



Михайловский В.Я.

## ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ КАСКАДНЫЕ МОДУЛИ ИЗ МАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ $Bi_2Te_3$ - $PbTe$ -TAGS

Михайловский В.Я., Билинский-Слотыло В.Р.  
(Институт термоэлектрического, ул. Науки, 1,  
Черновцы, 58029, Украина)



Билинский-  
Слотыло В.Р.

- Приведены результаты компьютерного проектирования двухкаскадных термоэлектрических модулей на основе  $Bi_2Te_3$ - $PbTe$ -TAGS для рекуперации отходов тепла. Проектирование проведено с учетом температурных зависимостей параметров материалов, тепловых и электрических потерь на контактах и коммутации каскадов. Описана конструкция модуля, представлены результаты экспериментальных исследований параметров каскадного модуля при температуре холодной стороны 30 °C и горячей 200 – 550 °C.

### Введение

Термоэлектрические генераторы представляют значительный интерес для превращения в электричество отходов тепла промышленного происхождения, двигателей внутреннего сгорания и тепла сжигания органического топлива [1, 2]. Интервал температур этих источников тепла (500 – 600 °C) рассматривается как перспективный в связи с их большим количеством и большой тепловой мощностью, которая может быть преобразована в электричество.

Для создания модулей, работающих в указанном диапазоне температур, традиционно используют  $PbTe$  *p*- и *n*-типов [3]. Однако, в отличие от *n*- $PbTe$ , *p*-тип имеет низкую механическую прочность и нестабильные параметры, особенно при повышенных температурах [4]. В связи с этим актуальными являются исследования, направленные на использование в качестве *p*-ветви материала с улучшенными свойствами.

Целью данной работы является проектирование и исследование параметров двухкаскадных модулей на основе  $Bi_2Te_3$ - $PbTe$ -TAGS для расширения возможности практического использования термогенераторов.

### Методика проведения расчетов

Проектирование двухкаскадного модуля, схема которого представлена на рис. 1, проведено при условии последовательного соединения термоэлементов холодного и горячего каскадов для заданных величин электрической мощности  $P$  и напряжения  $U$  на нагрузке. Каждый каскад состоит из термопар, соединенных последовательно электрически и параллельно – термически.

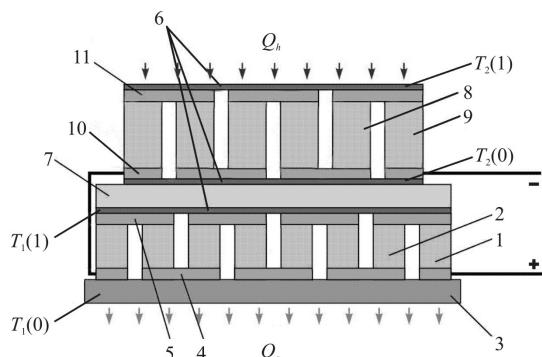


Рис. 1. Схема двухкаскадного модуля:  
1, 2 – *n*- и *p*-ветви холодного каскада;  
3 – керамическая пластина; 4, 5 – коммутация  
холодной и горячей сторон холодного каскада;  
6 – электроизоляция; 7 – теплопроводящая  
пластина; 8, 9 – *n*- и *p*-ветви горячего каскада;  
10, 11 – коммутация холодной и горячей стороны  
горячего каскада.

Кроме технологических трудностей, связанных с химической стойкостью и термической совместимостью материалов, при разработке каскадных структур возникает задача электрической согласованности каскадов.

Максимальный КПД модуля описывается выражением

$$\eta = \frac{Q_h - Q_c}{Q_h} = 1 - \phi, \quad (1)$$

где  $Q_c, Q_h$  – внешние потоки тепла на холодной и горячей поверхностях модуля соответственно. Функцию  $\phi$  удобно представить в виде [5]

$$\phi = \prod_{k=1}^m \phi_k, \quad \phi_k = \frac{Q_0^k}{Q_1^k}, \quad (2)$$

где  $Q_0^k, Q_1^k$  – тепловой поток на холодной и горячей поверхностях  $k$ -ого каскада;  $m$  – количество каскадов модуля. При этом использованы равенства теплового согласования каскадов:

$$Q_0^{k+1} = Q_1^k, \quad Q_0^1 = -Q_c, \quad Q_1^k = -Q_h. \quad (3)$$

Осуществим переход к эквивалентному логарифмическому функционалу  $J = \ln \phi$ , который с учетом (2) и (3) примет вид

$$J = \sum_{k=1}^m \left( \ln q_0^k - \ln q_1^k \right), \quad (4)$$

где  $q_1^k = \frac{Q_1^k}{n_k I}, q_0^k = \frac{Q_0^k}{n_k I}$  – удельные (отнесенные к силе тока) потоки тепла на спаях термопар.

Для вычисления граничных потоков тепла  $q_1^k, q_0^k$ , входящих в (4), необходимо использовать систему  $4N$  дифференциальных уравнений неравновесной термодинамики [5]

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dx} &= -\frac{\alpha_k j_k}{\kappa_k} T - \frac{j_k}{\kappa_k} q \\ \frac{dq}{dx} &= \frac{\alpha_k^2 j_k}{\kappa_k} T + \frac{\alpha_k j_k}{\kappa_k} q + \frac{j_k}{\sigma_k} \end{aligned} \quad \left. \right|_{n,p}, \quad k = 1, \dots, m \quad (5)$$

где  $x = \bar{x} / l_k$  ( $0 \leq x \leq 1$ ) – безразмерная координата вдоль высоты ветки  $l_k$   $k$ -ого каскада,  $j_k^{n,p}$  – удельная плотность тока в ветвях термоэлементов  $k$ -ого каскада.

При использовании граничных условий для системы (5) в виде:

$$\begin{aligned} T_n^k(0) &= T_p^k(0) = T_k(0), & T_n^k(1) &= T_p^k(1) = T_k(1), \\ T_l(0) &= T_c, & T_k(0) &= T_{k-1}(1), & T_m(1) &= T_h, & k &= 1, \dots, m \\ T_l(1) &= T_c + \delta T_l, & T_{k-1}(1) &= T_h - \delta T_k, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $T_c, T_h$  – температуры холодной и горячей сторон модуля, получаем выражения для потоков тепла  $q_1^k, q_0^k$

$$\begin{aligned} q_1^k &= \sum_{n,p} \left[ q_k^{n,p}(1) + \frac{j_k^{n,p}}{l} r_0^{n,p} \right], \\ q_0^k &= \sum_{n,p} \left[ q_k^{n,p}(0) - \frac{j_k^{n,p}}{l} r_0^{n,p} \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

Потоки тепла  $q_1^k$ ,  $q_0^k$  зависят от параметров удельной плотности тока в каскадах  $j_k^{n,p}$ . Необходимо найти такие их значения, которые создают минимум функционала  $J$ . В связи с этим должны выполняться следующие условия:

1. Плотности токов в каскадах должны удовлетворять равенствам

$$-\frac{\partial J}{\partial j_{n,p}^k} + \int_{x_{k-1}^+}^{x_k^-} \frac{\partial H^k(\psi, T, q, j_n^k, j_p^k)}{\partial j_{n,p}^k} dx = 0, \quad k = 1, 2 \quad (8)$$

где функция Гамильтона  $H^k$  имеет вид [5]

$$H^k = \sum_{n,p} (\psi_1^k f_1^k + \psi_2^k f_2^k), \quad (9)$$

где  $(f_1^k, f_2^k)_{n,p}$  – правые части уравнений (5),  $\psi = (\psi_1, \psi_2)_{n,p}$  – вектор импульсов, сопряженный вектору фазовых переменных  $y = (T, q)_{n,p}$  [6].

2. Температуры на границе каскадов должны удовлетворять системе

$$\sum_{n,p} \psi_1^{k+1}(0) = \sum_{n,p} \psi_1^k(1), \quad k = 1, \dots, m-1. \quad (10)$$

Решение этой задачи реализуется численным методом последовательных приближений путем разработки компьютерной программы, которая позволяет вычислять оптимальное распределение плотностей генерируемого тока в каскадах при оптимальной последовательности межкаскадных температур для обеспечения максимального КПД термоэлектрического генератора.

