}}}\cdot [T\cdot\ln(\frac{2\cdot\varepsilon_{cp.}\cdot Kc}{Kc+1} + \Delta\varepsilon_{\mathcal{H}_{\mathcal{H}}})\cdot(\lambda_{3} - \lambda_{1}) - C_{2} + T\cdot\lambda_{1}\cdot\ln(\frac{2\cdot\varepsilon_{cp.}\cdot Kc}{Kc+1})] \\ &+ \lambda_{1}\cdot\lambda_{\mathcal{H}_{\mathcal{H}}}\cdot [T\cdot\ln(\frac{2\cdot\varepsilon_{cp.}\cdot Kc}{Kc+1} + \Delta\varepsilon_{\mathcal{H}_{\mathcal{H}}})\cdot(\lambda_{3} - \lambda_{1}) - C_{2} + T\cdot\lambda_{1}\cdot\ln(\frac{2\cdot\varepsilon_{cp.}\cdot Kc}{Kc+1})] \\ &+ \lambda_{1}\cdot\lambda_{\mathcal{H}_{\mathcal{H}}}\cdot [T\cdot\ln(\frac{2\cdot\varepsilon_{cp.}\cdot Kc}{Kc+1} + \Delta\varepsilon_{\mathcal{H}_{\mathcal{H}}})\cdot(\lambda_{1} - \lambda_{1}) - C_{2} + T\cdot\lambda_{1}\cdot\ln(\frac{2\cdot\varepsilon_{cp.}\cdot Kc}{Kc+1})] \\ &+ \lambda_{1}\cdot\lambda_{\mathcal{H}_{\mathcal{H}}}\cdot [T\cdot\ln(\frac{2\cdot\varepsilon_{cp.}\cdot Kc}{Kc+1} + \Delta\varepsilon_{\mathcal{H}})\cdot(\lambda_{1} - \lambda_{1}) - C_{2} + T\cdot\lambda_{1}\cdot\ln(\frac{2\cdot\varepsilon_{cp.}\cdot Kc}{Kc+1})] \\ &+ \lambda_{1}\cdot\lambda_{\mathcal{H}_{\mathcal{H}}}\cdot [T\cdot\ln(\frac{2\cdot\varepsilon_{cp.}\cdot Kc}{Kc+1} + \Delta\varepsilon_{\mathcal{H}})\cdot(\lambda_{1} - \lambda_{1}) - C_{2} + T\cdot\lambda_{1}\cdot\ln(\frac{2\cdot\varepsilon_{cp.}\cdot Kc}{Kc+1})] \\ &+ \lambda_{1}\cdot\lambda_{\mathcal{H}_{\mathcal{H}}}\cdot [T\cdot\ln(\frac{2\cdot\varepsilon_{cp.}\cdot Kc}{Kc+1} + \Delta\varepsilon_{\mathcal{H}})\cdot(\lambda_{1} - \lambda_{1}) - C_{2} + T\cdot\lambda_{1}\cdot\ln(\frac{2\cdot\varepsilon_{cp.}\cdot Kc}{Kc+1})] \\ &+ \lambda_{1}\cdot\lambda_{1}\cdot(\frac{2\cdot\varepsilon_{cp.}\cdot Kc}{Kc+1} + \Delta\varepsilon_{\mathcal{H}})\cdot(\lambda_{1} - \lambda_{1}) + L_{1}\cdot(\frac{2\cdot\varepsilon_{cp.}\cdot Kc}{Kc+1})] \\ &+ \lambda_{1}\cdot\lambda_{1}\cdot(\frac{2\cdot\varepsilon_{cp.}\cdot Kc}{Kc+1} + \Delta\varepsilon_{1}\cdot(\frac{2\cdot\varepsilon_{cp.}\cdot Kc}{Kc+1}) + L_{1}\cdot(\frac{2\cdot\varepsilon_{cp.}\cdot Kc}{Kc+1}) + L_{1}\cdot(\frac{2\cdot\varepsilon_{cp.}$$

Інструментальна складова визначається сумою часткових похідних рівняння (11) за відповідними параметрами

$$\delta T_{\mathcal{A}K\Pi B.i} = \left\{ \frac{1}{T} \left[ \frac{\partial T_{\mathcal{A}K\Pi B}(S_{1}, S_{3}, \lambda_{1}, \lambda_{3}, \varepsilon_{1}, \varepsilon_{3})}{\partial S_{1}} \cdot \Delta S_{1} + \frac{\partial T_{\mathcal{A}K\Pi B}(S_{1}, S_{3}, \lambda_{1}, \lambda_{3}, \varepsilon_{1}, \varepsilon_{3})}{\partial S_{3}} \cdot \Delta S_{3} + \frac{\partial T_{\mathcal{A}K\Pi B}(S_{1}, S_{3}, \lambda_{1}, \lambda_{3}, \varepsilon_{1}, \varepsilon_{3})}{\partial \lambda_{1}} \cdot \Delta \lambda_{1} + \frac{\partial T_{\mathcal{A}K\Pi B}(S_{1}, S_{3}, \lambda_{1}, \lambda_{3}, \varepsilon_{1}, \varepsilon_{3})}{\partial \lambda_{3}} \cdot \Delta \lambda_{3} \right] +$$

$$+ \frac{1}{T} \left[ \frac{\partial T_{\mathcal{A}K\Pi B}(S_{1}, S_{3}, \lambda_{1}, \lambda_{3}, \varepsilon_{1}, \varepsilon_{3})}{\partial \varepsilon_{1}} \cdot \Delta \varepsilon_{1i} + \frac{\partial T_{\mathcal{A}K\Pi B}(S_{1}, S_{3}, \lambda_{1}, \lambda_{3}, \varepsilon_{1}, \varepsilon_{3})}{\partial \varepsilon_{3}} \cdot \Delta \varepsilon_{3i} + R_{7} \right] \right\} \cdot 100\%,$$

