

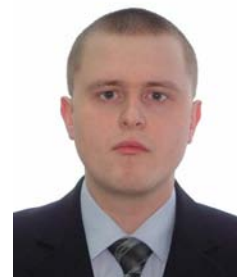
УДК 621.315.592

Гуцул И.В., Гуцул В.И.



Гуцул И.В.

Черновицкий национальный университет
имени Юрия Федьковича,
ул. Коцюбинского, 2, Черновцы, 58012 Украина



Гуцул В.И.

**ИССЛЕДОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ
И ТЕРМОЭЛЕКТРОДВИЖУЩЕЙ СИЛЫ
АНИЗОТРОПНОГО ОПТИКОТЕРМОЭЛЕМЕНТА ПРИ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ
НАПРАВЛЕНИЯХ ЛУЧЕВОГО ПОТОКА И ГРАДИЕНТА ТЕМПЕРАТУРЫ**

Показано решение неоднородного нестационарного уравнения теплопроводности при параллельных направлениях градиента температуры и лучевого потока анизотропной пластины $ZnAs_2$ с учетом закона Бугера-Ламберта и проанализирована зависимость температурного распределения от координат и времени. Получены выражения поперечной термоэлектродвижущей силы для случаев оптического пропускания и поверхностного поглощения.

Ключевые слова: анизотропная среда, анизотропный оптикотермоэлемент, термостат, лучевой поток, градиент температуры, поперечная термоэлектродвижущая сила.

The solution of the inhomogeneous unsteady-state thermal conductivity equation under parallel directions of temperature gradient and radiant flux of $ZnAs_2$ anisotropic plate with regard to the Bouguer-Lambert law is presented, and the dependence of temperature distribution on coordinates and time is analyzed. The expressions for the transverse thermopower are obtained for the cases of optical transmission and surface absorption.

Key words: anisotropic medium, anisotropic optical thermoelement, thermostat, radiant flux, temperature gradient, transverse thermopower.

Введение

Перспективы использования анизотропных сред с различной величиной оптической прозрачности для регистрации и преобразования высокоинтенсивных лучевых потоков предполагают всестороннее изучение их свойств. Одним из методов генерирования электродвижущей силы является метод поперечной термоэлектродвижущей силы (термоЭДС). Не смотря на то, что это явление исследовалось еще Томсоном [1], прошло почти столетие, прежде чем Самойловичу с сотрудниками удалось реализовать эту идею в виде анизотропного термоэлемента [2]. Отсутствие традиционного спая, наличие только одного звена, взаимная перпендикулярность теплового потока и термоэлектрического поля обусловили его особую перспективность и привели к появлению новых поколений различных приборов и устройств, не имеющих соответствующих отечественных и зарубежных аналогов [3-6]. В настоящее время существуют источники, энергию которых довольно сложно регистрировать и преобразовывать известными методами. В данной работе для этого предлагается использование сред с различной

величиной оптической прозрачности. Такие среды позволяют преобразовывать поглощенную часть лучевой энергии с помощью теплопирокалориметрических эффектов. Проведенный анализ показывает, что для лучевых потоков УФ-, видимой и ИК-областей спектра реализация этого метода особенно перспективна для случая использования явления поперечной термоЭДС [1-5]. Это привело к разработке анизотропных оптикотермоэлементов (АОТ) [7]. Выбор конкретных АОТ и необходимых режимов работы определяется условиями эксплуатации и зависит как от параметров используемых материалов, так и от взаимных направлений распространения лучевого и теплового потоков относительно выбранных кристаллографических ориентаций материала.

