УДК 621.548

М.П.Кузнєцов, канд.фіз.-мат.наук (Ін-т відновлюваної енергетики НАН України, Київ)

Моделювання параметрів роботи енергосистеми, які носять випадковий характер

До випадкових факторів, що притаманні роботі енергосистеми певного регіону чи країни, відносяться, зокрема, змінний характер поточного споживання енергії та природна нестабільність роботи електростанцій на базі нетрадиційних джерел енергії – наприклад, вітру. Математичне моделювання факторів нестабільності дозволяє спрогнозувати поведінку енергосистеми та рівень невизначеності. Моделі на базі стохастичних диференціальних рівнянь забезпечують досить адекватне відображення випадкових процесів і дозволяють зробити певні висновки щодо впливу вітрових електростанцій на стабільність роботи енергосистеми.

К случайным факторам, присущим работе энергосистемы определенного региона или страны, относятся, в частности, переменный характер текущего потребления энергии и естественная нестабильность работы электростанций на базе нетрадиционных источников энергии – например, ветра. Математическое моделирование факторов нестабильности позволяет спрогнозировать поведение энергосистемы и уровень неопределенности. Модели на базе стохастических дифференциальных уравнений обеспечивают достаточно адекватное отражение случайных процессов и позволяют сделать определенные выводы относительно влияния ветровых электростанций на стабильность работы энергосистемы.

Робота енергосистеми супроводжується невпинними змінами рівня споживання енергії, які мають як систематичний, так і випадковий характер. Використання відновлюваних джерел енергії, яким притаманна природна нестабільність, зокрема, енергії вітру чи Сонця, створює додаткове джерело випадковості. Разом з тим для коректної роботи енергосистеми необхідно дотримуватися балансу виробництва і споживання електричної енергії, для чого мати можливість передбачення роботи енергосистеми. Важливу роль тут відіграє математичне моделювання. Приклад такого моделювання на основі стохастичних диференціальних рівнянь у режимі неперервного часу наведено, зокрема, в роботі [1] Стокгольмського Королівського технологічного інституту. Зауважимо, що генерування електроенергії має точно відслідковувати споживання, включаючи заходи з регулювання частоти та використання буферних навантажень (гідроакумулюючих потужностей, експортних можливостей тощо). Звичайно генеруючі потужності мають певну інерцію, частково компенсувати яку може завчасне передбачення зміни навантаження. Крім того, електростанції самі можуть іноді виходити з ладу, вносячи свій вклад у нестабільність енергосистеми; ці питання потребують окремого дослідження [2]. Наявність резервних потужностей сприяє розв'язанню згаданих проблем, однак при цьому собівартість електроенергії дорожчає пропорційно обсягу резервування. Саме оптимізації рівня додаткових витрат мають слугувати математичне моделювання та прогнозування тих компонент, що мають випадковий характер.

Вимога щодо поточного балансування виробництва та споживання електроенергії може бути сформульована як обмеження на різницю між виробництвом енергії та електричним навантаженням на енергосистему. Зауважимо, що базове навантаження $L(t)$, тобто сукупне споживання електроенергії, носить у цілому випадковий характер, а виробництво електроенергії $P(t)$ має контрольовану складову $Q(t)$, тобто традиційні генеруючі станції (теплові, гідро- чи атомні станції), та неконтрольовану складову $W(t)$ – в даному випадку вітрові електростанції (ВЕС):

$$P(t) = Q(t) + W(t). \tag{1}$$

Вважаємо, що виробництво енергії вітростанціями не залежить від навантаження, а лише від наявності вітру (тобто вся доступна енергія утилізується). Тоді для оцінки нестабільності роботи енергосистеми необхідно розглядати споживання електроенергії, зменшене на величину поточної потужності ВЕС ("чисте базове навантаження" в термінології [1]):

$$N(t) = L(t) - W(t). \quad (2)$$

Тут враховано лише складові, що містять випадкові величини.

Базове навантаження $L(t)$ моделюється як сума функцій, що представляють середні значення навантажень і певний стохастичний процес:

$$L(t) = \mu(t) + X(t), \quad t \geq 0. \quad (3)$$

Середнє значення $\mu(t)$ приймає позитивні значення і визначає неперервну зміну базового навантаження, імітуючи його типові характеристики. Стохастичний процес $X(t)$ може бути змодельований процесом Орнштейна-Уленбека [3], який у загальному випадку описується стохастичним диференціальним рівнянням:

$$dX(t) = -\beta[X(t) - \alpha]dt + \sigma dB(t), \quad t \geq 0, \quad (4)$$

де $B(t)$ є вінерівським процесом.

