

УДК 536.5..121.385.8

Раренко И.М.¹, Шайко-Шайковский А.Г.², Белов М.Е.³

¹Институт термоэлектричества НАН и МОН Украины,
ул. Науки, 1, Черновцы, 58029, Украина;

²Черновицкий национальный университет им. Ю. Федьковича,
ул. Коцюбинского, 2, Черновцы, 58012, Украина;

³VAMP-AT Corporation, ул. Кармелюка, 99, Черновцы, Украина

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВЕЛИЧИН СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ КОЛЕБАНИЙ ПРИ КОНСТРУИРОВАНИИ МНОГОКАСКАДНЫХ ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МОДУЛЕЙ

В работе рассмотрена возможность теоретического определения на этапе проектирования собственных частот колебаний термоэлектрических охладителей с разным числом каскадов и различной конфигурации. Определение собственных частот колебаний параллельно проведено для изделий с учётом демпфирования, создаваемого рядом конструктивных элементов, а также – без учёта демпфирующей способности слоёв припоя по торцам термоэлементов. Проведен анализ и сравнение полученных теоретических результатов.

Результаты расчёта определения собственных частот колебаний термоэлектрических охладителей (ТЭО) – путем использования системы уравнений Лагранжа II-го рода, сопоставлены с расчётными величинами, полученными при использовании способа электродинамических аналогий.

Ключевые слова: термоэлектрические модули резонанс, собственные частоты колебаний, демпфирование.

The paper deals with the possibility of theoretical determination during design phase of natural oscillation frequencies of thermoelectric coolers with different number of stages and different configuration. The natural oscillation frequencies were determined in parallel for products with regard to damping created by a number of structural members, as well as without regard to damping capacity of solder layers along thermoelement ends. Analysis and comparison of the obtained theoretical results was performed. The results of determination of natural oscillation frequencies of thermoelectric coolers (TEC) by using the system of Lagrange's equations of the second kind were compared with the calculated values obtained by the method of electrodynamic analogies.

Key words: resonance, natural oscillation frequencies, damping.

Постановка проблемы

В состав электронных устройств и систем с целью охлаждения изделий электронной техники, радиоаппаратуры для обеспечения нормальных условий их работы, для уменьшения

веса и габаритов изделия используются термоэлектрические охладители (ТЭО), работа которых базируется на эффекте Пельтье. В зависимости от назначения, специфики и параметров электронных устройств, их мощности, величины выделяемой тепловой энергии используются ТЭО с различным числом каскадов.

Анализ последних исследований

Как известно, работа любого вида носителя характеризуется определенной частотой и амплитудой колебаний, которые являются вынужденными для установленной на нем аппаратуры. Обеспечение нормальной работы, в частности, ТЭО, их механической целостности сопряжено с недопущением возникновения явления резонанса при воздействии на изделие определенных спектров частот вынужденных колебаний.

Выделение нерешённых ранее частей общей проблемы

Таким образом, определение собственных частот колебаний изделий еще на этапе их проектирования и разработки – важная инженерно-техническая и научная задача. Для этого кроме экспериментальных методов используется математическое моделирование, которое позволяет с заданной точностью определить расчётным путём искомые параметры (размеры, форма элементов конструкции, соответствующие материалы) при использовании моделей ТЭО разной конструкции и сложности [1]. Общий вид, например, 3-х каскадной конструкции ТЭО представлен на рис. 1.

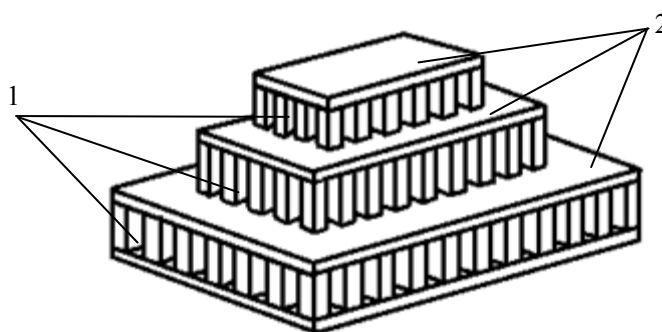


Рис. 1. Общий вид 3-х каскадной конструкции:

1 – термоэлементы; 2 – теплопереходы.

Формулировка цели исследования. В работе рассмотрен расчёт четырёхкаскадной конструкции ТЭО, параметры которой указаны ниже.