Нестационарное распределение температуры и термоЭДС АОТ

Рассмотрим АОТ в виде прямоугольной пластины размерами a , b , c (рис. 1), изготовленной из материала, коэффициенты теплопроводности χ и термоЭДС α которого в лабораторной системе координат (XYZ) , повернутой на угол ϕ в плоскости XOY относительно кристаллографической $(X'Y'Z')$, имеют вид

$$\chi = \begin{vmatrix} \chi_{\parallel} \sin^2 \phi + \chi_{\perp} \cos^2 \phi & (\chi_{\parallel} - \chi_{\perp}) \sin \phi \cos \phi & 0 \\ (\chi_{\parallel} - \chi_{\perp}) \sin \phi \cos \phi & \chi_{\parallel} \cos^2 \phi + \chi_{\perp} \sin^2 \phi & 0 \\ 0 & 0 & \chi_{\perp} \end{vmatrix},$$

$$\alpha = \begin{vmatrix} \alpha_{\parallel} \sin^2 \phi + \alpha_{\perp} \cos^2 \phi & (\alpha_{\parallel} - \alpha_{\perp}) \sin \phi \cos \phi & 0 \\ (\alpha_{\parallel} - \alpha_{\perp}) \sin \phi \cos \phi & \alpha_{\parallel} \cos^2 \phi + \alpha_{\perp} \sin^2 \phi & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{\perp} \end{vmatrix},$$
(1)

где χ_{\parallel} , χ_{\perp} и α_{\parallel} , α_{\perp} – компоненты тензоров χ и α .

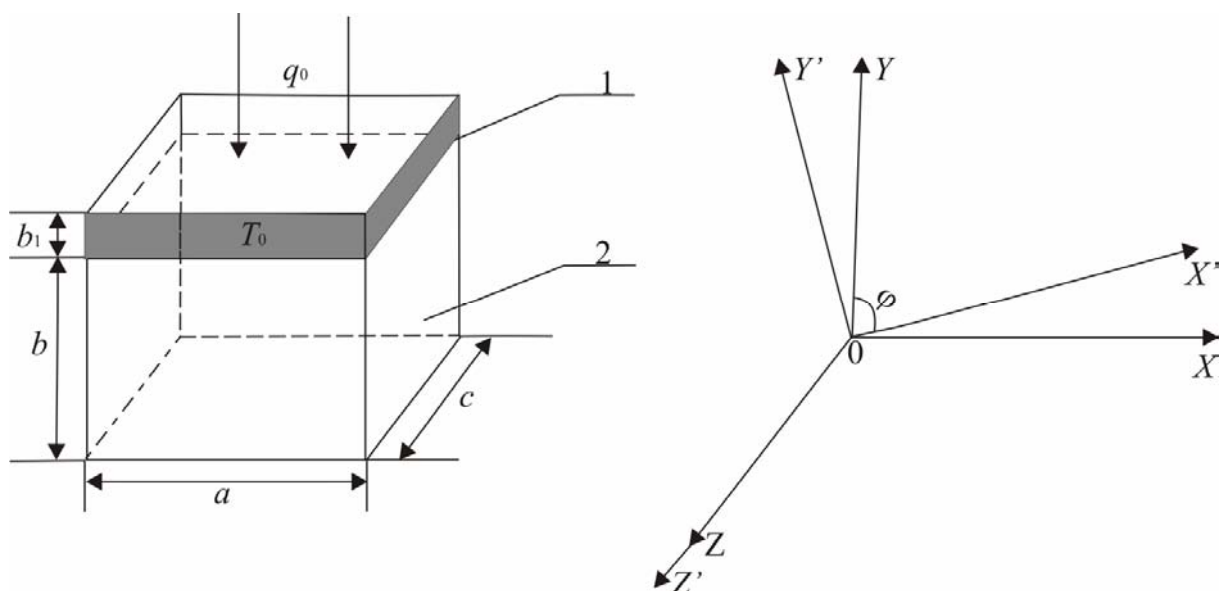


Рис. 1. Схема АОТ: 1 – термостат, 2 – анизотропная пластина. Справа – лабораторная система координат XYZ и ориентация кристаллографических осей $X'Y'Z'$ пластины 2.

На верхнюю грань термостата 1 толщиной b_1 , изготовленного из оптически прозрачного в необходимом спектральном диапазоне длин волн материала с коэффициентом поглощения γ_1 ,

падает однородный монохроматический оптический поток плотностью q_0 . Нижняя грань термостата находится в теплооптическом контакте с верхней гранью АОТ 2 при температуре $T = T_0$. Боковые и нижние грани пластины 2 адиабатически изолированы. При этом не учитываются краевые эффекты ($a = c \gg b$) [8]. Равномерный монохроматический поток плотностью q_0 и длиной волны λ_0 , пройдя через такую пластину, вызывает в ней появление градиента температуры и однозначно связанной с ним поперечной термоЭДС.

