

УДК 621.311.243:621.383

Э.А.Бекиров, докт. техн. наук, Д.В.Каркач (Национальная академия природоохранного и курортного строительства, Симферополь)

### Моделирование солнечного коллектора с естественной циркуляцией в режиме реального времени

*Предложена математическая модель гидравлического контура солнечного коллектора с естественной циркуляцией теплоносителя. Разработан универсальный алгоритм расчета энергетической освещенности коллектора для произвольных географических координат места наблюдения и произвольной ориентации коллектора с учетом высоты Солнца и поглощения в атмосфере. Решена система уравнений, описывающая процесс естественной циркуляции в режиме реального времени. Определены скорость циркуляции, полезная мощность и температура в баке-аккумуляторе как функции времени. Проведен расчет интегральных суточных характеристик. Установлено, что средний суточный КПД для принятых условий моделирования составляет 64,3%, а интегральный поток теплоносителя – 61,3 л.*

*Запропоновано математичну модель гідравлічного контуру сонячного колектора з природною циркуляцією теплоносія. Розроблено універсальний алгоритм розрахунку енергетичної освітленості колектора для довільних географічних координат місця спостереження і довільної орієнтації колектора з урахуванням висоти Сонця та поглинання в атмосфері. Розв'язано систему рівнянь, що описує процес природної циркуляції в режимі реального часу. Визначено швидкість циркуляції, корисну потужність і температуру в бак-акумуляторі як функції часу. Проведено розрахунок інтегральних добових характеристик. Встановлено, що середній добовий ККД для прийнятих умов моделювання становить 64,3%, а інтегральний потік теплоносія – 61,3 л.*

**Введение.** Одной из главных проблем нетрадиционной энергетики является малая плотность энергии в используемых источниках – ветре и солнечном излучении. В связи с этим, важным параметром является срок окупаемости установок, которые, как правило, обладают немалой стоимостью по сравнению с аналогичными по мощности энергетическими установками, основанными на использовании традиционного ископаемого топлива, в котором солнечная энергия пребывает в концентрированном виде. Снижение срока окупаемости напрямую связано с КПД установки. Наибольшим КПД среди всех установок нетрадиционной энергетики обладают солнечные коллекторы. Используя значительную часть солнечного спектра (от ультрафиолета до инфракрасного излучения), коллекторы представляют собой простейший и наиболее дешевый способ использования солнечной энергии для подогрева воды для бытовых нужд.

В связи с этим представляется важной задача проектирования солнечного коллектора, обладающего достаточной эффективностью и, вместе с тем, минимальной стоимостью. То есть, необхо-

димо максимальное упрощение конструкции без значительного снижения потребительских характеристик. Одним из путей снижения стоимости является отказ от принудительной циркуляции теплоносителя в пользу естественной конвекции. В коллекторе с естественной циркуляцией отпадает необходимость в установке дорогостоящего насоса с соответствующей электрической и гидравлической обвязкой, необходимость в датчиках давления, внешнем питании и периодическом обслуживании установленного оборудования. Однако при этом возникает проблема расчета гидравлических и энергетических характеристик, обеспечивающих заданные параметры солнечного коллектора.

В данной статье предложена модель простейшего гидравлического контура солнечного коллектора с естественной циркуляцией с целью расчета потока жидкости и КПД для условий, приближенных к реальным условиям эксплуатации.

**Постановка задачи.** Рассмотрим замкнутый гидравлический контур солнечного коллектора на рис. 1. Пусть труба коллектора имеет длину  $L$ , диаметр  $d$  и наклонена под углом  $\alpha$  к горизонту.

© Э.А.Бекиров, Д.В.Каркач, 2012

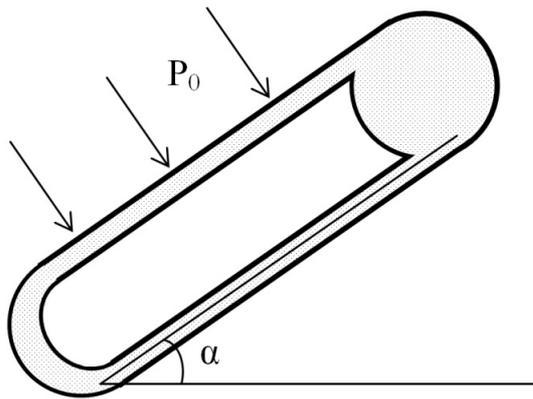


Рис. 1. Схема гидравлического контура солнечного коллектора с естественной циркуляцией.

Падающий от Солнца поток энергии  $P$  частично отражается, частично поглощается трубой коллектора. Теплоносителю в трубе передается поток энергии  $P_1$ , который меньше  $P$  на величину потерь коллектора, которые складываются из потерь на отражение, излучение и конвекцию с наружной поверхности трубы. В результате нагрева плотность теплоносителя падает, и в замкнутом гидравлическом контуре начинается циркуляция, вызываемая силой тяжести.

При энергетическом расчете коллектора с естественной циркуляцией примем следующие упрощающие предположения:

- движение жидкости в трубе считается одномерным и установившимся;
- теплопотери бака-аккумулятора в окружающую среду пренебрежимо малы;
- теплопроводность материала трубы коллектора считается бесконечно большой, а его теплоемкость – бесконечно малой;
- стратификация теплоносителя в баке и опускной трубе пренебрежимо мала;
- полезная нагрузка на коллектор отсутствует (нет расхода воды из бака-аккумулятора).

Для расчета скорости и плотности потока жидкости в коллекторе с естественной циркуляцией рассмотрим уравнения баланса энергии для трубы коллектора и для протекающего теплоносителя, уравнение движения жидкости и уравнение теплопередачи от стенки трубы к жидкости.