Число термоэлементов в каждом из каскадов, исследуемых в работе изделий, составляло: $n_1 = 12$, $n_2 = 22$, $n_3 = 52$, $n_4 = 128$ (на рис. 1 в качестве примера показан 3-х каскадный охладитель). Длина каждого термоэлемента составляет $l = 1.4$ мм; размеры поперечного сечения: 0.7×0.7 мм. Материал, из которого изготовлены термоэлементы, – телурид висмута Bi_2Te_3 , модуль упругости I-го рода которого $E = 6 \cdot 10^5$ кг/см².

Теплопереходы (2), рис. 1, изготовлены из ситалловых пластин толщиной 0.1 мм с нанесенными на них медными токопроводящими коммутационными дорожками. Для крепления термоэлементов к токопроводящей дорожке на боковой поверхности теплопереходов применялся припой, толщина слоя которого составляет $\Delta = 1 \cdot 10^{-1}$ мм, модуль упругости I-го рода принят $E_{II} = 1.2 \cdot 10^5$ кг/см².

Массы теплопереходов при указанном выше числе термоэлементов составляли: $m_1 = 10.92896 \cdot 10^{-5}$ кг; $m_2 = 4.55961 \cdot 10^{-5}$ кг; $m_3 = 1.95753 \cdot 10^{-5}$ кг; $m_4 = 1.31891 \cdot 10^{-5}$ кг. Такие изделия, несмотря на достаточно малые габариты и массу, позволяют достичь перепада температур до 20 °С на каждом каскаде, позволяя существенно охладить работающие электронные приборы и изделия. Установка ТЭО на подвижных носителях (наземных, подводных, авиационных, космических) позволяет существенно уменьшить общий вес радиоэлектронной аппаратуры, габариты всей установки в целом.

Формулировка цели исследования

Определение собственных частот колебаний ТЭО (этажерочного типа конструкций) осуществлялось с помощью разработанной математической модели, в основу которой положено использование дифференциальных уравнений Лагранжа II-го рода [2]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial x_i} = - \frac{\partial \Pi}{\partial x_i} - \frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \quad (1)$$

где: T – кинетическая энергия системы;

Π – потенциальная энергия системы;

i – обобщённая координата;

x_i – перемещение i -го каскада, $i = 1, 2, 3, 4$;

Φ – диссипативная функция,

t – время.

Кинетическая энергия системы:

$$T = \sum_{i=1}^4 T_i . \quad (2)$$

Потенциальная энергия системы:

$$\Pi = \sum_{i=1}^4 \Pi_i . \quad (3)$$

Диссипативная функция пропорциональна скорости перемещения масс системы:

$$\Phi = \sum_{i=1}^4 \Phi_i , \quad (4)$$

$$\Phi_i = \frac{1}{2} \beta_i \dot{x}_i^2, \quad (5)$$

где β_i – коэффициент затухания.

В работе рассмотрен случай, когда конструкция состоит из четырех каскадов термоэлементов, которые схематически можно изобразить в следующем виде (рис. 2):

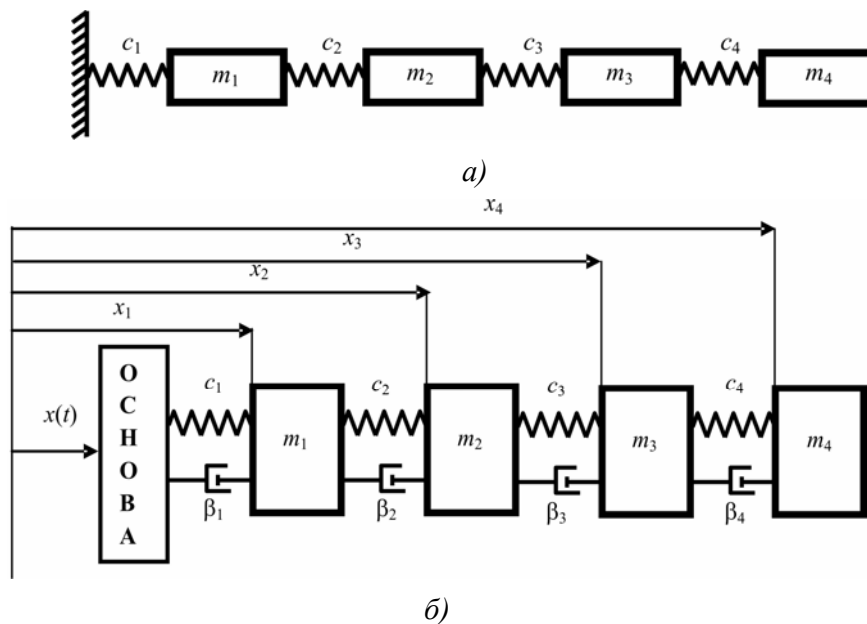


Рис. 2. Расчетная схема четырёх каскадного ТЭО; а) без учета демпфирования; б) с учетом демпфирования.

