



Лобунец Ю.Н.

Лобунец Ю.Н.

Институт термоэлектричества НАН и МОН Украины,
ул. Науки, 1, Черновцы, 58029, Украина

О КРИТЕРИЯХ ОЦЕНКИ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ЭНЕРГИИ

На основе системного подхода рассмотрены задачи анализа характеристик термоэлектрических преобразователей энергии. Изложены методы построения множеств предельных возможностей термоэлектрических генераторов и тепловых насосов при различных ограничениях.

Ключевые слова: термоэлектрический преобразователь энергии, системный анализ.

Performance analysis problems for thermoelectric energy converters are considered on the base of system approach. Methods to construct the limiting opportunities sets for thermoelectric generators and heat pumps under various restrictions are outlined.

Key words: thermoelectric energy converter, system analysis.

Введение

Методам оценки и сравнения характеристик термоэлектрических преобразователей энергии (ТЭП) посвящено немало работ [1-8]. Абсолютное большинство существующих методов основано на анализе экстремальных режимов ТЭП при различных допущениях. Однако такой анализ не дает достаточной информации для принятия решений по выбору параметров реального устройства, поскольку не учитывает взаимосвязи между техническими и экономическими характеристиками в явном виде. Кроме того, технические критерии эффективности ТЭП часто конкурируют между собой, т.е. улучшение одного из них при изменении вектора управляющих параметров приводит к ухудшению другого. Неопределенность целей оптимизации связана также с тем, что в силу особенностей системы преобразования энергии выполнение любого реального технического задания может быть реализовано в бесконечно большом множестве вариантов, отличающихся друг от друга удельными характеристиками и стоимостью проекта.

Задачей оптимального проектирования является обеспечение выбора из этого множества вариантов, приводящих к достижению поставленной цели с минимальными затратами. Для решения такой задачи необходимо рассматривать ТЭП как систему, состоящую из термоэлектрической цепи, источника и стока теплоты. Имея математические модели этих агрегатов и условия их взаимодействия между собой можно сформулировать целевую функцию, определяющую эффективность устройства в целом, и найти оптимальное решение. В некоторых случаях для этих целей используют эмпирические зависимости, описывающие определяющие параметры агрегатов, с последующим численным решением оптимизационной задачи [9]. Понятно, что такой подход приемлем только для решения узкого класса задач, поскольку

связан с получением большого объема экспериментальных данных.

Для решения подобных задач в общем виде с успехом используют метод системного анализа [10, 11]. Суть метода заключается в построении множества возможных решений (множества предельных возможностей, МПВ) задачи в пространстве определяющих критериев. Анализ таких множеств дает представление об основных свойствах системы и характере взаимодействия агрегатов между собой, а также позволяет выделить в этом пространстве множество эффективных решений (множество Парето) задачи, ограничивающее пространство оптимальных решений многокритериальной задачи. Полученные в обобщенных переменных решения задачи являются универсальными, поскольку охватывают все возможные сочетания первичных независимых переменных, и позволяют на ранних стадиях проектирования оценить возможные характеристики ТЭП.

Обобщенные переменные и критерии эффективности ТЭП

Математическая модель ТЭП в общем виде имеет довольно большую размерность, поскольку содержит значительное количество независимых переменных, имеющих широкие интервалы изменения. Проследить взаимосвязь всех влияющих факторов и обобщить эти данные в пространстве естественных физических переменных достаточно сложно. Существенно снизить размерность задачи и привести ее к обобщенному виду позволяет использование методов теории подобия [12].

В [7] было показано, что задача термоэлектрического преобразования энергии может быть сведена к малоразмерной системе обобщенных переменных, имеющих четкий физический смысл и нормированные интервалы изменения:

$$N = f(I_0, \Theta, J, Ki, Bi). \quad (1)$$

Здесь $N = Nh/\lambda T_p$ – безразмерная мощность термоэлемента; $I_0 = zT_p$ – критерий Иоффе, характеризующий свойства термоэлектрического материала. Безразмерная температура термоэлементов $\Theta = T/T_p$ является определяемым параметром, с помощью которого осуществляется расчет энергетических характеристик ТЭП. Безразмерный ток $J = jeh/\lambda$, критерий Кирпичева $Ki = qh/\lambda T_p$ и критерий Био $Bi = \alpha h/\lambda$ характеризуют режимные параметры, определяющие состояние системы.

Следует обратить особое внимание на выбор определяющей температуры задачи T_p , задающей масштаб температур – для термоэлектрических генераторов (ТЭГ) в качестве определяющей используется максимально допустимая рабочая температура устройства $T_p = T_{\max}$; для термоэлектрических тепловых насосов (ТТН) – температура стока теплоты $T_p = t_0$. Такой выбор масштаба ограничивает интервал возможных температур значениями $\Theta \leq 1$.

Рассмотренные критерии имеют четкий физический смысл. Критерий Иоффе характеризует предельные возможности ТЭП. Можно показать, что в режиме ТЭГ полная безразмерная мощность термоэлемента в режиме короткого замыкания $N_0 = I_0 \Delta\Theta^2$. Таким образом, критерий Иоффе характеризует мощность термоэлемента единичных размеров при единичном перепаде температур (при $\Delta\Theta = 1$, $I_0 = N_0$). Для идеализированной схемы ТТН справедливы следующие соотношения: $J_{opt} = I_0$ и $Ki_{\max} = 0.5I_0$, т.е. критерий Иоффе характеризует экстремальные режимы ТТН (J_{opt} – безразмерная плотность тока, обеспечивающая режим максимальной холодопроизводительности ТТН). С учетом того, что $qh/\lambda = \Delta T$, критерий Кирпичева $Ki = \Delta T/T_p$ можно трактовать как КПД Карно в рассматриваемом интервале температур. Безразмерная плотность тока представляет собой отношение предельно возможных значений теплоты Пельтье ($Q_p = jeT_p$)

и потока чистой теплопроводности ($Q_\lambda = \lambda/hT_p$), т.е. $J = Q_p/Q_\lambda$. Критерий Био, как известно, представляет собой отношение термических сопротивлений теплопроводности $R_\lambda = h/\lambda$ и теплоотдачи $R_\alpha = 1/\alpha$. По своему физическому смыслу использование критериев Ki , J и Bi представляет собой обобщенное описание основных агрегатов системы – источника теплоты, термоэлектрического преобразователя и стока теплоты. Имея оптимальные решения в обобщенных переменных всегда можно перенести их результаты на конкретный проект, получив описание обобщенных критериев как функции первичных данных для каждого из агрегатов системы.