Процес Орнштейна-Уленбека характеризується наявністю середнього (зрівноваженого) рівня, довкола якого відбуваються стохастичні відхилення з певним темпом та розмахом. Коефіцієнт β визначає швидкість повернення до середнього рівня α і називається коефіцієнтом зносу. Величина σ (волатильність) характеризує дисперсію відхилень, які мають нормальний розподіл, і може прийматися постійною для досліджуваного періоду; випадковий процес при цьому вважається стаціонарним. Оскільки середнє значення визначається функцією $\mu(t)$, а $X(t)$ – лише відхилення від середнього значення, у рівнянні (4) можна прийняти $\alpha = 0$.

Розв'язок стохастичного диференціального рівняння (4) може бути знайдений за формулою Іто, результат має вигляд:

$$X(t) = e^{-\beta t}[X(0) + \int_0^t \sigma e^{\beta s} dB(s)], \quad (5)$$

де $X(0)$ – початкове значення, а інтеграл взято в трактовці Іто.

Запис вінерівського процесу через нормальний розподіл $\varepsilon \sim N(0,1)$ з нульовим середнім та одиничною дисперсією $B(t) = \sqrt{t} \cdot \varepsilon$ дозволяє виразити стохастичний інтеграл через скалярну величину ε та звести до звичайного детермінованого інтегрування [4]. В результаті розв'язок записується в наступному вигляді:

$$X(t) = X(0) \cdot e^{-\beta t} + \frac{\sigma}{\sqrt{2\beta}} \sqrt{1 - e^{-2\beta t}} \cdot \varepsilon . \quad (6)$$

Таким чином, досліджуваний процес $X(t)$ виявляється нормально розподіленою випадковою величиною із середнім значенням та дисперсією, залежними від часу. Такий запис розв'язку цілком достатній для характеристики випадкового процесу. Для подальшого моделювання процесу можна використовувати методи типу Монте-Карло, задаючи набори випадкових чисел із відповідним розподілом.

Що стосується функції середніх значень $\mu(t)$, то її можна визначити різними способами. Для її апроксимації можна зокрема використати наближення тригонометричними функціями. Типове представлення за допомогою тригонометричної інтерполяції:

$$\mu(t) = A_0 + \sum_{j=1}^{n} \left(A_j \cos \frac{2j\pi}{T} t + B_j \sin \frac{2j\pi}{T} t \right). \quad (7)$$

Формули для визначення коефіцієнтів A_j та B_j загальновживані; T – часовий проміжок осереднення.

Якщо вважати шуканий процес поточною потужністю (виробництва чи споживання), то чисельно годинна кількість електроенергії дорівнює середній за цю годину потужності, або певному значенню потужності всередині годинного інтервалу (для неперервних функцій).

Якщо процес змінюється досить плавно (насправді це справедливо при великій кількості енергооб'єктів, відносна потужність яких незначна), то середнє значення реалізується ближче до центра інтервалу, і числовий ряд середніх значень потужності L_i близький до рівноінтервального. За таких умов можна використати підходи, що застосовуються, наприклад, для моделювання температури повітря [5]. Так, наближену оцінку дисперсії для рівняння щодо стохастичного процесу $L(t)$ можна отримати з формули:

$$\sigma^2 = \frac{1}{K-2} \sum_{i=1}^{K-1} (L_{i+1} - L_i)^2 . \quad (8)$$

Інший підхід базується на використанні функцій оцінки мартингалів [3]:

$$\sigma^2 = \frac{1}{K-2}\sum_{i=1}^{K-1}[X_{j+1} - (1-\beta)X_j]^2;$$
$$\beta = -\ln\frac{-\sum X_{j+1}X_j}{\sum X_j^2}. \qquad (9)$$

Остаточний результат можна отримати осередненням декількох оцінок, або задавшись певним критерієм точності.

