

УДК 621.311.243.

Э.А.Бекиров, докт.техн.наук, Д.В.Каркач (Национальная академия природоохранного и курортного строительства, Симферополь)

Алгоритм расчета и анализ естественной циркуляции в солнечном коллекторе

Рассмотрена задача расчета естественной циркуляции в гидравлическом контуре солнечного коллектора. Построена математическая модель естественной циркуляции на основе законов сохранения массы, энергии и уравнения движения сжимаемой жидкости с учетом потерь давления на трение в трубах гидравлического контура. Определены основные характеристики коллектора в стационарном состоянии: скорость потока жидкости и приращение температуры при однократном проходе трубы коллектора. Обнаружено, что скорость циркуляции возрастает с увеличением температуры в баке-аккумуляторе, что приводит к уменьшению прироста температуры. Рассчитан поток теплоносителя в трубе коллектора и определена его зависимость от поглощенного потока излучения. Рост потока составляет 0,3-0,6 кг/ч на каждые дополнительные 100 Вт поглощенного потока. Обнаружено, что поток возрастает на 25% при увеличении температуры в баке-аккумуляторе на 10°C.

Розглянуто задачу розрахунку природної циркуляції в гідравлічному контурі сонячного колектора. Побудовано математичну модель природної циркуляції на основі законів збереження маси, енергії та рівняння руху стисливої рідини з урахуванням втрат тиску на тертя в трубах гідравлічного контуру. Визначено основні характеристики колектора у стаціонарному стані: швидкість потоку рідини і збільшення температури при одноразовому проходженні труби колектора. Виявлено, що швидкість циркуляції зростає зі збільшенням температури в баку-акумуляторі, що призводить до зменшення приросту температури. Розраховано потік теплоносія в трубі колектора і визначена його залежність від поглиненого потоку випромінювання. Зростання потоку складає 0,3-0,6 кг/год на кожні додаткові 100 Вт поглиненого потоку. Виявлено, що потік зростає на 25% при збільшенні температури в баку-акумуляторі на 10°C.

Постановка задачи. В связи с уменьшением ресурсов традиционных источников энергии и отрицательным влиянием на экологию окружающей среды в настоящее время находит все большее применение использование альтернативных, возобновляемых источников для получения электрической и тепловой энергии на основе преобразования лучистой энергии солнечного излучения, используемой в солнечных фотоэлектрических преобразователях и солнечных коллекторах. Использование солнечных коллекторов с различными теплоносителями и функциональными назначениями с естественной и принудительной циркуляцией ставит задачу разработки алгоритма, моделирования процессов и создания программ для расчета, учитывающих особенности конструкции и технические характеристики используемых теплоносителей.

Особенностью коллекторов с естественной циркуляцией теплоносителя является отсутствие насосного узла. Такая конструкция приводит к

удешевлению установки, уменьшению сроков окупаемости и снимает зависимость от наличия электросети. Однако в этом случае необходим расчет скорости циркуляции теплоносителя и температуры на выходе из трубы коллектора для достижения необходимого уровня КПД. В коллекторах такой конструкции регулирование скорости циркуляции возможно за счет подбора гидравлических сопротивлений в контуре циркуляции [1].

Рассмотрим трубу солнечного коллектора на рис. 1. Пусть труба коллектора имеет длину L , диаметр d и наклонена под углом α к горизонту. Вода в трубе поглощает удельный поток энергии P_0 . В результате нагрева плотность воды падает, и в замкнутом гидравлическом контуре начинается циркуляция, вызываемая силой тяжести.

При расчете естественной циркуляции примем следующие упрощающие предположения:

- движение жидкости в трубе считается одномерным и установившимся;

- бак-аккумулятор предполагается настолько большого объема, чтобы в каждый момент времени состояние коллектора можно было считать стационарным;

- теплопотерями коллектора в окружающую среду через излучение, конвекцию и теплопроводность пренебрегаем (такие потери становятся заметны при сравнительно высоких температурах коллектора).

Для расчета скорости и плотности потока жидкости в коллекторе с естественной циркуляцией рассмотрим уравнение непрерывности, уравнение баланса энергии и уравнение движения жидкости.

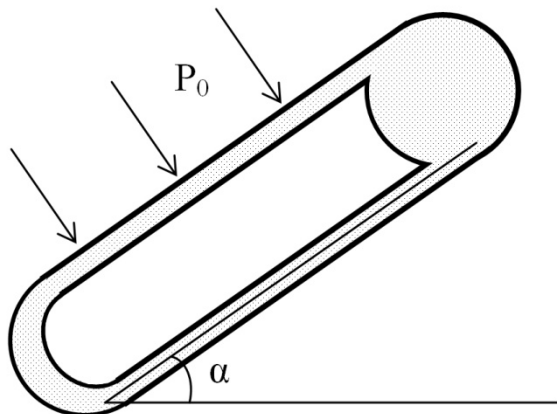


Рис. 1. Схема гидравлического контура солнечного коллектора с естественной циркуляцией.