Идеализированная модель ТЭП

Наиболее очевидно взаимосвязь характеристик ТЭП и режимных параметров прослеживается в идеализированной математической модели термоэлемента, которая сводится к одномерной задаче теплопроводности в граничных условиях I рода [7]

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} + \frac{J^2}{I_0} = 0, \quad (2)$$

$$\begin{cases} \Theta(0) = \Theta_0; \\ \Theta(1) = \Theta_h. \end{cases} \quad (3)$$

Решение уравнения (2) имеет вид

$$\Theta(Y) = C_1 + C_2 Y - \frac{J^2}{2I_0} Y^2, \quad (4)$$

где $C_1 = \Theta_0$; $C_2 = \Theta_h - \Theta_0 + \frac{J^2}{2I_0}$; $Y = y/h$ – безразмерная координата.

Подразумевается, что на тепловыделяющем спае термоэлемента осуществляется идеальный теплообмен ($Bi_h \rightarrow \infty$), а соответствующий заданным условиям тепловой поток на теплопоглощающем спае Ki может быть найден из теплового баланса

$$Ki + Q_\lambda + Q_p = 0. \quad (5)$$

Здесь $Q_\lambda = -\Theta'(0)$ – поток теплопроводности, а $Q_p = J\Theta(0)$ – теплота Пельтье. Отсюда, с учетом (4), получим основное соотношение для идеальной схемы ТЭП.

$$Ki = J\Theta_0 - \frac{J^2}{2I_0} - \Delta\Theta. \quad (6)$$

Это выражение содержит два режимных параметра Ki и J . В режиме теплового насоса параметр J является управляющим, а Ki – управляемым. В режиме генератора энергии – наоборот, характеристики устройства определяются плотностью теплового потока Ki , от которого зависит безразмерный ток J .

Режим теплового насоса

Из (6) следует, что зависимость теплового потока от тока питания для режима ТТН имеет вид квадратичной параболы, т.е. область определения задачи ограничена интервалом токов, на концах которого холодопроизводительность обращается в нуль. Граничные значения для J определяются как корни уравнения (6).

$$J_{1,2} = I_0 \Theta_0 \pm \sqrt{(I_0 \Theta_0)^2 - 2I_0 \Delta \Theta}. \quad (7)$$

Из (7) следует, что задача имеет физический смысл при $(\Theta_0^2 - 2I_0 \Delta \Theta) \geq 0$.

Максимальная холодопроизводительность термоэлемента достигается при плотности тока

$$J_{opt} = I_0 \Theta_0. \quad (8)$$

Таким образом,

$$Ki_{max} = \frac{I_0 \Theta_0^2}{2} + \Theta_0 - \Theta_h. \quad (9)$$

Максимальный перепад температур между спаями термоэлемента в режиме охлаждения достигается при условии $Ki_{max} = 0$. При этом

$$\Theta_{min} = \frac{\sqrt{1 + 2I_0 \Theta_h} - 1}{I_0}. \quad (10)$$

Соответственно, максимально возможный перепад температур на термоэлементе равен

$$\Delta \Theta_{max} = 1 - \Theta_{min}. \quad (11)$$

Распределения температур в термоэлементе для разных токов питания из допустимого диапазона (7) представлены на рис. 1, а.

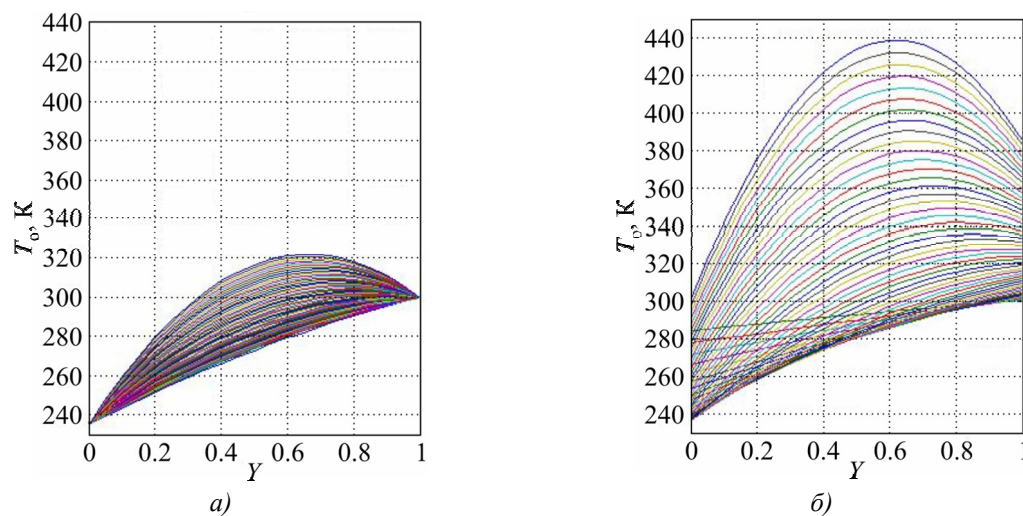


Рис. 1. Распределение температур в термоэлементе, режим ТТН, $0 \leq J \leq J_{max}$.
(а – идеализированная модель; б – граничные условия II/III рода).

Эффективность ТТН E определяется как отношение полезной холодопроизводительности Ki к мощности N , затраченной источником энергии. Затраченную мощность можно определить как

$$N = \frac{J^2}{I_0} + J \Delta \Theta. \quad (12)$$

С учетом (6) получим

$$E = \frac{J \Theta_0 - \frac{J^2}{2I_0} - \Delta \Theta}{\frac{J^2}{I_0} + J \Delta \Theta}. \quad (13)$$

Соотношение между E и Ki в допустимом интервале токов при фиксированных температурах спаев иллюстрирует рис. 2.

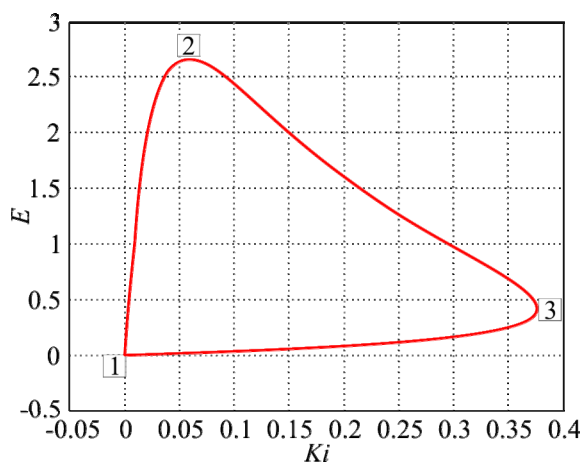


Рис. 2. Соотношение между холодопроизводительностью и эффективностью ТТН в заданном интервале температур.