$$(14)$$

де

$$\begin{split} &\frac{\partial T_{I\!\!K\!I\!I\!B}(S_1,S_3,\lambda_1,\lambda_3,\varepsilon_1,\varepsilon_3)}{\partial S_1} = \frac{2 \cdot C_2^2 \cdot S_1^2}{(C_2 \cdot S_1 + C_2 \cdot S_3 + S_1 \cdot S_3 \cdot \lambda_1 \cdot \ln(\varepsilon_1) + S_1 \cdot S_3 \cdot \lambda_3 \cdot \ln^2(\varepsilon_3))^2};\\ &\frac{\partial T_{I\!I\!K\!I\!I\!B}(S_1,S_3,\lambda_1,\lambda_3,\varepsilon_1,\varepsilon_3)}{\partial S_3} = \frac{2 \cdot C_2^2 \cdot S_1^2}{(C_2 \cdot S_1 + C_2 \cdot S_3 + S_1 \cdot S_3 \cdot \lambda_1 \cdot \ln(\varepsilon_1) + S_1 \cdot S_3 \cdot \lambda_3 \cdot \ln^2(\varepsilon_3))^2};\\ &\frac{\partial T_{I\!I\!K\!I\!I\!B}(S_1,S_3,\lambda_1,\lambda_3,\varepsilon_1,\varepsilon_3)}{\partial \lambda_1} = \frac{2 \cdot C_2 \cdot S_1^2 \cdot S_3^2 \cdot \ln(\varepsilon_1)}{(C_2 \cdot S_1 + C_2 \cdot S_3 + S_1 \cdot S_3 \cdot \lambda_1 \cdot \ln(\varepsilon_1) + S_1 \cdot S_3 \cdot \lambda_3 \cdot \ln^2(\varepsilon_3))^2};\\ &\frac{\partial T_{I\!I\!K\!I\!I\!B}(S_1,S_3,\lambda_1,\lambda_3,\varepsilon_1,\varepsilon_3)}{\partial \lambda_3} = \frac{2 \cdot C_2 \cdot S_1^2 \cdot S_3^2 \cdot \ln(\varepsilon_3)}{(C_2 \cdot S_1 + C_2 \cdot S_3 + S_1 \cdot S_3 \cdot \lambda_1 \cdot \ln(\varepsilon_1) + S_1 \cdot S_3 \cdot \lambda_3 \cdot \ln^2(\varepsilon_3))^2};\\ &\frac{\partial T_{I\!I\!K\!I\!I\!B}(S_1,S_3,\lambda_1,\lambda_3,\varepsilon_1,\varepsilon_3)}{\partial \varepsilon_1} = \frac{2 \cdot C_2 \cdot S_1^2 \cdot S_3^2 \cdot \ln(\varepsilon_3)}{\varepsilon_1 \cdot (C_2 \cdot S_1 + C_2 \cdot S_3 + S_1 \cdot S_3 \cdot \lambda_1 \cdot \ln(\varepsilon_1) + S_1 \cdot S_3 \cdot \lambda_3 \cdot \ln^2(\varepsilon_3))^2};\\ &\frac{\partial T_{I\!I\!K\!I\!I\!B}(S_1,S_3,\lambda_1,\lambda_3,\varepsilon_1,\varepsilon_3)}{\partial \varepsilon_3} = \frac{2 \cdot C_2 \cdot S_1^2 \cdot S_3^2 \cdot \lambda_1}{\varepsilon_3 \cdot (C_2 \cdot S_1 + C_2 \cdot S_3 + S_1 \cdot S_3 \cdot \lambda_1 \cdot \ln(\varepsilon_1) + S_1 \cdot S_3 \cdot \lambda_3 \cdot \ln^2(\varepsilon_3))^2};\\ &\frac{\partial T_{I\!I\!K\!I\!I\!B}(S_1,S_3,\lambda_1,\lambda_3,\varepsilon_1,\varepsilon_3)}{\partial \varepsilon_3} = \frac{2 \cdot C_2 \cdot S_1^2 \cdot S_3^2 \cdot S_3^2 \cdot \lambda_1}{\varepsilon_3 \cdot (C_2 \cdot S_1 + C_2 \cdot S_3 + S_1 \cdot S_3 \cdot \lambda_1 \cdot \ln(\varepsilon_1) + S_1 \cdot S_3 \cdot \lambda_3 \cdot \ln^2(\varepsilon_3))^2};\\ &R_7 = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{\partial^2 T_{I\!I\!K\!I\!I\!B}(S_1,S_3,\lambda_1,\lambda_3,\varepsilon_1,\varepsilon_3)}{\partial S_1^2} \cdot (\Delta S_1)^2 + \ldots + \frac{\partial^2 T_{I\!K\!I\!I\!B}(S_1,S_3,\lambda_1,\lambda_3,\varepsilon_1,\varepsilon_3)}{\partial \varepsilon_3 \partial \varepsilon_1} \cdot \Delta \varepsilon_{3i} \cdot \Delta \varepsilon_{3i}]. - 3anuIIIKOBUM$$

член ряду Тейлора.