**Градиент температуры в трубе коллектора.** Пусть теплоноситель поглощает от стенки трубы поток энергии  $P_1$ . Рассмотрим элемент жидкости в коллекторе длиной  $dx$ . Этот элемент

за время  $dt$  поглощает через боковую поверхность  $dS$  количество энергии

$$dQ = P_1 \cdot dS \cdot dt = P_1 \pi d \cdot dx dt . \quad (1)$$

Поглотив это количество энергии, элемент жидкости получает приращение температуры  $dT$ , определяемое выражением:

$$dQ = C \cdot dm \cdot dT = C \rho(T) \pi \frac{d^2}{4} dx dT . \quad (2)$$

Приравнявая (1) и (2), получим:

$$P_1 \pi d \cdot dx dt = C \rho(T) \pi \frac{d^2}{4} dx dT . \quad (3)$$

Откуда, учитывая, что  $dt = \frac{dx}{v}$ , получим градиент температуры в трубе коллектора:

$$\frac{dT}{dx} = \frac{4P_1}{Cd\rho(T)v} . \quad (4)$$

Так как, согласно уравнению непрерывности,  $\rho(T)v = const$ , то градиент температуры является постоянной величиной. Интегрируя (4), получим закон изменения температуры по трубе коллектора:

$$\int_{T_1}^{T_2} dT = \int_0^L \frac{4P_1}{Cd\rho(T)v} dx , \quad (5)$$

где  $T_1$  – температура на входе в трубу коллектора;  $T_2$  – температура на выходе из трубы. Таким образом:

$$T_2 = T_1 + \frac{4P_1L}{CdJ} , \quad (6)$$

где  $J = \rho(T)v$  – плотность потока теплоносителя. Уравнение (6), представляющее собой закон сохранения энергии, показывает, что возрастание температуры вдоль трубы коллектора является линейным. В общем случае, интегрируя (5) до некоторой точки с произвольной координатой  $x$ , получим:

$$T(x) = T_1 + \frac{4P_1}{CdJ} \cdot x , \quad (7)$$

или

$$T(x) = T_1 + K \cdot x , \quad (8)$$

где

$$K = \frac{dT}{dx} = \frac{4P_1}{CdJ} . \quad (9)$$

Очевидно, градиент температуры  $K$  будет постоянным по длине трубы коллектора при данном поглощаемом потоке  $P_1$ .

**Уравнение движения.** Движение жидкости сопровождается потерями напора, вследствие чего давление по длине трубы изменяется. Закономерность движения реальной жидкости может быть описана уравнением движения, представляющим собой второй закон Ньютона. Для одномерного потока вязкой жидкости в стационарном случае оно может быть записано в виде [1]:

$$dp = \rho g \cdot \sin \alpha \cdot dx + \frac{\partial \Delta p_{\text{зидр}}}{\partial x} dx - \rho v dv. \quad (10)$$

Интегрируя (10) на участке гидравлического контура длиной  $L$ , получим:

$$\Delta p = g \sin \alpha \int_0^L \rho(x) dx + \int_0^L \frac{\partial \Delta p_{\text{зидр}}}{\partial x} dx - \int_{v_1}^{v_2} \rho(T) v dv. \quad (11)$$

Из (11) видно, что перепад давления между двумя параллельными сечениями трубы равен сумме трех напоров: нивелирного, скоростного и затрачиваемого на преодоление гидравлического сопротивления движению жидкости:

$$\Delta p = \Delta p_{\text{нив}} + \Delta p_{\text{зидр}} + \Delta p_{\text{уск}}, \quad (12)$$

где

$$\Delta p_{\text{нив}} = g \sin \alpha \int_0^L \rho(x) dx, \quad (13)$$

$$\Delta p_{\text{зидр}} = \int_0^L \frac{\partial \Delta p_{\text{зидр}}}{\partial x} dx, \quad (14)$$

$$\Delta p_{\text{уск}} = - \int_{v_1}^{v_2} \rho(T) v dv. \quad (15)$$

Рассмотрим течение жидкости между двумя сечениями в гидравлическом контуре, выбранными на входе и выходе из трубы коллектора. Очевидно, что потери давления, рассчитанные по пути через трубу коллектора и трубу обратного стока теплоносителя из бака-аккумулятора должны быть равны. Таким образом, уравнение движения имеет вид:

$$\Delta p_k = \Delta p_o, \quad (16)$$

где  $\Delta p_k$  – падение давления в трубе коллектора;  $\Delta p_o$  – падение давления в обратной трубе. Оба падения давления рассчитываются по формуле (12) с учетом того обстоятельства, что в обратной трубе температура жидкости постоянна и равна температуре в баке-аккумуляторе, следовательно, нет необходимости учитывать тепловое расширение жидкости, тогда как в трубе коллектора существует градиент температуры (а следовательно, и плотности), определяемый формулой (4).

Для обратной трубы плотность постоянна и (13) примет вид:

$$\Delta p_{\text{нив}} = g \sin \alpha \int_0^L \rho(T_1) dx = \rho(T_1) g L \sin \alpha. \quad (17)$$

Ввиду постоянства скорости в обратной трубе ( $v_1 = v_2$ ), будут отсутствовать потери давления на ускорение жидкости:

$$\Delta p_{\text{уск}} = - \int_{v_1}^{v_2} \rho(T) v dv = 0. \quad (18)$$

Потери на трение  $\Delta p_{\text{зидр}}$  в принятой гидравлической схеме складываются из потерь на трение в прямолинейном участке трубы  $\Delta p_{\text{мп}}$  и потерь  $\Delta p_{\text{нов}}$  в повороте трубы на угол  $180^\circ$ :

$$\Delta p_{\text{зидр}} = \Delta p_{\text{мп}} + \Delta p_{\text{нов}}. \quad (19)$$

Потери на трение для случая изотермического потока определяются выражением [2]:

$$\Delta p_{\text{мп}} = \xi_0 \frac{L}{d} \frac{\rho(T_1) v^2}{2}, \quad (20)$$

где коэффициент трения  $\xi_0$  определяется выражением:  $\xi_0 = \frac{64}{\text{Re}}$ . Так как число Рейнольдса

$\text{Re} = \frac{v d}{\nu}$ , где  $\nu$  – динамическая вязкость воды, то

для  $\xi_0$  получим:

$$\xi_0 = \frac{64 \nu}{v d}. \quad (21)$$

Тогда (20) примет вид:

$$\Delta p_{\text{мп}} = \frac{32 \mu(T_1) v L}{d^2}, \quad (22)$$

где  $\mu(T_1) = \rho(T_1)v(T_1)$  – динамическая вязкость жидкости при температуре в опускной трубе.

