### УДК 539



Титов О.Ю.

## Титов О.Ю., Гуревич Ю.Г.

Физический факультет, Исследовательский центр Национального политехнического института CINVESTAV-IPN, п/я 14740, Мексика

# ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ НАГРЕВ И ОХЛАЖДЕНИЕ В ПОЛУПРОВОД-НИКОВЫХ СТРУКТУРАХ: НЕРАВНОВЕСНЫЕ НОСИТЕЛИ ЗАРЯДА (Обзор)



Гуревич Ю.Г.

Статья посвящена анализу явлений термоэлектрического охлаждения в полупроводниках, содержащих потенциальные барьеры на границе p-n-перехода. Представлено построение адекватной последовательной теоретической модели, описывающей этот эффект. Рассмотрена роль скорости рекомбинации как нового источника тепла в линейном приближении по электрическому току, что приводит к переформулированию уравнений теплового баланса. Упомянутая рекомбинация неравновесных носителей всегда зависит от температурной неоднородности, связанной с термоэлектрическим охлаждением. Поэтому концентрации неравновесных носителей не обращаются в нуль даже при очень коротком времени жизни. Показана также важность перераспределения неравновесных носителей заряда, которая не принималась во внимание в большинстве публикаций на эту тему. Показана неадекватность традиционной теории термоэлектрического охлаждения, не учитывающей влияние неравновесных носителей заряда. Кроме того, при снижении скорости рекомбинации происходит переход от охлаждения к нагреву.

Ключевые слова: эффект Джоуля, эффект Пельтье, эффект Томсона, эффект Зеебека.

The paper is dedicated to the analysis of thermoelectric cooling phenomena in semiconductors containing potential barriers at the p-n-junction interface. The formulation of an adequate self-consistent theoretical model describing the effect is presented. The role of the recombination rate as a new source of heat in linear approximation of the electric current is discussed, leading to a reformulation of the heat balance equations. The presented recombination of the nonequilibrium carriers always depends on the temperature heterogeneity connected with thermoelectric cooling. Therefore, the nonequilibrium carrier concentrations do not disappear even at very short life times. The importance of redistribution of nonequilibrium charge carriers which has been ignored in most publications on this subject is also shown. The conventional theory of thermoelectric cooling, not taking into account the influence of the nonequilibrium charge carriers, is shown to be inadequate. Besides, when the recombination rate decreases, cooling changes to heating. **Key words:** Joule effect, Peltier effect, Thomson effect, Seebeck effect.

### Введение

Традиционно исследователи рассматривали термоэлектрическое охлаждение (нагрев) с точки зрения наличия стоков или источников тепла в неоднородной системе, через которую

протекает электрический ток [1]. Однако в работах 2 – 4 было показано, что термодинамический процесс охлаждения (нагрева) можно объяснить с помощью принципа Ле Шателье-Брауна [5]. Резюмируя содержание работ 2 и 4, изменение дрейфового потока тепла  $q_{dr} = \Pi j$  (где  $\Pi$  – коэффициент Пельтье, а j – плотность электрического тока) в однородной системе вызывает термодиффузионный тепловой поток  $q_{diff} = -\kappa \nabla T$  (где  $\kappa$  – теплопроводность, а T – температура), компенсирующий это изменение. Благодаря этому термодиффузионному тепловому потоку возникает температурная неоднородность, которая охлаждает (нагревает) систему в зависимости от направления электрического тока и свойств материала. Когда температура в системе ниже равновесной, получаем эффект термоэлектрического нагрева.

Для изготовления термоэлектрического холодильника применяется *p-n* структура [1, 6-9], так как термоэлектрические дрейфовые потоки направлены (при соответствующем направлении тока из *n*-области к *p*-области) от границы раздела к краю в обоих слоях *p-n* структуры, что усиливает явление охлаждения [2]. Традиционно в исследованиях эффекта Пельтье не рассматриваются неравновесные носители заряда [1-4, 6-9], так что только основные носители заряда и их электрический ток принимаются во внимание в выражениях для потоков тепла в *n*- и *p*-областях, несмотря на то, что ток неосновных носителей заряда вблизи р-п-области того же порядка величины, что и ток основных носителей заряда [10]. Таким образом, тепловое генерирование и извлечение неосновных носителей заряда должны происходить вблизи границы раздела, обеспечивая поток электрического тока [10]. В результате возникают неравновесные носители заряда. В работе [11] рассмотрены некоторые аспекты этой проблемы. С другой стороны, детально изучено влияние неравновесных носителей заряда на генерирование термоэлектродвижущей силы (ЭДС) (эффект Зеебека) [12, 13]. В настоящей работе представлен альтернативный подход к физике термоэлектрического охлаждения в *p-n* переходах [14-16].