Основные результаты исследования

В работе рассмотрен случай исследования конкретного 4-х каскадного ТЭО, т.е. $i = 1, 2, 3, 4$. Здесь в качестве m_i приняты массы соответствующих тепло переходов, а в качестве c_i – жесткости термоэлементов каждого каскада соответственно [1].

Слои припоя по торцам термоэлемента имеют значения модуля упругости 2-го рода существенно меньше, чем аналогичный параметр материала самих термоэлементов, т.е. характеризуются меньшей жесткостью. Поэтому можно считать, что слои припоя по торцам термоэлементов в каждом каскаде играют роль своеобразных демпферов, снижающих значения собственных колебаний изделия.

Известно, что диссипативная функция носит нелинейный характер [4]. Учет этой нелинейности в сложных технических системах сопряжен со значительными, в том числе и математическими трудностями. Их учёт во многих случаях может внести существенные уточнения в значениях отыскиваемых величин параметров с учетом специфики изделий и условий их эксплуатации.

В связи с малыми размерами исследуемых изделий, их габаритами и спецификой их использования, в работе принято допущение о том, что на проектном этапе исследований

величину диссипативных сил можно не учитывать. (Введенное допущение проверено расчетным путем. Расхождение величин полученных при этом результатов составило 5 %).

Полученные результаты позволяют еще на этапе проектирования и разработки будущих изделий предусмотреть возможность возникновения случаев резонанса систем, принять меры по «уводу» собственных значений колебаний изделий в сторону от значений резонансных частот. Это особенно важно при разработке ответственных и дорогих систем, работающих на подвижных носителях, имеющих определенные значения вынужденных колебаний.

Для проверки достоверности полученных расчетным путем результатов проведено также определение собственных частот колебаний рассмотренных выше конструкций ТЭО с помощью независимого подхода – известного в теоретической механике метода электродинамических аналогий (ЭДА).

С этой целью рассматриваемая механическая система заменяется соответствующими электрическими аналогиями [3].

Электрическая схема четырехкаскадного термоэлектрического охладителя будет иметь следующий вид (рис. 3):

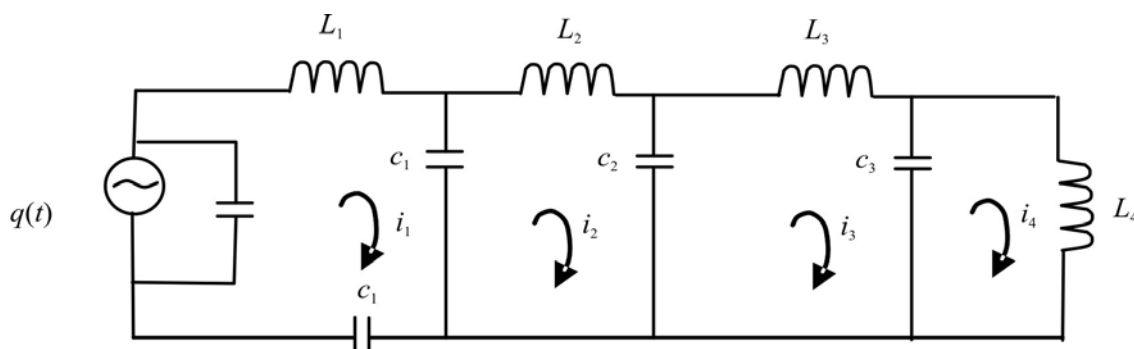


Рис. 3. Электрическая схематизация четырёх каскадного ТЭО.

Полученные путём использования двух независимых расчетных методик результаты для удобства анализа и сравнения содержатся в таблицах 1 – 4.

Таблица 1

Значения величин собственных частот колебаний 3-х каскадного изделия (Гц)
при $n_1 = 124$, $n_2 = 54$, $n_3 = 24$ с учетом демпфирования

Количество термоэлементов в каскаде	124	54	24
Дифференциальные уравнения Лагранжа 2-го рода	$2.177 \cdot 10^4$	$4.027 \cdot 10^4$	$5.50 \cdot 10^4$
ЭДА	$2.22 \cdot 10^4$	$4.234 \cdot 10^4$	$5.76 \cdot 10^4$

Таблица 2

Значения величин собственных частот колебаний 3-х каскадного изделия (Гц)
при $n_1 = 124$, $n_2 = 54$, $n_3 = 24$ без учета демпфирования