Согласно [2], коэффициент трения в повороте  $\xi = \xi_1 BC$ , где величины  $\xi_1$ ,  $B$ , и  $C$  определяются по графикам, полученным на основании обработки экспериментальных данных. По графикам, приведенным в [2],  $\xi_1=0,9$ ;  $B=1,4$ ;  $C=1$  (для трубы круглого сечения). Тогда общий коэффициент трения  $\xi_1 = 0,9 \cdot 1,4 = 1,26$ . Таким образом, потери на трение в повороте равны:

$$\Delta p_{\text{пов}} = 1,26 \frac{L\rho(T_1)v^2}{2d} = 0,63 \frac{L\rho(T_1)v^2}{d}. \quad (23)$$

Общее падение давления в обратной трубе  $\Delta p_o$  с учетом (17), (18), (22) и (23) будет иметь вид:

$$\Delta p_o = \rho(T_1)gL \sin \alpha + \frac{32\mu(T_1)v_1L}{d^2} + 0,63 \frac{\rho(T_1)v_1^2L}{d}. \quad (24)$$

Потери давления на гидравлическое сопротивление движению жидкости в трубе коллектора определяются из выражения [2]:

$$\frac{\partial \Delta p_{\text{зудр}}}{\partial x} = \xi(T) \frac{\rho(T)v^2}{2d}. \quad (25)$$

Так как  $\rho(T)v = J$ , то

$$\frac{\partial \Delta p_{\text{зудр}}}{\partial x} = \xi(T) \frac{Jv}{2d}. \quad (26)$$

Тогда для потерь давления на трение в трубе коллектора, согласно (14), будем иметь:

$$\Delta p_{\text{зудр}} = \int_0^L \frac{\partial \Delta p_{\text{зудр}}}{\partial x} dx = \frac{J}{2d} \int_0^L \xi(T)v(T) dx. \quad (27)$$

Проведем замену переменной интегрирования в (27) с  $dx$  на  $dT$ . Так как, согласно (9),  $dx = \frac{dT}{K}$ , то (27) примет вид:

$$\Delta p_{\text{зудр}} = \frac{J}{2dK} \int_{T_1}^{T_2} \xi(T)v(T) dT. \quad (28)$$

Функцию скорости  $v(T)$  представим через скорость на входе в трубу коллектора  $v_1$  с помощью уравнения непрерывности:  $\rho(T)v(T) = \rho(T_1)v_1$ , откуда:

$$v(T) = v_1 \frac{\rho(T_1)}{\rho(T)} = \frac{J}{\rho(T)}. \quad (29)$$

Подставив (29) в (28), получим:

$$\Delta p_{\text{зудр}} = \frac{J^2}{2dK} \int_{T_1}^{T_2} \frac{\xi(T)}{\rho(T)} dT. \quad (30)$$

Согласно [2], зависимость коэффициента трения  $\xi(T)$  от температуры при ламинарном движении жидкости имеет вид:

$$\xi(T) = \xi_0 \left( \frac{\mu(T)}{\mu(T_1)} \right)^{n(T)}, \quad (31)$$

где  $\xi_0$  – коэффициент трения, определяемый формулой (21). Показатель степени  $n(T)$  определяется выражением [2]:

$$n(T) = 2,3 \left( \text{Re} \frac{d}{L} \right)^{-0,3} \left( \frac{\mu(T)}{\mu(T_1)} \right)^{-0,062}, \quad (32)$$

где  $\text{Re} = \frac{v(T)L}{a(T)}$  – число Пекле;  $a(T)$  – теплопроводность воды при данной температуре. С учетом (29) уравнение (32) примет вид:

$$n(T) = 2,3 \left( \frac{d \cdot J}{a(T)\rho(T)} \right)^{-0,3} \left( \frac{\mu(T)}{\mu(T_1)} \right)^{-0,062}. \quad (33)$$

Потери давления, связанные с ускорением жидкости, определяются с помощью выражения (15). Учитывая, что плотность потока  $J = \text{const}$ , получим выражение:

$$\Delta p_{\text{уск}} = - \int_{v_1}^{v_2} \rho(T)v(T) dv = - \int_{v_1}^{v_2} J dv = -J(v_2 - v_1). \quad (34)$$

Исключая  $v_2$  с помощью (29), получим:

$$\Delta p_{\text{уск}} = -Jv_1 \left( \frac{\rho(T_1)}{\rho(T_2)} - 1 \right). \quad (35)$$

Наконец, гидростатическое давление в трубе коллектора определяется по формуле (13). Заменяя переменную интегрирования  $x$  на температуру, с учетом (9) получим:

$$\Delta p_{\text{нуб}} = g \sin \alpha \int_0^L \rho(T) dx = \frac{g \sin \alpha}{K} \int_{T_1}^{T_2} \rho(T) dT. \quad (36)$$

Таким образом, с учетом (30), (35) и (36) уравнение (12) для трубы коллектора примет вид:

$$\Delta p_k = \frac{J^2}{2dK} \int_{T_1}^{T_2} \frac{\xi(T)}{\rho(T)} dT - Jv_1 \left( \frac{\rho(T_1)}{\rho(T_2)} - 1 \right) + \frac{g \sin \alpha}{K} \int_{T_1}^{T_2} \rho(T) dT. \quad (37)$$

Уравнение движения (16) с учетом (24) и (37) запишется в виде:

$$\rho(T_1)gL \sin \alpha + \frac{32\mu(T_1)v_1L}{d^2} + 0,63 \frac{\rho(T_1)v_1^2L}{d} = \frac{J^2}{2dK} \int_{T_1}^{T_2} \frac{\xi(T)}{\rho(T)} dT - Jv_1 \left( \frac{\rho(T_1)}{\rho(T_2)} - 1 \right) + \frac{g \sin \alpha}{K} \int_{T_1}^{T_2} \rho(T) dT. \quad (38)$$

**Уравнение баланса энергии для трубы коллектора.** В установившемся режиме для трубы коллектора выполняется закон сохранения энергии:

$$PLd = (P_e + P_c + P_1)\pi Ld, \quad (39)$$

где  $P$  – падающий на поверхность коллектора поток солнечного излучения;  $P_e$  – поток, теряемый коллектором через излучение;  $P_c$  – через конвекцию;  $P_1$  – поток, передаваемый теплоносителю. Множители  $Ld$  и  $\pi Ld$  представляют собой соответственно площадь продольного сечения трубы коллектора и площадь ее поверхности. Проводя сокращение в (39), получим:

$$\frac{1}{\pi} P = P_c + P_e + P_1. \quad (40)$$

Потери на излучение  $P_e$  определяются законом Стефана-Больцмана. Следует учесть, что в среднем обращенная вверх поверхность трубы коллектора с температурой  $T_c$  обменивается энергией со средой, имеющей эффективную температуру неба  $T_n$  (которая ниже температуры воздуха), а обращенная вниз – с землей и элементами конструкции коллектора, имеющими в первом приближении температуру, близкую к температуре окружающего воздуха  $T_v$ . Таким образом, для потерь на излучение имеем:

$$P_e = \frac{\varepsilon\sigma}{2} \left[ (T_c^4 - T_n^4) + (T_c^4 - T_v^4) \right], \quad (41)$$