При наличии внутренних источников тепла нестационарное распределение температуры в АОТ можно найти из основного закона теплопроводности [9]

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{d C_0} \sum_{i,k=1}^3 \chi_{ik} \frac{\partial^2 T}{\partial x_i \partial x_k} + \frac{q_v}{d C_0}, \quad (2)$$

где d – плотность материала АОТ, C_0 – удельная теплоемкость, χ_{ik} – соответствующие компоненты тензора теплопроводности, определяемые вторым соотношением системы (1), q_v – количество тепла, выделяемое внутренними источниками в единице объема за единицу времени.

Для нестационарного распределения температуры в приближении

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial z} = 0, \quad \chi_{12} < \chi_{22}$$

и выполнения закона Бугера-Ламберта, уравнение теплопроводности (2) имеет вид

$$\frac{\partial T}{\partial t} = R^2 \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + P e^{-\gamma(b-y)}, \quad (3)$$

где $R^2 = \frac{\chi_{22}}{C_0 d}$, $P = \frac{q_0 \gamma}{C_0 d} \exp[-\gamma_1 b_1]$, γ – коэффициент поглощения материала АОТ.

Решение неоднородного уравнения (3) при краевых и начальных условиях

$$\left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = 0; \quad T|_{y=b} = T_0; \quad T|_{t=0} = T_0 \quad (4)$$

будем искать в виде

$$T(y, t) = T_0 + V(y, t). \quad (5)$$

Подставляя (5) в (3), получим задачу теплопроводности

$$\frac{\partial V}{\partial t} = R^2 \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + P e^{-\gamma(b-y)} \quad (6)$$

для функции $V(y, t)$ при однородных краевых и начальных условиях

$$\left. \frac{\partial V}{\partial y} \right|_{y=0} = 0; \quad V|_{y=b} = 0; \quad V|_{t=0} = 0. \quad (7)$$

Общее решение неоднородного уравнения (6) найдем в виде суммы общего решения однородного и частного решения неоднородного уравнения (6), то есть

$$V(y, t) = V_{одн}(y, t) + V_{неодн}(y, t). \quad (8)$$

Общее решение однородного уравнения (6) при нулевых краевых условиях (7) приводит к задаче Штурма-Лиувилля, собственной функцией которой является функция $\cos\left[\frac{(2n+1)\pi}{2b}y\right]$,

отвечающая собственным значениям $\lambda_n = \frac{(2n+1)\pi}{2b}$, где $n = 0, 1, 2, \dots$. Частное решение неоднородного уравнения (6) ищем в виде ряда Фурье, построенного на собственных функциях $\cos\left[\frac{(2n+1)\pi}{2b}y\right]$ однородной задачи:

$$V(y, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_n(t) \cos\left[\frac{(2n+1)\pi}{2b}y\right]. \quad (9)$$

Подставляя (9) и разложение неоднородности уравнения теплопроводности (6) в ряд Фурье по собственным функциям однородной задачи, получим уравнение для нахождения $\Phi_n(t)$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \Phi_n'(t) + \left[\frac{(2n+1)\pi}{2b}R\right]^2 \Phi_n(t) - \phi_n \right\} \cos\left[\frac{(2n+1)\pi}{2b}y\right] = 0, \quad (10)$$

где $\phi_n = \frac{2}{b} \int_0^b P e^{-\gamma(b-y)} \cos\left[\frac{(2n+1)\pi}{2b}y\right] dy$. Полученное равенство можно рассматривать как

разложение нуль-функции в ряд Фурье по собственным функциям $\cos\left[\frac{(2n+1)\pi}{2b}y\right]$.

