

УДК 620.91, 620.92, 620.93

Б.Г.Тучинский, канд.экон.наук (Ин-т возобновляемой энергетики НАН Украины, Киев)

Математические модели некоторых оптимизационных задач расстановки ветровых электроустановок

В статье построена математическая модель функции потерь мощности ветровой электроустановкой, затеняемой другой ветровой электроустановкой. Построены математические модели для двух оптимизационных задач расстановки ветровых электроустановок. Выполнены соответствующие экспериментальные расчеты.

У статті побудовано математичну модель функції втрат потужності вітровою електроустановкою, що затінюється іншою вітровою електроустановкою. Побудовано математичні моделі для двох оптимізаційних задач розстановки вітрових електроустановок. Виконано відповідні експериментальні розрахунки.

1. Моделирование функции потерь мощности от взаимного затенения ветровыми электроустановками. Рассматриваются две ветровые электроустановки (ВЭУ), каждая из которых имеет номинальную мощность P и диаметр ротора D . ВЭУ расположены на расстоянии x друг от друга.

Через $\lambda(x, D)$ обозначим функцию потерь фактической мощности затенённой ВЭУ при условии, что ветер дует вдоль отрезка, соединяющего данные ВЭУ.

Функция потерь мощности затенённой ВЭУ должна обладать следующими математическими свойствами, вытекающими из её физического смысла:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \lambda(x, D) = 1; \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \lambda(x, D) = 0; \quad (2)$$

$$\lim_{D \rightarrow 0} \lambda(x, D) = 0; \quad (3)$$

$$\lim_{D \rightarrow +\infty} \lambda(x, D) = 1; \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \lambda(x, D) < 0; \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial D} \lambda(x, D) > 0; \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \lambda(x, D) > 0; \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial D^2} \lambda(x, D) < 0. \quad (8)$$

В табл. 1 представлена функция потерь мощности¹ (λ), а также функция, дополнительная к функции потерь – коэффициент фактической мощности ВЭУ ($1-\lambda$). Через n обозначено расстояние между ВЭУ, выраженное в количестве диаметров ротора ВЭУ (все данные заимствованы из [1]).

Таблица 1. Функция потерь электроэнергии затенённой ВЭУ.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$1-\lambda$	0,595	0,782	0,851	0,893	0,922	0,938	0,949	0,958	0,966	0,972
λ	0,405	0,218	0,149	0,107	0,078	0,062	0,051	0,042	0,034	0,028

¹ Ясно, что приведенная в табл. 1 функция потерь мощности является очень упрощенной моделью. Тем не менее, она не противоречит физическому смыслу явления, и для целей данного исследования вполне может быть использована.

На рис. 1 для наглядності показано графічне зображення функції втрат потужності затененої ВЭУ, представленної в таблиці 1.