Выбором геометрических размеров термоэлементов в каскадах и количеством термоэлементов может быть достигнут единый по величине оптимальный ток в каждом каскаде. Это позволяет осуществить последовательное электрическое соединение каскадов. При этом сохраняются оптимальные условия межкаскадного согласования по тепловому потоку.

По приведенному алгоритму рассчитываются оптимальные параметры конструкции и энергетические параметры модуля, а именно:

- КПД модуля  $\eta_{total}$ ;
- количество тепла, которое необходимо подвести к горячим спаям модуля  $Q_h$ ;
- площадь поперечного сечения ветки  $S$ ;
- количество термоэлементов (пар веток)  $N$ .

Общий КПД двухкаскадного модуля описывается выражением

$$\eta_{total} = \eta_1 + \eta_2 - \eta_1 \cdot \eta_2. \quad (11)$$

Распределение электрических мощностей по каскадам определяется формулами:

$$P_1 = \eta_1 \cdot Q_h (1 - \eta_2), \quad P_2 = \eta_2 \cdot Q_h \quad (12)$$

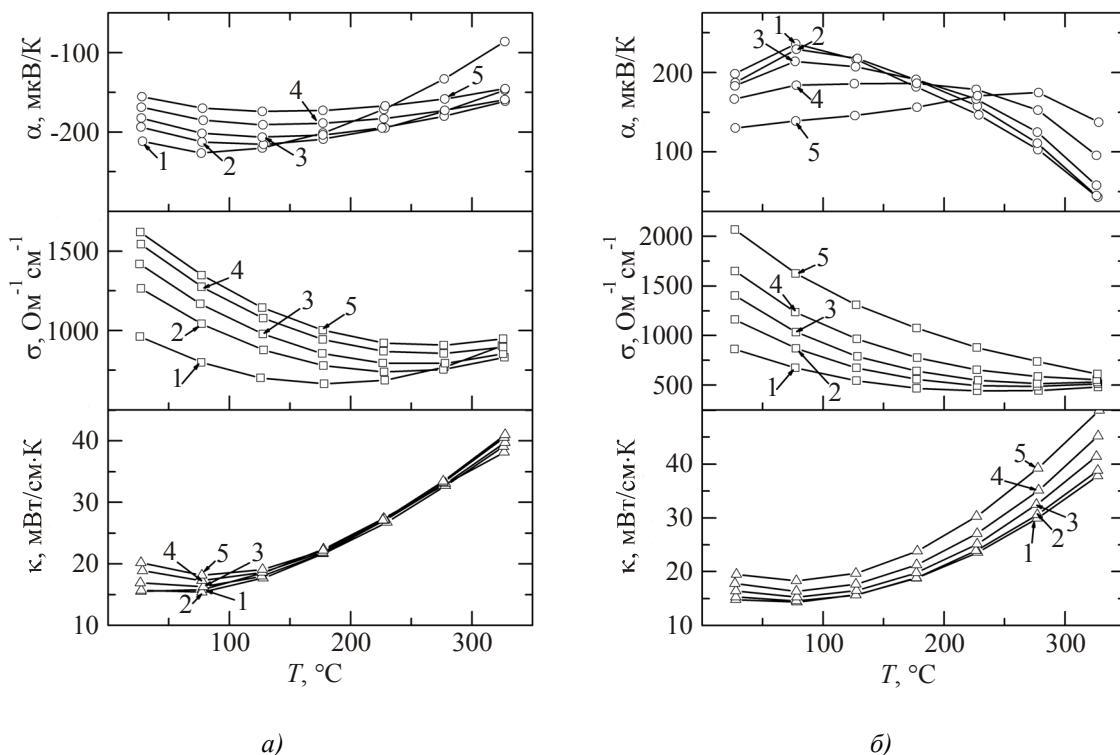
При условии сохранения поступления необходимого теплового потока и обеспечения оптимального тока площадь поперечного сечения ветвей каскадов и количество термоэлементов (пар веток) каждого каскада определяются следующим образом:

$$S_k = \frac{l_k \cdot I}{j_k}, \quad N_k = \frac{U_k}{q_1^k - q_0^k}, \quad (13)$$

где  $U_k$  – необходимое напряжение  $k$ -го каскада.