Уравнение непрерывности.

Уравнение непрерывности в общем случае имеет вид [2]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0. \tag{1}$$

При стационарном распределении температуры в трубе коллектора $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$, следовательно

$$\text{div}(\rho \vec{v}) = 0. \tag{2}$$

При одномерном движении жидкости уравнение (2) принимает вид:

$$\frac{d}{dx}(\rho v) = \rho \frac{dv}{dx} + v \frac{d\rho}{dx} = 0, \tag{3}$$

откуда получим:

$$\rho dv + v d\rho = 0. \tag{4}$$

Разделив (4) на плотность потока жидкости ρv и интегрируя, получим:

$$\int \frac{dv}{v} + \int \frac{d\rho}{\rho} = 0. \tag{5}$$

Таким образом:

$$\ln v + \ln \rho = \ln(\rho v) = \text{const}, \tag{6}$$

откуда:

$$J = \rho v = \text{const}, \tag{7}$$

где J – плотность потока жидкости.

Уравнение баланса энергии.

Рассмотрим элемент жидкости в коллекторе длиной dx . Этот элемент за время dt поглощает количество энергии

$$dQ = P_0 S dt = P_0 d \cdot dx dt. \tag{8}$$

Поглотив это количество энергии, элемент жидкости получает приращение температуры dT , определяемое выражением:

$$dQ = c \cdot dm \cdot dT = c \rho(T) \pi \frac{d^2}{4} dx dT. \tag{9}$$

Приравнявая (8) и (9), получим:

$$P_0 d \cdot dx \cdot dt = c \rho(T) \pi \frac{d^2}{4} dx dT. \tag{10}$$

Откуда, учитывая, что $dt = dx/v$, получим градиент температуры в трубе коллектора:

$$\frac{dT}{dx} = \frac{4P_0}{c \pi d \rho(T) v}. \tag{11}$$

Согласно (7) $\rho(T)v = \text{const}$, следовательно, градиент температуры является постоянной величиной. Интегрируя (11), получим закон изменения температуры по трубе коллектора:

$$\int_{T_1}^{T_2} dT = \int_0^L \frac{4P_0}{c \pi d \rho(T) v} dx, \tag{12}$$

где T_1 – температура на входе в трубу коллектора; T_2 – температура на выходе из трубы. Таким образом:

$$T_2 = T_1 + \frac{4P_0 L}{c \pi d J}, \tag{13}$$

где $J = \rho(T)v$ – плотность потока жидкости. Уравнение (13), представляющее собой закон сохранения энергии, показывает, что возрастание температуры вдоль трубы коллектора является линейным. В общем случае, интегрируя (12) до некоторой точки с произвольной координатой x , получим:

$$T(x) = T_1 + \frac{4P_0}{\pi d j} \cdot x, \quad (14)$$

или

$$T(x) = T_1 + K \cdot x, \quad (15)$$

где

$$K = \frac{dT}{dx} = \frac{4P_0}{\pi d j}. \quad (16)$$

В силу уравнения непрерывности (7) градиент температуры K будет постоянным по длине трубы коллектора.

Уравнение движения.

Движение жидкости сопровождается потерями напора, вследствие чего давление по длине трубы изменяется. Закономерность движения реальной жидкости может быть описана уравнением движения, представляющим собой второй закон Ньютона. Для одномерного потока вязкой жидкости оно может быть записано в виде [3]:

$$\rho \frac{Dv}{dt} = \rho g \cdot \sin \alpha - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \Delta p_{\text{зудр}}}{\partial x}. \quad (17)$$

Левая часть уравнения выражает произведение массы элемента жидкости на ускорение, правая – сумму сил, действующих на элемент жидкости: сила тяжести, давления и гидравлических сопротивлений движению. Для одномерного потока жидкости субстанциональная производная имеет вид [2]:

$$\frac{Dv}{dt} = \frac{dv}{dt} + v \frac{dv}{dx}. \quad (18)$$

При стационарном течении $dv/dt = 0$ и уравнение (17) переписывается в виде:

$$\rho v \frac{dv}{dx} = \rho g \cdot \sin \alpha - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \Delta p_{\text{зудр}}}{\partial x}, \quad (19)$$