где  $\varepsilon$  – излучательная способность материала трубы коллектора;  $\sigma$  – постоянная Стефана-Больцмана;  $T_c$  – температура поверхности трубы. Эффективная температура неба дается выражением [3]:

$$T_n = 0,0552 \cdot T_v^{1,5}. \quad (42)$$

В случае свободной конвекции с поверхности трубы число Нуссельта  $Nu$  является функцией чисел Прандтля  $Pr$  и Грасгофа  $Gr$  [2]:

$$Nu = C (Pr \cdot Gr)^n. \quad (43)$$

Числа подобия определяются выражениями:

$$Nu = \frac{\alpha L}{\lambda}; \quad Pr = \frac{\nu}{a}; \quad Gr = \frac{g\beta(T_c - T_v)L^3}{\nu^2}, \quad \text{где } \nu - \text{кинематическая вязкость воздуха; } a - \text{коэффициент температуропроводности воздуха; } g - \text{ускорение свободного падения; } \beta = \frac{1}{T} = \frac{2}{T_c + T_v} - \text{коэффициент теплового расширения воздуха.}$$

Используя (43), можно получить выражение для коэффициента передачи тепла конвекцией:

$$\alpha_c = \frac{\lambda}{h} C \left( \frac{g\beta(T_c - T_v)L^3}{\nu a} \right)^n. \quad (44)$$

При конвекции в неограниченном пространстве коэффициенты  $C$  и  $n$  в формуле (44) равны:  $C = 0,135, n = 1/3$  [2].

Таким образом, удельную мощность конвективных потерь можно представить выражением:

$$P_c = \alpha_c \cdot (T_c - T_v) = \lambda (T_c - T_v) \times \left[ 0,135 \left( \frac{2g}{\nu a} \frac{T_c - T_v}{T_c + T_v} \right)^{1/3} \right]. \quad (45)$$

Окончательно, с учетом (41) и (45), уравнение баланса энергии для стенки трубы коллектора (40) примет вид:

$$\frac{1}{\pi} P = \frac{\varepsilon\sigma}{2} \left[ (T_c^4 - T_n^4) + (T_c^4 - T_v^4) \right] + \lambda (T_c - T_v) \left[ 0,135 \left( \frac{2g}{\nu a} \frac{T_c - T_v}{T_c + T_v} \right)^{1/3} \right] + P_1. \quad (46)$$

Поглощенный трубой поток энергии  $P_1$  в конечном счете передается теплоносителю. Вследствие незначительных скоростей течения, развивающихся при естественной конвекции, движение

будет ламинарным. В этом случае существует точное решение задачи о среднем коэффициенте теплоотдачи от нагретой стенки трубы к жидкости. Согласно [4], число Нуссельта для процесса теплоотдачи с коэффициентом  $\alpha_l$  можно представить в виде:

$$\text{Nu}_l = \frac{\alpha_l d}{\lambda_l} = 1,4 \left( \text{Re}_l \frac{d}{L} \right)^{0,4} \times \text{Pr}_l^{0,33} \cdot \left( \frac{\text{Pr}_l}{\text{Pr}_c} \right)^{0,25}, \quad (47)$$

где индекс "l" относится к характеристикам, взятым при средней температуре жидкости в трубе коллектора; индекс "c" – к характеристикам при температуре стенки. Так как  $\text{Nu} = \frac{\alpha_l d}{\lambda_l}$ ;  $\text{Re}_l = \frac{v d}{\nu_l}$ ;  $\text{Pr}_l = \frac{\nu_l}{a_l}$ ;  $\text{Pr}_c = \frac{\nu_c}{a_c}$ , то для среднего коэффициента теплоотдачи получим:

$$\alpha_l = 1,4 \frac{\lambda_l}{d_2} \left( \frac{v d_2^2}{\nu_l L} \right)^{0,4} \left( \frac{\nu_l}{a_l} \right)^{0,33} \left( \frac{\nu_l a_c}{a_l \nu_c} \right)^{0,25}, \quad (48)$$

где  $\nu$  – коэффициент кинематической вязкости теплоносителя;  $a$  – его коэффициент теплопроводности. Таким образом, уравнение теплоотдачи от трубы к теплоносителю имеет вид:

$$1,4 \frac{\lambda_l}{d_2} \left( \frac{v d_2^2}{\nu_l L} \right)^{0,4} \left( \frac{\nu_l}{a_l} \right)^{0,33} \left( \frac{\nu_l a_c}{a_l \nu_c} \right)^{0,25} \times \left( T_c - \frac{T_1 + T_2}{2} \right) = P_1. \quad (49)$$

Система уравнений, описывающая математическую модель стационарного состояния теплоприемной трубы коллектора с естественной циркуляцией, складывается из четырех уравнений: (6), (38), (46) и (49). Решение этой системы дает возможность определить четыре неизвестных ( $T_c, \nu, T_2, P_1$ ), с помощью которых можно полностью определить характеристики стационарного состояния коллектора, в том числе КПД, количество тепла, переданного теплоносителю в баке-аккумуляторе, и расход теплоносителя.

Расход определяется плотностью потока  $J = \rho v$  с помощью соотношения:

$$\Phi = \rho(T_1) v S, \quad (50)$$

где  $S = \frac{\pi d^2}{4}$  – площадь сечения трубы коллектора.

Мгновенный коэффициент полезного действия коллектора определяется как отношение мощности солнечного излучения, падающей на приемную поверхность, к мощности, передаваемой теплоносителю:

$$\eta = \frac{\pi P_1}{P_0}. \quad (51)$$

Средний КПД в течение некоторого промежутка времени (например, равного продолжительности светового дня) определяется общим количеством энергии, попавшей на коллектор от Солнца  $Q_C$ , и полезной энергией, переданной теплоносителю в баке-аккумуляторе  $Q_P$  в соответствии с выражением:

$$\bar{\eta} = \frac{Q_P}{Q_C} \cdot 100\%. \quad (52)$$

Полезная энергия определяется потоком  $P_1$ :

$$Q_P = \pi d L \int_{t_1}^{t_2} P_1 dt, \quad (53)$$

а общая энергия – падающим потоком  $P$ :

$$Q_C = L d \int_{t_1}^{t_2} P dt. \quad (54)$$

Для расчета этих величин необходимо получить  $P$  и  $P_1$  как функции времени. Расчет динамических характеристик в предложенной модели проводится с учетом конечного объема бака-аккумулятора и переменного внешнего воздействия на систему, которое выражается в изменении плотности падающего потока, вызываемого изменением высоты Солнца над горизонтом и изменением степени поглощения в атмосфере при различных воздушных массах.

