

Ефективна пластична поведінка пористих матеріалів зі структурою інверсного опалу

П. О. Коробко¹, А. В. Кузьмов^{1,2*}, М. Б. Штерн^{1,2}, О. Г. Кіркова¹

¹Інститут проблем матеріалознавства ім. І. М. Францевича НАН України
Україна, 03142, Київ, вул. Кржижановського, 3

²Національний технічний університет України “Київський політехнічний
інститут імені Ігоря Сікорського”

Україна, 03056, Київ, пр-т Перемоги, 37

*E-mail: kavipms326@gmail.com

Базуючись на теоретичних засадах механіки композитів, методом скінченно-елементного моделювання детально досліджено ефективну пластичну поведінку пористого матеріалу з періодичною структурою інверсного опалу при одновісному навантаженні. Отриманих результатів виявилось достатньо, щоб апроксимувати загальну пластичну поведінку метаматеріалу еліптичною кривою текучості. Виявилось, що граничні напруження текучості за будь-яких схем навантаження матеріалу вкрай чутливі до пористості. Зокрема, нанесення додаткового покриття, навіть товщиною меншою від 0,05 діаметра сферичних пор (вихідних частинок полімеру), викликає збільшення границі текучості в рази.

Ключові слова: метаматеріали, інверсний опал, пластичність пористих матеріалів, мікромеханіка, теорія пластичності.

Вступ

В останні роки ведуться інтенсивні дослідження явищ, що пов'язані з від'ємним коефіцієнтом заломлення електромагнітних хвиль [1]. Причиною інтенсифікації цих досліджень стала поява нового класу наноструктурних композиційних матеріалів, які мають впорядковану періодичну структуру та дістали назву метаматеріали. Структуру цих матеріалів можна змінювати таким чином, щоб вони мали більш широкий діапазон електромагнітних характеристик, включаючи від'ємний коефіцієнт заломлення. Одним з типів метаматеріалів є пористі матеріали зі структурою інверсного опалу, причому такі матеріали також досліджуються як перспективні конструкційні матеріали, що мають високі питомі характеристики міцності та жорсткості [2].

Структура інверсного опалу виготовляється у декілька етапів [3]. Першим етапом є самоскладання полістирольних сфер у опалову структуру на підкладку шляхом повільного випаровування колоїдного розчину цих сфер. Другий етап — спікання сфер для утворення між ними з'єднання. На третьому етапі відбувається електроосадження нікелю, щоб заповнити решту простору між сферами. Четвертим етапом є травлення полістиролу і отримання власне структури інверсного опалу, після чого на утворену структуру може бути нанесений додатковий шар того самого чи іншого матеріалу. Періодична комірка інверсного опалу зображена на рис. 1.

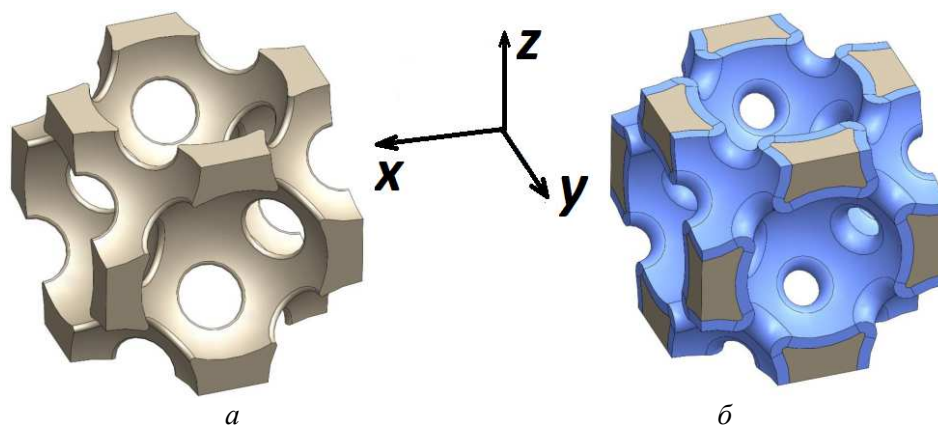


Рис. 1. Періодична комірка інверсного опалу без покриття (а) та з покриттям (б).