Системні дослідження в енергетиці. 2023. 1(72)

Отримані вирази (3), (7) та (12) забезпечують врахування комплексного та однофакторного впливу оптичних характеристик об'єкта, що термометрується, та пірометричної системи на  $\Delta \varepsilon_1$ ,  $\Delta \varepsilon_3$  і  $\delta T_{\rm ДКПВ}$  відповідно. Далі, за допомогою них виконано математичне моделювання методичних та інструментальних складових вказаних похибок вимірювань. В якості об'єкта пірометрії обрано вольфрам у вакуумі з T = 1600 K, спектральний розподіл випромінювальної здатності якого в спектральному діапазоні від 0,3 мкм до 1,5 мкм апроксимовано поліномом 6-го степеня ( $\varepsilon_{aW} = f(\lambda)$ розподіл). Апроксимацію виконано на основі даних, наведених у роботі [23]. Вольфрам найбільш досліджений в металооптиці й оптичній термометрії. Його табульовані кількісні оцінки  $\varepsilon = f(\lambda)$ близькі до залізовуглецевих сплавів та інших об'єктів безконтактного термоконтролю, в тому числі енергетичних.

### 3. Результати і обговорення

Результати досліджень наведено на рис. 1–3 та в табл. 2. На рис. 1 представлено комплексний вплив  $\lambda_2$  і  $\Delta\lambda$  на методичну складову похибки опосередкованих вимірювань випромінювальної здатності й температури у видимій та ближній інфрачервоній ділянках спектра. Вибір спектрального діапазону обумовлений наявними детальними даними щодо випромінювальної здатності вольфраму, а також робочим діапазоном кремнієвих фотонних приймачів випромінення, які використовуються в мікроспектрометрах.



Рис. 1. Залежності методичної похибки лінійного метода та ДКПВ від λ<sub>2</sub> та Δλ при λ<sub>2</sub> = 587,5–1087,5 нм, Δλ = 50–400 нм, T = 1600 К для ε<sub>aW</sub> = f(λ)-розподілу:
а) абсолютні похибки вимірювань випромінювальної здатності;
б) відносні похибки вимірювань температури

Залежності  $\Delta \varepsilon_{1_M} = f(\lambda_2, \Delta \lambda)$ ,  $\Delta \varepsilon_{3_M} = f(\lambda_2, \Delta \lambda)$  являють собою хвилеподібні поверхні, які максимально наближаються одна до одної в правій нижній частині координатного простору та розходяться в лівій верхній його частині (рис. 1, а). Такий вигляд поверхонь обумовлений комплексною, під впливом  $\lambda_2$  і  $\Delta \lambda$ , зміною  $K_{H_2}$ , Kc та  $\varepsilon_{cp} \varepsilon_{aW} = f(\lambda)$ -розподілу.  $\Delta \varepsilon_{1_M} = f(\lambda_2, \Delta \lambda)$ -поверхня лежить вище  $\Delta \varepsilon_{3_M} = f(\lambda_2, \Delta \lambda)$ -поверхні, тому що, внаслідок впливу  $\lambda_1 < \lambda_3$ , знаменник виразу (8)

менше, ніж знаменник (4). При зміщенні в короткохвильову частину спектрального діапазону розходження між вказаними поверхнями зростає.

Залежності  $\Delta \varepsilon_{IM} = f(\lambda_2)|_{\Delta \lambda = \text{const}}$  та  $\Delta \varepsilon_{3M} = f(\lambda_2)|_{\Delta \lambda = \text{const}}$  монотонно спадають. Це пояснюється зменшенням  $K_{H_2}$ ,  $\varepsilon_{cp.}$  та зростанням Kc зі збільшенням  $\lambda_2$ . В результаті швидкість зменшення модуля знаменника у виразі (8) для  $\Delta \varepsilon_{IM}$  і (4) для  $\Delta \varepsilon_{3M}$  більше, ніж чисельника. Стрімке зниження похибок має місце при  $\lambda_2 > 937,5$  нм, причиною чого є зменшення  $K_{H_2}$  на фоні зростання Kc.

Залежність  $\Delta \varepsilon_{I_M} = f(\Delta \lambda)|_{\lambda = \text{const}}$  монотонно зростаюча при  $\lambda_2 = 587,5-987,5$  нм, а при  $\lambda_2 > 987,5$  нм – екстремальна: в діапазоні  $\Delta \lambda = 50-200$  нм зростає, а далі спадає. Причиною цього є комплексний вплив  $\Delta \lambda$ ,  $K_{H_2}$ ,  $K_C$  та  $\varepsilon_{cp.}$  на зміну модуля знаменника виразу (8) при зростаючому модулі чисельника: якщо модуль чисельника зростає швидше, ніж модуль знаменника, то похибки зростають і навпаки. Залежність  $\Delta \varepsilon_{3M} = f(\Delta \lambda)|_{\lambda = \text{const}}$  спадає при всіх  $\lambda_2$ , що є наслідком більш швидкого росту модуля знаменника, ніж чисельника у виразі (4).

Залежність  $\delta T_{\mathcal{A}K\Pi B.M} = f(\lambda_2, \Delta \lambda)$  дзеркально (тобто з протилежним знаком) відображає поведінку  $\Delta \varepsilon_{IM} = f(\lambda_2, \Delta \lambda)$  та  $\Delta \varepsilon_{3M} = f(\lambda_2, \Delta \lambda)$  (рис. 1, б). Інверсія знаку  $\delta T_{\mathcal{A}K\Pi B.M}$  випливає із узагальнюючого пірометричного рівняння однокольорової пірометрії випромінення. Для зручності аналізу на рис. 1, б відображено модуль  $\delta T_{\mathcal{A}K\Pi B.M}$ .