**Расчет динамических характеристик коллектора.** Мощность теплового потока, поступающего в бак коллектора, определяется выражением:

$$P = C \frac{dm}{dt} (T_2 - T_1). \quad (55)$$

Так как поток теплоносителя  $\frac{dm}{dt} = \frac{\rho S v \cdot dt}{dt} = \rho S v$ , то

$$P = C \rho S v (T_2 - T_1). \quad (56)$$

Передача тепла приводит к нагреву теплоносителя в баке:

$$P = CM \frac{dT}{dt}, \quad (57)$$

где  $C$  – теплоемкость жидкости;  $M$  – масса жидкости в баке. Так как плотность в баке и опускной трубе одинаковая, то, приравнявая (57) к (56) и учитывая, что  $M = \rho V_T$ , где  $V_T$  – объем бака-аккумулятора, получим выражение для скорости изменения температуры в баке:

$$K_T = \frac{dT_T}{dt} = \frac{\pi d^2 v}{4V_T} (T_2 - T_1). \quad (58)$$

Для решения дифференциального уравнения (58) представим производную в виде:

$$\frac{dT_T}{dt} = \frac{T_{T,i+1} - T_{T,i}}{\Delta t}, \quad (59)$$

где  $T_{T,i}$  и  $T_{T,i+1}$  – температура бака для шагов интегрирования по времени с номерами  $i$  и  $i+1$ . Таким образом новое значение температуры в баке на каждом шаге рассчитывается по формуле:

$$T_{T,i+1} = T_{T,i} + K_T \Delta t. \quad (60)$$

Расчет динамических характеристик сводится к решению дифференциального уравнения (58) с помощью разностной формулы (60). На каждом шаге решения по времени для определения скорости циркуляции  $v$  и температуры на входе в бак-аккумулятор  $T_2$  требуется решение системы алгебраических уравнений (6), (38), (46) и (49). Таким образом, благодаря сравнительно медленному изменению входного воздействия на систему (т. е. изменению плотности падающего потока с высотой Солнца в течение дня), состояние коллектора на достаточно малом промежутке времени  $\Delta t$  можно рассматривать как стационарное. При этом вычисленная по формуле (60) температура бака является температурой теплоносителя  $T_1$  на входе в трубу на следующем шаге по времени.

**Расчет падающего потока.** В реальных условиях эксплуатации на коллектор падает изменяющийся поток солнечного излучения. Эти изменения связаны с изменением высоты Солнца  $Z$  в течение дня и экстинкцией (степенью поглощения света в земной атмосфере), которая увеличивается с увеличением  $Z$  из-за более длинного пути луча в земной атмосфере. Кроме того, на падающий поток влияет ориентация светоприемной поверхности коллектора.

В данной модели расчет координат Солнца на любое время проводится по алгоритмам, приведенным в [5]. Угол  $\theta$  падения излучения на коллектор зависит от его ориентации (угла наклона к горизонту  $\alpha$  и азимута  $\gamma$ ), часового угла  $\omega$  и склонения Солнца  $\delta$  в соответствии с формулой [3]:

$$\begin{aligned} \cos \theta = & \sin \delta \sin \varphi \cos \alpha - \\ & - \sin \delta \cos \varphi \sin \alpha \cos \gamma + \\ & + \cos \delta \cos \varphi \cos \alpha \cos \omega + \\ & + \cos \delta \sin \varphi \sin \alpha \cos \gamma \cos \omega + \\ & + \cos \delta \sin \alpha \sin \gamma \sin \omega, \end{aligned} \quad (61)$$

где  $\varphi$  – широта местности;  $\gamma$  – азимут нормали к плоскости коллектора, т. е. угол между нормалью и плоскостью небесного меридиана (за начало отсчета принимается южное направление, отклонение к востоку считается положительным, к западу – отрицательным);  $\omega$  – часовой угол Солнца.

Ослабление падающего потока атмосферой, вызываемое релеевским рассеянием, определяется законом Бугера:

$$P_R(z) = P_0 e^{-\tau l(z)}, \quad (62)$$

где  $P_0$  – внеатмосферный поток излучения;  $l(z)$  – длина пути луча в атмосфере, зависящая от зенитного расстояния Солнца. Согласно [3] внеатмосферный поток – солнечная постоянная  $P_0 = 1352 \text{ Вт/м}^2$ . Экспериментально установлено, что при Солнце, находящемся в зените, интегральный поток уменьшается до  $P_{z0} = 1000 \text{ Вт/м}^2$ . Это дает возможность определить коэффициент поглощения  $\tau$ , используя формулу (62), записанную для зенитного расстояния  $Z = 0$ :

$$P_{z0} = P_0 e^{-\tau h}, \quad (63)$$

где  $h$  – условная высота атмосферы. Из (63) получаем:

$$\tau = \frac{1}{h} \ln \left( \frac{P_0}{P_{z_0}} \right) = \frac{1}{h} \ln(1,352). \quad (64)$$

Подставляя (64) в (62), получаем:

$$P(z) = P_0(1,352)^{\frac{l(z)}{h}}. \quad (65)$$

Отношение  $m_z = \frac{l(z)}{h}$  представляет собой

воздушную массу. Если пренебречь кривизной Земли, то воздушная масса определяется простым соотношением:  $m_z = \sec Z$  [3], которое работает для не очень больших зенитных расстояний. Для проведения моделирования в течение всего светового дня необходим более точный расчет воздушной массы.