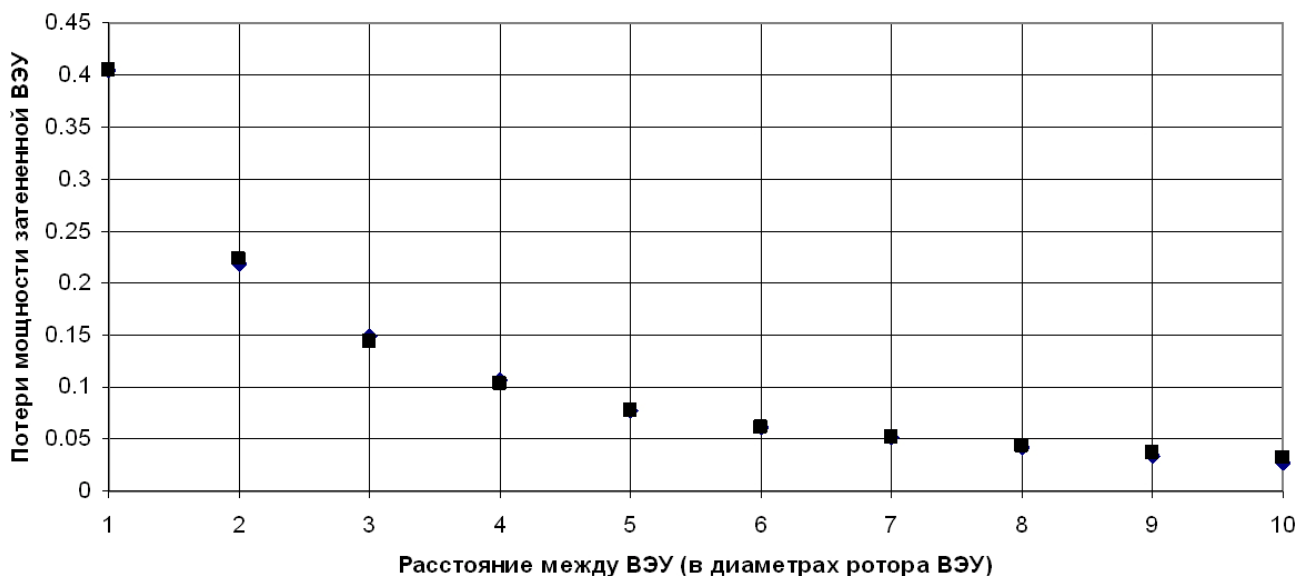


Рис. 1. Залежність втрат потужності затененої ВЭУ від відстання між ВЭУ.

Для математичного моделювання функції втрат електроенергії затененої ВЭУ використано нелінійний метод найменших квадратів [2, 3]. Найкращі властивості виявилися у наступних моделях:

$$\lambda(n) = \frac{1}{0,7730 + 1,5307n + 0,1687n^2}; \quad (9)$$

$$\lambda(n) = 1,3295(n + 1,1487)^{-1,5590}; \quad (10)$$

$$\lambda(n) = \frac{1}{1,2274 + 1,2464n^{1,3842}}. \quad (11)$$

В таблиці 2 представлені показники аналізу помилок апроксимації моделей (9)–(11).

Таблиця 2. Помилки апроксимації функції втрат потужності ВЭУ від затенення.

n	Табл. 1	Модель (9)	Отн. ош., %	Модель (10)	Отн. ош., %	Модель (11)	Отн. ош., %
1	0,405	0,404	0,132	0,403	0,374	0,404	0,189
2	0,218	0,222	1,729	0,222	2,011	0,223	2,373
3	0,149	0,145	2,499	0,145	2,909	0,144	3,157
4	0,107	0,104	2,597	0,103	3,446	0,103	3,848
5	0,078	0,079	1,396	0,078	0,434	0,078	0,214
6	0,062	0,062	0,615	0,062	0,102	0,062	0,098
7	0,051	0,051	0,741	0,051	0,978	0,051	0,234
8	0,042	0,042	0,025	0,042	0,388	0,043	1,773
9	0,034	0,035	4,245	0,036	5,491	0,037	7,656
10	0,028	0,030	8,389	0,031	10,639	0,032	13,678
Средня			2,237		2,677		3,322
max			8,389		10,639		13,678

Из таблицы 2 следует, что наименьшую среднюю и максимальную ошибки аппроксимации имеет модель (9). Поэтому в дальнейшем будет использоваться именно эта модель.

Учитывая, что $n = \frac{x}{D}$, получаем:

$$\lambda(x, D) = \frac{1}{0,7730 + 1,5307 \frac{x}{D} + 0,1687 \left(\frac{x}{D}\right)^2}. \quad (12)$$

График функции (12) представлен на рис. 2.

Непосредственной проверкой можно убедиться, что для модели (12) условия (2), (3) и (5)–(8) выполняются точно, а условия (1) и (4) – приближенно.

Таким образом, если первая ВЭУ, принимающая "полный" ветер, функционирует с фактической мощностью $P_1 = P$, то вторая, затененная ВЭУ, будет функционировать с фактической мощностью

$$P_2 = [1 - \lambda(x, D)]P, \quad (13)$$

где $\lambda(x, D)$ определяется по формуле (12).

2. Задача 1. На расстоянии R друг от друга установлены две ВЭУ (№1 и №3) номинальной мощностью P с диаметром ротора D каждая. Ветер дует строго вдоль прямой, соединяющей эти две ВЭУ, в направлении, показанном на рис. 3.