## Результаты исследований

С применением изложенного метода проведены расчеты двухкаскадных модулей, в которых использовались экспериментально измеренные авторами [7–9] температурные зависимости термоэлектрических параметров  $\alpha$ ,  $\sigma$ ,  $\kappa$  материалов  $n$ - и  $p$ - $Bi_2Te_3$  для холодного каскада, а также  $n$ - $PbTe$  и  $p$ -TAGS – для горячего каскада. Их температурные зависимости для образцов с различной степенью легирования приведены на рис. 2, 3.



*Рис. 2. Температурные зависимости термоэлектрических параметров материалов холодного каскада с различными значениями электропроводности  $\sigma_0^n$ ,  $\sigma_0^p$  при  $T = 300 K$  [7]:*  
*a)  $n$ - $(Bi_2Te_3)_{0.90}(Sb_2Te_3)_{0.05}(Sb_2Se_3)_{0.05}$ , легированный йодом ( $1 - \sigma_0^n = 970 \text{ } \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$ ;  
 $2 - \sigma_0^n = 1250 \text{ } \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$ ;  $3 - \sigma_0^n = 1400 \text{ } \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$ ;  $4 - \sigma_0^n = 1550 \text{ } \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$ ;  $5 - \sigma_0^n = 1650 \text{ } \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$ );*  
*б)  $p$ - $(Bi_2Te_3)_{0.25}(Sb_2Te_3)_{0.72}(Sb_2Se_3)_{0.03}$ , легированный свинцом ( $1 - \sigma_0^p = 880 \text{ } \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$ ;  
 $2 - \sigma_0^p = 1100 \text{ } \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$ ;  $3 - \sigma_0^p = 1380 \text{ } \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$ ;  $4 - \sigma_0^p = 1660 \text{ } \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$ ;  $5 - \sigma_0^p = 2000 \text{ } \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$ ).*

Выбор материалов ветвей каждого каскада проводился с помощью методов теории оптимального управления [10] таким образом, что холодный и горячий каскады характеризовались максимальным КПД в температурном интервале 50–250 °C и 250–500 °C соответственно. Результаты расчетов приведены в табл. 1.