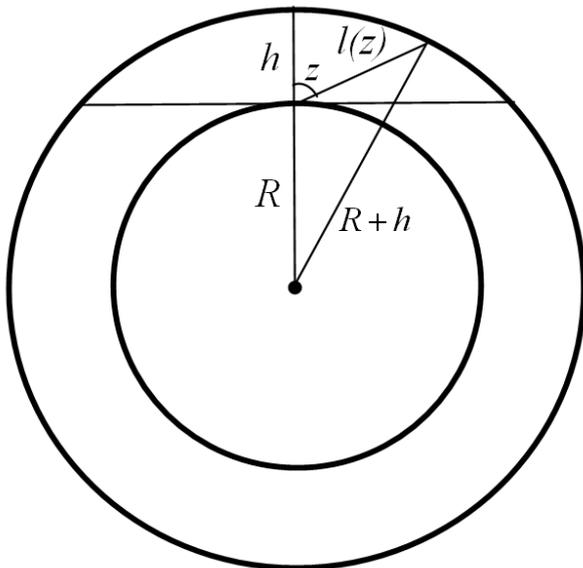


Рис. 2. К определению воздушной массы.

Из рис. 2 видно, что длина пути луча в атмосфере определяется из выражения:

$$(R + h)^2 = R^2 + l(z)^2 + 2Rl(z) \cos z. \quad (66)$$

Решая это уравнение относительно  $l(z)$ , получим:

$$l(z) = \sqrt{(R \cos z)^2 + h(2R + h)} - R \cos z. \quad (67)$$

Разделив это выражение на  $h$ , получим воздушную массу как функцию зенитного расстояния Солнца:

$$m_z(z) = \frac{l(z)}{h} = \sqrt{\left(\frac{R}{h} \cos z\right)^2 + 2\frac{R}{h} + 1} - \frac{R}{h} \cos z. \quad (68)$$

Выражение (65) с учетом (68) примет вид:

$$P(z) = P_0(1,352)^{-m_z(z)}. \quad (69)$$

Окончательно поток на коллекторе с учетом поглощения в атмосфере и угла падения света на коллектор определится выражением:

$$P(z) = P_0(1,352)^{-m_z(z)} \cos \theta. \quad (70)$$

**Численный эксперимент.** Эксперимент проводился в среде *Mathcad 15*. Исходные параметры модели приведены в таблице 1.

Таблица 1. Исходные параметры модели

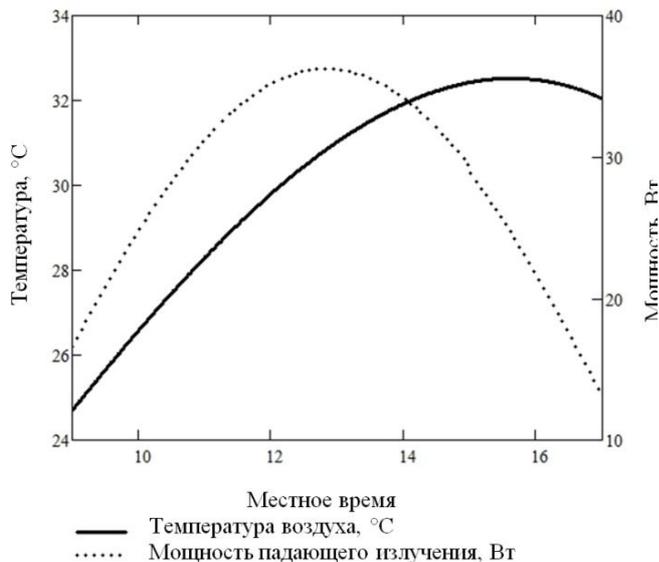
Параметр	Значение
Внеатмосферный поток энергии	$P_0 = 1352 \text{ Вт/м}^2$
Теплоемкость воды	$C = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$
Диаметр трубы коллектора	$d = 0,02 \text{ м}$
Длина трубы коллектора	$L = 2 \text{ м}$
Объем бака-аккумулятора	$V_T = 10 \text{ л}$
Угол наклона коллектора к горизонту	$\alpha = 45^\circ$
Азимут нормали к плоскости коллектора	$\gamma = 0^\circ$

Функциональные зависимости параметров теплоносителя (воды) от температуры приняты согласно [6] и сведены в таблицу 2.

Таблица 2. Параметры воды в зависимости от температуры

Параметр	Функциональная зависимость от температуры
Плотность	$\rho(T) = \frac{995,7}{0,984 + 0,483 \cdot 10^{-3} (T - 273)}$
Коэффициент кинематической вязкости	$\nu(T) = \frac{1,78 \cdot 10^{-6}}{1 + 0,0337(T - 273) + 0,000221(T - 273)^2}$
Коэффициент динамической вязкости	$\mu(T) = \rho(T)\nu(T)$
Коэффициент температуропроводности	$\alpha(T) = 1,32 \cdot 10^{-7} (1 + 0,003(T - 273))$

Для расчета энергетического баланса коллектора существенным параметром является температура окружающего воздуха, от которой зависят коэффициенты теплоотдачи конвекцией и излучением. Реальные данные о температуре воздуха в Симферополе на 15.07.2011 г. взяты из архива на сайте Meteorprog.ua [7]. В течение указанного светового дня ход температуры и плотность падающего потока излучения, рассчитанная по формуле (70), показаны на рис. 3. Из графика видно, что

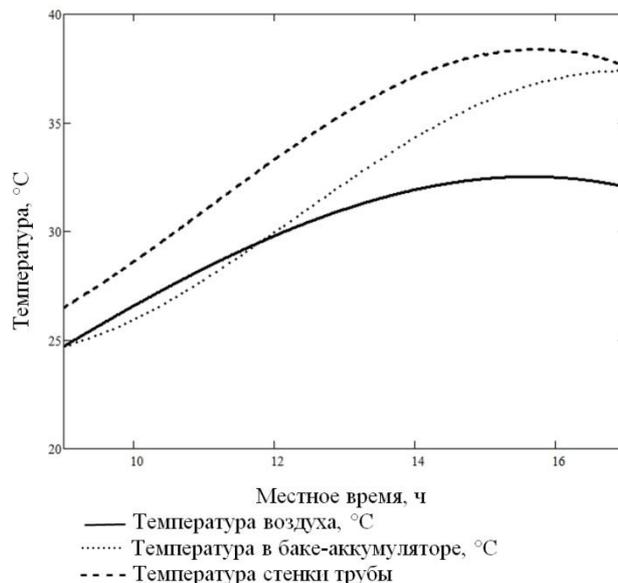


**Рис. 3.** Температура окружающего воздуха и мощность падающего излучения.

максимальная мощность излучения, падающего на коллектор, приходится приблизительно на 13<sup>h</sup> (что соответствует верхней кульминации Солнца) и составляет 32,7 Вт. Температура воздуха по данным [7] достигла максимума (32,5°C) приблизительно в 15,5<sup>h</sup>.