Модель стохастичного процесу $X(t)$ (6), враховуючи властивості марковських процесів, для погодинних даних можна записати у вигляді ітераційного процесу:

$$X(t_j) = X(t_{j-1})\cdot e^{-\beta} + \frac{\sigma}{\sqrt{2\beta}}\sqrt{1-e^{-2\beta}}\cdot\varepsilon, \qquad (10)$$
$$\varepsilon \sim N(0,1).$$

Щодо фактичних даних, необхідних для визначення числових параметрів процесу, то загальна база даних про споживання енергії складається здебільшого з погодинних значень. Оскільки споживання енергії має явно виражену добову циклічність, логічно всі дані загальною кількістю N (для річної бази N=8760) розбити на M відрізків довжиною K=24. Тоді споживання енергії буде задаватися N значеннями $l_{i,j}$, де i=1,…, M – номер доби; j=1,…, K – година доби. Знайшовши осереднені по індексу i значення L_j та прирівнявши до них відповідні значення μ_j:

$$L_j = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} l_{i,j}; \;\; \mu_j = \int_{t_{j-1}}^{t_j}\mu(t)dt, \qquad (11)$$

можемо перейти до визначення параметрів функції (7), апроксимуючої ряд значень μ_j.

Складність моделювання вітрової складової обумовлюється як випадковим характером енергоносія (вітру), так і нелінійним характером перетворення вітрової енергії в електричну, який вносить додаткову невизначеність через особливості роботи вітроелектричних установок. Поточна потужність ВЕС розглядається як стохастичний процес $W(t) = W[v(t)]$ на певному імовірнісному просторі, де t – параметр, що в даному випадку означає час, а швидкість вітру $v(t)$ – окрема подія з імовірнісного простору. Тоді вироблена за певний час енергія визначатиметься інтегруванням $W(t)$ по цьому часовому проміжку. Якщо використовувати часові проміжки тривалістю в одну годину, то чисельно вироблена за годину енергія рівна середній за цей час потужності ВЕС і може визначатися формулою:

$$W_i = W(t_i) = \tau\int_{t_i-\tau}^{t_i} P(v)f(v)dv, \qquad (12)$$

де $P(v)$ – характеристика потужності вітроустановки; $f(v)$ – функція розподілу швидкості вітру; $\tau = 1$ – тривалість часового інтервалу.

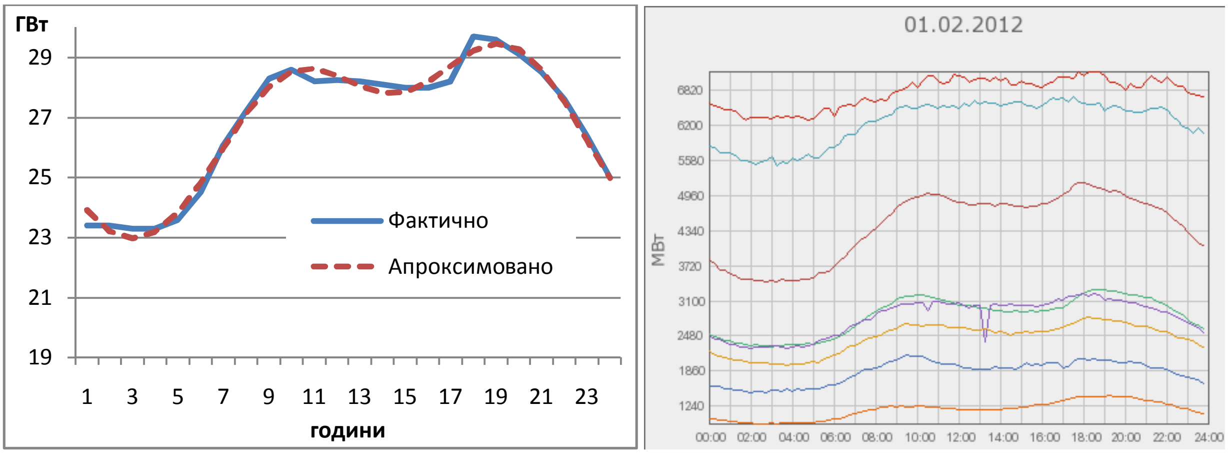
Розподіл швидкості вітру як випадкової величини в загальному випадку не є нормальним; виробництво електроенергії вітростанціями також має несиметричний розподіл. Для коректного застосування апарату диференціальних стохастичних рівнянь необхідно виразити потужність ВЕС через нормально розподілені випадкові величини, наприклад, застосувавши логарифмічно нормальний розподіл:

$$W(t) = W_0 e^{\omega_m(t)+U(t)}. \qquad (13)$$

Тоді фактично виразом $\omega_m(t)+U(t)$ моделюється ряд значень випадкової величини $Y_i = \ln(W_i/W_0)$, яка за умовою є процесом Орнштейна-Уленбека. Для моделювання використовується часовий ряд фактичних даних та процедура, описана вище стосовно навантажень на енергосистему. Результатом є апроксимована середня складова $\omega_m(t)$ та вираз типу (10) для стохастичної складової.