# Влияние неравновесных носителей заряда на термоэлектрическое охлаждение (нагрев)

В линейном приближении по электрическому току уравнение теплового баланса имеет вид [2], [17]:

$$\nabla \cdot q = \varepsilon_g R, \tag{1}$$

где  $q = q_{dr} + q_{diff}$  – тепловой поток, R – скорость рекомбинации,  $\varepsilon_g$  – ширина запрещенной зоны. Дальше мы покажем, что в линейном приближении для сильной и слабой рекомбинации правая сторона уравнения (1) становится равной нулю.

Выражение для *q*<sub>dr</sub> в биполярных полупроводниках имеет вид:

$$q_{dr} = P_n j_n + P_p j_p.$$
<sup>(2)</sup>

Здесь  $q_{dr}$  – дрейфовые тепловые потоки в полупроводниках *n*- и *p*-типа,  $j_{n,p}$  и  $P_{n,p}$  – электронные и дырочные электрические токи и коэффициенты Пельтье.

Коэффициенты Пельтье в невырожденных полупроводниках определяются следующими выражениями [7]:

$$\Pi_{n,p} = \mp \frac{1}{e} \left( \left[ r_{n,p} + \frac{5}{2} \right] T - \mu_{n,p} \right), \tag{3}$$

где  $\mu_{n,p}$  – квазиуровни Ферми для электронов и дырок в *n*- и *p*-областях, *e* – дырочный заряд, а  $r_{n,p}$  – экспоненты времени релаксации импульса [18]. Следует иметь в виду, что абсолютное значение коэффициента Пельтье неосновных носителей может намного превышать таковое у основных носителей.

Поскольку квазиуровни Ферми зависят от концентрации основных и неосновных носителей заряда, то коэффициенты Пельтье будут зависеть от координаты x (в слое пространственного заряда вблизи *p-n* перехода ( $-r_D^n < x < r_D^p$ , где  $r_D^{n,p}$  – радиус Дебая в *n*- и *p*области)) даже в линейном приближении уравнения (2) по току, благодаря координатной зависимости равновесных концентраций вблизи *p-n* перехода.

Выражение для диффузных тепловых потоков  $q_{diff}^{n,p}$  выглядит следующим образом:

$$q_{diff} = -\left(\kappa_n + \kappa_p + \kappa_{ph}\right)\nabla T , \qquad (4)$$

где  $\kappa_n$ ,  $\kappa_p$  и  $\kappa_{ph}$  – теплопроводность электронов, дырок и фононов в *n*- и *p*-областях.

Поскольку  $\kappa_{n, p} \ll \kappa_{ph}$  в невырожденных полупроводниках, то уравнение (4) сводится к:

$$q_{diff}^{n,p} = -\kappa_{ph}^{n,p} \,\nabla T. \tag{5}$$

Принимая во внимание изложенные выше соображения, уравнение теплового баланса (1) можно переписать так:

$$-\kappa_{ph}\Delta T + \Pi_n \nabla \cdot j_n + \Pi_p \nabla \cdot j_p + j_n \nabla \Pi_n + j_p \nabla \Pi_p = \varepsilon_g R.$$
(6)

Поскольку плотности тока можно рассчитать как [19]:

$$j_{n} = -\sigma_{n} \left( \nabla \phi - \nabla \mu_{n} / e + \alpha_{n} \nabla T \right),$$
  

$$j_{p} = -\sigma_{p} \left( \nabla \phi + \nabla \mu_{p} / e + \alpha_{p} \nabla T \right),$$
(7)

необходимо рассчитать  $\mu_n$ ,  $\mu_p$  и  $\phi$ . Здесь  $\sigma_{n,p}$  – электропроводности,  $\alpha_{n,p}$  – коэффициенты Зеебека ( $\prod_{n,p} = \alpha_{n,p}T$ ), а  $\phi$  – электрический потенциал.