Количество термоэлементов в каскаде	124	54	24
Дифференциальные уравнения Лагранжа 2-го рода	$2.949 \cdot 10^6$	$5.455 \cdot 10^6$	$7.45 \cdot 10^6$
ЭДА	$3.113 \cdot 10^6$	$5.878 \cdot 10^6$	$7.821 \cdot 10^6$

Анализ данных таблиц 1 и 2 свидетельствует о том, что разброс значений собственных частот зависит от количества элементов в каскаде и меняется в пределах 1.94 % – 4.51 % (для изделий при учёте демпфирования). При расчёте без учета демпфирования, этот разброс находится, соответственно, в пределах 5.27 % – 5.19 %. При уменьшении числа термоэлементов в каскаде в обоих случаях расхождение в полученных результатах возрастает). Учет демпфирования дает значения собственных частот, как и в предыдущих случаях, на два порядка меньше, что объясняется существенным влиянием демпферов на значения собственных частот колебаний изделия. Это позволяет «регулировать» значения собственных частот колебаний, изменяя их значения в сторону, нужную конструктору.

Таблица 3

Значения собственных частот колебаний (Гц) для системы с 4-ю степенями
свободы с учетом демпфирования

Количество термоэлементов в каскаде	124	54	24	12
Дифференциальные уравнения Лагранжа 2-го рода	$1.797 \cdot 10^4$	$3.187 \cdot 10^4$	$4.682 \cdot 10^4$	$5.741 \cdot 10^4$
ЭДА	$1.842 \cdot 10^4$	$3.324 \cdot 10^4$	$4.791 \cdot 10^4$	$5.913 \cdot 10^4$

Таблица 4

Значения собственных частот колебаний (Гц) для системы с 4-ю степенями
свободы без учета демпфирования

Количество элементов в каскаде	124	54	24	12
Дифференциальные уравнения Лагранжа 2-го рода	$2.434 \cdot 10^6$	$4.318 \cdot 10^6$	$6.344 \cdot 10^6$	$7.774 \cdot 10^6$
ЭДА	$2.033 \cdot 10^6$	$4.93616 \cdot 10^6$	$6.872 \cdot 10^6$	$8.234 \cdot 10^6$

Анализ данных таблиц 2, 3 свидетельствует, что разброс значений собственных частот колебаний, полученный двумя независимыми путями с учетом демпфирования лежит в границах 2.44 % – 2.91 %, а при условии, что демпфирование в расчётной методике не учитывается, эти значения будут 6.49 % – 5.58 %.

Выводы

Полученные двумя независимыми путями результаты дали сходимость в 3 – 8 %, что подтверждает качество и достоверность математических моделей, используемых в работе.

Анализ и сопоставление полученных расчетным путем результатов с использованием двух независимых методик позволяют еще на этапе проектирования оценить возможные величины значений собственных частот колебаний конкретных, используемых на практике изделий, а также тех, которые планируется выпускать и использовать.

Разработанные алгоритмы и программы расчетов на персональных компьютерах позволяют определить собственные частоты колебаний ТЭО различных конфигураций, с разным конструктивным выполнением, оценить целесообразность применения различных вариантов конструктивного выполнения проектируемых изделий, определить наиболее приемлемый вариант для каждого типа носителя аппаратуры. Постоянная разработка и появление новых конструкционных материалов, используемых в электронике, позволяет ещё на этапе проектирования оперативно подбирать нужные сочетания материалов для каждого конкретного изделия, обеспечивая качество и работоспособность аппаратуры и сложных технических систем.

Литература

1. Клепиковский А.В. Математическая модель оценки факторов, влияющих на значения собственных частот колебаний систем с несколькими степенями свободы / А.В. Клепиковский, Е.Н. Тимофеева, А.Г. Шайко-Шайковский // Труды междунар. симп. «Надежность и качество 2009», (Пенза, 25 – 30 мая 2009 г.). – Т. 1. – С. 300 – 302.
2. Вибрации в технике. Справочник. Т. 3. Колебания машин, конструкций и их элементов / [под ред. Ф.М. Диментберга, К.С. Колесникова] // . – М.: Машиностроение, 1980. – С. 544.
3. Писаренко Г.С. Методы определения характеристик демпфирования колебаний упругих систем / Г.С. Писаренко, В.В. Матвеев, А.Н. Яковлев // – К.: Наукова думка, 1976. – С. 86.
4. Вибрации в технике. Справочник в 6 т. Т. 6. Защита от вибрации и ударов / [под ред. К.В. Фролова] // . – М.: Машиностроение, 1981. – С. 456.

Поступила в редакцию 20.10.2015.