Это множество решений ограничивает область определения задачи термоэлектрического охлаждения при принятых ограничениях. Как видно из приведенных данных, на рассматриваемом множестве можно выделить две характерные области. На участках 1 – 2 и 1 – 3 всегда может быть найдено изменение управляющих параметров, которое приводит к одновременному улучшению критериев E и Ki . Эта область называется областью эффективных решений. Участок 2 – 3 относится к области слабо эффективных решений, поскольку любое улучшение одного из критериев приводит к ухудшению другого. Тем не менее очевидно, что оптимальные решения задачи следует искать именно в области слабо эффективных решений, поскольку она охватывает множество решений с максимальными значениями критериев эффективности ТТН. Построив для интервала температур ($\Theta_{\text{omin}} - \Theta_h$) множества решений, подобные представленному на рис. 1, получим наглядное представление об области определения рассматриваемой задачи (рис. 3, а).

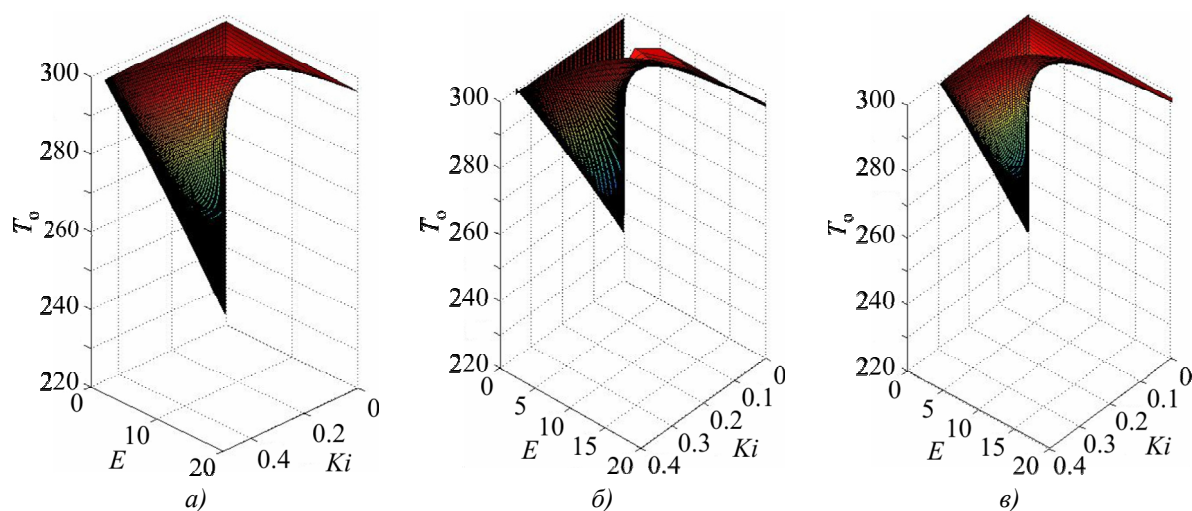


Рис. 3. Область определения задачи термоэлектрического охлаждения в пространстве критериев T_0 , Ki , E . (а – граничные условия I/I рода; б – II/III рода; в – III/III рода).

Режим генератора электроэнергии

В режиме генератора электроэнергии определяемым параметром является безразмерная плотность тока, которая в рассматриваемой постановке задачи (при заданных свойствах материала и известном температурном режиме) зависит только от коэффициента нагрузки $m = R_n/R$

$$J = \frac{I_0 \Delta \Theta}{2(m+1)}. \quad (14)$$

Здесь R_n – сопротивление нагрузки; $R = 2 \frac{\rho h}{s}$ – сопротивление термопары.

Мощность термопары равна

$$N = I_0 \Delta \Theta^2 \frac{m}{2(m+1)^2}. \quad (15)$$

Из последнего выражения следует, что максимум мощности ТЭГ достигается при $m_{opt} = 1$:

$$N_{max} = \frac{I_0 \Delta \Theta^2}{8}. \quad (16)$$

КПД термоэлемента равен отношению полезной мощности к тепловому потоку на теплопоглощающем спае

$$n = \frac{N}{Ki}. \quad (17)$$

Интервал изменения полезной мощности определяется выражением (16). Соответствующий ему интервал изменения безразмерных тепловых потоков $Ki_{min} \div Ki_{max}$, удовлетворяющих условиям задачи, можно определить подставив (14) в (6) при $m = 0$ (ток короткого замыкания, $J = J_{max}$) и при $m = \infty$ (ток холостого хода, $J = 0$).

$$Ki_{min} = \Delta \Theta \left(\frac{I_0 \Theta_0}{2} - \frac{I_0 \Delta \Theta}{8} - 1 \right), \quad (18)$$

$$Ki_{min} = -\Delta \Theta.$$

Характер изменения допустимого интервала безразмерной плотности теплового потока в зависимости от температуры теплопоглощающего спае иллюстрирует рис. 4.

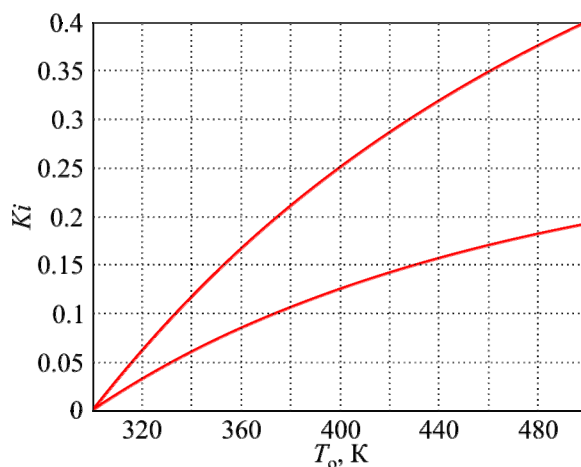


Рис. 4. Допустимые значения Ki в интервале температур $T_p \geq T_0 \geq t_0$.

С учетом (6) из (17) получим

$$n = \frac{I_o \Delta \Theta^2 \frac{m}{2(m+1)^2}}{J \Theta_o - \frac{J^2}{2I_o} - \Delta \Theta} \quad (19)$$

Соотношение между удельной мощностью и КПД термоэлемента при изменении коэффициента нагрузки в пределах $0 \leq m \leq \infty$ представлено на рис. 5.

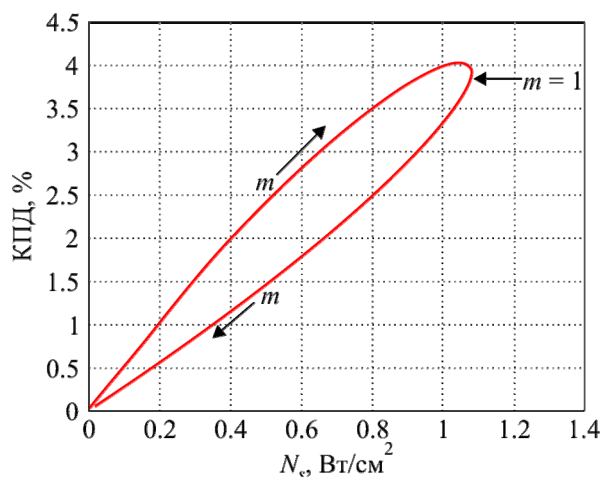


Рис. 5. Соотношение мощности и КПД ТЭГ при изменении коэффициента нагрузки в пределах $0 \leq m \leq \infty$ ($z = 0.003$; $dT = 100$ K, $h = 1$ мм).