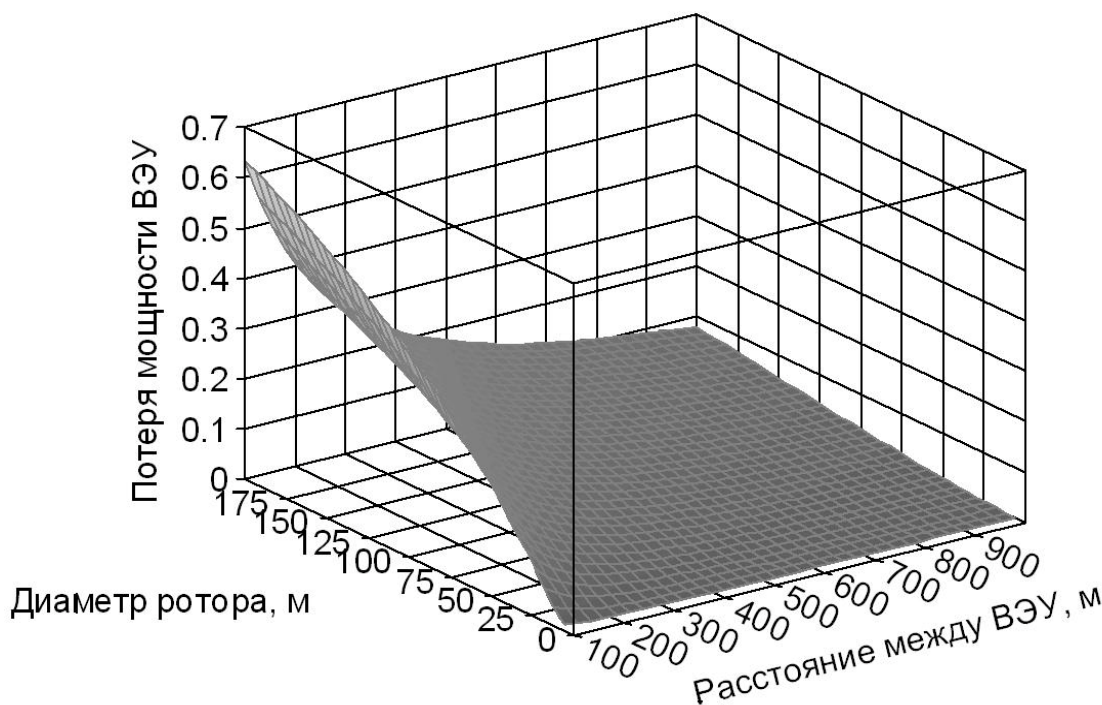


Рис. 2. График функции потерь мощности затененной ВЭУ.

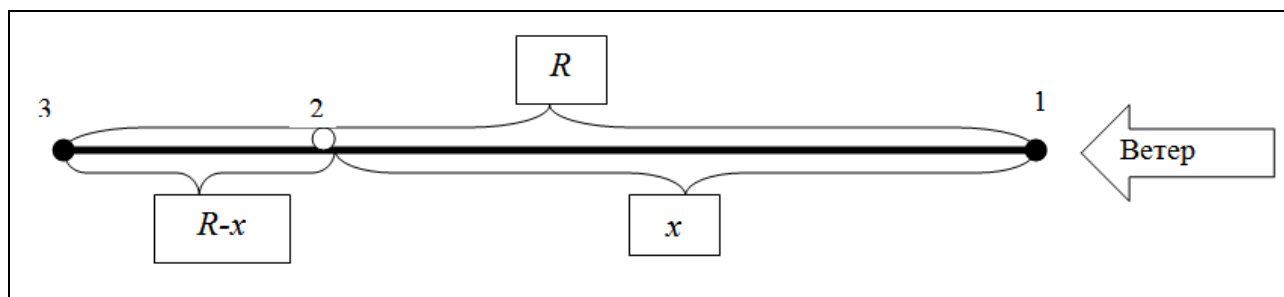


Рис. 3. Графическое представление задачи 1.

Коэффициент использования номинальной мощности брутто (т.е. связанный только с распределением скорости ветра) составляет k . С этим коэффициентом функционирует незатененная ВЭУ №1.