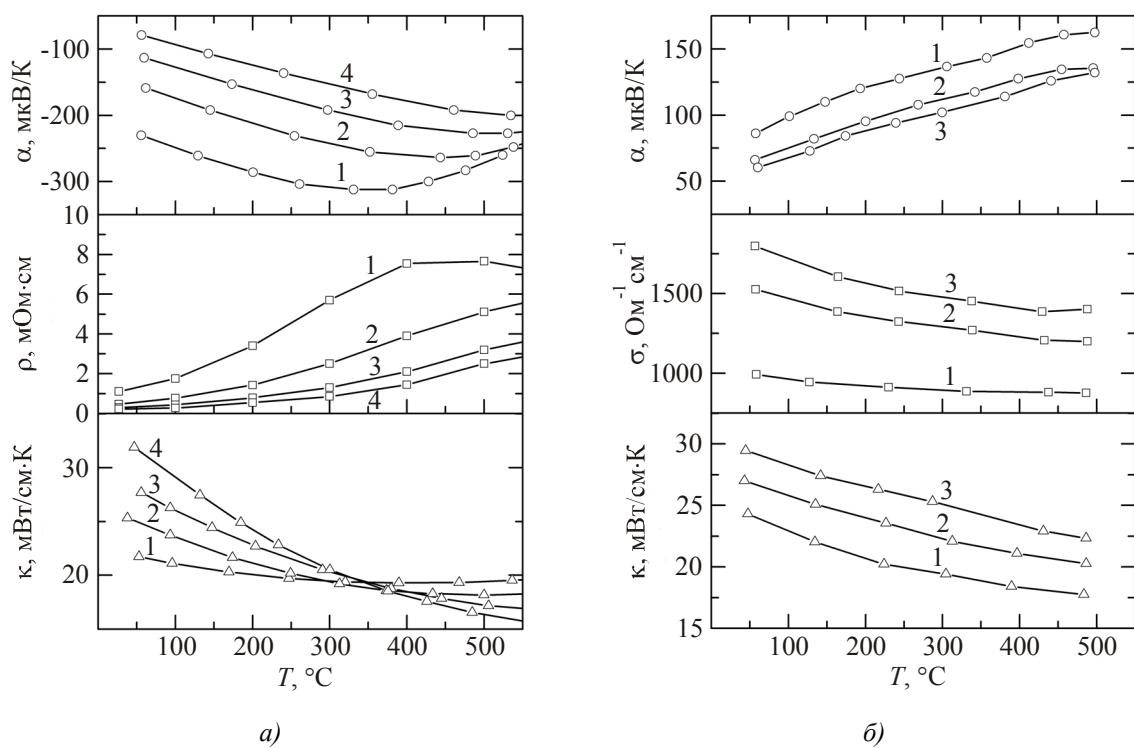


Рис. 3. Температурные зависимости термоэлектрических параметров материалов горячего каскада:

a)  $n$ - $PbTe < x$  мол.%  $PbI_2$  ( $1 - x = 0.01$ ;  $2 - x = 0.03$ ;  $3 - x = 0.055$ ;  $4 - x = 0.1$ ) [8];

b)  $p$ - $(Ag_{0.5}Sb_{0.5}Te)_{100-x}(Pb_{0.16}Ge_{0.84}Te)_x$  ( $1 - x = 80$ ;  $2 - x = 85$ ;  $3 - x = 90$ ) [9].

Таблица 1

*Оптимальные материалы двухкаскадного модуля*

Обозначение каскадов и веток		Материал ветки	Концентрация
холодный	<i>n</i> -тип	$(Bi_2Te_3)_{0.90}(Sb_2Te_3)_{0.05}(Sb_2Se_3)_{0.05}$ , легированный йодом	$\sigma_0^n = 1365 \text{ Ом}^{-1} \text{см}^{-1}$
	<i>p</i> -тип	$(Bi_2Te_3)_{0.25}(Sb_2Te_3)_{0.72}(Sb_2Se_3)_{0.03}$ , легированный свинцом	$\sigma_0^p = 1570 \text{ Ом}^{-1} \text{см}^{-1}$
горячий	<i>n</i> -тип	$PbTe + x$ мол.% $PbI_2$	$x = 0.042$
	<i>p</i> -тип	$(Ag_{0.5}Sb_{0.5}Te)_{100-x}(Pb_{0.16}Ge_{0.84}Te)_x$	$x = 87.5$

Зависимость эффективности двухкаскадного модуля из оптимальных материалов на основе  $Bi_2Te_3$ ,  $n$ - $PbTe$  –  $p$ -TAGS электрической мощностью 10 Вт при напряжении 3 В (высота ветви модуля составляет 5 мм) от межкаскадной температуры приведена на рис. 4 *a, б*.

Как видно из приведенных данных, КПД каскадного модуля в диапазоне температур холодной стороны 30 – 50 °C меняется в зависимости от межкаскадной температуры от 9.5 до 11.45%. Оптимальная межкаскадная температура, при которой достигается максимальная величина КПД (11.45% при температуре холодной стороны 30 °C), находится на уровне 200 °C. При этой межкаскадной температуре и температурах горячей стороны 500 °C, холодной – 50 °C

распределение эффективности по каскадам следующее: холодный каскад – 5.14%, горячий каскад – 5.8% (рис. 4 а).