Как следует из приведенных на рисунке данных, участок, соответствующий области $0 \leq m \leq 1$, является множеством эффективных решений, поскольку при возрастании m оба критерия эффективности задачи возрастают. Область $1 \leq m \leq \infty$ можно характеризовать как множество неэффективных решений, т.к. при возрастании m оба критерия ухудшаются.

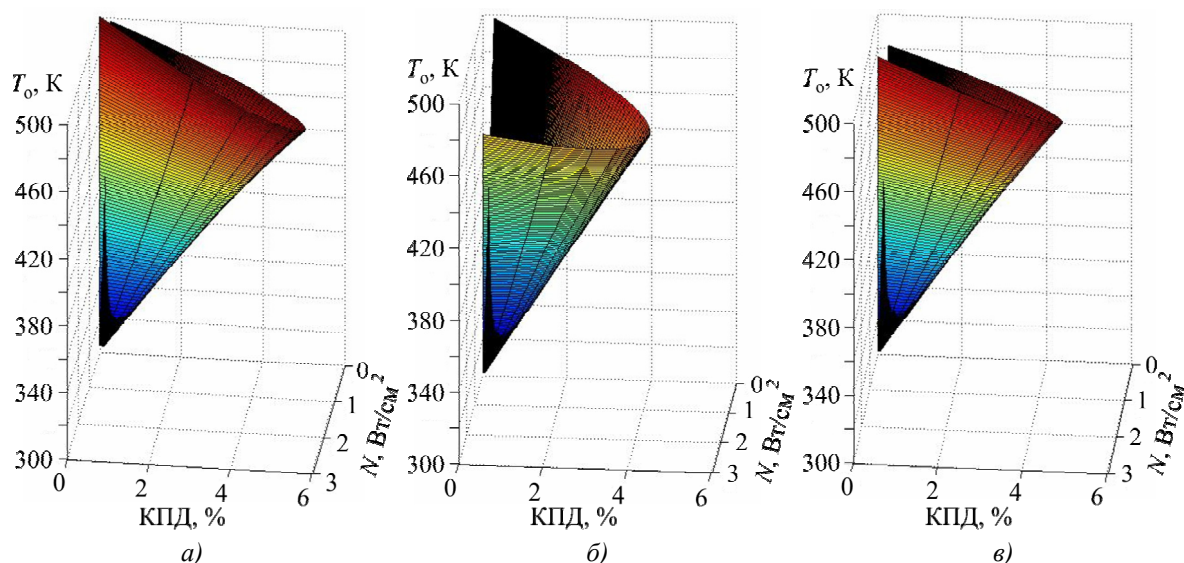


Рис. 6. Область определения задачи термоэлектрического преобразования энергии. (а – граничные условия I/I рода; б – II/III рода; в – III/III рода).

Построив подобные множества для всего интервала рабочих температур, получим множество возможных решений рассматриваемой задачи в пространстве основных технико-экономических критериев (рис. 6).

Математическая модель ТЭП в граничных условиях II/III рода

Рассмотренная выше идеальная модель ТЭП в граничных условиях I рода дает наглядное представление об основных закономерностях и соотношениях критериев в режимах ТТН и ТЭГ, однако непригодна для расчета реальных устройств, поскольку подобную абстракцию невозможно реализовать практически. В действительности температура спаев ТЭП является функцией состояния и определяется условиями переноса теплоты в системе. Более общей и реальной постановкой задачи является задание граничных условий II рода на теплопоглощающих спаях термоэлементов (известна удельная плотность теплового потока) и граничных условий III рода (условия конвективного теплообмена) на тепловыделяющих спаях термоэлементов. В этом случае граничные условия задачи (3) имеют вид

$$\Theta'(0) - J\Theta(0) + Ki(0) = 0, \quad (20)$$

$$Bi[\Theta(1) - \vartheta] + \Theta'(1) - J\Theta(1) = 0.$$

Подставив решение (4) в (20), получим следующую систему уравнений для определения постоянных интегрирования C_1, C_2 :

$$C_1 J - C_2 = Ki; \quad (21)$$

$$C_1(J - Bi) + C_2(J - Bi - 1) = \frac{J^2}{2I_0}(J - Bi) - Bi\vartheta - \frac{J^2}{I_0}.$$

В отличие от идеализированной постановки задачи в рассматриваемом случае температурный режим полностью определяется условиями теплопереноса между спаями термоэлементов.

Режим теплового насоса

Типичные распределения температур по высоте термоэлемента при условии $\Theta_0 \leq 1$ представлены на рис. 1, б. Как следует из приведенных данных, влияние условий теплообмена проявляется в уменьшении глубины охлаждения по сравнению с идеализированной схемой ТТН.

Из (4) следует, что $C_1 = \Theta_0$. С учетом этого из (21) получим следующее выражение для нахождения допустимых значений плотности тока в режиме ТТН

$$aJ^3 + bJ^2 + cJ + d = 0, \quad (22)$$

где $a = -\frac{1}{2I_0}$; $b = \Theta_0 + \frac{Bi_h}{2I_0} + \frac{1}{I_0}$; $c = -\Theta_0 Bi_h - Ki$; $d = Ki(Bi_h + 1) - Bi_h(\Theta_0 - \vartheta_h)$.

При $\Theta_0 = 1$ корни этого уравнения ограничивают интервал плотностей тока, в котором выполняется условие $\Theta_0 \leq 1$. Задача имеет физический смысл в том случае, если дискриминант уравнения (22) $D \geq 0$. При $D = 0$ уравнение имеет только один вещественный корень – этот случай является предельным для принятых ограничений. Таким образом, допустимые сочетания критериев задачи $\{I_0, Ki, Bi_h, \vartheta_h\}$, ограничивающие область возможных решений, можно определить из условия:

$$D = -4b^3d + b^2c^2 - 4ac^3 + 18abcd - 27a^2d^2 = 0. \quad (23)$$

Значения допустимых интервалов J определяются соотношением критериев Ki и Bi_h . Каждому значению Bi_h соответствует допустимый интервал значений $0 \leq Ki \leq Ki_{\max}$, в котором задача имеет физический смысл, т. е. в котором возможно выполнение условия $\Theta_0 \leq 1$. Зависимость предельно возможной безразмерной холодопроизводительности Ki_{\max} от интенсивности теплообмена Bi_h приведена на рис. 7, а. При $Bi_h = \text{const}$ с помощью (23) может быть определен интервал допустимых значений $J = f(Ki)$, (рис. 7, б). Из приведенных на рисунке данных следует, что области эффективных решений задачи соответствуют значения токов в интервале $0 \leq J \leq 1/2 J_{\max}$. Предельная глубина охлаждения $\Theta_0 = \Theta_{\min}$ может быть достигнута при условиях $Bi_h \rightarrow \infty, Ki = 0$.