Если ВЭУ №2 приближается к ВЭУ №1, повышается фактическая мощность ВЭУ №3, но понижается фактическая мощность ВЭУ №2. Аналогично, если ВЭУ №2 удаляется от ВЭУ №1, повышается фактическая мощность ВЭУ №2, но понижается фактическая мощность ВЭУ №3. Поэтому возникает задача отыскания на отрезке, соединяющем ВЭУ №1 и ВЭУ №3, месторасположения ВЭУ №2 (с такой же номинальной мощностью и диаметром ротора, как и ВЭУ №1 и ВЭУ №2), такого, чтобы выполнялся некий содержательный критерий оптимизации.

В таблице 3 представлены фактические мощности всех трех ВЭУ.

Таблица 3. Фактические мощности ВЭУ.

№ ВЭУ	Фактическая мощность ВЭУ
1	$P_1 = kP$
2	$[1 - \lambda(x, D)] P_1 = [1 - \lambda(x, D)] kP$
3	$[1 - \lambda(R - x, D)] P_2 = [1 - \lambda(R - x, D)] [1 - \lambda(x, D)] kP$

Из этого следует, что общая фактическая мо-

щность ВЭС P_s^f , состоящая из трех представленных ВЭУ, определяется по формуле:

$$P_s^f(x, D) = P_1 + P_2 + P_3 = kP + [1 - \lambda(x, D)] kP + [1 - \lambda(R - x, D)] [1 - \lambda(x, D)] kP = kP [3 - 2\lambda(x, D) - \lambda(R - x, D) + \lambda(x, D) \cdot \lambda(R - x, D)]. \tag{14}$$

В качестве критерия оптимизации размещения средней ВЭУ целесообразно принять максимум фактической мощности ВЭС:

$$x^* = \arg \max_x [\lambda(x, D) \cdot \lambda(R - x, D) - 2\lambda(x, D) - \lambda(R - x, D)]. \tag{15}$$

Этот критерий эквивалентен критерию максимизации суммарной выработки электроэнергии. Ясно, что при заданном диаметре ротора D минимизация функции (14) является задачей одномерной безусловной минимизации. Аналитическое выражение для ее решения, в силу сложности функции (14), получить невозможно. Численные алгоритмы решения этой задачи можно найти, например, в [3].

На рис. 4 представлены графики зависимости фактической мощности ВЭС, состоящей из трех ВЭУ, от расстояния между двумя первыми ВЭУ. Диаметр ротора каждой ВЭУ равен 50, 75, 100, 125 м, расстояние между крайними ВЭУ – 1000 м. Для наглядности, без уменьшения общности, принято $k = 1$.

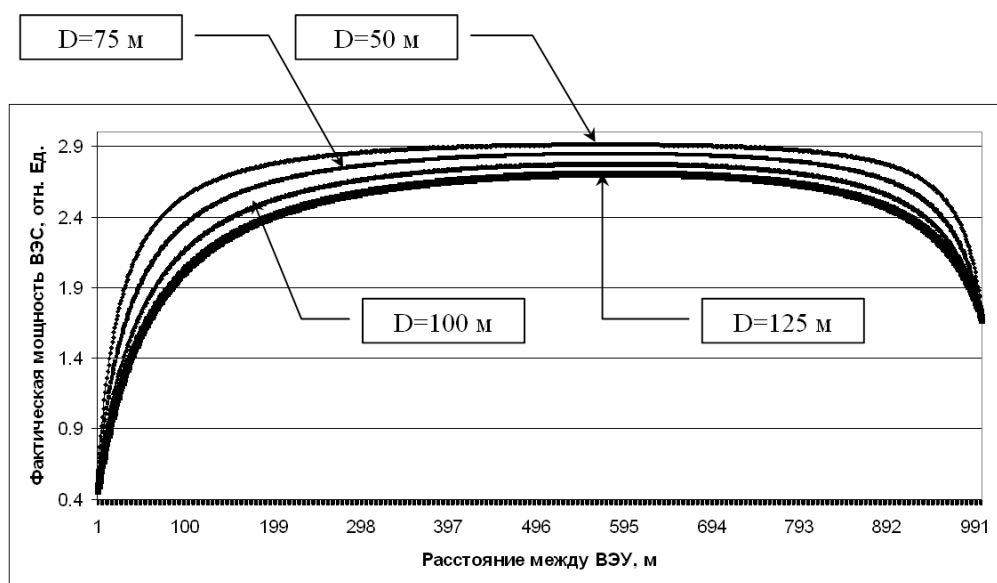


Рис. 4. Графики зависимостей фактической мощности ВЭС от расстояния между двумя первыми ВЭУ.