откуда получаем:

$$dp = \rho g \cdot \sin \alpha \cdot dx + \frac{\partial \Delta p_{\text{зудр}}}{\partial x} dx - \rho v dv. \quad (20)$$

Интегрируя (20) на участке гидравлического контура длиной L , получим:

$$\Delta p = g \sin \alpha \int_0^L \rho(x) dx + \int_0^L \frac{\partial \Delta p_{\text{зудр}}}{\partial x} dx - \int_{v_1}^{v_2} \rho(T) v dv. \quad (21)$$

Из (21) видно, что перепад давления между двумя параллельными сечениями трубы равен сумме трех напоров: нивелирного, скоростного и затрачиваемого на преодоление гидравлического сопротивления движению жидкости:

$$\Delta p = \Delta p_{\text{нив}} + \Delta p_{\text{зудр}} + \Delta p_{\text{уск}}, \quad (22)$$

где

$$\Delta p_{\text{нив}} = g \sin \alpha \int_0^L \rho(x) dx; \quad (23)$$

$$\Delta p_{\text{зудр}} = \int_0^L \frac{\partial \Delta p_{\text{зудр}}}{\partial x} dx; \quad (24)$$

$$\Delta p_{\text{уск}} = - \int_{v_1}^{v_2} \rho(T) v dv. \quad (25)$$

Рассмотрим течение жидкости между двумя сечениями в гидравлическом контуре, выбранными на входе и выходе из трубы коллектора. Очевидно, что потери давления, рассчитанные по пути через трубу коллектора и трубу обратного стока воды из бака-аккумулятора, должны быть равны. Таким образом, уравнение движения будем записывать в виде:

$$\Delta p_k = \Delta p_o, \quad (26)$$

где Δp_k – падение давления в трубе коллектора; Δp_o – падение давления в обратной трубе. Оба падения давления рассчитываются по формуле (22) с учетом того обстоятельства, что в обратной трубе температура жидкости постоянна и равна температуре в баке-аккумуляторе, следовательно, нет необходимости учитывать тепловое расширение жидкости, тогда как в трубе коллектора существует градиент температуры (а следовательно, и плотности), определяемый формулой (11).

Для обратной трубы плотность постоянна и (23) примет вид:

$$\Delta p_{\text{нив}} = g \sin \alpha \int_0^L \rho(T_1) dx = \rho(T_1) g L \sin \alpha. \quad (27)$$

Ввиду постоянства скорости в обратной трубе ($v_1 = v_2$) будут отсутствовать потери давления на ускорение жидкости:

$$\Delta p_{\text{уск}} = - \int_{v_1}^{v_2} \rho(T) v dv = 0. \quad (28)$$

Потери на трение $\Delta p_{\text{зудр}}$ в принятой гидравлической схеме складываются из потерь на трение в прямолинейном участке трубы $\Delta p_{\text{мп}}$ и потерь $\Delta p_{\text{пов}}$ в повороте трубы на угол 180° :

$$\Delta p_{\text{зудр}} = \Delta p_{\text{мп}} + \Delta p_{\text{пов}}. \quad (29)$$

Потери на трение для случая изотермического потока определяются выражением [4]:

$$\Delta p_{\text{мп}} = \xi_0 \frac{L}{d} \frac{\rho(T_1) v^2}{2}, \quad (30)$$

где коэффициент трения ξ_0 определяется выражением $\xi_0 = \frac{64}{\text{Re}}$. Так как число Рейнольдса

$\text{Re} = \frac{vd}{\nu}$, где ν – динамическая вязкость воды, то

для ξ_0 получим:

$$\xi_0 = \frac{64\nu}{vd}. \quad (31)$$

Тогда (30) примет вид:

$$\Delta p_{\text{мп}} = \frac{32\mu(T_1)vL}{d^2}, \quad (32)$$

где $\mu(T_1) = \rho(T_1)\nu(T_1)$ – динамическая вязкость жидкости при температуре в опускной трубе.

Согласно [4], коэффициент трения в повороте $\xi = \xi_0 BC$, где величины ξ_0 , B и C определяются по графикам, полученным на основании обработки экспериментальных данных. По графикам, приведенным в [4], $\xi_0 = 0,9$; $B = 1,4$; $C = 1$ (для трубы круглого сечения). Тогда общий коэффициент трения $\xi = 0,9 \cdot 1,4 = 1,26$. Таким образом, потери на трение в повороте равны:

$$\Delta p_{\text{пов}} = 1,26 \frac{L\rho(T_1)v^2}{2d} = 0,63 \frac{L\rho(T_1)v^2}{d}. \quad (33)$$