Макроскопическое описание переноса неравновесных носителей заряда выполняется с помощью уравнений непрерывности для плотности тока электронов и дырок и уравнения Пуассона [20]:

$$\nabla \cdot j_n = eR,\tag{8a}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{j}_p = -eR,\tag{8b}$$

$$\Delta \phi = 4\pi \frac{\rho}{\varepsilon},\tag{9}$$

где ρ – пространственные заряды, ε – диэлектрическая проницаемость, а *R* – скорости рекомбинации в *n*- и *p*-областях.

Скорость рекомбинации при наличии температурного градиента была получена в [20], [21]:

$$R = \tau^{-1} \Big[ \Big( n(x) - n_0 \Big) + A \Big( p(x) - p_0 \Big) + \beta \Big( T(x) - T_0 \Big) \Big],$$
(10)

где *n* и *p* – концентрации электронов и дырок,  $n_0$  и  $p_0$  – равновесные концентрации электронов и дырок, а  $T_0$  – равновесная температура. Выражения для  $\tau$ , *A* и  $\beta$  можно найти в [20], [21]. Необходимо подчеркнуть, что  $\tau$ , A и  $\beta$  зависят только от свойств полупроводника. Важно

отметить, что т изменяется обратно пропорционально коэффициентам захвата, тогда как A и  $\beta$ являются конечными при любой величине коэффициентов захвата. Подчеркнем, что химические потенциалы электронов и дырок ( $\mu_{n,p}$ ) и их концентрации (n и p) связаны простыми алгебраическими выражениями [13]. Отметим, что  $\mu_n + \mu_p = -\varepsilon_g$  в состоянии равновесия. Следовательно, система четырех уравнений (7) – (9) описывает поведение четырех неизвестных функций  $\delta n$ ,  $\delta p$ ,  $\delta \phi$  и  $\delta T$  (или  $\delta \mu_n$ ,  $\delta \mu_p$ ,  $\delta \phi$  и  $\delta T$ ), где  $\delta n = n - n_0$ ,  $\delta p = p - p_0$ ,  $\delta \phi = \phi - \phi_0$ ,  $\delta T = T - T_0$ ,  $\delta \mu_{n,p} = \mu_{n,p} - \mu_{n,p}^0$  ( $T_0$ ,  $\mu_{n,p}^0$  и  $\phi_0$  – температура, химические потенциалы и электрический потенциал p-n структуры в состоянии равновесия, соответственно). Неравновесные температуры появляются в нашей линейной задаче за счет эффекта Пельтье [2-3]. В линейном приближении  $\delta n = (n_0/T_0)\delta\mu_n$ ,  $\delta p = (p_0/T_0)\delta\mu_p$  [13].

Плотность заряда в уравнении (9) можно записать как  $\rho = \rho_0 + \delta \rho$ , где  $\rho_0$  и  $\delta \rho$  – равновесная и неравновесная плотности заряда, которые состоят из электронов, дырок и носителей (как электронов, так и дырок), захваченных на примесных уровнях, поэтому [14, 23]

$$\delta \rho = e(B\delta p - C\delta n + D\delta T). \tag{11}$$

Для решения системы уравнений (8 – 9) в *p-n* переходах традиционно используется такое приближение как допущение квазинейтральности вне области пространственного заряда [24]. Применение квазинейтрального приближения применимо, если длина квазинейтральной области и диффузионная длина неосновных носителей превышают длину Дебая. В этом случае [13, 23] вместо уравнения Пуассона получаем (см. уравнение (11)):

$$\delta \rho = 0. \tag{12}$$

Уравнение (7) можно переписать как:

$$R = R_n = R_p = 1/\tau [E\delta n + F\delta T].$$
<sup>(13)</sup>

### Граничные условия

Система уравнений (1) и (8-9), определяющая термоэлектрическое охлаждение, должна дополнена соответствующими граничными быть условиями, которые описывают электрические токи, тепловой поток и электрический потенциал через границу раздела. Очень важно выбрать граничные условия, используемые при решении уравнений переноса заряда. Следует отметить, что традиционно используемые выражения имеют силу только для полупроводниковых устройств, работающих в условиях разомкнутой цепи (см., например, ссылку 10). Поскольку в нормальном рабочем режиме ток протекает на клеммах, широкое применение граничных условий для режима разомкнутой цепи является некорректным. Для режима замкнутой цепи необходимо выводить другой набор граничных условий. Этой проблемой начали заниматься только в последние несколько лет [19, 22].