Согласно принятым начальным условиям, температура при старте экспозиции коллектора в 9<sup>h</sup> была принята равной температуре окружающего воздуха 24,7°C. На рис. 4 показано изменение температуры воздуха, воды в баке-аккумуляторе и стенки трубы коллектора. Различие температур воды и стенки в начальный момент времени объясняется тем, что на данном этапе в математической модели отсутствует учет теплоемкости и теплопроводности материала трубы, так что соответствующий переходный процесс не учитывается.

Значительную часть дня температура трубы оказывается на 2-3°C выше температуры жидкости на входе в трубу, однако с увеличением зенитного расстояния Солнца вечером равновесная



**Рис. 4.** Динамика температуры воды в баке-аккумуляторе, окружающего воздуха и стенки трубы коллектора.

температура стенки падает и около 18<sup>h</sup> достигает температуры воды. С этого момента коллектор перестает эффективно работать и начинается обратный процесс – охлаждение воды в баке с изменением на противоположное направления скорости циркуляции. Очевидно, что в реальном коллекторе с такой конструкцией необходимо предусматривать специальные меры, предотвращающие потери тепла с заходом Солнца с помощью перекрытия циркуляционного контура. Температура в баке-аккумуляторе монотонно возрастает в течение всего времени моделирования и к 17<sup>h</sup> достигает 34,5°C, увеличившись таким образом приблизительно на 13°C. Небольшое увеличение температуры связано с тем, что в математической модели на данном этапе рассматривается только одна труба, тогда как в реальных коллекторах используется большое количество труб в едином гидравлическом контуре, что приводит к увеличению эффективной площади.

На рис. 5 показана динамика скорости циркуляции теплоносителя и мощность падающего излучения. Хорошо видно, что коллектор с естественной циркуляцией является саморегулирующей системой – скорость циркуляции коррелирует с мощностью излучения.

На рис. 6 показана динамика полезной мощности и мощности, теряемой коллектором через излучение и конвекцию. По мере нагрева теплоносителя и элементов конструкции коллектора, в

том числе и трубы, мощность потерь увеличивается. При одновременном увеличении зенитного расстояния Солнца и уменьшения мощности падающего излучения это приводит к уменьшению полезной мощности менее чем до 10 Вт к 16<sup>h</sup>.

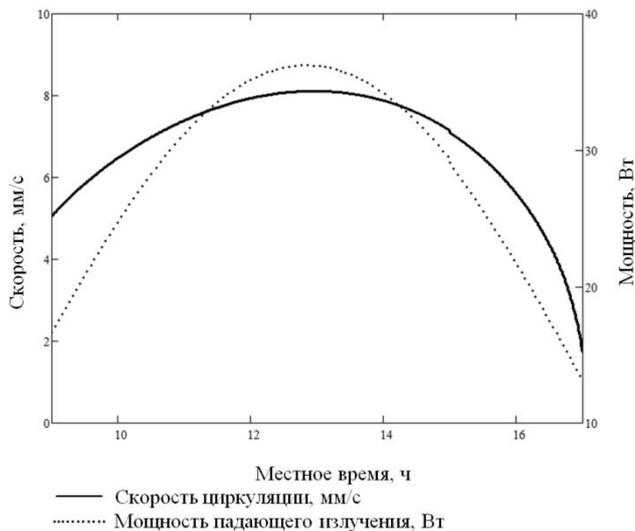


Рис. 5. Динамика скорости циркуляции.

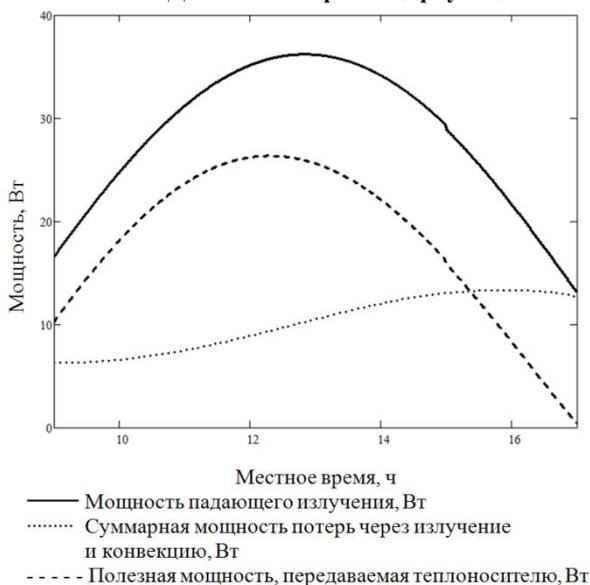


Рис. 6. Динамика полезной мощности и потерь коллектора.

На рис. 7 показана динамика потока теплоносителя в коллекторе, рассчитанная по формуле (50). Сравнительно небольшое значение потока характерно для систем с естественной циркуляцией. Например, в [8] указано максимальное значение мгновенного расхода (28 л/ч), но оно относится к коллектору, состоящему из большого количества теплообменных труб. Общее количество жидкости, прошедшей через поперечное сечение

трубы коллектора за световой день, определяется интегралом от мгновенного расхода:

$$\Phi_C = \int_{t_1}^{t_2} \Phi(t) dt, \quad (71)$$

где  $\Phi(t)$  определяется по формуле (50). Проведенные расчеты показывают, что для данных условий освещения коллектора общий поток жидкости за световой день составит  $\Phi_C = 61,3$  л, что соответствует кратности циркуляции приблизительно 5,5.

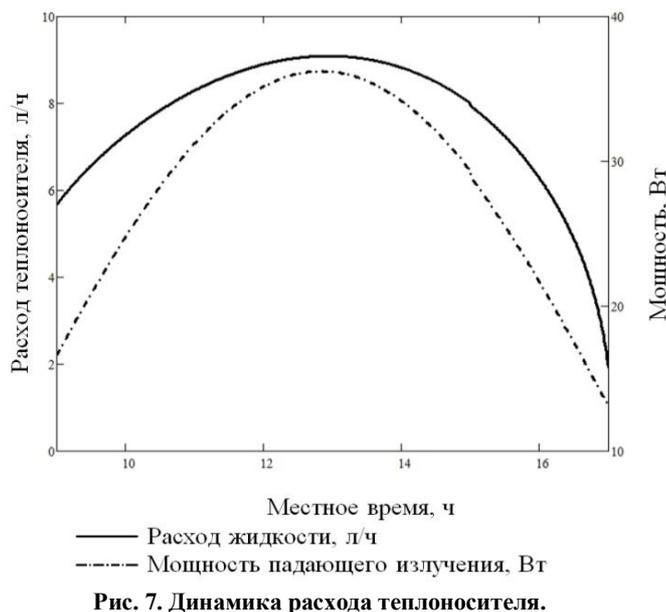


Рис. 7. Динамика расхода теплоносителя.