 $|\delta T_{\mathcal{A}K\Pi B.M}| = f(\lambda_2, \Delta \lambda)$ -поверхня теж хвилеподібна. При  $\lambda_2 = 587, 5-737, 5$  нм  $|\delta T_{\mathcal{A}K\Pi B.M}|$  практично не залежить від  $\lambda_2$  та  $\Delta \lambda$ . Поясненням слугує те, що при вказаних поєднаннях оптичних характеристик пірометричної системи та обумовлених ними  $\Delta \varepsilon_{IM}$ ,  $\Delta \varepsilon_{3M}$ , має місце взаємна компенсація впливаючих факторів. Це випливає з аналізу формули (13). В діапазоні  $\lambda_2 = 737, 5-937, 5$  нм, як і в попередньому, зі зростанням  $\Delta \lambda$ ,  $\Delta \varepsilon_{IM}$  і  $\Delta \varepsilon_{3M}$  зростають та спадають відповідно. Але тут швидкість змін  $\Delta \varepsilon_{IM}$  та  $\Delta \varepsilon_{3M}$  нижче. В результаті цього компенсація факторів не відбувається і модуль чисельника формули (13) зростає швидше, ніж модуль знаменника. Це призводить до росту  $|\delta T_{\mathcal{A}K\Pi B.M}|$ . В діапазоні  $\lambda_2 = 937, 5-1087, 5$  нм,  $\Delta \varepsilon_{IM}$  та  $\Delta \varepsilon_{3M}$  різко зменшуються. Такий вплив викликає зменшення чисельника в (13) при зростаючому знаменнику, в результаті чого  $|\delta T_{\mathcal{A}K\Pi B.M}|$  стрімко знижується.

В ході досліджень, викладених вище, оптичні характеристики об'єкта змінювалися слабко. Науковий та практичний інтерес має вплив  $\lambda_2$  і  $\Delta\lambda$  при змінах оптичних характеристик об'єкта в широких межах (табл. 2).

Δλ, нм λ <sub>2</sub> , нм		50			200			400	
587,5	$\Delta \varepsilon_{IM}$	$\Delta \varepsilon_{\mathcal{J}_{\mathcal{M}}}$	$\delta T_{\mathcal{I} K\Pi B.m}, \%$	$\Delta \varepsilon_{IM}$	$\Delta \varepsilon_{3M}$	$\delta T_{\mathcal{I} K\Pi B.m}, \%$	$\Delta \varepsilon_{IM}$	$\Delta \varepsilon_{3M}$	$\delta T_{\mathcal{I}K\Pi B.M}, \%$
	-0,2920	-0,2392	13,43	-0,2025	-0,1793	1,80	0,0377	0,0232	-0,60
	0,6383	0,6558	-6,79	0,1564	0,1243	-2,36	-0,0376	-0,0244	0,70
787,5	-0,5004	-0,4053	7,59	-0,0942	-0,0640	2,55	-0,0694	-0,0531	1,97
	0,6147	0,6558	-8,80	0,3242	0,2723	-5,51	0,0652	0,0455	-1,41
1087,5	-0,6352	-0,5239	17,52	-0,1418	-0,1038	6,25	-0,1527	-0,1305	2,40
	0,597	0,6558	-11,66	0,7100	0,6558	-12,05	0,1306	0,1018	-3,67

**Таблиця 2.** Граничні методичні похибки лінійного метода та ДКПВ при різних поєднаннях оптичних характеристик пірометричної системи та об'єкта:  $\lambda_2 = 587,5-1087,5$  нм,  $\Delta \lambda = 50-400$  нм,  $K\mu_2 = -0,00216-0,00216, Kc = 0,8441-1,1847, \varepsilon_{cp} = 0,3173-0,8173$ 

З табл. 2 видно, що зі зменшенням  $\lambda_2$  та зростанням  $\Delta\lambda$  граничні похибки вимірювань випромінювальної здатності й температури знижуються. Навіть в обраних широких межах змін оптичних характеристик об'єкта оптимізація  $\lambda_2$  та  $\Delta\lambda$  знижує граничні похибки вимірювань температури до 0,6–0,7%. Це задовольняє вимоги технічних вимірювань. Якщо ж випромінювальні характеристики об'єкта відповідають значенням, отриманим на  $\varepsilon_{aW} = f(\lambda)$ -розподілі при граничних хвилях  $\lambda_1 = 700$  нм,  $\lambda_3 = 900$  нм (тобто  $K_{H_2} = K_{H_{2W}/_{700-900}} = 0,00054$ ;  $Kc = Kc_{W/_{700-900}} = 1,09235$ ;  $\varepsilon_{cp.} = \varepsilon_{cp.W/_{700-900}} = 0,41729$ ), то оптимізація значень  $\lambda_2$  й  $\Delta\lambda$  знижує  $\delta T_{ДКПВ.м}$  до 0,08%.

Із вищенаведених даних випливає, що оптичні характеристики об'єкта, порівняно з характеристиками пірометричної системи, чинять домінуючий вплив на методичну складову похибок

вимірювань випромінювальної здатності та температури. Зміною характеристик системи можливо зменшити вплив  $K_{H_2} \neq K_{H_{2p}} = 0$ , при деяких *Кс*,  $\varepsilon_{cp}$ , на методичну складову похибок.

Практичний інтерес становить вплив на інструментальну складову похибок вимірювань випромінювальної здатності й температури інструментальних похибок первинної пірометричної інформації (тобто задання довжин робочих хвиль, а також вимірювань однокольорових температур випромінення). Для спрощення аналізу всі фактори об'єкта, а також фактори системи, що залишились, фіксовані. На рис. 2 наведено закономірності впливу похибок задання  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$ на інструментальні складові похибок вимірювання випромінювальної здатності й температури за відсутності похибок вимірювання *S*. При цьому розглянуто 8 (кількість сполучень із 2 по 3) можливих розподілів знаків  $\Delta\lambda$  за довжинами хвиль (табл. 3).