Допустим, что в направлении *y*- и *z*- *p*-*n* переход адиабатически изолирован. Тогда граничные условия в оставшемся направлении (т.е. граница раздела *p*-*n* перехода ортогональна оси *x* и, при условии, что граница раздела расположена в x = 0, область *n* находится между  $x = -l_n$  и x = 0, область *p* – между x = 0 и  $x = l_p$ ) приведены ниже.

Если предположить, что идеальный контакт металл-полупроводник помещен в  $x = -l_n$ , можно записать следующие граничные условия для избыточных плотностей температуры и носителей (в дальнейшем верхний индекс *n* или *p* при величине относится, соответственно, к области *n* или *p*):

$$\delta T^n \left( -l_n \right) = 0 \,, \tag{14}$$

$$\delta n \left( -l_n \right) = 0 \,, \tag{15}$$

$$\delta \phi(-l_n) = 0. \tag{16}$$

Эти граничные условия оправданы в связи с высоким значением теплопроводности металлов и интенсивной рекомбинацией на границе раздела металл-полупроводник. Аналогичные граничные условия могут быть записаны на границе раздела металл-полупроводник при  $x = l_p$ :

$$\delta T^{p}(l_{p}) = 0, \qquad (17)$$

$$\delta p(l_p) = 0, \qquad (18)$$

$$\delta\phi(l_n) = -V, \qquad (19)$$

где V – приложенное напряжение. Эти граничные условия допускают, что полупроводник находится в равновесии в  $x = -l_n$  и  $x = l_p$ , иначе электрический потенциал (т.е. уравнения (16) и (19)) не может быть строго определен [25].

На границе раздела *р-п* перехода можно ввести три дополнительных граничных условия [19], [22]:

$$\delta\phi^{n}(0) - \frac{\delta\mu_{n}^{n}(0)}{e} - \frac{1}{e} \frac{\partial\mu_{n_{0}}^{n}}{\partial T} \delta T^{n}(0) = \delta\phi^{p}(0) - \frac{\delta\mu_{n}^{p}(0)}{e} - \frac{1}{e} \frac{\partial\mu_{n_{0}}^{p}}{\partial T} \delta T^{p}(0),$$

$$\delta\mu^{n}(0) = 1 \delta\mu^{n}$$
(20)

$$\delta\phi^{n}(0) + \frac{\delta\mu_{p}^{n}(0)}{e} - \frac{1}{e} \frac{\partial\mu_{n_{0}}^{n}}{\partial T} \delta T^{n}(0) = \delta\phi^{p}(0) + \frac{\delta\mu_{p}^{p}(0)}{e} - \frac{1}{e} \frac{\partial\mu_{n_{0}}^{p}}{\partial T} \delta T^{p}(0),$$

$$Q^{n}(0) = Q^{p}(0), \qquad (21)$$

$$j_n^n(0) = j_n^p(0),$$
 (22)

$$\delta T^{n}(0) = \delta T^{p}(0). \tag{23}$$

Эти граничные условия получены в предположении, соответственно, непрерывности электрохимического потенциала на границе раздела, высокой тепло- и электропроводности на переходе и отсутствия поверхностной рекомбинации. В сущности, поскольку граница раздела *р-п* перехода находится внутри обедненной области, такое допущение нереально и необходимо использовать граничные условия с конечными проводимостями [19], в данной работе для упрощения мы используем уравнения (20) – (23). Наконец, следует отметить, что в областях, где выполняется условие квазинейтральности,  $\delta \rho = 0$ , а уравнение Пуассона становится алгебраическим, принимая вид  $\delta n = -A'\delta p - B'\delta T$ , где A' и B' – константы.

# Упрощение модели термоэлектрического охлаждения для двух предельных случаев

В данном разделе мы проанализируем термоэлектрическое охлаждение в области *p-n* перехода для двух предельных случаев: сильной и слабой рекомбинации.

### А. Слабая рекомбинация

Будем считать объемную рекомбинацию слабой. В этом случае выполняются условия  $l_D >> l_{n,p} >> r_D$ , а значит, слабая рекомбинация верна для тонкопленочных *p-n* структур. Формально R = 0 при  $\tau \to \infty$ . При этом условии правая сторона уравнения (1) становится тривиально равной нулю, и уравнение (1) наряду с уравнениями (4) и (5) преобразуется в:

$$\Delta T = 0, \qquad (24)$$

а уравнения (8) в:

$$\nabla \cdot j_{n,p} = 0. \tag{25}$$

Из уравнения (25) вытекает, что  $j_{n,p}$  не зависят от координат и  $j_n^n + j_p^n = j_n^p + j_p^p = j_0$ , где  $j_0$ – весь ток, протекающий через *p*-*n* структуру. Из граничных условий для токов [19] следует, что  $j_n^n + j_n^p = j_0^n$ ,  $j_p^n + j_p^p = j_0^p$  ( $j_0^n + j_0^p = j_0$ ).