Хоча структура порового простору в інверсному опалі доволі складна, її відповідно до технології отримання матеріалу можна характеризувати лише двома параметрами, наприклад перешийком між сферичними порами та товщиною нанесеного на металевий каркас покриття. У даній роботі як характеристики структури використовуються пористість та товщина додатково осадженого шару нікелю. Як матеріал каркасу такого пористого композита розглядається нікель [3], як для основного каркасу, так і для додаткового шару.

Метою даної роботи є знаходження ефективних пластичних властивостей матеріалів зі структурою інверсного опалу методом скінченно-елементного моделювання на елементарному осередку.

Підходи до опису жорсткопластичної поведінки пористих матеріалів

Підходи до побудови кривої текучості, описані у літературі, можна розділити на дві групи: експериментальні (з використанням результатів тривісних навантажень) [4, 5] та теоретичні (на основі мікромеханічних методів) [6—8]. Незважаючи на переваги наочного експерименту, теоретичний підхід дає велику варіативність досліджуваних матеріалів та схем навантаження зі значно меншими витратами і привертає увагу багатьох дослідників. Як відправна точка даного підходу зазвичай розглядається однорідне навантаження деякого елементарного об'єму, що має властивості всього матеріалу в цілому і пластичну матрицю з круглою центральною порою. Таким чином вдається з більшою чи меншою точністю описати поведінку пористого матеріалу в процесі його переходу до пластичного стану залежно від внутрішніх параметрів, подібно до того, як це було зроблено в роботах Гріна [6], Герсона [8] та інших. Так, модель Герсона, яка вже стала класичною, виведена для циліндричної та сферичної пори в елементарному об'ємі, що повторює її форму, і містить залежності від пористості та перших двох інваріантів тензора напружень. Однак дана модель не враховує взаємодію пор і придатна лише для малої пористості. Твергаард в роботі [9] запропонував ввести в модель Герсона три додаткові параметри, що не мають фізичного сенсу, але асоціюються з ефектом взаємодії пор. Удосконалена модель Герсона набула широкого поширення і в літературі згадується як модель Герсона—Твергаарда—

Нідлмана (ГТН). Огляд подальшого розвитку ГТН-моделі різними авторами докладно описано у роботі [10]. Існує також низка інших досліджень, де використовується мікромеханічний метод для отримання моделі текучості пористих матеріалів в аналітичному вигляді, наприклад [6, 11, 12]. У роботі [12] запропоновано феноменологічну модель пластичності пористих та гранульованих середовищ.

В нашій роботі для спрощення аналізу результатів обчислювального моделювання як модель пластичності постулювалась ізотропна мізесівська (двоінваріантна) модель з еліпсоїдальною поверхнею текучості в (p, τ) площині інваріантів тензора напружень, де

$$p = 1/3 \sum_{i=1}^3 \sigma_{ii}; \quad \tau^2 = \sum_{i,j=1}^3 (\sigma_{ij} - p\delta_{ij})^2. \quad (1)$$

У цьому випадку модель пластичності описується двома параметрами, за які можна, наприклад, взяти півосі еліпсоїда поверхні текучості. Відповідно обчислювальне моделювання використовувалось для знаходження величин цих двох параметрів для різних випадків структури інверсного опалу. Таке спрощення шляхом постулювання виду поверхні текучості частково виправдане широкою розповсюдженістю моделей пластичності незворотно стисливих матеріалів, які є еліпсом в (p, τ) площині та використовуються для опису досить складних матеріалів. Наприклад, моделі Шими—Ояни [5] та Штерна [12] — для опису пресування порошків або модель Дешпанда—Флека [13] — для руйнування піноматеріалів та модель Сам—Клау [14] застосовується в механіці ґрунтів. Також варто згадати модель Герсона [8], яка теж близька до еліптичної. Перелічені моделі пластичності непогано описують процеси у відповідних галузях застосування, широко використовуються та імплементовані в пакети скінченно-елементного моделювання.