б) відносні похибки вимірювань температури

Похибки вимірювань	Розподіли знаків $\Delta\lambda_1, \Delta\lambda_2, \Delta\lambda_3$								
довжин хвиль	1	2	3	4	5	6	7	8	
$\Delta \lambda_I$	+	-	+	-	-	+	-	+	
$\Delta\lambda_2$	+	-	+	-	+	-	+	_	
$\Delta\lambda_3$	+	-	-	+	+	-	-	+	

Таблиця 3. Можливі розподіли знаків Δλ

Для спрощення аналізу |Δλ| обрано однаковими для всіх робочих хвиль. Їх числові значення рівні роздільній здатності мікроспектрометра USB4000 (Ocean Insight Inc.). Вона складає 5,3, 7,5 та 11,6 пікселів для ширини вхідної щілини 5, 25 та 50 мкм відповідно [24]. В мікроспектрометрі використано детектор Toshiba TCD1304AP, який має підвищену роздільну здатність 3648 пікселів [25]. При цьому щільність дифракційної решітки становить 600 штрихів на мм, що, з урахуванням робочого спектрального діапазону 500–1100 нм, забезпечує ширину пікселя 0,176 нм.

Видно, що інструментальна складова похибки вимірювань температури (рис. 2, б) прямо пропорційна відповідним складовим похибок вимірювань випромінювальної здатності (рис 2, а). Така ситуація обумовлена впливом лише 1-го фактора –  $\Delta\lambda$ . Відповідно, немає передумов для взаємної компенсації між факторами, як це було на рис 1, б.  $|\Delta \varepsilon_{3i}|$ ,  $|\Delta \varepsilon_{1i}|$  й  $|\delta T_{\mathcal{I}K\Pi B.i}|$  мінімальні для 1-го та 2-го розподілів. Це пояснюється тим, що однакові знаки й кількісні оцінки  $\Delta\lambda$  мінімально спотворюють закладений в РН зв'язок  $\lambda_2 = f(\lambda_1, \lambda_3)$ . Ступінь спотворення цього зв'язку виражається  $|\Delta K_{H_{2i}}|$ (див. формули (6, 10)). Ця величина визначає  $|\Delta \varepsilon_{3i}|$ ,  $|\Delta \varepsilon_{1i}|$  та пропорційну їм  $|\delta T_{\mathcal{I}K\Pi B.i}|$ . Максимальні значення похибок спостерігаються для 7-го та 8-го розподілів. Причиною цього є те, що вказані розподіли обумовлюють максимальні  $|\Delta K_{H_{2i}}|$ . Відповідно до величин  $|\Delta K_{H_{2i}}|$ , похибки для інших розподілів (№3–6) займають проміжне положення між вказаними максимумом та мінімумом. Зауважимо, що зазвичай  $\Delta\lambda$  в мікроспектрометрах характеризуються розподілами знаків № 1 або № 2.

На рис. З наведено закономірності впливу відносних похибок вимірювань однокольорових температур випромінення, тобто  $\delta S_1 = \Delta S_1/S_1$ ,  $\delta S_2 = \Delta S_2/S_2$ ,  $\delta S_3 = \Delta S_3/S_3$ , на інструментальні похибки опосередкованих вимірювань випромінювальної здатності та температури. Розподіли знаків  $\delta S$  по довжинах хвиль відповідають табл. З.



**Рис. 3.** Залежності інструментальних похибок лінійного метода й ДКПВ від  $\delta S_1$ ,  $\delta S_2$ ,  $\delta S_3$  при  $\lambda_2 = 687,5$  нм,  $\Delta \lambda = 600$  нм, T = 1600 К для  $\varepsilon_{aW} = f(\lambda)$ -розподілу: а) абсолютні похибки вимірювань випромінювальної здатності;

б) відносні похибки вимірювань температури

Також, для спрощення аналізу, модулі  $\delta S$  однакові для всіх робочих хвиль. Їх числові значення (0,2–1,0%) зі значним запасом перекривають реальні похибки вимірювань S в сучасних мікроспектрометрах.

Аналіз встановлених закономірностей показує, що похибки вимірювань випромінювальної здатності (рис 3, а) та температури (рис. 3, б) для розподілів № 1 та № 2 також мінімальні, за аналогією до розглянутого раніше рис. 2. Це пояснюється тим, що однакові знаки та модулі  $\delta S$  обумовлюють минімальний  $|\Delta K H_{2i}|$ , причому для похибок вимірювань температури має місце співвідношення  $|\delta T_{\mathcal{A}K\Pi B.i}| < |\delta S_1| = |\delta S_2| = |\delta S_3|$ . Це зумовлено оптичними характеристиками об'єкта (вольфраму), для якого  $Kc_W \neq 1$  та  $K H_{2W} \neq 0$ . Для «сірого» об'єкта з Kc = 1,  $K H_2 = 0$ , строго  $|\delta T_{\mathcal{A}K\Pi B.i}| = |\delta S_2| = |\delta S_3|$ . У випадку розподілів № 3–8 інструментальні похибки вимірювань випромінювальної здатності та температури послідовно зростають, причому найбільш крутий ріст похибок характерний для розподілів № 5–8 з максимальними  $|\Delta K H_{2i}|$ . Однак реальним умовам роботи мікроспектрометрів, як і у випадку розглянутого вище впливу похибок задання довжин робочих хвиль, переважно властиві розподіли № 1 та № 2.

Підсумовуючи все викладене вище, треба зауважити, що зниженню методичних складових похибок вимірювань випромінювальної здатності сприяє зменшення  $\lambda_2$ , збільшення  $\Delta\lambda$ , а також зменшення  $K_{H_2}$  й збільшення Kc. Додатково до перелічених факторів, підвищення  $\varepsilon_{cp.}$  забезпечує зниження методичної складової для температури. Інструментальні складові похибок вимірювань випромінювальної здатності й температури знижуються, за умови однакових знаків  $\Delta\lambda$  й  $\delta S$ , зі зменшенням їх модулів, а також при зменшенні  $\lambda_2$ ,  $\kappa_c$ ,  $\varepsilon_{cp.}$  та збільшенні  $\Delta\lambda$ ,  $Kh_2$ .