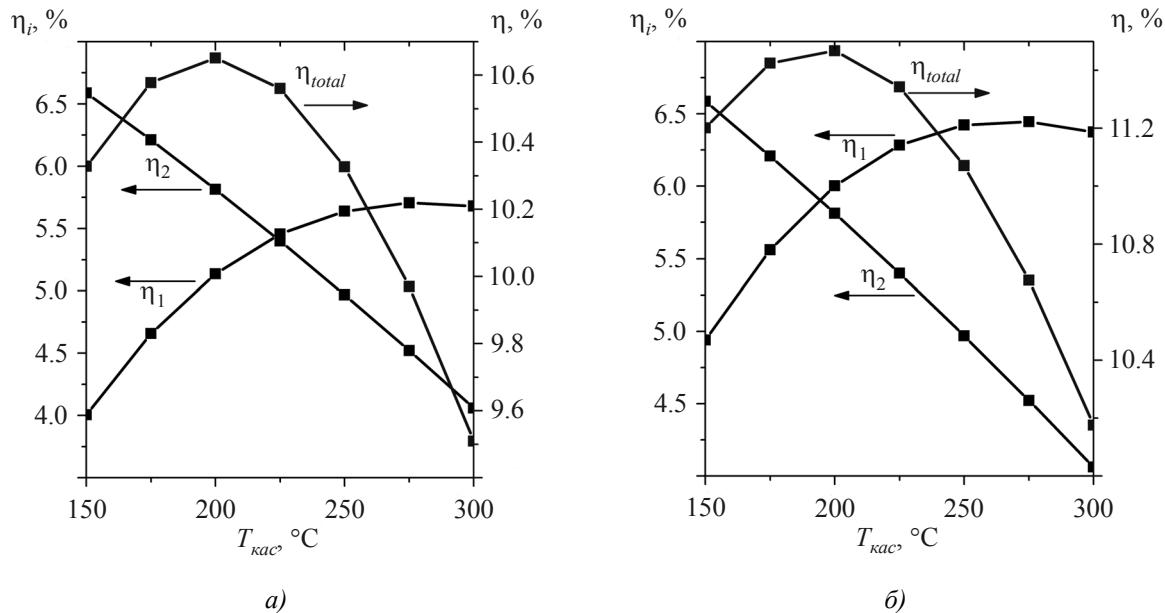


Рис. 4. Зависимость КПД холодного  $\eta_1$  и горячего  $\eta_2$  каскадов двухкаскадного модуля, а также общего КПД  $\eta_{\text{total}}$  от межкаскадной температуры  $T_{\text{kac}}$  ( $T_h = 500^\circ\text{C}$ ,  $P = 10 \text{ Bm}$ ,  $U = 3 \text{ B}$ ,  $L_{\text{ветки}} = 5 \text{ мм}$ ): а)  $T_c = 50^\circ\text{C}$ ; б)  $T_c = 30^\circ\text{C}$ .

Зависимость площади поперечного сечения ветви в каскадах и количества пар ветвей от межкаскадной температуры двухкаскадного модуля (ветви в обоих каскадах соединены последовательно) мощностью 10 Вт при напряжении 3 В и высотой ветки 5 мм приведена на рис. 5. а, б.