Подставляя $\Phi_n(t)$ в уравнение (9) получим решение задачи теплопроводности (6)-(7) в таком виде:

$$V(y, t) = \int_0^t d\tau \int_0^b \left[\frac{2}{b} \sum_{n=0}^{\infty} \exp\left[-\left[\frac{(2n+1)\pi}{2b}R\right]^2(t-\tau)\right] \cos\left[\frac{(2n+1)\pi}{2b}y\right] \cos\left[\frac{(2n+1)\pi}{2b}\xi\right] \right] P e^{-\gamma(b-\xi)} d\xi. \quad (11)$$

Введем функцию влияния мгновенного точечного источника тепла

$$G(y, \xi, t - \tau) = \frac{2}{b} \sum_{n=0}^{\infty} \exp\left[-\left[\frac{(2n+1)\pi}{2b}R\right]^2(t-\tau)\right] \cos\left[\frac{(2n+1)\pi}{2b}y\right] \cos\left[\frac{(2n+1)\pi}{2b}\xi\right]. \quad (12)$$

Тогда решение (11) приобретет вид

$$V(y, t) = \int_0^t d\tau \int_0^b G(y, \xi, t - \tau) P e^{-\gamma(b-\xi)} d\xi. \quad (13)$$

Подставив (13) в (5), получим после интегрирования конечное выражение для нестационарного распределения температуры

$$T(y, t) = T_0 + \frac{2q_0\gamma}{b\chi_{22}} \exp[-\gamma_1 b_1] \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\left[(-1)^n \frac{(2n+1)\pi}{2b} - \gamma e^{-\gamma b}\right]}{\left[\gamma^2 + \left(\frac{(2n+1)\pi}{2b}\right)^2\right] \left(\frac{(2n+1)\pi}{2b}\right)^2} \times \left[1 - \exp\left(\frac{-(2n+1)^2 \pi^2}{4} \frac{\chi_{22}}{C_0 d b^2} t\right)\right] \cos\left(\frac{(2n+1)\pi}{2b}y\right). \quad (14)$$

Из соотношения (14) видно, что нестационарное распределение температуры АОТ зависит от коэффициентов поглощения материалов термостата и термоэлемента, а также анизотропии коэффициента теплопроводности. Кроме этого температурное распределение зависит от геометрических размеров термоэлемента и термостата и имеет сложную нелинейную зависимость от координаты y и времени t .

На рис. 2 приведен график распределения температурного поля $\Delta T(y,t) = T(y,t) - T_0$ для АОТ, изготовленного из $ZnAs_2$, в случае оптического пропускания ($\gamma b \ll 1$), а на рис. 3 – в случае поверхностного поглощения ($\gamma b \gg 1$).

Компоненты напряженности термоэлектрического поля E_i^T определяются следующим соотношением:

$$E_i^T = \sum_{k=1}^3 \alpha_{ik} \frac{\partial T}{\partial x_k}, \quad (i=1,2,3). \quad (15)$$

Подставив (14) в (15), получим

$$E_x^T = -\frac{2q_0 \gamma \alpha_{12}}{b \chi_{22}} \exp[-\gamma_1 b_1] \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\left[(-1)^n \frac{(2n+1)\pi}{2b} - \gamma e^{-\gamma b} \right]}{\left[\gamma^2 + \left(\frac{(2n+1)\pi}{2b} \right)^2 \right]} \frac{(2n+1)\pi}{2b} \times \left[1 - \exp\left(-\frac{(2n+1)^2 \pi^2}{4} \frac{\chi_{22}}{C_0 d b^2} t \right) \right] \sin\left(\frac{(2n+1)\pi}{2b} y \right). \quad (16)$$

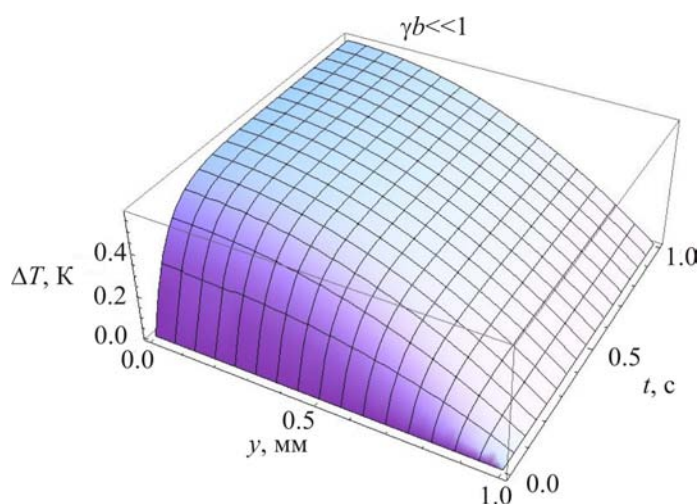


Рис. 2. Распределение температурного поля АОТ из $ZnAs_2$ в случае оптического пропускания.