#### 4. Висновки

Таким чином, встановлено закономірності впливу факторів пірометричної системи, а також об'єкта, що термометрується, на методичну та інструментальну складові похибок опосередкованих вимірювань випромінювальної здатності лінійним методом і температури – двокольоровою компенсаційною пірометрією випромінення з уточненим настроюванням за цим методом.

В результаті досліджень встановлено домінуючий, порівняно зі спектральними характеристиками пірометричної системи, вплив випромінювальних характеристик об'єкта термоконтролю на методичні складові похибок вимірювань випромінювальної здатності та температури. При цьому в короткохвильовій області спектра методична складова похибки вимірювань температури (для вольфраму з апроксимованим спектральним розподілом випромінювальної здатності) стабільна й складає 0,50%. У довгохвильовій області, завдяки різкому зниженню коефіцієнта нелінійності, вона зменшується до 0,12–0,20%.

Доведено, що в широких межах змін оптичних характеристик об'єкта методична складова похибки вимірювань температури, після оптимізації оптичних характеристик системи, досягає 0,6–0,7%. При реальних оптичних характеристиках об'єкта така оптимізація знижує методичну складову до 0,1%.

За умов фіксованих оптичних характеристик об'єкта, а також довжин робочих хвиль пірометричної системи вивчено вплив похибок вимірювань однокольорових температур випромінення, а також задання довжин робочих хвиль на інструментальні складові похибок для випромінювальної здатності й температури. Встановлено, що інструментальна складова похибки для температури мінімальна та не перевищує похибок вимірювань однокольорових температур випромінення (0,2–1,0%) у випадку однакових їх знаків та модулів. При різних знаках похибок на середній та граничних хвилях ця похибка максимальна. Аналогічний вплив на інструментальну складову похибки для температури чинять похибки задання довжин робочих хвиль, обумовлені шириною вхідної щілини мікроспектрометра. У випадку однакових їх знаків та ширині вхідної цілини, рівній 5 мкм (найменше можливе значення), ця складова для температури не перевищує 0,11% у видимій та ближній інфрачервоній областях спектра.

#### Посилання

- 1. Hunter G., Allemand C., Eagar T. Multiwavelength pyrometry: an improved method. *Optical Engineering*. 1985. Vol. 24. № 6. P. 1081–1085.
- Khan M., Allemand C., Eagar T. Noncontact temperature measurement. Interpolation based techniques. *Rev. Sci. Instrum.* 1991. Vol. 62. № 2. P. 392—402.

- 3. Duvaut T. Comparison between multiwavelength infrared and visible pyrometry: application to metals. *Infrared Phys. Technol.* 2008. Vol. 51. Iss. 4. P. 292—299. https://doi.org/10.1016/j.infrared.2007.12.001
- 4. Снопко В.Н. Основы методов пирометрии по спектру теплового излучения. Минск: Институт физики им. Степанова НАН Беларуси, 1999. 224 с.
- 5. Krapez J.-C. Radiative measurements of temperature. Thermal Measurements and Inverse Techniques. Edited by H.R.B. Orlande et al. Boca Raton, FL: CRC Press. 2011. P. 185–230.
- Zhang Y., Zou Z., Yan F. A data processing algorithm for multispectral radiation thermometry based on multisegment linear model and secondary inversion. *Measurement*. 2022. Vol. 201. 111753. https://doi.org/10.1016/j.measurement.2022.111753
- Neupane S., Jatana G., Lutz T., Partridge W. Development of multispectral pyrometry sensor for high-speed transient surface-temperature measurements in combustion-relevant harsh environments. *Sensors*. 2023. Vol. 23. Iss. 1. 105. https://doi.org/10.3390/s23010105
- 8. Wen C.-D., Chai T.-Y. Experimental investigation of emissivity of aluminum alloys and application of multispectral radiation thermometry. *Appl. Therm. Eng.* 2011. Vol. 31. Iss. 14-15. P. 2414—2421. https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2011.04.00
- 9. Wen C.-D., Mudawar I. Experimental investigation of emissivity of aluminum alloys and temperature determination using multispectral radiation thermometry (MRT) algorithms. *J. Mater. Eng. Perform.* 2002. Vol. 11. P. 551—562.
- Wen C.-D., Mudawar I. Emissivity characteristics of polished aluminum alloy surfaces and assessment of multispectral radiation thermometry (MRT) emissivity models. *Int. J. Heat Mass Transfer*. 2005. Vol. 48. Iss. 3. P. 1316—1329. https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2004.10.003
- 11. Wen C.-D. Temperature determination using multispectral radiation thermometry algorithms for aluminum alloys. *Heat Transfer Eng*. 2011. Vol. 32. Iss. 6. P. 514–520. https://doi.org/10.1080/01457632.2010.506383
- 12. Wen C.-D., Chr Y.-H. The assessment of multispectral radiation thermometry using linear and log-linear emissivity models for steel. *Numerical Heat Transfer Fundamentals*. 2010. Vol. 58. Iss. 1. P. 40—54. https://doi.org/10.1080/10407790.2010.504696
- 13. Wen C.-D. Investigation of steel emissivity behaviors: examination of multispectral radiation thermometry (MRT) emissivity models. *Int. J. Heat Mass Transfer.* 2010. Vol. 53. Iss. 9-10. P. 2035—2043. https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2009.12.053
- 14. Mazikowski A., Chrzanowski K. Non-contact multiband method for emissivity measurement. *Infrared Phys. Technol.* 2003. Vol. 44. Iss. 2. P. 91—99. https://doi.org/10.1016/S1350-4495(02)00182-2
- 15. Madura H., Kastek M., Piątkowski T. Automatic compensation of emissivity in three-wavelength pyrometers. *Infrared physics and technology*. 2007. Vol. 51. Iss. 1. P. 1–8. https://doi.org/10.1016/j.infrared.2006.11.001
- 16. Cassady L., Choueiri E. High accuracy multicolor pyrometry for high temperature surfaces. 28th Int. Electric Propulsion Conf. (Toulouse). 2003. P. 17—21. URL: https://www.researchgate.net/publication/242125663\_High\_Accuracy\_Multicolor\_Pyrometry\_for\_High\_Temperat ure\_Surfaces (дата звернення: 05.03.2023).
- 17. Гоц Н.Є. Моделювання похибок вимірювання температури за випроміненням багатоканальними методами. Вісник НУ «Львівська політехніка». 2011. № 710. С. 107—112.
- 18. Hots N. Badania symulacyjne błędow bezkontaktowego pomiaru temperatury. *Materialy VII Konferencji Krajowej Termografia i termometria w podczerwieni*. 2006. Ustron-Jaszowiec, Polska.
- 19. Zhukov L.F., Petrenko D.O. Two-color compensative thermometry with corrected adjustment using nonlinearity equation of emissivity spectral distribution. *Measuring Equipment and Metrology*. 2021. Vol. 82. № 3. P. 18–25. https://doi.org/10.23939/istcmtm2021.03.018
- 20. Жуков Л.Ф., Петренко Д.О. Дослідження метрологічних характеристик опосередкованих вимірювань випромінювальної здатності та температури за лінійним методом. *Проблеми загальної енергетики*. 2022. Вип. 1-2(68-69). С. 115—126. https://doi.org/15407/pge2022.01.115
- 21. Жуков Л.Ф., Петренко Д.О. Методи опосередкованих вимірювань випромінювальної здатності та температури вольфраму і залізовуглецевих сплавів. Український метрологічний журнал. 2022. № 1. С. 20—27. https://doi.org/10.24027/2306-7039.1.2022.258801
- 22. Ціделко В.Д., Яремчук Н.А. Невизначеність вимірювання. Обробка даних і подання результату вимірювання. Київ: ІВЦ Видавництво «Політехніка», 2002. 176 с.
- 23. Touloukian Y.S., DeWitt D.P. Thermophysical Properties of Matter. Vol. 7. Thermal Radiative Properties Metallic Elements and Alloys. New York: Springer Science+Business Media, LLC, 1970. 1619 p.
- 24. USB4000 Fiber Optic Spectrometer. Installation and Operation Manual. URL: https://www.oceaninsight.com/globalassets/catalog-blocks-and-images/