Мікромеханічне осереднення напружено-деформованого стану в інверсному опалі

Інверсний опал є мікронеоднорідним матеріалом з правильною періодичною структурою. Для композитів такого типу добре розроблено підходи для знаходження ефективних властивостей [15]. Для матеріалів з періодичною структурою мікромеханічне осереднення достатньо здійснювати в межах періодичної комірки, тобто в масштабі неоднорідності, який менший за масштаб довжини осереднення [16]. У масштабі довжини осереднення границя представницького осередку спотворюється близько до лінійного перетворення [17], а у випадку елементарної періодичної комірки необов'язково [18].

Внаслідок симетрії у випадку, коли в системі координат XYZ (рис. 1) відсутні зсувні компоненти макроскопічних “ефективних” деформацій, комірка буде зберігати прямокутну форму в ході такого деформування. Тому і в ході макроскопічного одновісного стискаючого навантаження вздовж осі Z (тобто коли σ_{zz} є єдиною ненульовою компонентою в тензорі макроскопічних “ефективних” напружень) форма періодичної комірки залишатиметься прямокутною. Мікромеханічні граничні умови, які пов'язують напружено-деформований стан в об'ємі комірки з “ефективними” напруженнями σ_{zz} , у цьому випадку наберуть вигляду:

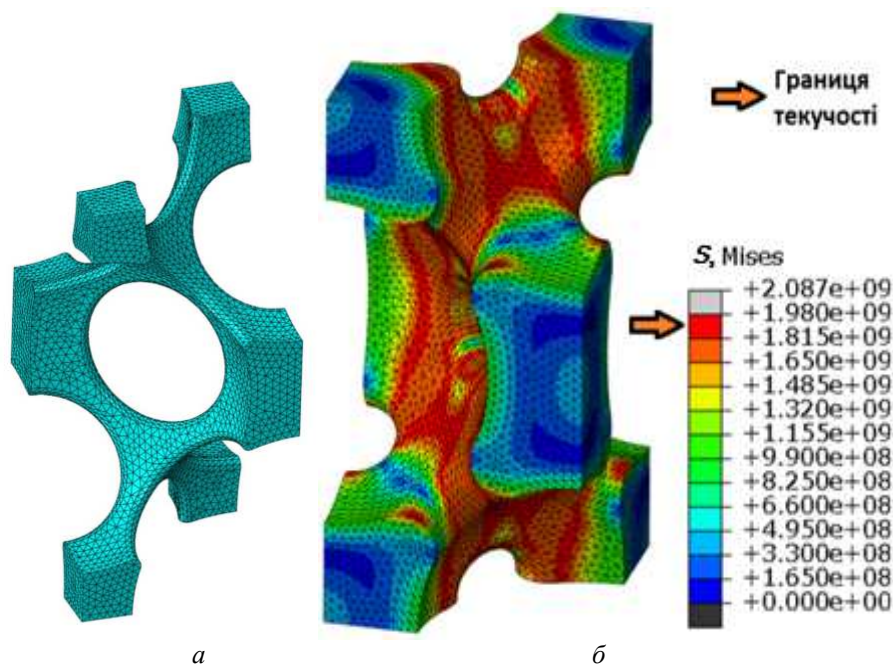


Рис. 2. Скінченно-елементне моделювання в об'ємі періодичної комірки: *a* — сітка скінченних елементів; *b* — розподіл інтенсивності дотичних напружень τ .

точки кожної зі стінок продовжують лежати в площині з тією самою нормаллю $u_n^i - u_n^i = 0$;

для верхньої стінки задається деяка фіксована компонента переміщення $u_n^i = u_z^i = u_0$, а для нижньої — $u_n^i = u_z^i = 0$.

При цьому, знаючи в результаті розв'язання рівнянь рівноваги з цими граничними умовами рівнодійну зусиль P_z на верхній стінці (які за постановкою задачі можуть бути тільки в напрямку Z), можна легко вирахувати відповідні до u_0 макроскопічні напруження $\sigma_{zz} = P_z/S$, де S — площа верхньої стінки прямокутної комірки. В силу симетрії моделювання здійснювалось на чверті періодичної комірки (рис. 2).

Варто зауважити, що пакет скінченно-елементного моделювання Abaqus, який нами використовувався, дає можливість прирівняти певну компоненту переміщення всіх точок площини до переміщення деякої фіксованої її точки. І якщо сама величина такого переміщення не задана, то це переміщення набуде такого значення, щоб була нульовою рівнодійна зусиль на цій площині. Таким чином досягається відсутність інших компонент тензора “ефективних” напружень, крім σ_{zz} .