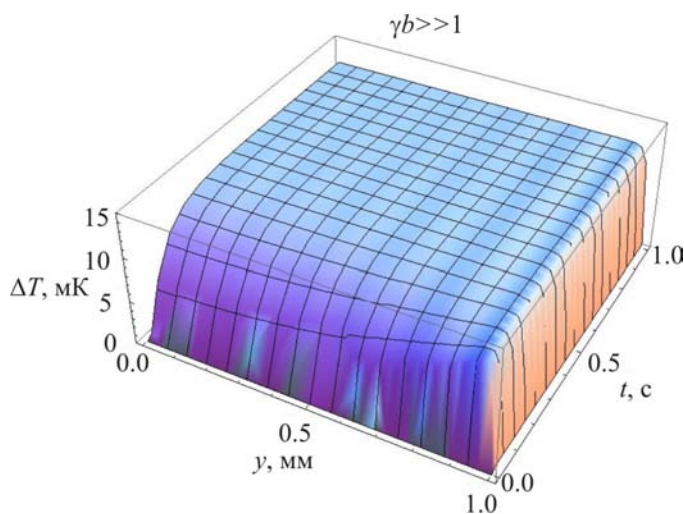


Рис. 3. Распределение температурного поля АОТ из $ZnAs_2$ в случае поверхностного поглощения.

Согласно [10], поперечная термоЭДС ε_x определяется следующим соотношением:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{bc} \int_0^b dy \int_0^c dz \int_0^a E_x^T dx. \quad (17)$$

Подставляя (16) в (17), получим после интегрирования выражение для поперечной термоэлектродвижущей силы ε_x рассматриваемого АОТ в виде

$$\varepsilon_x(t) = -\frac{2q_0 \gamma a \alpha_{12}}{\chi_{22}} \exp[-\gamma_1 b_1] \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\left[(-1)^n \frac{(2n+1)\pi}{2b} - \gamma e^{-\gamma b} \right]}{\left[\gamma^2 + \left(\frac{(2n+1)\pi}{2b} \right)^2 \right] \left(\frac{(2n+1)\pi}{2b} \right)^2} \times \left[1 - \exp\left(-\frac{(2n+1)^2 \pi^2}{4} \frac{\chi_{22}}{C_0 d b^2} t \right) \right]. \quad (18)$$

На рис. 4 и 5 показаны графики зависимости поперечной термоЭДС ε_x от высоты b АОТ и времени t для случаев оптического пропускания ($\gamma b \ll 1$) и поверхностного поглощения ($\gamma b \gg 1$) соответственно.

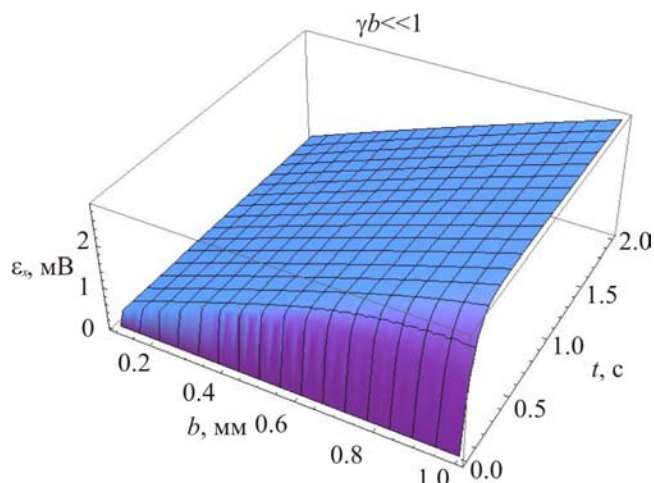


Рис. 4. Зависимость поперечной термоЭДС ε_x АОТ из $ZnAs_2$ в случае оптического пропускания от времени t и высоты b термоэлемента при термостатировании верхней рабочей грани.