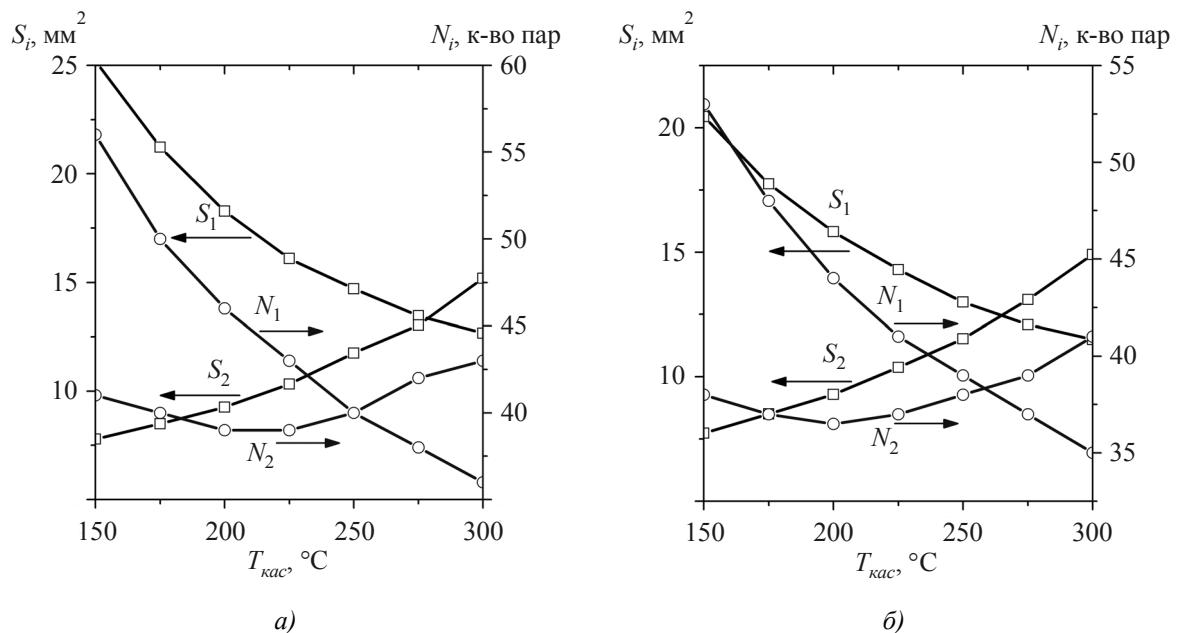


Рис. 5. Зависимость площади поперечного сечения и количества пар ветвей в каскадах модуля от межкаскадной температуры  $T_{\text{kac}}$  для получения электрической мощности 10 Вт при  $U = 3 \text{ B}$  ( $T_h = 500^\circ\text{C}$ ,  $L_{\text{ветки}} = 5 \text{ мм}$ ): а)  $T_c = 50^\circ\text{C}$ ; б)  $T_c = 30^\circ\text{C}$ .

Из данных, приведенных на рис. 5, следует, что при межкаскадной температуре 250 °C количество пар ветвей холодного и горячего каскадов практически одинаковое, а сечение ветвей обоих каскадов одинаковое при межкаскадной температуре 270 °C.

Максимальная эффективность двухкаскадного модуля из оптимальных материалов с температурой холодной стороны 50 °C, мощностью 10 Вт при напряжении 3 В и высотой ветки 5 мм, достигается при условии:  $S_1 = 18.3 \text{ mm}^2$ ,  $S_2 = 9.3 \text{ mm}^2$ ,  $N_1 = 46$  пар,  $N_2 = 40$  пар.

В технологическом плане удобно использовать стандартные геометрические размеры термоэлементов для каскадов. С учетом этой особенности проведен аналогичный расчет двухкаскадного модуля из материалов, приведенных в табл. 1. Выбраны следующие параметры каскадов:

- холодный каскад: площадь ветвей  $S_1 = 1.8 \times 4.3 \text{ mm}^2$ ; высота  $L_1 = 3 \text{ mm}$ ; количество пар  $N_1 = 16$ ; габариты каскада  $17.9 \times 17.9 \text{ mm}^2$ ;
- горячий каскад: площадь ветвей  $S_2 = 4 \times 4 \text{ mm}^2$ ; высота  $L_2 = 5.6 \text{ mm}$ ; количество пар  $N_2 = 8$ ; габариты каскада  $17.5 \times 17.5 \text{ mm}^2$ .

При температурах горячей стороны 500 °C, холодной 50 °C и межкаскадной температуре  $T_{kac} = 270 \text{ }^{\circ}\text{C}$  общий КПД составил  $\sim 10\%$ , распределение эффективности по каскадам следующее: холодный каскад 5.6%, горячий каскад 4.6%, что сопоставимо с данными, приведенными на рис. 4 a. Таким образом, с учетом теплового и электрического согласования каскадов мощность такого модуля составляет 3.1 Вт при напряжении 1 В.

На основании результатов проектирования разработана конструкция и созданы двухкаскадные модули из материалов  $n$ -,  $p$ - $Bi_2Te_3$  –  $n$ - $PbTe$  –  $p$ -TAGS расчетной электрической мощностью  $\sim 3$  Вт. Результаты экспериментальных исследований параметров модуля при температуре холодной стороны 30 °C и горячей 200 – 550 °C приведены в табл. 2.