Общее падение давления в обратной трубе Δp_o с учетом (27), (28), (32) и (33) будет иметь вид:

$$\Delta p_o = \rho(T_1)gL \sin \alpha + \frac{32\mu(T_1)v_1L}{d^2} + 0,63 \frac{\rho(T_1)v_1^2L}{d}. \quad (34)$$

Потери давления на гидравлическое сопротивление движению жидкости в трубе коллектора определяются из выражения [4]:

$$\frac{\partial \Delta p_{\text{зудр}}}{\partial x} = \xi(T) \frac{\rho(T)v^2}{2d}. \quad (35)$$

Так как $\rho(T)v = J$, то

$$\frac{\partial \Delta p_{\text{зудр}}}{\partial x} = \xi(T) \frac{Jv}{2d}. \quad (36)$$

Тогда для потерь давления на трение в трубе коллектора согласно (24) будем иметь:

$$\Delta p_{\text{зудр}} = \int_0^L \frac{\partial \Delta p_{\text{зудр}}}{\partial x} dx = \frac{J}{2d} \int_0^L \xi(T)v(T) dx. \quad (37)$$

Проведем замену переменной интегрирования в (37) с dx на dT . Так как, согласно (16), $dx = \frac{dT}{K}$, то (37) примет вид:

$$\Delta p_{\text{зудр}} = \frac{J}{2dK} \int_{T_1}^{T_2} \xi(T)v(T) dT. \quad (38)$$

Функцию скорости $v(T)$ представим через скорость на входе в трубу коллектора v_1 с помощью уравнения непрерывности: $\rho(T)v(T) = \rho(T_1)v_1$, откуда

$$v(T) = v_1 \frac{\rho(T_1)}{\rho(T)} = \frac{J}{\rho(T)}. \quad (39)$$

Подставив (39) в (38), получим:

$$\Delta p_{\text{зудр}} = \frac{J^2}{2dK} \int_{T_1}^{T_2} \frac{\xi(T)}{\rho(T)} dT. \quad (40)$$

Согласно [4], зависимость коэффициента трения $\xi(T)$ от температуры при ламинарном движении жидкости имеет вид:

$$\xi(T) = \xi_0 \left(\frac{\mu(T)}{\mu(T_1)} \right)^{n(T)}, \quad (41)$$

где ξ_0 – коэффициент трения, определяемый формулой (31). Показатель степени $n(T)$ определяется выражением [4]:

$$n(T) = 2,3 \left(\text{Pe} \frac{d}{L} \right)^{-0,3} \left(\frac{\mu(T)}{\mu(T_1)} \right)^{-0,062}, \quad (42)$$

где $\text{Pe} = \frac{v(T)L}{a(T)}$ – число Пекле; a – теплопроводность воды. С учетом (39) уравнение (42) примет вид:

$$n(T) = 2,3 \left(\frac{d \cdot J}{a(T)\rho(T)} \right)^{-0,3} \left(\frac{\mu(T)}{\mu(T_1)} \right)^{-0,062}. \quad (43)$$

Потери давления, связанные с ускорением жидкости, определяются с помощью выражения (25). Учитывая, что плотность потока $J = \text{const}$, получим выражение:

$$\begin{aligned} \Delta p_{\text{уск}} &= - \int_{v_1}^{v_2} \rho(T)v(T)dv = \\ &= - \int_{v_1}^{v_2} Jdv = -J(v_2 - v_1). \end{aligned} \quad (44)$$

Исключая v_2 с помощью (39), получим:

$$\Delta p_{\text{уск}} = -Jv_1 \left(\frac{\rho(T_1)}{\rho(T_2)} - 1 \right). \quad (45)$$

Наконец, гидростатическое давление в трубе коллектора определяется по формуле (23). Заменяя переменную интегрирования x на температуру, с учетом (16) получим:

$$\begin{aligned} \Delta p_{\text{нас}} &= g \sin \alpha \int_0^L \rho(T)dx = \\ &= \frac{g \sin \alpha}{K} \int_{T_1}^{T_2} \rho(T)dT. \end{aligned} \quad (46)$$

Таким образом, с учетом (40), (45) и (46) уравнение (22) для трубы коллектора примет вид:

$$\begin{aligned} \Delta p_k &= \frac{J^2}{2dK} \int_{T_1}^{T_2} \frac{\xi(T)}{\rho(T)} dT - \\ &- Jv_1 \left(\frac{\rho(T_1)}{\rho(T_2)} - 1 \right) + \frac{g \sin \alpha}{K} \int_{T_1}^{T_2} \rho(T)dT. \end{aligned} \quad (47)$$