Нормальність отриманого розподілу можна оцінити за критеріями ISO 5479:1997 [6] тощо. Як правило, логарифмічний розподіл потужності ВЕС показує кращу наближеність до нормального, ніж розподіл швидкості вітру. Очевидно, нормальність розподілу зростатиме з ростом числа взятих до розрахунку ВЕС, відповідно до просторової дисперсії швидкості вітру та центральної граничної теореми.

Таким чином, стохастична складова енергетичного балансу (2) описується різницею випадкових величин $W(t)$ та $X(t)$; решту функцій можна вважати детермінованими.



а) осереднено за місяць *б) за один день у розрізі енергокомпаній*

Рис. 1. Приклади погодинного споживання електричної потужності в Україні протягом доби.

В якості вихідних даних для моделювання навантажень на енергосистему візьмемо споживання електроенергії в Україні за лютий 2012 року (рис. 1) [7]. Цей місяць характерний значними перепадами температури повітря та відповідними коливаннями рівня енергоспоживання.

Для апроксимованої середньої складової (7) отримаємо: A_0 = 26,86; A_1 = –2,07; B_1 = –1,62; A_2 = –1,45; B_2 = –0,17 (розмірності вихідних даних взято в гігаватах). Тут середньоквадратична похибка апроксимації дорівнює 0,29; якщо ж узяти і третю гармоніку: A_3 = 0,14; B_3 = –0,10, то похибка складе 0,26. Різниця незначна, отож три гармоніки можна вважати достатніми. Якісний характер кривих споживання у 2010-2012 роках подібний, різниця в середній складовій.

Для оцінки стохастичності процесу потрібно врахувати реальні відхилення від середньомісячних значень у різні дні. Так, параметри зносу та волатильності відповідно до формул (8), (9) становитимуть: β = 0,25 (год$^{-1}$); σ = 0,45 (ГВт) при середньомісячній потужності 26,84 ГВт. В результаті моделювання за формулою (10) (побудовано до 100 варіантів наборів випадкових даних) отримали множину значень добового ходу споживання енергії, що має середнє значення L_{av} = = 26,83 та оцінку середньоквадратичного відхилення s = 2,24 (рис. 3а). Надалі ці дані використано як контрольні для оцінки впливу роботи ВЕС.

В якості вихідних даних для моделювання вітрової енергії краще використовувати дані щодо швидкості вітру, перерахувавши їх у потужність ідеальної ВЕС. Адже реальні показники роботи ВЕС відображають такі організаційні складові роботи, як зупинки для технічного обслуговування та ремонту, втрати енергії на об'єктах інфраструктури, витрати на власне споживання тощо, і в даному випадку не є предметом математичного моделювання. Як зразок вітрової енергії розглянемо умовну вітрову станцію номінальною потужністю 2,5 ГВт (близько 10% загальної потужності енергосистеми). Крива потужності ВЕС характерна для ВЕУ мегаватного класу, вітрові умови – на прикладі місячного метеофайлу однієї з кримських вітростанцій.

Характеристики потужності ВЕС у першому варіанті розрахунку (за умови середньомісячної швидкості вітру 6,1 м/с) становлять: середнє значення W_0 = 0,67 (ГВт); стандартне відхилення s_W = 0,72. Тобто середня потужність ВЕС становить близько 2,5% загальної потужності енергосистеми. Параметри стохастичності: β = 0,09; σ = 0,60.