Таблица 2

*Зависимость параметров двухкаскадного термоэлектрического модуля на основе  $n$ -,  $p$ - $Bi_2Te_3$  и  $PbTe$ -TAGS от температуры горячей стороны при  $T_c = 30 \text{ }^{\circ}\text{C}$*

№ п/п	$T_h, \text{ }^{\circ}\text{C}$	$U, \text{ В}$	$I, \text{ А}$	$P, \text{ Вт}$	$Q_h, \text{ Вт}$	$\eta, \%$
1	200	0.195	1.45	0.28	10.73	2.57
2	250	0.260	1.80	0.47	13.90	3.26
3	300	0.328	2.35	0.77	17.77	4.16
4	400	0.480	2.72	1.31	22.90	5.70
5	450	0.605	3.10	1.88	25.72	7.31
6	500	0.720	3.55	2.60	28.40	9.20
7	550	0.820	3.87	3.17	30.40	10.40

Максимальная электрическая мощность модуля при  $T_c = 30 \text{ }^{\circ}\text{C}$  и  $T_h = 500 \text{ }^{\circ}\text{C}$  составляет 2.6 Вт, эффективность 9.2%. При повышении температуры горячей стороны до 550 °C КПД модуля увеличивается до 10.4%. Полученные экспериментальные результаты хорошо коррелируют с приведенными выше теоретическими расчетами параметров модуля.

## Выводы

С использованием методов теории оптимального управления проведено проектирование двухкаскадных модулей на основе  $Bi_2Te_3$  и  $PbTe$ -TAGS. Определены оптимальные концентрации легирующих добавок для материалов ветвей обоих каскадов, оптимальные

геометрические параметры ветвей и распределение плотностей генерируемого тока, которыми обеспечивается достижение максимального КПД двухкаскадных термоэлектрических модулей. Показано, что максимальная эффективность модулей из таких материалов достигается при межкаскадной температуре 200 – 220 °C.

При температуре горячей стороны в интервале 500 – 550 °C и холодной 30 °C максимальная эффективность модулей составляет 10 – 11%, что создает перспективу использования таких термоэлектрических преобразователей для рекуперации отходов тепла, уровень температур которых составляет 500 – 600 °C. Результаты теоретических исследований и расчетов подтверждены экспериментальными исследованиями параметров двухкаскадного модуля.

## Литература

1. L.I. Anatychuk, R.V. Kuz', Materials for Vehicular Thermoelectric Generators, *Proc. of the XXX International Conference on Thermoelectrics* (Traverse-City, Michigan, USA, July 17-21, 2011).
2. Анатычук Л.И. Развитие исследований и разработок термогенераторов на органическом топливе / Л.И. Анатычук, В.Я. Михайловский // Термоэлектричество. – 2004. – №4. – С. 5 – 39.
3. Z.H. Dugaish, Lead Telluride as a Thermoelectric Material for Thermoelectric Power Generation, *Physica B* 322, 205 (2002).
4. Сабо Е.П. Технология халькогенидных термоэлементов. Физические основы. Гл. 1. Структура и свойства материалов / Е.П. Сабо // Термоэлектричество. – 2000. – №3. – С. 30 – 48.
5. L.I. Anatychuk, L.N. Vikhor, Optimal Control in Stage Thermoelectric Generator Design, *Proc. of the XIV International Conference on Thermoelectrics* (St-Petersburg, Russia, June 27-30, 1995), p. 372.
6. Брайсон А. Прикладная теория оптимального управления: Пер. с англ. / А. Брайсон, Ю-Ши. Хо – М.: Наука, 1972. - 554 с.
7. L.N. Vikhor, L.I. Anatychuk, Generator Modules of Segmented Thermoelements, *Energy Conversion and Management* 50, 2366 (2009).
8. Шперун В.М. Термоэлектричество теллурида свинца и его аналогов / Шперун В.М., Фреик Д.М. , Запухляк Р.И. – Ивано-Франковск: Плай. 2000. – 250 с.
9. A. Yusufu, K. Kurosaki, T. Sugahara et al. Thermoelectric properties and microstructures of  $AgSbTe_2$ -added  $p$ -type  $Pb_{0.16}Ge_{0.84}Te$ , *Phys. Status Solidi A* 209 (1), 167 (2012).
10. Анатычук Л.И. Оптимальное управление свойствами термоэлектрических материалов и приборов / Л.И. Анатычук, В.А. Семенюк – Черновцы: Прут, 1992. – 264 с.

Поступила в редакцию 20.08.2012.