Нетрудно понять, что концентрации неравновесных носителей (б*n* и б*p*) в этом случае максимальны.

Может показаться, что расчет термоэлектрического охлаждения не требует применения уравнений (25) в отсутствие рекомбинации, поскольку в уравнении (24) нет других неизвестных функций. Поэтому, похоже, что термоэлектрическое охлаждение не зависит от концентрации неравновесных носителей. Однако граничные условия для уравнения (24) должны быть сформулированы для тепловых потоков (уравнения (2) и (5)). Дрейфовые тепловые потоки зависят от тока основных и неосновных носителей (уравнение (2)). Последний существенно зависит от распределения концентрации неравновесных носителей из-за условий ( $\nabla \mu_{n,p}$ )/*e*. Поэтому нет причин заведомо предполагать, что  $j_n^n >> j_p^n$  и  $j_p^p >> j_n^p$ .

Задача сводится к расчету токов в электрической схеме, состоящей из двух схем, соединенных параллельно. Одна из них состоит из двух полупроводников *n*-типа, соединенных последовательно, с концентрациями  $n^n$  и  $n^p$ , тогда как другая состоит из двух полупроводников *p*-типа, соединенных последовательно, с концентрациями  $p^n$  и  $p^p$ . В выбранном направлении тока (от *n*- к *p*-области) при слабой рекомбинации происходит нагрев вместо охлаждения [2, 11].

Относительно сказанного выше отметим, что классическая теория вольтамперной характеристики через *p-n* переход [26] удовлетворяет следующему уравнению:

$$j_0 = j_s \left( \exp\left(\frac{eV}{T}\right) - 1 \right), \tag{26}$$

где ток насыщения  $(j_s)$  изменяется прямо пропорционально коэффициентам захвата. Из уравнения (26) вытекает, что ток  $j_0$  через *p-n* переход равен нулю, когда рекомбинация отсутствует при любом напряжении.

Это значит, что модель (уравнение (26)) неверна при слабой рекомбинации. В то же время, уравнение (25) (вместе с уравнением (24)) дают правильное выражение для тока  $j_0$  (по крайней мере, при слабом напряжении). Главный результат состоит в том, что можно получить температурное отклонение от равновесия на переходе:

$$\begin{split} \delta T^{n}(0) &= j_{0}l_{n} \Bigg[ \left(\Pi_{n}^{p} + \Pi_{p}^{n}\right)^{2} \Bigg( \left(\Pi_{n}^{p}\right)^{2} \frac{l_{p}}{\sigma_{p}^{p}} + \left(\Pi_{p}^{n}\right)^{2} \frac{l_{n}}{\sigma_{n}^{n}} \Bigg) \Bigg] + \\ &+ j_{0}l_{n}H \Bigg[ \left(\Pi_{n}^{p}\right)^{2} \Bigg( \frac{l_{p}}{\sigma_{p}^{p}} + \frac{l_{n}}{\sigma_{p}^{n}} \Bigg) \Bigg( \frac{l_{n}}{\sigma_{p}^{p}} + \frac{l_{p}}{\sigma_{p}^{p}} \Bigg) \Bigg] + \\ &+ j_{0}l_{n}H \Bigg[ \left(\Pi_{p}^{n}\right)^{2} \Bigg( \frac{l_{p}}{\sigma_{p}^{p}} + \frac{l_{n}}{\sigma_{p}^{n}} \Bigg) \Bigg( \frac{l_{p}}{\sigma_{n}^{p}} + \frac{l_{p}}{\sigma_{n}^{n}} \Bigg) \Bigg] + \\ &+ j_{0}l_{n}H \Bigg[ \left(\Pi_{p}^{n} + \Pi_{n}^{p}\right)^{2} \Bigg( \frac{l_{p}}{\sigma_{p}^{p}} + \frac{l_{n}}{\sigma_{p}^{n}} \Bigg) \frac{l_{n}l_{p}}{\sigma_{n}^{p}\sigma_{p}^{n}} \Bigg]. \end{split}$$

$$(27)$$

Выражение для Н выглядит так:

$$H = \frac{T_0}{l_n l_p} \left( \kappa_{ph}^n l_p + \kappa_{ph}^p l_n \right).$$
<sup>(28)</sup>

Из этого выражения следует, что положительный ток будет генерировать тепло вместо охлаждения на переходе, что сильно отличается от обычных результатов.