Эффективность ТТН определяется как

$$E = \frac{Ki}{\frac{J^2}{I_0} + J\Delta\Theta} \quad (24)$$

и зависит от глубины охлаждения Θ_0 , холодопроизводительности Ki и плотности тока J .

Соотношение между E и Ki для рассматриваемых условий приведено на рис. 7, в.

Построив массив решений, подобных представленному на рис. 7, в, для допустимых интервалов изменения температуры теплопоглощающего спая, получим множество предельных возможностей задачи термоэлектрического охлаждения в пространстве критериев Ki , E и Θ_0 (рис. 3, б).

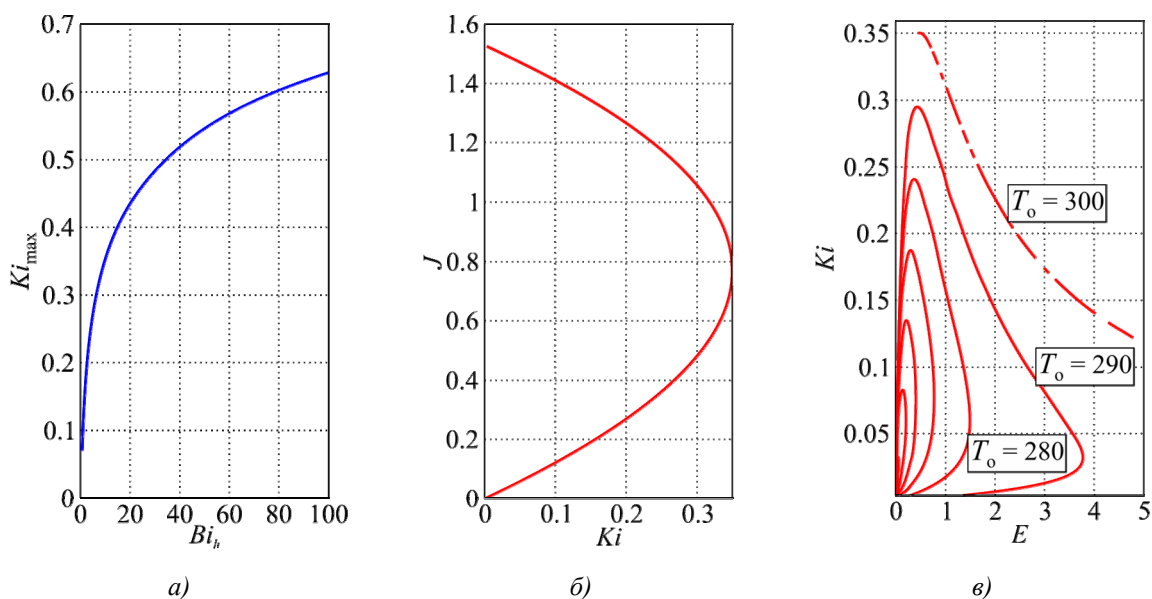


Рис. 7. а) Зависимость максимально возможной холодопроизводительности Ki_{\max} от критерия Bi_h .
 б) Область допустимых значений плотности тока J , как функция теплового потока Ki при $Bi_h = 10$.
 в) Соотношение между эффективностью E и холодопроизводительностью Ki .

Режим генератора электроэнергии

Для режима генератора электроэнергии ограничение на температуру теплопоглощающего спая является активным, т.е. для достижения максимальной эффективности должно выполняться условие $\Theta_0 = 1$. С учетом того, что максимум температуры теплопоглощающего спая достигается в режиме холостого хода (ток равен нулю), положив в (22, 23) $J = 0$, можно получить выражение, ограничивающее допустимые соотношения критериев Ki и Bi_h для рас-

смаатриваемой постановки задачи

$$Ki_{\max} = \frac{Bi_h(1 - \vartheta_h)}{Bi_h + 1}, \quad (25)$$

откуда следует, что в предельном случае ($Bi_h \rightarrow \infty$) безразмерная плотность теплового потока ограничена значением

$$Ki_{\max} \leq 1 - \vartheta_h. \quad (26)$$

В реальных условиях ограничение (26) также является активным – для обеспечения максимума эффективности необходимо выполнение условия $Ki = 1 - \vartheta_h$. Превышение этого предела теплового потока недопустимо, т.к. при нештатном отключении нагрузки происходит существенное (на 15...20 %) повышение температуры теплопринимающих спаев ТЭГ (рис. 8, а), которое может привести к повреждению конструкции. Это условие заметно ограничивает рабочий перепад температур, который в области оптимальных нагрузок уменьшается на 20...30 % по сравнению с располагаемым (рис.8, б). Т.к. режим нагрузки оказывает заметное влияние на распределение температур в термоэлементах, и задача становится существенно нелинейной, режим максимальной мощности ТЭГ достигается при $\Delta\Theta < \Delta\Theta_{\max}$ (рис. 9). Причем режимы максимальной мощности и максимального КПД совпадают, поскольку при заданной плотности теплового потока максимум КПД достигается при $N = N_{\max}$.