manuals-instructionoldlogo/spectrometer/usb4000operatinginstructions.pdf (дата звернення: 01.12.2022).

25. TCD1304AP Datasheet. URL: http://www.spectronicdevices.com/pdf/TCD1304AP.pdf (дата звернення: 01.12.2022).

## INFLUENCE OF OBJECT AND PYROMETRIC SYSTEM OPTICAL CHARACTERISTICS ON ERRORS OF INDIRECT EMISSIVITY AND TEMPERATURE MEASUREMENTS

Leonid Zhukov<sup>1</sup>, Dr. Sci. (Engin.), Professor, https://orcid.org/0000-0001-9067-8613 Dmytro Petrenko<sup>2\*</sup>, https://orcid.org/0000-0002-7546-9503 <sup>1</sup>General Energy Institute of NAS of Ukraine, 172, Antonovycha St., Kyiv, 03150, Ukraine; <sup>2</sup>Physico-Technological Institute of Metals and Alloys of NAS of Ukraine, 34/1, Vernadskogo Blvd., Kyiv, 03142, Ukraine;

\* Corresponding author: dima-petrenko@meta.ua

Abstract. The present article aims to study the influence of the optical characteristics of a thermometered object and a pyrometric system on measurement errors of emissivity and temperature. The analysis and classification of factors that determine methodical and instrumental measurement errors have been performed. The expressions which determine the complex multifactorial influence of object and system optical characteristics on methodical and instrumental errors have been derived. On the base of obtained expressions, the influence of the optical characteristics of a thermometered object and a pyrometric system on these errors is analyzed. The dominant influence of the optical characteristics of a thermometered object on methodical errors of emissivity and temperature measurements has been established. The influence of a system's optical characteristics on methodical errors of emissivity and temperature measurements has been studied under conditions of wide and real thermometered object characteristics ranges of changes. As a result, a significant reduction of methodical errors was achieved by optimizing the optical characteristics of the system. Under conditions of fixed object characteristics and operating wavelengths of a system, the influence regularities of primary pyrometric information errors (operating wavelengths setting and one-color radiation temperatures measurements) on the instrumental errors have been obtained. A significant influence of the signs and modules of primary pyrometric information errors on them has been established. Instrumental errors are minimal in the case of identical signs of primary pyrometric information errors for all operating waves, and maximum in the case of different signs for the middle and boundary waves. With the same signs and modules of one-color radiation temperatures measurement errors, the instrumental error of temperature measurements does not exceed their modules.

**Keywords:** temperature, spectral distribution of emissivity, two-color compensative thermometry, linear method, methodical and instrumental components of measurement error.