#### В. Сильная рекомбинация

Предположим, что рекомбинация очень сильная. Физический смысл заключается в том, что  $l_{n,p} >> l_D \rightarrow 0 >> r_D \rightarrow 0$ . С математической точки зрения мы имеем  $\tau \rightarrow 0$  в уравнении (10).

Поскольку скорость рекомбинации (*R*) не может быть бесконечной при  $\tau \to 0$ , то из уравнения (10) вытекает, что:

$$\delta n = -A\delta p - \beta \delta T. \tag{29}$$

В то же время, величина *R* является конечной, но не определенной. Сложив уравнения (8*a*) и (8*b*), получим:

$$\nabla \cdot \left(j_n^n + j_p^n\right) = 0, \quad \nabla \cdot \left(j_n^p + j_p^p\right) = 0. \tag{30}$$

Важно подчеркнуть, что концентрации неравновесных носителей заряда ( $\delta n$  и  $\delta p$ ) не равны нулю в рассматриваемом приближении. Следовательно, нет оснований утверждать, что  $j_n^n >> j_p^n$  и  $j_p^p >> j_n^p$ .

Поэтому объемное уравнение (1) снова преобразуется в:

$$\Delta T = 0. \tag{31}$$

И вновь, как и в случае слабой рекомбинации, правая сторона уравнения (1) также становится равной нулю, но по совершенно другим физическим причинам. Но, как и в случае слабой рекомбинации, тепловой поток зависит от концентраций неравновесных носителей. Последние определяются уравнениями (29), (30) и (31) при соответствующих граничных условиях.

В предыдущем случае отмечалось, что уравнение (26) не является корректным, если рекомбинация довольно слабая. Также нетрудно понять, что уравнение (26) не является корректным в случае сильной рекомбинации. Из выражения для  $j_s$  вытекает, что  $j_s \to \infty$ , когда  $\tau \to 0$  при любом приложенном напряжении *V*. Последнее утверждение не является корректным с физической точки зрения. Описанный выше метод позволяет рассчитать

вольтамперную характеристику *p-n* перехода в случае сильной рекомбинации в линейном режиме относительно приложенного напряжения *V*.

Температурное отклонение на переходе получено аналитически:

$$\delta T^{n}(0) \propto j_{0} l_{n} \left[ \sigma_{n}^{n} \sigma_{p}^{p} \left( \Pi_{n}^{n} - \Pi_{p}^{p} \right) + \sigma_{p}^{n} \sigma_{p}^{p} \Pi_{p}^{n} - \sigma_{n}^{n} \sigma_{n}^{p} \Pi_{n}^{p} \right].$$
(32)

Это выражение явно отличается от обычно используемого:

$$\delta T^n(0) \propto j_0 \sigma_n^n \sigma_p^p \left( \Pi_n^n - \Pi_p^p \right) l_n \,. \tag{33}$$

Это различия не только по величине, но и по знаку. В отличие от уравнения (33), которое для положительных значений  $j_0$  предсказывает только рост температуры с  $j_0$ , уравнение (32) показывает, что *p-n* переход в тех же условиях смещения (положительные значения  $j_0$ ) может нагреваться или охлаждаться в зависимости от значений коэффициентов Пельтье и электропроводности *p-n* перехода. Более того, в уравнении (32) четко видна первостепенная важность неравновесных носителей с обеих сторон перехода (игнорируемую в уравнении (33)), поскольку они управляют знаком  $\delta T^n(0)$ .

Наконец, подчеркнем, что только при одновременном удовлетворении следующих двух критериев:

$$\frac{\Pi_n^n}{\Pi_n^p} \gg \frac{\sigma_n^p}{\sigma_p^p}, \ \frac{\Pi_p^p}{\Pi_n^p} \gg \frac{\sigma_n^p}{\sigma_n^n},$$
(34)

уравнение (32) сводится к уравнению (33).