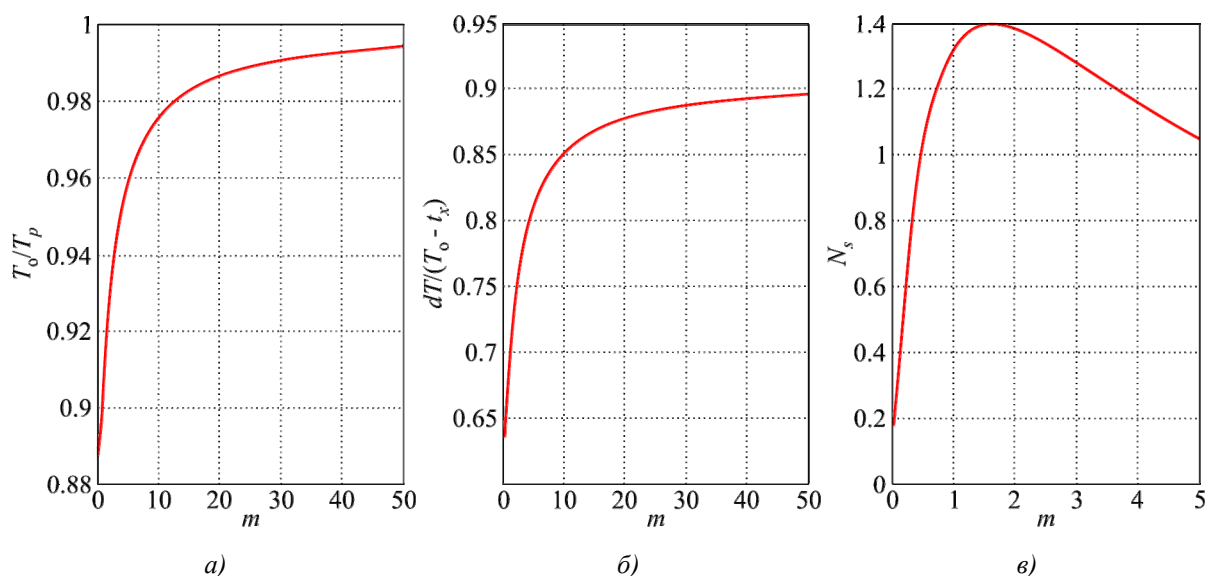


Рис. 8. Влияние коэффициента нагрузки на характеристики ТЭГ: а) – зависимость относительной температуры теплопоглощающего спаеа от m ; б) – зависимость относительного рабочего перепада температур от m ; в) – зависимость удельной мощности N_s , Вт/см², от m .

Из сказанного выше следует, что в общем случае определяющим критерием, ограничивающим технико-экономические характеристики ТЭГ, при заданных свойствах термоэлектрического материала является критерий Био, характеризующий условия отвода теплоты – он лимитирует как потери температурного напора при охлаждении ТЭГ, так и интервал допустимых плотностей теплового потока со стороны источника теплоты.

Область определения задачи термоэлектрического преобразования энергии в рассматриваемой постановке приведена на рис. 3, б.

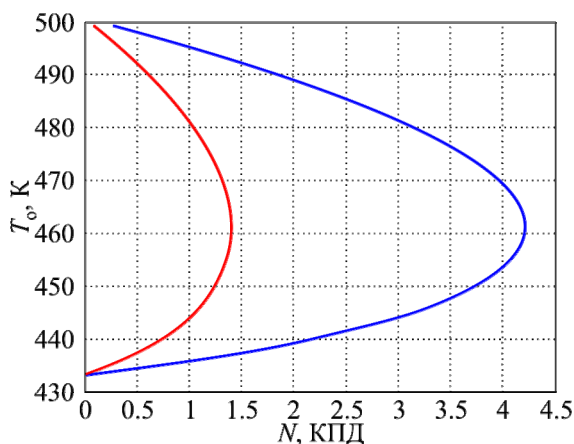


Рис. 9. Соотношение между температурой T_0 , мощностью и КПД ТЭГ при $0 \leq t \leq \infty$.
(— КПД, %; — удельная мощность N , Вт/см²).

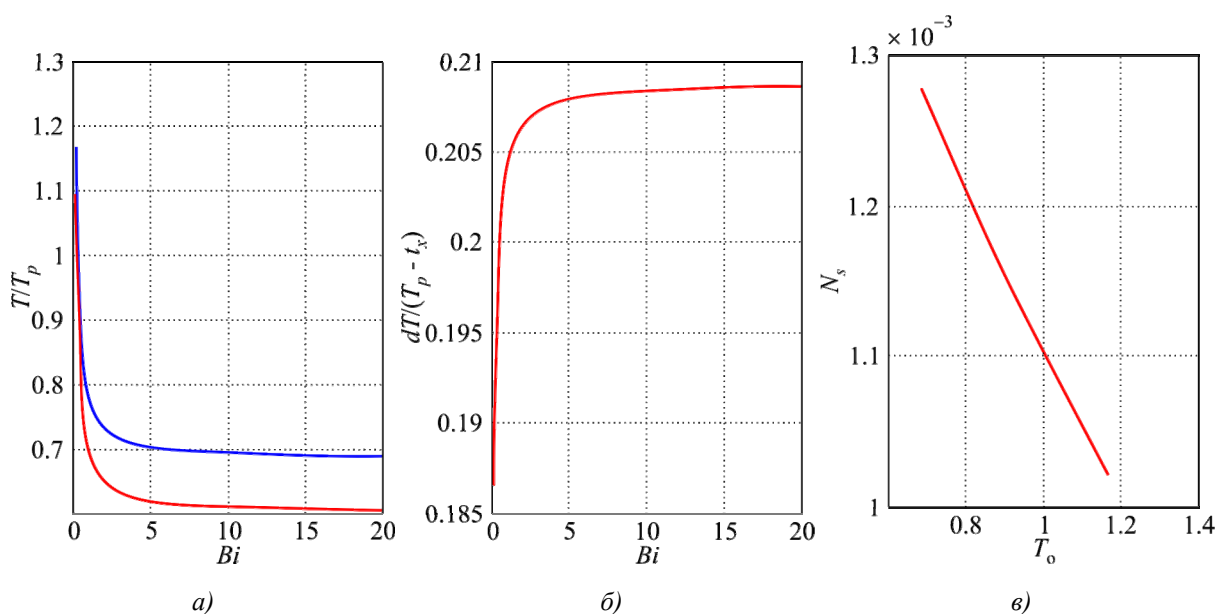


Рис. 10. Характеристики ТЭГ при $Ki < Ki_{max}$: а) – зависимость температур спаев от Bi_h (— T_0/T_p ; — T_h/T_p); б) – зависимость относительного рабочего перепада температур $dT/(T_p - t_x)$ от Bi_h ; в) – соотношение между удельной мощностью ТЭГ N_s и температурой теплопоглощающего спая T_0/T_p .

Случай использования источников теплоты постоянной мощности ($Ki = const$), таких как радиоизотопные источники, имеет свои особенности. Обычно такие источники обеспечивают относительно невысокие плотности тепловых потоков, однако (в разумных пределах) не имеют ограничений по температурному режиму [7, 8]. На первый взгляд, оптимальным для таких ТЭГ является обеспечение режима с максимально допустимой температурой теплопоглощающего спая ($\Theta_0 = 1$). Однако в действительности и в этом случае решающее влияние на характеристики ТЭГ оказывают условия охлаждения (критерий Bi_h). На рис. 10, а, б показаны зависимости температур спаев и перепада температур от критерия Bi_h для случая $Ki < Ki_{max} = const$. Показательным является тот факт, что мощность ТЭГ стремится к максимуму при достижении минимально возможного в рассматриваемых условиях значения температуры теплопоглощающего спая T_0 (рис. 10, в). Т.е. прирост перепада температур (и мощности) возможен только

за счет снижения потерь от необратимости теплообмена. Предельная мощность ТЭГ может быть достигнута только при условиях $Ki = Ki_{\max}$, $Bi_h \rightarrow \infty$.