На рис. 8 показана динамика мгновенного КПД коллектора, определяемого по формуле (51). Более высокие значения КПД в начале работы объясняются более низкой температурой трубы и теплоносителя и, как следствие, меньшими потерями через излучение и конвекцию. Максимального значения (76%) КПД достигает в 11<sup>h</sup>, тогда как максимальная полезная мощность (26 Вт) – приблизительно в 12,5<sup>h</sup>, а максимальная мощность падающего излучения (36 Вт) – в 13<sup>h</sup>.

Имеющиеся данные по динамике полной и полезной мощности коллектора позволяют рассчитать общий КПД за световой день по формуле (52). Для принятой даты за период с 9<sup>h</sup> до 17<sup>h</sup> местного времени полная энергия, упавшая на трубу коллектора, составила 0,82 МДж, а полезная энергия – 0,53 МДж. Таким образом, суточный КПД трубы коллектора составит 64,3%.

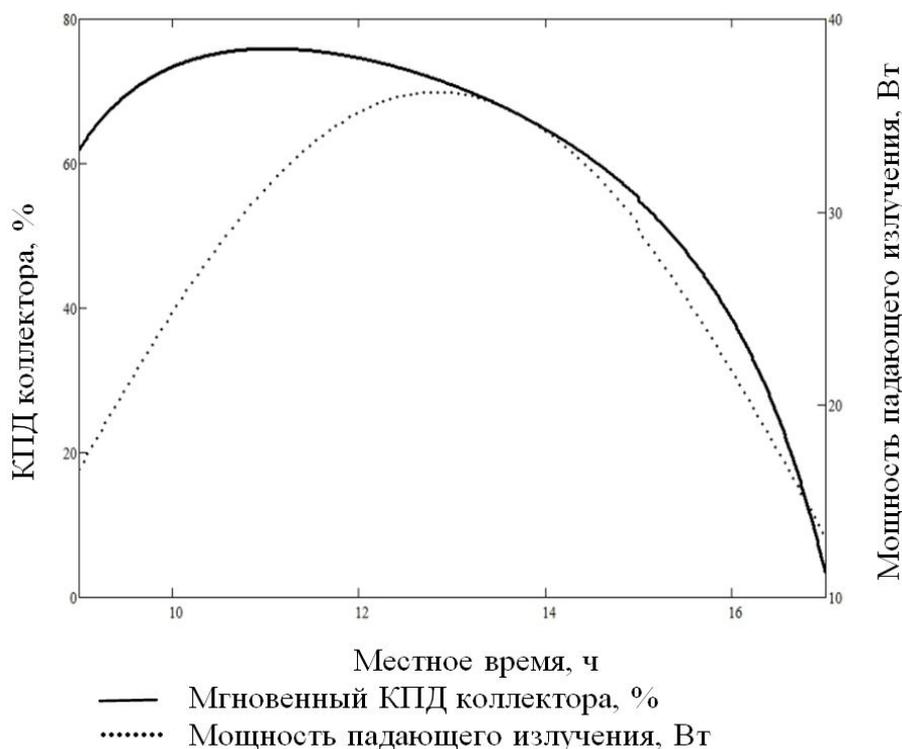


Рис. 8. Динамика мгновенного КПД коллектора.

**Выводы.** Предложенная математическая модель теплообменной невакуумированной трубы солнечного коллектора позволяет рассчитывать характеристики и режимы работы коллектора с естественной циркуляцией в режиме реального времени. Алгоритм расчета энергетической освещенности является универсальным и позволяет определять плотность падающего потока для любого момента времени и географических координат пункта наблюдения при произвольной ориентации светоприемной поверхности. Это позволяет определять оптимальное расположение коллектора для его наиболее эффективной работы в любом месте земной поверхности в любое время года.

Система уравнений, описывающая процесс естественной циркуляции, состоит из четырех алгебраических и одного дифференциального уравнения. Решение системы позволяет определять характеристики коллектора как функцию времени, что дает возможность рассчитывать интегральные параметры – расход жидкости, КПД, а также температуру в баке-аккумуляторе.

Предложенная модель легко обобщается на случай принудительной циркуляции (при этом скорость становится не неизвестной, а параметром, и

из системы удаляется уравнение движения (38)), а также на случай, когда коллектор собирается из пакета параллельно расположенных труб, в том числе вакуумированных.

Построение модели реального коллектора дает возможность оптимизации его конструктивных параметров для достижения максимума любой, наперед заданной целевой функции (полезной мощности, КПД, срока окупаемости и т.д.).

1. *Стырикович М.А., Катковская К.Я., Серов Е.П.* Котельные агрегаты. – Москва: Госэнергоиздат, 1959. – 488 с.
2. *Кутателадзе С.С., Боршианский В.М.* Справочник по теплопередаче. – Ленинград: Госэнергоиздат, 1958. – 414 с.
3. *Даффи Д.А., Бекман У.А.* Тепловые процессы с использованием солнечной энергии. – Москва: Мир, 1977. – 410 с.
4. *Михеев М.А., Михеева И.М.* Основы теплопередачи. Изд. 2-е, стереотип. – Москва: Энергия, 1977. – 344 с.
5. *Монтенбрук О., Пфлеггер Т.* Астрономия с персональным компьютером. – Москва: Мир, 1993. – 279 с.
6. *HighExpert.ru.* Разносторонняя информация для инженеров и конструкторов. Физические свойства воды. <http://www.highexpert.ru/index.php?go=Content&id=13>.
7. *METEOPROG.UA.* Архив фактической погоды в Украине. <http://www.meteoprog.ua/ru/fwarchive/Simferopol/>.
8. *Матвеев А.В., Пахалуев В.М., Щеклеин С.Е.* Работа солнечного коллектора в режиме естественной циркуляции теплоносителя // Альтернативная энергетика и экология. – 2007. –4(48). – С. 4.