Ефективні пластичні властивості для деяких випадків інверсно-опалової структури

Змінюючи знак u_0 , можна перейти від одновісного навантаження до одновісного розвантаження аж до моменту, поки $\sigma_{zz} = 0$. При цьому якщо

в ході навантаження матеріал каркасу зазнав незворотного пластичного деформування, то в момент повного розвантаження, коли $\sigma_{zz} = 0$, величина макроскопічних деформацій $\varepsilon_{zz} = \varepsilon_{zz}^{3al} \neq 0$. Ця ненульова величина ε_{zz}^{3al} і є залишковою макроскопічною деформацією. Відповідно до розповсюдженого інженерного критерію пластичності нами підібрано таку величину $u_0 = u_0^{0.002}$, щоб $\varepsilon_{zz}^{3al} = 0,002 = 0,2\%$, а відповідна до $u_0^{0.002}$ величина $\sigma_{zz} = \sigma_{zz}^{0.002}$ і буде шуканою границею текучості при одновісному стиску $\sigma_0 = \sigma_{zz}^{0.002}$. Зауважимо, що в ході такого моделювання обчислюється також залишкова пластична деформація в поперечному до одновісного навантаження напрямку. У припущенні про асоційований закон пластичної течії композита це еквівалентно тому, що, крім величини границі текучості при одновісному навантаженні σ_0 , відомий також напрямок нормалі до кривої текучості в точці одновісного навантаження. А оскільки, як згадувалось раніше, нами постульовано еліптичну форму поверхні текучості, то інформації про границю текучості та напрямок нормалі при одновісному навантаженні достатньо для побудови всього еліпсу поверхні текучості. Позначивши відношення деформації в поперечному та поздовжньому напрямках $\nu_p = \varepsilon_{zz} / \varepsilon_{xx}$, отримаємо наступну криву текучості в (p, τ) площині:

$$3(1 - 2\nu_p)p^2 + (1 + \nu_p)\tau^2 = \sigma_0^2. \quad (2)$$

Для моделювання механічна поведінка електроосадженого нікелю, тобто твердої фази пористого композита, бралась пружно-пластичною з пластичністю за моделлю Мізеса і границею текучості на одновісне навантаження 1,98 ГПа [3]. У таблиці наведено чисельно розраховані нами значення границі текучості на одновісний розтяг та коефіцієнта поперечної деформації ν_p (пластичного коефіцієнта Пуассона) для різних варіантів інверсного опалу, як з покриттям, так і без нього. На базі даних таблиці відповідно до рівняння (2) можна також побудувати криві текучості в (p, τ) площині для різних випадків структури інверсного опалу (рис. 3).

Значення границі текучості при одновісному розтязі та коефіцієнта поперечної деформації ν_p

Пористість θ	Відносна товщина покриття h/D	σ_0 , МПа	ν_p
0,9	0	18	0,208
0,84	0	60	0,22
0,65	0,04	250	0,17
0,57	0,065	360	0,16

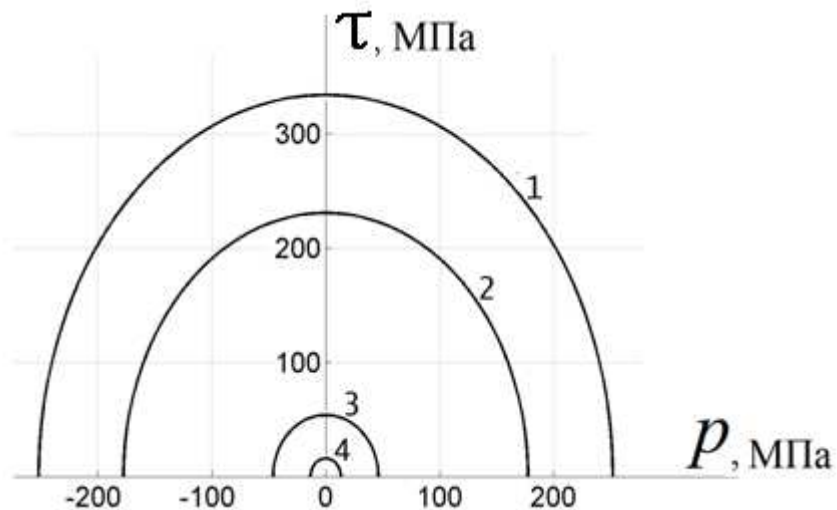


Рис. 3. Криві текучості для різної структури інверсного опалу.
 θ : 0,57 (1), 0,65 (2), 0,84 (3), 0,9 (4).