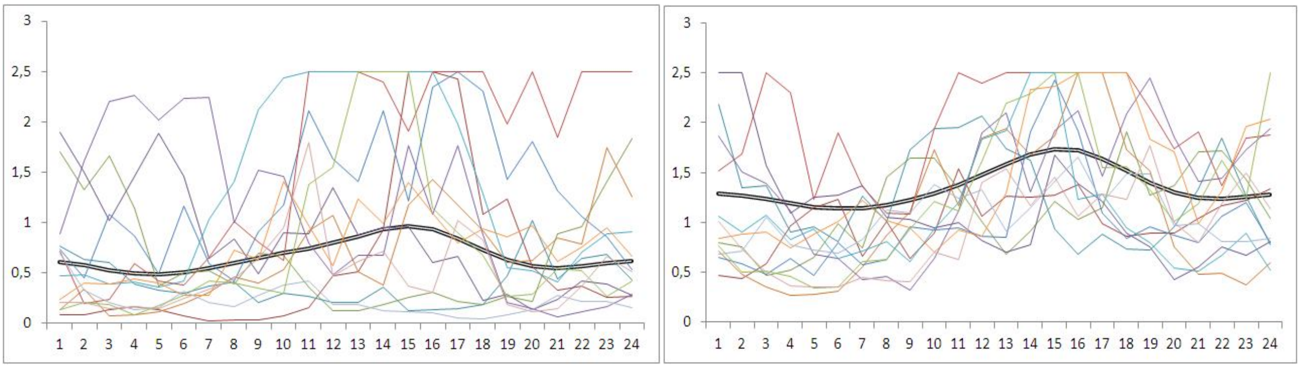
Другий варіант розрахунку – швидкість вітру 9,1 м/с, середня потужність ВЕС W_0 = 1,35 (5,0% загальної потужності), s_W = 0,88. Параметри стохастичності: β = 0,13; σ = 0,52. Тут помітно, що при зростанні швидкості вітру збільшується знос значень до середнього та зменшується дисперсія. При цьому параметри стохастичності ВЕС при її моделюванні в обох варіантах бралися як для локалізованої в одній точці, тобто з використанням вітрових даних одного метеопоста.

У третьому варіанті розглядалася спільна робота двох ВЕС із тією ж сумарною номінальною потужністю. Параметри стохастичності при цьому: β = 0,20; σ = 0,30. Тут розмах коливань потужності ще зменшується, а темп наближення до середнього значення зростає. Середня сукупна потужність ВЕС при цьому: W_0 = 1,20 (4,5% загальної); s_W = 0,58.

Зразки змодельованих за формулою (10) наборів даних зображено на рис. 2; жирна лінія відповідає середнім значенням.

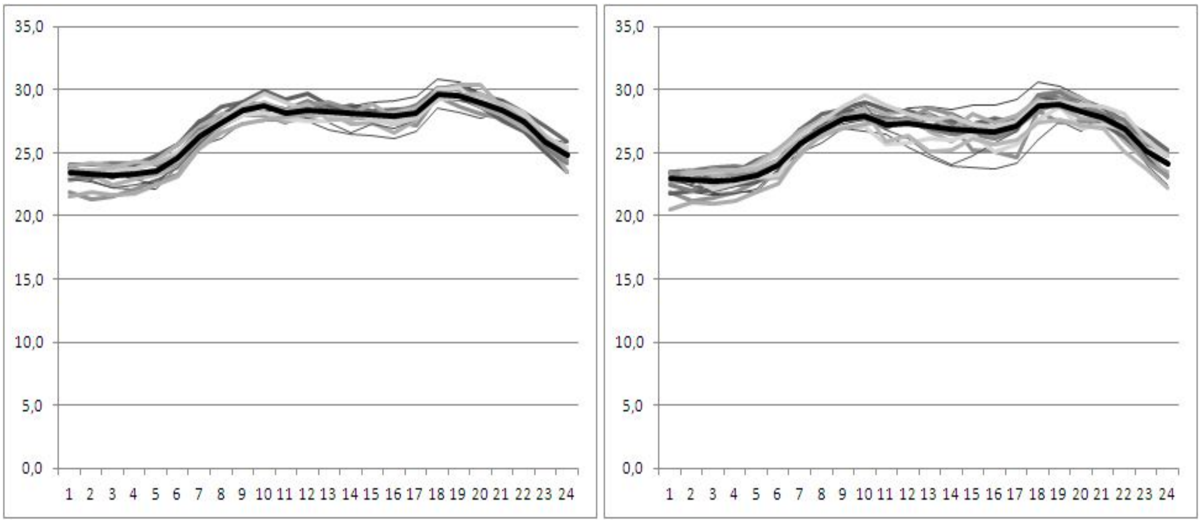
Для оцінки впливу роботи ВЕС на стабільність роботи енергосистеми змоделюємо випадкову складову навантаження $N(t)$ (2) як різницю споживання та вітрової енергії.

Для модельованого набору даних (до 100 реалізацій) у першому варіанті отримали N_1 = 26,16; s = 2,24 (рис. 3б). Тут середнє навантаження зменшилось на 2,5%; стандартне відхилення відчутно не змінилося.