### Когда традиционная теория термоэлектрического охлаждения верна?

Уравнения, используемые для описания термоэлектрического охлаждения в традиционной теории, это [1 – 4, 6 – 9] уравнение (31) и

$$q_n = -\kappa^n_{\ ph} \nabla T + \Pi^n_{\ n} j^n_{\ n} , \qquad (35)$$

$$q_p = -\kappa^p{}_{ph} \nabla T + \Pi^p{}_p j^p{}_p, \qquad (36)$$

где предполагается, что  $j_n^n = j_p^p = j_0$  и не зависят от координат. Кроме того, предполагается, что  $\prod_n^n$  и  $\prod_p^p$  постоянны по пространственным переменным.

Однако вопрос «когда назначенная модель верна?» не рассматривается ни в одной из работ, приведенных выше (и не упоминается ни в одной работе, посвященной проблеме термоэлектрического охлаждения). Только в работе [11] эта проблема затронута с физической (но не математической) точки зрения. Поэтому возникает вопрос: «могут ли уравнения (31), (35) и (36) быть верны?» и если да, то при каких условиях?

Как было показано в предыдущем разделе, уравнение теплового баланса имеет вид уравнения (31) в двух предельных случаях (сильной и слабой рекомбинации), при допущении условия квазинейтральности. Уравнения (35), (36) неприменимы к случаям слабой и промежуточной рекомбинации. Поэтому мы концентрируем наше внимание только на случае сильной рекомбинации. Отметим, что уравнения (2) и (5) могут быть сведены к уравнениям (35)-(36) при выполнении следующих условий:

$$j_{n}^{n} >> j_{p}^{n}, j_{p}^{p} >> j_{n}^{p}.$$
 (37)

Эти условия удовлетворяются только при  $\delta n$ ,  $\delta p \rightarrow 0$ . Однако, как видно из уравнений (12) и (29),  $\delta n$ ,  $\delta p \rightarrow 0$  только при  $\beta \rightarrow 0$ . С физической точки зрения это означает, что концентрации зарядовых носителей не зависят от локальной температуры T(x). Однако такая ситуация не возникнет никогда. Поэтому термоэлектрическое охлаждение, описываемое уравнениями (31), (35) и (36) в традиционной теории, является неверным.

Наконец, подчеркнем, что одно из главных допущений в данной работе состоит в том, что боковые поверхности p - n структуры термически изолированы (адиабатическая изоляция, адиабатический эффект Пельтье [2]). В этой ситуации исследуемая p - n структура не имеет энергетического взаимодействия с окружающей средой, таким образом, эффект Пельтье проявляется «со всей очевидностью».

Однако на практике имеет место другая очень интересная ситуация: идеальное тепловое взаимодействие *p-n* структуры с окружающей средой (изотермический эффект Пельтье [1, 9]). Ясно, что в этих условиях внутри структуры  $\nabla T = 0$ . В этом случае проблема термоэлектрического охлаждения сводится к расчету количества тепла, абсорбированного из окружающей среды или выделенного в нее *p-n* структурой для удовлетворения условия, наложенного  $\nabla T = 0$ . С нашей точки зрения такая постановка проблемы является излишне искусственной.

Легко определив тепловой поток из традиционной теории, с помощью уравнений (35) – (36) и наложения  $\nabla T = 0$ , мы непосредственно получим

$$q_{ext} = (\Pi_{n}^{n} - \Pi_{p}^{p}) j_{0}.$$
(38)

В модели, представленной в данной статье, расчет  $q_{ext}$  требует решения системы уравнений (8), (12) и (31) при  $\nabla T = 0$  и соответствующих граничных условиях. Для изотермического эффекта Пельтье условие  $\tau \to 0$  (сильная рекомбинация) обеспечивает исчезновение концентраций неравновесных носителей заряда  $\delta n = \delta p = 0$  и переход к традиционной теории.

### Выводы

Показано, что теория термоэлектрического охлаждения (адиабатический эффект Пельтье) не может быть создана без учета существования неравновесных концентраций электронов и дырок. Представленная рекомбинация неравновесных носителей всегда зависит от температурной неоднородности, связанной с термоэлектрическим охлаждением. Следовательно, неравновесные концентрации носителей не исчезают даже при очень коротком времени жизни. Проанализированы упрощения, связанные с приближением квазинейтральности для слабой и сильной рекомбинации. В настоящей работе показано, что эффект Пельтье сильно зависит от скорости рекомбинации. В частности, показано, что знак эффекта Пельтье изменяется с величиной скорости рекомбинации.