Висновки

Здійснено детальне моделювання методами обчислювальної мікромеханіки ефективної пластичної поведінки пористого матеріалу з періодичною структурою інверсного опалу при одновісному навантаженні. Отриманих результатів виявилось достатньо, щоб апроксимувати загальну пластичну поведінку метаматеріалу еліптичною кривою текучості.

Відповідно до побудованих кривих текучості за будь-яких схем навантаження матеріалу варто очікувати суттєву залежність граничних напружень текучості від пористості інверсного опалу. Певна відмінність коефіцієнта поперечної деформації спостерігається у випадках з додатковим покриттям або без нього. Величина границі текучості зростає в рази при переході від пористості 0,9 до 0,84 для матеріалу без покриття. Нанесення додаткового покриття, навіть товщиною меншою від 0,05 діаметра сферичних пор (видалених частинок полімеру), також викликає збільшення границі текучості в рази.

Список літератури

1. Агранович В.М., Гартштейн Ю.М. Пространственная дисперсия и отрицательное преломление света. *Успехи физ. наук.* 2006. Т. 49. С. 1029—1044. doi: 10.1070/PU2006v049n10ABEH006067
2. Rosario J.J., Berger J.B., Lilleodden E.T., McMeeking R.M., Schneider G.A. The stiffness and strength of metamaterials based on the inverse opal architecture. *Extreme Mechanics Lett.* 2016. Vol. 12. P. 86—96. <http://dx.doi.org/10.1016/j.eml.2016.07.006>
3. Pikul J.H., Özerinç S., Liu B., Zhang R., Braun P.V., Deshpande V.S., King W.P. High strength metallic wood from nanostructured nickel inverse opal materials. *Scientific Reports.* 2019. 9:719. P. 1—12. <https://doi.org/10.1038/s41598-018-36901-3>

4. Рудь В.Д., Мидуков В.З. Экспериментальное исследование пластических деформаций пористых тел. *Порошковая металлургия*. 1982. № 8. С. 10—16. <https://doi.org/10.1007/BF00795513>
5. Shima S., Oyane M. Plasticity theory for porous metal. *Int. J. Mech. Sci.* 1976. Vol. 18, No. 6. P. 285—291. [https://doi.org/10.1016/0020-7403\(76\)90030-8](https://doi.org/10.1016/0020-7403(76)90030-8)
6. Green R.G. A plasticity theory for porous solids. *Int. J. Mech. Sci.* 1972. Vol. 14, No. 4. P. 215—224. [https://doi.org/10.1016/0020-7403\(72\)90063-X](https://doi.org/10.1016/0020-7403(72)90063-X)
7. Shtern M., Cocks A.C.F. The structure of constitutive laws for the compaction of metal powders. *Recent Developments in Computer Modeling of Powder Metallurgy Processes*. IOS Press, 2001. P. 71—81.
8. Gurson A. Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth. Part I. Yield criteria and flow rules for porous ductile media. *J. Engineering Mater. Technol.* 1977. Vol. 99. P. 2—15. <https://doi.org/10.2172/7351470>
9. Tvergaard V. On localization in ductile materials containing spherical voids. *Int. J. Fract.* 1982. Vol. 4, No. 18. P. 237—252. <https://doi.org/10.1007/BF00015686>
10. Benzerga A., Leblond J.B. Ductile fracture by void growth to coalescence. *Adv. Appl. Mech.* 2010. Vol. 44. P. 169—305. [https://doi.org/10.1016/S0065-2156\(10\)44003-X](https://doi.org/10.1016/S0065-2156(10)44003-X)
11. Fleck N.A. On the cold compaction of powders. *J. Mech. Phys. Solids*. 1995. Vol. 43. P. 1409—1431. [https://doi.org/10.1016/0022-5096\(95\)00039-L](https://doi.org/10.1016/0022-5096(95)00039-L)
12. Штерн М.Б., Сердюк Г.Г., Максименко Л.А. Феноменологические теории прессования порошков. Киев: Наук. думка, 1982. 140 с.
13. Deshpande V.S., Fleck N.A. Isotropic constitutive model for metallic foams. *J. Mech. Phys. Solids*. 2000. No. 48. P. 1253—1283. [https://doi.org/10.1016/S0022-5096\(99\)00082-4](https://doi.org/10.1016/S0022-5096(99)00082-4)
14. Borja R.I., Lee S.R. Cam-clay plasticity. Part 1. Implicit integration of elasto-plastic constitutive relations. *Computer Methods in Appl. Mech. Engineering*. 1990. Vol. 78 (1). P. 49—72. [https://doi.org/10.1016/0045-7825\(90\)90152-C](https://doi.org/10.1016/0045-7825(90)90152-C)
15. Bakhvalov N.S., Panasenko G.P. Homogenisation: Averaging processes in periodic media. Kluwer Academic Publishers, 1989. 366 p. <https://doi.org/10.1007/978-94-009-2247-1>
16. Christensen R.M. Mechanics of composite materials. New York: Wiley-Interscience, 1979. 348 p. <https://doi.org/10.1002/pol.1980.130181009>
17. Победря Б. Механика композиционных материалов. Москва: Изд-во Моск. ун-та, 1984. 336 с.
18. Kuzmov A., Olevsky E., Maximenko A. Multi-scale modeling of viscous sintering. *Modelling and Simulation in Mater. Sci. Engineering*. 2008. Vol. 16 (3). P. 035002. <https://doi.org/10.1088/0965-0393/16/3/035002>