Математическая модель ТЭП в граничных условиях III/III рода

Довольно распространенной является схема, при которой перенос теплоты на теплопоглощающем спае ТЭП осуществляется за счет конвективного теплообмена. В этом случае температура спае лимитируется температурой теплоносителя. Для анализа подобных схем необходимо использовать математическую модель термоэлемента в граничных условиях III рода на теплопоглощающих и тепловыделяющих спае

$$Bi_o[\vartheta_o - \Theta(0)] + \Theta'(0) - J\Theta(0) = 0, \quad (27)$$

$$Bi_h[\Theta(1) - \vartheta_h] + \Theta'(1) - J\Theta(1) = 0.$$

Подставив решение (4) в (27), получим систему уравнений для определения постоянных интегрирования C_1 , C_2

$$C_1(J + Bi_o) - C_2 = Bi_o\vartheta_o, \quad (28)$$

$$C_1(Bi_h - J) + C_2(Bi_h - J + 1) = Bi_h\vartheta_h + \frac{J^2}{I_o} \left(1 + \frac{Bi_h - J}{2}\right).$$

Режим теплового насоса

Для рассматриваемой схемы тепловой поток на теплопоглощающем спае равен

$$q = \alpha_o(t_o - T_o) \quad (29)$$

или, в безразмерных величинах,

$$Ki = Bi_o(\vartheta_o - T_o). \quad (30)$$

Из последнего соотношения следует, что режим теплового насоса реализуется при условии

$$T_o \leq \vartheta_o. \quad (31)$$

Для произвольных сочетаний параметров задачи интервал допустимых токов питания $J_{\min} \leq J \leq J_{\max}$, удовлетворяющих условию (31), находим как корни уравнения

$$\vartheta_o - \Theta_o(J, I_o, Bi_o, Bi_h, \vartheta_o, \vartheta_h) = 0. \quad (32)$$

На концах этого интервала токов температура теплопоглощающего спае равна температуре охлаждаемой жидкости, а холодопроизводительность обращается в нуль (рис. 11, а, б). Следует обратить внимание на то, что интенсивность теплообмена на теплопоглощающем спае Bi_o не влияет на значения допустимых токов питания, их интервал зависит только от температур теплоносителей ϑ_o , ϑ_h и условий теплообмена на тепловыделяющем спае Bi_h . Это объясняется тем, что изменения Bi_o компенсируются соответствующими изменениями T_o в соответствии с (30).

Аналогично рассмотренной выше схеме холодопроизводительность ТТН лимитируется глубиной охлаждения и условиями теплообмена на тепловыделяющем спае Bi_h . Особенностью рассматриваемой схемы является то, что глубина охлаждения задается температурой охлаждаемого теплоносителя ϑ_o , а холодопроизводительность, в соответствии с (30), зависит от перепада температур между теплоносителем и теплопоглощающим спаем. Это ограничивает максима-

льную глубину охлаждения ТТН и устанавливает следующее ограничение на допустимое соотношение температур охлаждаемого теплоносителя и теплопоглощающего спая

$$\vartheta_o - \Theta_o \geq \frac{Ki}{Bi_o}. \quad (33)$$

Из последнего выражения следует, что тепловой поток на теплопоглощающем спае (полезная холодопроизводительность) изменяется соответственно изменению температуры спая (рис. 11, а, б). Соотношение между холодопроизводительностью и эффективностью приведено на рис. 11, в, из которого следует, что оптимальные режимы ТТН соответствуют области слабоэффективных решений при значениях тока питания $J \leq J_{opt}$.

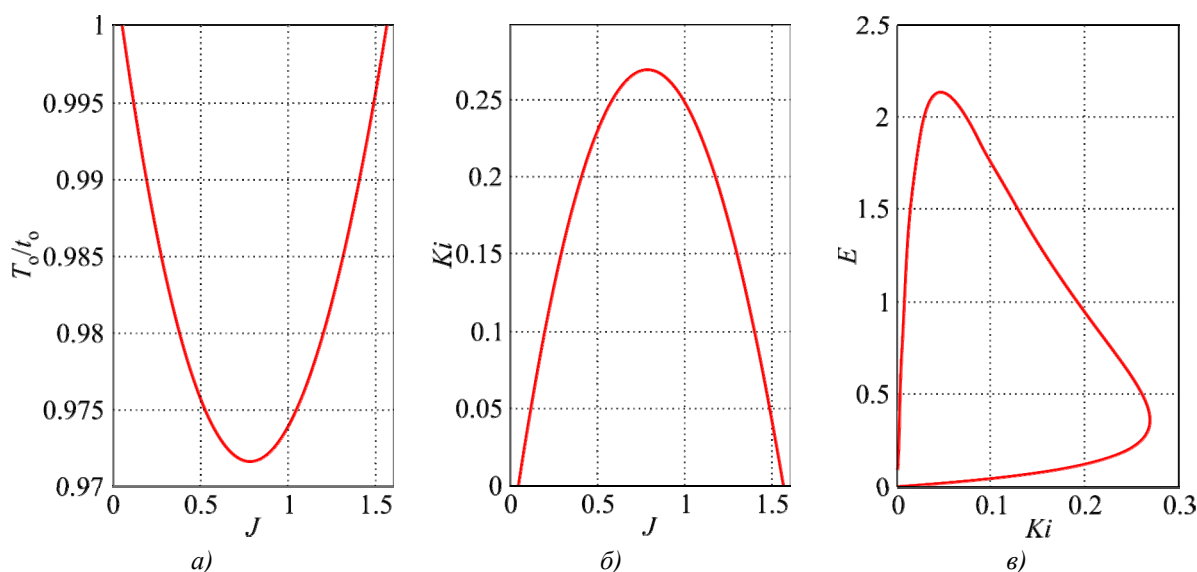


Рис. 11. Характеристики ТТН теплообменного типа: а) – зависимость относительной температуры теплопоглощающего спая (T_o/t_o) от J ; б) – зависимость холодопроизводительности ТТН от J ; в) – соотношение между холодопроизводительностью Ki и эффективностью ТТН E .

Режим генератора электроэнергии

В режиме ТЭГ основным лимитирующим фактором является температура греющего теплоносителя ϑ_o . Ее максимально допустимое значение с учетом (33, 26) определяется как

$$\vartheta_{o\max} \leq 1 + \frac{1 - \vartheta_h}{Bi_o}. \quad (34)$$

При $\vartheta_o = \vartheta_{o\max}$ температура теплопоглощающего спая в режиме холостого хода равна T_p , и характеристики ТЭГ достигают предельно возможных значений. При $\vartheta_o \leq \vartheta_{o\max}$ ситуация подобна случаю с источником теплоты постоянной мощности – определяющее влияние на характеристики ТЭГ оказывают условия теплообмена на тепловыделяющих спаях термоэлементов. Однако в силу того, что тепловой поток и температура теплопоглощающих спаев термоэлементов зависят от режима нагрузки, вид области допустимых решений рассматриваемой схемы имеет большее сходство с характеристиками идеализированного ТЭГ (рис. 12). Множество предельных возможностей ТЭГ теплообменного типа представлено на рис. 6, в.