Авторы выражают благодарность Национальному совету по науке и технике Мексики за частичную финансовую поддержку.

# Литература

- 1. *Thermoelectrics Handbook: Macro to Nano*, edited by D.M. Rowe (Taylor & Francis, London/CRC, Boca Raton, FL, 2006).
- 2. Yu.G. Gurevich and G.N. Logvinov, Semicond. Sci. Technol. 20, R57 (2005).
- 3. G.N. Logvinov, J.E. Velásquez, I.M. Lashkevych, and Yu.G. Gurevich, *Appl. Phys. Lett.* 89, 092118 (2006).
- 4. Yu.G. Gurevich and G. N. Logvinov, Rev. Mex. Fis. 53, 337 (2007).
- 5. R. de Groot and P. Mazur, Non-Equilibrium Thermodynamics (Dover, New York, 1984).
- 6. A.F. Ioffe, Semiconductor Thermoelements and Thermoelectric Cooling (Infosearch, London, 1957).
- 7. J. Tauc, Photo and Thermoelectric Effects in Semiconductors (Pergamon, Oxford, 1962).
- 8. L.I. Anatychuk, *Physics of Thermoelectricity* (Institute of Thermoelectricity, Kyiv, Chernivtsi, 1998).
- 9. G.S. Nolas, J. Sharp, and H.J. Goldsmid, *Thermoelectrics. Basic Principles and New Materials Development* (Springer, Berlin, New York, 2001).
- 10. K. Seeger, Semiconductor Physics (Springer, Berlin, 1985).
- 11. Yu.G. Gurevich, G.N. Logvinov, O.Yu. Titov, and J. Giraldo, Surf. Rev. Lett. 9, 1703 (2002).
- 12. Yu.G. Gurevich, O.Yu. Titov, G.N. Logvinov, and O.I. Lyubimov, Phys. Rev. B 51, 6999 (1995).
- 13. Yu.G. Gurevich, G.N. Logvinov, G. Espejo, I.N. Volovichev, O.Yu. Titov, and A. Meriuts, *Phys. Status Solidi B* 231, 278 (2002).
- 14. Igor Lashkevych, Carlos Cortes, and Yuri G. Gurevich, *Journal of Applied Physics* 105, 053706 (2009).
- 15. Yu.G. Gurevich, J.E. Velázquez-Pérez, Journal of Applied Physics 114, 1033704 (2013).
- 16. Yu.G. Gurevich, J.E. Velazquez-Perez, *Peltier Effect in Semiconductor*, Wiley Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering (John Wiley and Sons, p. 1–21, 2014), DOI:10.1002/047134608X.W8206
- 17. L. Villegas-Lelovsky, G. Gonzalez de la Cruz, and Yu.G. Gurevich, *Thin Solid Films*, 433, 371 (2003).
- 18. V.F. Gantmakher, I.B. Levinson, *Carrier Scattering in Metals and Semiconductors*, Vol. 19 of Modern Problems in Condensed Matter Science (Amsterdam, Netherlands: North-Holland, 1987).
- 19. I.N. Volovichev, J.E. Velazquez-Perez, Yu.G. Gurevich, Solid-State Electronics 52, 1703 (2008).
- 20. I.N. Volovichev, G.N. Logvinov, O.Yu. Titov, and Y.G. Gurevich, J. Appl. Phys. 95, 4494 (2004).
- 21. Yu.G. Gurevich and I.N. Volovichev, Phys. Rev. B 60, 7715 (1999).
- 22. O.Yu. Titov, J. Giraldo, Yu.G. Gurevich, Applied Physics Letters 80, 3108 (2002).
- 23. Yu.G. Gurevich, J.E. Velazquez-Perez, G. Espejo-Lopez, I.N. Volovichev, O.Yu. Titov, *Journal of Applied Physics* 101, 023705 (2007).
- 24. J.N. Chazalviel, Coulomb Screening by Mobile Charges (Boston: Birkhauser, 1999).
- 25. Yu.G. Gurevich, V.B. Yurchenko, Sov. Phys. Semicond. 25, 1268 (1991).
- 26. C.T. Sah, R.N. Noyce, W. Shockley, Proc. IRE 45, 1228 (1957).

Поступила в редакцию 16.07.2014.