References

1. Agranovich, V. M. & Gartstein, Yu. N. (2006). Spatial dispersion and negative refraction of light. *Phys. Usp.*, Vol. 49, pp. 1029—1044 [in Russian]. doi: 10.1070/PU2006v049n10ABEH006067
2. Rosario, J. J., Berger, J. B., Lilleodden, E. T., McMeeking, R. M. & Schneider, G. A. (2016). The stiffness and strength of metamaterials based on the inverse opal architecture. *Extreme Mechanics Lett.*, Vol. 12, pp. 86—96. <http://dx.doi.org/10.1016/j.eml.2016.07.006>
3. Pikul, J. H., Özerinç, S., Liu, B., Zhang, R., Braun, P. V., Deshpande, V. S. & King, W. P. (2019). High strength metallic wood from nanostructured nickel inverse opal materials. *Scientific Reports*, Vol. 9:719, pp. 1—12. <https://doi.org/10.1038/s41598-018-36901-3>
4. Midukov, V. Z. & Rud, V. D. (1982). Experimental investigation of plastic strains of porous solids. A review. *Powder Metall. Met. Ceram.*, No. 21, pp. 607—611. <https://doi.org/10.1007/BF00795513>
5. Shima, S. & Oyane, M. (1976). Plasticity theory for porous metal. *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 18, No. 6, pp. 285—291. [https://doi.org/10.1016/0020-7403\(76\)90030-8](https://doi.org/10.1016/0020-7403(76)90030-8)
6. Green, R. G. (1972). A plasticity theory for porous solids. *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 14, No. 4, pp. 215—224. [https://doi.org/10.1016/0020-7403\(72\)90063-X](https://doi.org/10.1016/0020-7403(72)90063-X)
7. Shtern, M. & Cocks, A. C. F. (2001). The structure of constitutive laws for the compaction of metal powders. *Recent Developments in Computer Modeling of Powder Metallurgy Processes*, IOS Press, pp. 71—81.
8. Gurson, A. (1977). Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth. Part I. Yield criteria and flow rules for porous ductile media. *J. Engineering Mater. and Technol.*, Vol. 99, pp. 2—15. <https://doi.org/10.2172/7351470>
9. Tvergaard, V. (1982). On localization in ductile materials containing spherical voids. *Int. J. Fract.*, Vol. 4, No. 18, pp. 237—252. <https://doi.org/10.1007/BF00015686>
10. Benzerga, A. & Leblond, J. B. (2010). Ductile fracture by void growth to coalescence. *Adv. Appl. Mech.*, Vol. 44, pp. 169—305. [https://doi.org/10.1016/S0065-2156\(10\)44003-X](https://doi.org/10.1016/S0065-2156(10)44003-X)
11. Fleck, N. A. (1995). On the cold compaction of powders. *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 43, pp. 1409—1431. [https://doi.org/10.1016/0022-5096\(95\)00039-L](https://doi.org/10.1016/0022-5096(95)00039-L)
12. Shtern, M. B., Serdyuk, G. G., Maksimenko, L. A. (1982). Phenomenological theories of powder pressing. Kyiv: Nauk. dumka. 140 p. [in Russian].
13. Deshpande, V. S. & Fleck, N. A. (2000). Isotropic constitutive model for metallic foams. *J. Mech. Phys. Solids*, No. 48, pp. 1253—1283. [https://doi.org/10.1016/S0022-5096\(99\)00082-4](https://doi.org/10.1016/S0022-5096(99)00082-4)
14. Borja, R. I. & Lee, S. R. (1990). Cam-clay plasticity. Part 1. Implicit integration of elasto-plastic constitutive relations. *Computer Methods in Appl. Mech. Engineering*, Vol. 78, No. 1, pp. 49—72. [https://doi.org/10.1016/0045-7825\(90\)90152-C](https://doi.org/10.1016/0045-7825(90)90152-C)