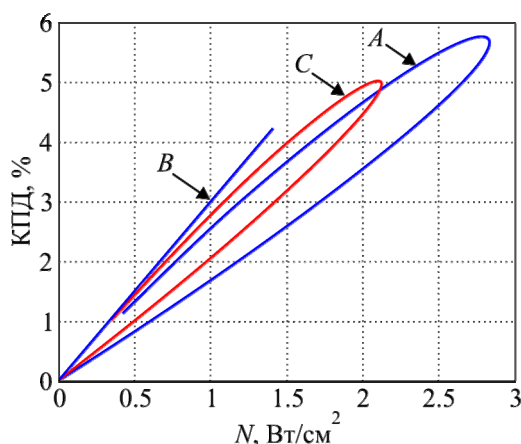


Рис. 12. Соотношение между мощностью и КПД ТЭГ для различных схем ($T_p = 500 \text{ K}$, $0 \leq m \leq \infty$).
 A – граничные условия I/I рода; B – II/III рода; C – III/III рода.

Выводы

Приведенные выше результаты демонстрируют целесообразность использования системного подхода при анализе характеристик ТЭП. Решение задачи термоэлектрического преобразования энергии в обобщенном виде позволяет четко детерминировать влияние основных агрегатов системы на характеристики термоэлектрических устройств. Сравнительный анализ множеств предельных возможностей различных схем ТЭП позволяет выявить их особенности и получить количественные оценки каждой из них. Наглядность рассматриваемых методов сравнения хорошо иллюстрируют рис. 12 и рис. 13, на которых приведены характеристики рассмотренных схем ТЭП в пространстве основных технико-экономических критериев (мощность – КПД для ТЭГ и холодопроизводительность – эффективность для ТТН). Анализ таких характеристик дает возможность объективно оценить потери реальных устройств по сравнению с идеальной схемой и характерные особенности каждой из схем.

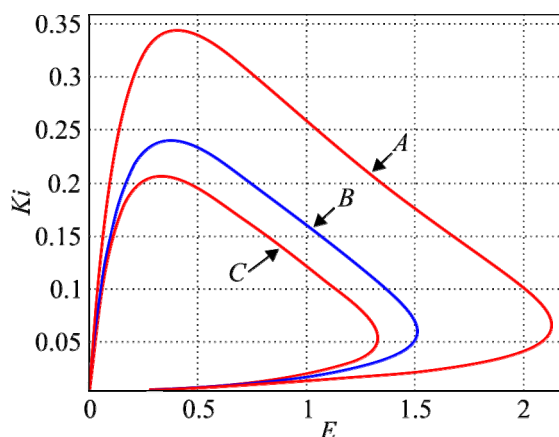


Рис. 13. Сравнение различных схем ТТН при одинаковой глубине охлаждения ($T_o = 280 \text{ K}$).
 A – граничные условия I/I рода; B – II/III рода; C – III/III рода.

Полученные в обобщенных переменных оптимальные решения являются универсальными, поскольку могут быть перенесены на любое сочетание первичных исходных данных, и дают однозначную информацию о возможных характеристиках реальных ТЭП при известных ограничениях на определяющие параметры (свойства термоэлектрических материалов, условия теплообмена, ограничения по температурному режиму и геометрии устройства).

Условные обозначения

e – коэффициент термоЭДС, В/К; σ – коэффициент электропроводности, $(\text{Ом}\cdot\text{см})^{-1}$; λ – коэффициент теплопроводности, Вт/смК; z – термоэлектрическая добротность, K^{-1} ; h – высота термоэлемента, см; q – удельная плотность теплового потока, Вт/см²; α – коэффициент теплоотдачи, Вт/см²К; j – плотность тока, А/см²; t_h – температура стока теплоты, К; t_o – температура источника теплоты, К; $\Theta = T/T_p$ – безразмерная температура; T_p – определяющая температура, К (для ТЭГ – максимально допустимая температура $T_p = T_{\max}$; для ТТН – температура стока теплоты $T_p = t_h$); $\Theta_h = t_h/T_p$; $\Theta_o = t_o/T_p$; ΔT , $\Delta\Theta$ – перепад температур; N – удельная мощность, Вт/см². В расчетах для иллюстраций использовался следующий набор исходных данных: $z = 3.1 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$; $h = 0.1 \text{ см}$; $Bi_o = Bi_h = 10$; $t_h = 300 \text{ К}$; для режима ТЭГ $T_p = 500 \text{ К}$; для режима ТТН $T_p = 300 \text{ К}$.

Литература

1. Анатычук Л.И. Термоэлементы и термоэлектрические устройства: [справочник] / Л.И. Анатычук. – К.: Наук. думка, 1979. – 768 с.
2. Бурштейн А.И. Физические основы расчета полупроводниковых термоэлектрических устройств / А.И. Бурштейн. – М.: Физматгиз, 1962. – 136 с.
3. Иоффе А.Ф. Полупроводниковые термоэлементы / А.Ф. Иоффе. – М.-Л.: Изд. АН СССР, 1960. – 188 с.
4. Зорин И.В. Термоэлектрические холодильники и генераторы / И.В. Зорин, Э.Я. Зорина. – Л.: Энергия, 1973. – 135 с.
5. Иорданишвили Е.К. Термоэлектрические источники питания / Е.К. Иорданишвили. – М.: Сов.радио, 1968. – 188 с.
6. Каганов М.А. Термоэлектрические тепловые насосы / Каганов М.А., М.Р. Привин. – Л.: Энергия, 1970. – 176 с.
7. Лобунец Ю.Н. Методы расчета и проектирования термоэлектрических преобразователей энергии / Ю.Н. Лобунец. – К.: Наук. думка, 1989. – 176 с.
8. Термоэлектрические генераторы / [А.С. Охотин и др.]. – М.: Атомиздат, 1976. – 320 с.
9. Анатычук Л.И. О влиянии системы теплообмена на эффективность термоэлектрического кондиционера / Л.И. Анатычук, Р.В. Кузь, А.В. Прибыла // Термоэлектричество. – 2013. – № 1. – С. 76 – 83.
10. Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа / Н.Н. Моисеев. – М.: Наука, 1981. – 487 с.
11. Черноруцкий И.Г. Методы оптимизации в теории управления / И.Г. Черноруцкий. – СПб.: Питер, 2004. – 256 с.
12. Гухман А.А. Применение теории подобия к исследованию процессов тепло-массообмена / А.А. Гухман. – М.: Высш. шк., 1974. – 328 с.

Поступила в редакцию 29.04.2014.