#### References

- 1. Hunter, G., Allemand, C., & Eagar, T. (1985). Multiwavelength pyrometry: an improved method. *Optical Engineering*, 24(6), 1081–1085.
- 2. Khan, M., Allemand, C., & Eagar, T. (1991). Noncontact temperature measurement. Interpolation based techniques. *Rev. Sci. Instrum.*, 62(2), 392–402.
- 3. Duvaut, T. (2008). Comparison between multiwavelength infrared and visible pyrometry: application to metals. *Infrared Phys. Technol.*, 51(4), 292–299. https://doi.org/10.1016/j.infrared.2007.12.001
- 4. Snopko, V.N. (1999). Osnovy metodov pirometrii po spektru teplovogo izlucheniya. Minsk: Institute of physics named after Stepanov of NASB, 224 p. [in Russian].
- 5. Krapez, J.-C. (2011). Radiative measurements of temperature. *Thermal Measurements and Inverse Techniques*, Edited by H.R.B. Orlande et al. Boca Raton, FL: CRC Press. 185–230.
- Zhang, Y., Zou, Z., & Yan, F. (2022). A data processing algorithm for multispectral radiation thermometry based on multi-segment linear model and secondary inversion. *Measurement*, 201, 111753. https://doi.org/10.1016/j.measurement.2022.111753
- Neupane, S., Jatana, G., Lutz, T., & Partridge, W. (2023). Development of multispectral pyrometry sensor for high-speed transient surface-temperature measurements in combustion-relevant harsh environments. *Sensors*, 23(1), 105. https://doi.org/10.3390/s23010105
- 8. Wen, C.-D., & Chai, T.-Y. (2011). Experimental investigation of emissivity of aluminum alloys and application of multispectral radiation thermometry. *Appl. Therm. Eng.*, 31(14-15), 2414–2421. https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2011.04.00
- 9. Wen, C.-D., & Mudawar, I. (2002). Experimental investigation of emissivity of aluminum alloys and temperature determination using multispectral radiation thermometry (MRT) algorithms. *J. Mater. Eng. Perform.*, 11, 551–562.
- 10. Wen, C.-D., & Mudawar, I. (2005). Emissivity characteristics of polished aluminum alloy surfaces and assessment of multispectral radiation thermometry (MRT) emissivity models. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 48(3), 1316–1329. https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2004.10.003

- 11. Wen, C.-D. (2011). Temperature determination using multispectral radiation thermometry algorithms for aluminum alloys. *Heat Transfer Eng.*, 32(6), 514–520. https://doi.org/10.1080/01457632.2010.506383
- 12. Wen, C.-D., & Chr, Y.-H. (2010). The assessment of multispectral radiation thermometry using linear and loglinear emissivity models for steel. *Numerical Heat Transfer Fundamentals*, 58(1), 40–54. https://doi.org/10.1080/10407790.2010.504696
- 13. Wen, C.-D. (2010). Investigation of steel emissivity behaviors: examination of multispectral radiation thermometry (MRT) emissivity models. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 53(9-10), 2035–2043. https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2009.12.053
- 14. Mazikowski, A., & Chrzanowski, K. (2023). Non-contact multiband method for emissivity measurement. *Infrared Phys. Technol.*, 44(2), 91–99. https://doi.org/10.1016/S1350-4495(02)00182-2
- 15. Madura, H., Kastek, M., & Piątkowski, T. (2007). Automatic compensation of emissivity in three-wavelength pyrometers. *Infrared physics and technology*, 51(1), 1–8. https://doi.org/10.1016/j.infrared.2006.11.001
- 16. Cassady, L., & Choueiri, E. (2023). High accuracy multicolor pyrometry for high temperature surfaces. 28th Int. Electric Propulsion Conf. (Toulouse), 17–21. URL: https://www.researchgate.net/publication/242125663\_High\_Accuracy\_Multicolor\_Pyrometry\_for\_High\_Temperat ure\_Surfaces (Last accessed: 07.03.2023).
- 17. Hots, N. (2011). Modelyuvannya pokhibok vimíryuvannya temperatury po viprominennyam bagatokanal'nymi metodami. *Bulletin of National University "Lvivska Politechnika"*, 710, 107–112.
- 18. Hots, N. (2006). Badania symulacyjne błędow bezkontaktowego pomiaru temperatury. *Materialy VII Konferencji Krajowej Termografia i termometria w podczerwieni*, Ustron-Jaszowiec, Polska.
- 19. Zhukov, L.F., & Petrenko, D.O. (2021). Two-color compensative thermometry with corrected adjustment using nonlinearity equation of emissivity spectral distribution. *Measuring Equipment and Metrology*, 82(3), 18–25. https://doi.org/10.23939/istcmtm2021.03.018
- 20. Zhukov, L.F., & Petrenko, D.O. (2022). Investigation of metrological characteristics of indirect emissivity and temperature measurements by linear method. *The Problems of General Energy*, 1-2(68-69), 115-126 [in Ukrainian]. https://doi.org/10.15407/pge2022.01-02.115
- 21. Zhukov, L.F., & Petrenko, D.O. (2022). The methods of indirect emissivity and temperature measurements of tungsten and iron-carbon alloys. *Ukrainian Metrological Journal*, 1, 20–27 [in Ukrainian]. https://doi.org/10.24027/2306-7039.1.2022.258801
- 22. Tsidelko, V.D., & Yaremchuk, N.A. (2002). Nevyznachenist' vymiryuvannya. Obrobka danykh i podannya rezul'tatu vymiryuvannya. Kyiv: Publishing House "Politehnika", 176 [in Ukrainian].
- 23. Touloukian, Y.S., & DeWitt, D.P. (1970). Thermophysical Properties of Matter, 7. Thermal Radiative Properties Metallic Elements and Alloys. New York: Springer Science+Business Media, LLC, 1619.
- 24. USB4000 Fiber Optic Spectrometer. Installation and Operation Manual. URL: https://www.oceaninsight.com/globalassets/catalog-blocks-and-images/

manuals-instructionoldlogo/spectrometer/usb4000operatinginstructions.pdf (last accessed: 01.12.2022).

25. TCD1304AP Datasheet. URL: http://www.spectronicdevices.com/pdf/TCD1304AP.pdf (Last accessed: 01.12.2022).

Надійшла до редколегії: 07.02.2022