15. Bakhvalov, N. S. & Panasenko, G. P. (1989). Homogenisation: Averaging processes in periodic media. Kluwer Academic Publishers. 366 p. <https://doi.org/10.1007/978-94-009-2247-1>.
16. Christensen, R. M. (1979). Mechanics of composite materials. New York: Wiley-Interscience. 348 p. <https://doi.org/10.1002/pol.1980.130181009>.
17. Pobedrya, B. E. (1984). Mechanics of Composite Materials. Moscow: Izd. Mosk. Univ. 336 p. [in Russian].
18. Kuzmov, A., Olevisky, E. & Maximenko, A. (2008). Multi-scale modeling of viscous sintering. Modelling and Simulation in Mater. Sci. Engineering, Vol. 16, No. 3, pp. 035002. <https://doi.org/10.1088/0965-0393/16/3/035002>.

Effective plastic behavior of porous materials with an inverse opal structure

P. O. Korobko¹, A. V. Kuzmov^{1,2*}, M. B. Shtern^{1,2}, O. G. Kirkova¹

¹I. M. Frantsevich Institute for Problems of Materials Science of NAS
of Ukraine, Kyiv

²National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic
Institute”, Kyiv

*E-mail: kavipms326@gmail.com

Based on the theoretical principles of the mechanics of composites, the effective plastic behavior of a porous material with a periodic inverse opal structure under uniaxial loading was studied in detail by means of finite element modeling. The creation of such materials is based on the inversion of pores and skeleton of partially sintered dense packing of polystyrene spheres. Electrodeposited nickel was used as the skeleton of the porous material. According to the macroscopic uniaxial loading or unloading, was finding a stress-strain state at the meso-level. For this, equilibrium equations were solved at the meso-level using special boundary conditions for a periodic unit cell. Such boundary conditions relate the problem of equilibrium at the meso-level with the "effective" deformations of the composite. This made it possible to calculate macroscopic residual strains after a cycle of uniaxial loading and unloading and iteratively find the value of effective stress corresponding to residual strains of 0,2%. In this way, the yield strength of inverse opal for uniaxial loading is calculated. At the same time, as a result of finite-element calculations, the transverse deformations coefficient (plastic Poisson ratio) is determined. This coefficient, in turn, makes it possible to approximate the general plastic behavior of the metamaterial by an elliptic yield curve in the plane of invariants of the stress tensor. Invariants mean average pressure and von Mises stress. These calculations were performing for several cases of the inverse opal structure, both with and without an additional coating. Yield stresses under any type of material loading are very sensitive to porosity. In particular, the application of an additional coating, even with a thickness less than 0,05 of the diameter of the spherical pores (initial polymer particles), causes an increase in the yield strength several times.

Keywords: metamaterials, inverse opal, porous plasticity model, micromechanics, theory of plasticity.