Расчеты показывают, что максимальная фактическая мощность ВЭС достигается, когда расстояние между первой и второй ВЭУ при диаметре ротора 50 м составляет ≈ 600 м. При этом значение фактической мощности ВЭС составляет $P_s = 2,912P$, а потери мощности от затенения, соответственно, $0,088P$ или 2,93%. Из рис. 4 следует, что оптимальное расстояние между двумя первыми ВЭУ мало изменяется при изменении диаметра ротора.

3. Задача №2. Имеется одномерный участок длиной L метров. Ветер дует вдоль участка. На участке расставляются некоторое количество ВЭУ на равных расстояниях друг от друга. Увеличение количества ВЭУ на ВЭС пропорционально увеличивает установленную мощность ВЭС. Однако при этом уменьшается расстояние между ВЭУ, из-за чего повышаются потери электроэнергии от затенения. Поэтому возникает задача определения оптимального количества ВЭУ, при котором достигается максимальная фактическая мощность ВЭС.

В данном случае расстояние между двумя соседними ВЭУ равно $x = \frac{L}{n}$.

Имеет место равенство:

$$P_i = P \left[1 - \lambda \left(\frac{L}{n}, D \right) \right]^{i-1}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (16)$$

Учитывая равенство (16), для фактической мощности ВЭС, состоящей из n ВЭУ, имеем:

$$P_s^f = P_s^f(n) = \sum_{i=1}^n P_i = P \sum_{i=1}^n \left[1 - \lambda \left(\frac{L}{n}, D \right) \right]^{i-1}. \quad (17)$$

Используя формулу суммы членов геометрической прогрессии, получаем:

$$P_s^f(n) = P \frac{1 - \left[1 - \lambda \left(\frac{L}{n}, D \right) \right]^{n-1}}{1 - \left[1 - \lambda \left(\frac{L}{n}, D \right) \right]} = P \frac{1 - \left[1 - \lambda \left(\frac{L}{n}, D \right) \right]^{n-1}}{\lambda \left(\frac{L}{n}, D \right)}. \quad (18)$$

Решением задачи 2 является:

$$n^* = \arg \max_n \frac{1 - \left[1 - \lambda \left(\frac{L}{n}, D \right) \right]^{n-1}}{\lambda \left(\frac{L}{n}, D \right)}. \quad (19)$$

На рис. 5 представлен график зависимости фактической мощности ВЭС от количества ВЭУ на ВЭС, представленной формулой (18). График построен для участка длиной 10 000 м и диаметра ротора 100 м.