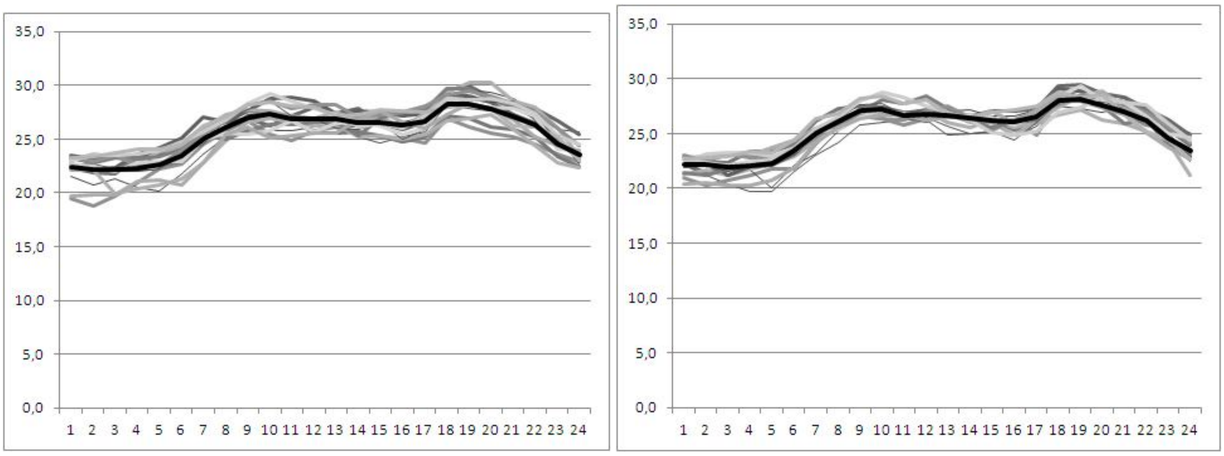


а) варіант 1 – одинична ВЕС (β = 0,09; σ = 0,60) *б) варіант 3 – спільна робота двох ВЕС (β = 0,20; σ = 0,30)*

Рис. 2. Приклади моделювання потужності ВЕС.



а) без ВЕС *б) з урахуванням 1-ї ВЕС (2,5%)*



в) з урахуванням 1-ї ВЕС (5,0%) *г) з урахуванням 2-х ВЕС (5,0%)*

Рис. 3. Приклади моделювання навантаження на енергосистему.

 ISSN 1819-8058

Для другого варіанту отримано модель: $N_2 = 25{,}54$; $s = 2{,}32$ (рис. 3в). Спостерігається деяке зростання дисперсії. У третьому варіанті результат моделювання: $N_3 = 25{,}64$; $s = 2{,}22$ (рис. 3г).

Висновки. Таким чином, наявність вітрових електростанцій у складі енергосистеми в рамках розглянутої моделі не спричиняє значного впливу на стабільність роботи енергосистеми. При цьому рівень впровадження ВЕС (до 10% номінальної або 2-5% середньої потужності) можна вважати досить значним – для України це далека перспектива. До того ж, умови щодо стохастичності роботи ВЕС приймалися досить жорсткі – адже при розосередженості вітростанцій по значній території коливання їх сукупної потужності значно зменшуються; чинник просторової дисперсії є добре відомим і потребує окремого вивчення стосовно умов України. Загалом запропонована математична модель досить реально відображає властивості енергосистеми і може бути використана для подальших досліджень.

1. *Olsson M., Perninge M., Soder L.* Modeling real-time balancing power demands in wind power systems using stochastic differential equations. Electric Power Systems Research – 2010. – № 80. – P. 966–974.

2. *Кузнєцов М.П.* Стохастичні моделі роботи енергосистеми, яка містить вітрові електростанції // Відновлювана енергетика. – 2011. – №1. – С. 34–41.

3. *Perninge M.* Modeling the uncertainties involved in net transmission capacity calculation. Licentiate Thesis, School of Electrical Engineering, KTH, Stockholm, Sweden – 2009. – 107 p.

4. *Степанов С.С.* Стохастический мир. www.synset.com/ru

5. *Alaton P., Djehiche B., Stillberger D.* On modeling and pricing weather derivatives. Applied Mathematical Finance. – 2002. – 22 p.

6. *ДСТУ ISO 5479:2009* Статистичне опрацювання даних. Критерії відхилення від нормального розподілу.

7. *НЕК "Укренерго"*. www.ukrenergo.energy.gov.ua.