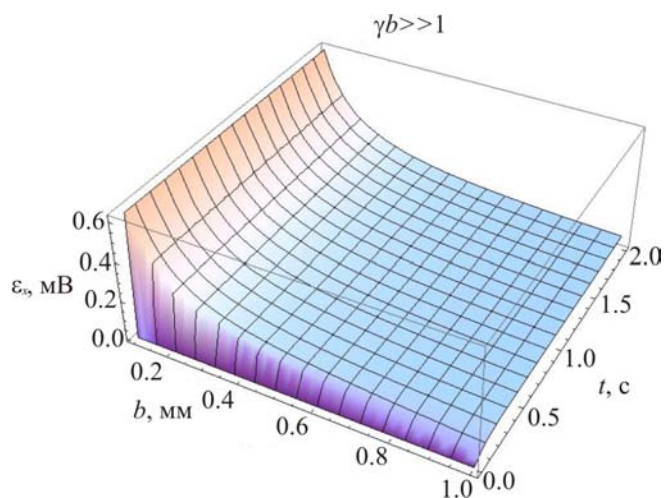


Рис. 5. Зависимость поперечной термоЭДС ε_x АОТ из $ZnAs_2$ в случае поверхностного поглощения от времени t и высоты b термоэлемента при термостатировании верхней рабочей грани.

Установлено, что с ростом времени t как в случаях оптического пропускания, так и поверхностного поглощения, поперечная термоЭДС возрастает и при определенном значении t достигает постоянной величины. Из графиков видно, что с ростом высоты АОТ поперечная термоЭДС имеет сложную нелинейную зависимость в начальные моменты времени как для оптического пропускания, так и поверхностного поглощения. В более поздние моменты времени сложная нелинейная зависимость от высоты сохраняется для поверхностного поглощения, а для оптического пропускания наблюдается квазилинейная зависимость поперечной термоЭДС от высоты b АОТ.

Выводы

Исследованы выражения поперечной термоЭДС АОТ из $ZnAs_2$ при условии термостатирования верхней рабочей грани для случаев оптического пропускания и поверхностного поглощения. Рассмотренные АОТ позволяют регистрировать и контролировать лучевые потоки в широком спектральном диапазоне.

Литература

1. Tomson W. On thermoelectric currents in linear conduction crystalline substance // Math. Phys. Pap. – 1882. – N. 1. – P. 266-273.
2. А. с. 230915 СССР. Термоэлемент / Пилат И.М., Самойлович А.Г., Анатычук Л.И. – Оpubл. в Б. И., 1970, №3.
3. Анатычук Л.И. Термоэлементы и термоэлектрические устройства. – К.: Наукова думка, 1979. – 767 с.
4. Анатычук Л.И., Лусте О.Я. Вихревые термоэлектрические токи и вихревые термоэлементы // ФТП. – 1976. – Т.10. – №5. – С. 817-831.
5. Снарский А.А., Пальти А.М., Ащеулов А.А. Анизотропные термоэлементы (Обзор) // ФТП. – 1997. – Т.31. – №11. – С. 1281-1298.
6. Ashcheulov A.A., Rarenko I.M., Voronka N.K. Optimized materials based on cadmium antimonide and their application // J. of Thermoelectricity. – 1995. – N. 3. – P. 73-88.
7. Ashcheulov A.A., Gutsul I.V. Anisotropic optical thermoelectric elements // J. of Thermoelectricity. – 1997. – N. 3. – P. 81-89.
8. Слипченко В.Н., Снарский А.А. Влияние анизотропии теплопроводности на поперечную термоэдс // ФТП. – 1974. – Т.8. – №10. – С. 2010-2012.
9. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. – 600 с.
10. Снарский А.А. ЭДС термоэлементов, использующих анизотропию термоЭДС. I. Анизотропные термоэлементы прямоугольной формы // ФТП. – 1977. – Т.11. – №10. – С. 2053-2055.

Поступила в редакцию 02.12.2014.