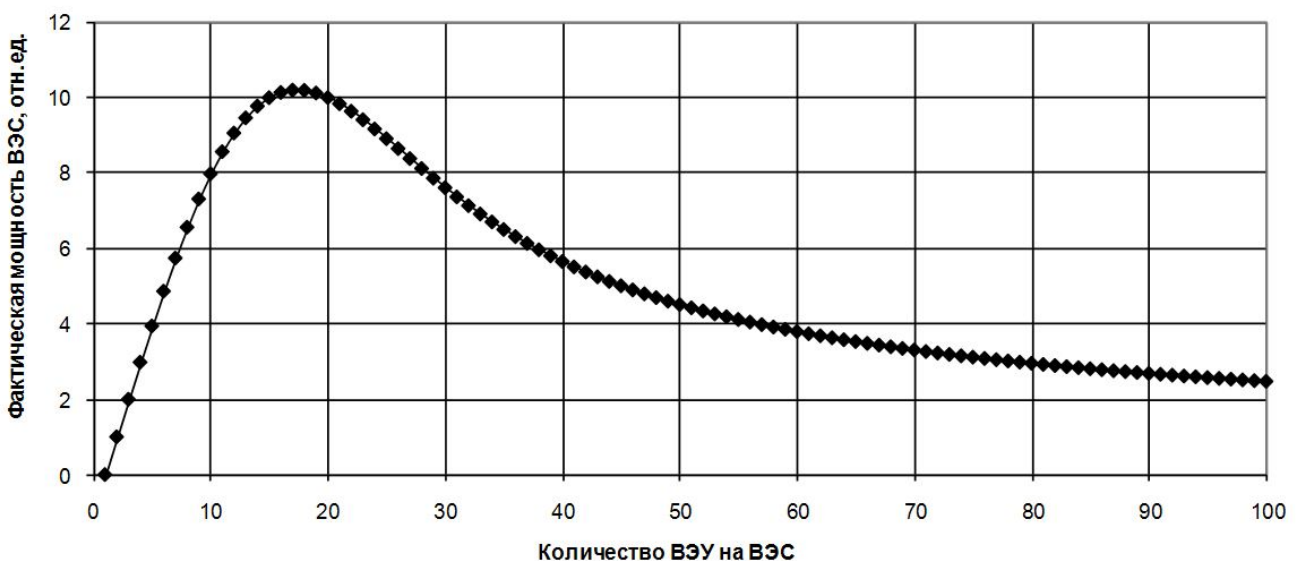


Рис. 5. Зависимость фактической мощности ВЭС от количества ВЭУ на ВЭС.

В данном случае оптимальным количеством ВЭУ является 17, фактическая мощность ВЭС при этом составила 10,1992 отн. ед. Оптимальное расстояние между ВЭУ при этом составляет 588 м или примерно 6D.

Выводы. 1. Результаты проведенных исследований свидетельствуют о том, что построенная модель (обратная квадратичная) функции потерь электроэнергии от затенения ВЭУ достаточно точно описывает численные данные, приведенные в литературе. Относительная погрешность аппроксимации модели составляет 8,4%, что является достаточным для ее использования при дальнейшем моделировании размещения ВЭУ на

площадке ВЭС.

2. Предложенные математические оптимизационные модели двух задач расстановки ВЭУ позволяют лучше понять качественные закономерности данного процесса и могут быть использованы при решении практических задач майкросайтинга ВЭС.

1. *Николаев В.Г.* Ресурсное и технико-экономическое обоснование широкомасштабного развития ветроэнергетики в России. – М.: Атмограф., 2011. – С. 235.

2. *Бард Й.* Нелинейное оценивание параметров. – М.: Статистика, 1979. – 349 с.

3. *Гилл Ф., Мюррей У., Райт М.* Практическая оптимизация. – М.: Мир, 1985. – 509 с.

МІЖНАРОДНИЙ ІНВЕСТИЦІЙНИЙ БІЗНЕС-ФОРУМ З ПИТАНЬ ЕНЕРГОЕФЕКТИВНОСТІ ТА ВІДНОВЛЮВАНОЇ ЕНЕРГЕТИКИ

VI МІЖНАРОДНА СПЕЦІАЛІЗОВАНА ВИСТАВКА

ЕНЕРГОЕФЕКТИВНІСТЬ. ВІДНОВЛЮВАНА ЕНЕРГЕТИКА - 2013

АЛЬТЕРНАТИВНІ ДЖЕРЕЛА ЕНЕРГІЇ, ЕНЕРГОЗБЕРІГАЮЧІ ТЕХНОЛОГІЇ, ОБЛАДНАННЯ, МАТЕРІАЛИ



5-8

листопада

ОРГАНІЗАТОР

Державне агентство з енергоефективності та енергозбереження України

СПІВОРГАНІЗАТОР

Міжнародний виставковий центр

ГАЛУЗЕВИЙ ПАРТНЕР

Українська Вітроенергетична Асоціація



МІЖНАРОДНИЙ ВИСТАВКОВИЙ ЦЕНТР

Україна, Київ, Броварський пр-т, 15

М "Лівобережна"

☎ +38 044 201-11-66, 206-87-86

e-mail: sv@iec-expo.com.ua

www.iec-expo.com.ua, www.tech-expo.com.ua

Технічний партнер: *RealtMedia*