Таким образом, система уравнений, определяющая режим естественной циркуляции в коллекторе с гидродинамическим контуром, соответствующим рис. 1, имеет вид:

$$\begin{cases} \rho(T_1)gL \sin \alpha + \frac{32\mu(T_1)v_1L}{d^2} + 0,63 \frac{\rho(T_1)v_1^2L}{d} = \\ = \frac{J^2}{2dK} \int_{T_1}^{T_2} \frac{\xi(T)}{\rho(T)} dT + Jv_1 \left(\frac{\rho(T_1)}{\rho(T_2)} - 1 \right) + \frac{g \sin \alpha}{K} \int_{T_1}^{T_2} \rho(T)dT \\ T_2 = T_1 + \frac{4P_0L}{cd\pi dJ} \end{cases} \quad (48)$$

Решение этой системы при известных $P_0, d, L, \alpha, T_1, c$ и параметрах жидкости как функция температуры $\rho(T), v(T), \mu(T), a(T)$ позволяет определить обе неизвестных – v_1 и T_2 . Это дает возможность определить поток жидкости в трубе коллектора и поток энергии, переносимый в бак-аккумулятор.

Численный эксперимент.

Эксперимент проводился в среде *Mathcad 15*. Исходные параметры модели приведены в таблице 1.

Таблица 1. Исходные параметры модели

Параметр	Значение
Поглощенный жидкостью поток энергии	$P_0 = 700 \text{ Вт/м}^2$
Теплоемкость воды	$C = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$
Диаметр труб коллектора	$d = 0,03 \text{ м}$
Длина труб коллектора	$L = 2 \text{ м}$
Угол наклона коллектора к горизонту	$\alpha = 45^\circ$
Температура в баке-аккумуляторе	$T_1 = 20^\circ \text{C} = 293 \text{ К}$

Функциональные зависимости параметров воды от температуры приняты согласно [5] и сведены в табл. 2.

Таблица 2. Параметры воды в зависимости от температуры

Название параметра	Функциональная зависимость от температуры
Плотность	$\rho(T) = \frac{995,7}{0,984 + 0,483 \cdot 10^{-3}(T - 273)}$
Коэффициент кинематической вязкости	$\nu(T) = \frac{1,78 \cdot 10^{-6}}{1 + 0,0337(T - 273) + 0,000221(T - 273)^2}$
Коэффициент кинетической вязкости	$\mu(T) = \rho(T)\nu(T)$
Коэффициент температуропроводности	$a(T) = 1,32 \cdot 10^{-7} (1 + 0,003(T - 273))$

На рис. 2 показана зависимость скорости потока жидкости в опускной трубе и на входе в трубу коллектора в зависимости от температуры в баке-аккумуляторе. Рост скорости циркуляции с

температурой обусловлен, с одной стороны, уменьшением гидравлического сопротивления потоку жидкости, с другой – увеличением разности статических давлений в обратной трубе и трубе коллектора, которая, в свою очередь, связана с увеличением скорости падения плотности с ростом температуры. Эта разность статических давлений представляет собой движущее давление, возникающее вследствие разных масс жидкости в опускной трубе и трубе коллектора.

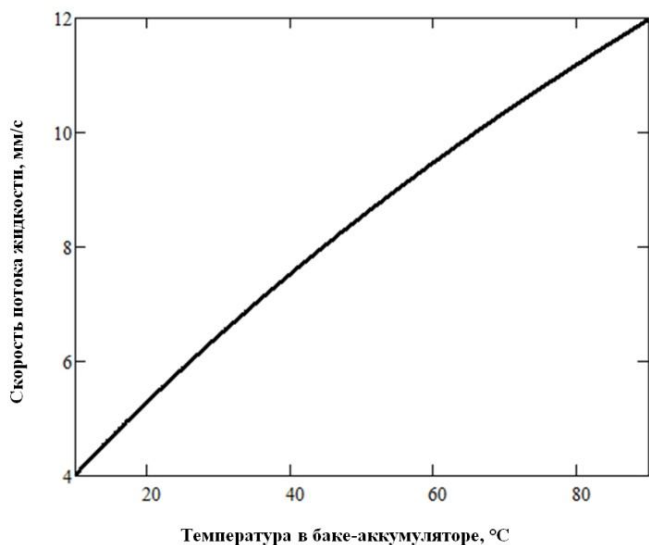


Рис. 2. Зависимость скорости потока жидкости на входе в трубу коллектора от температуры в баке-аккумуляторе.

На рис. 3 показана зависимость приращения температуры воды при однократном проходе трубы коллектора от температуры в баке-аккумуляторе. При старте коллектора с температурой в баке 15°C прирост температуры составит

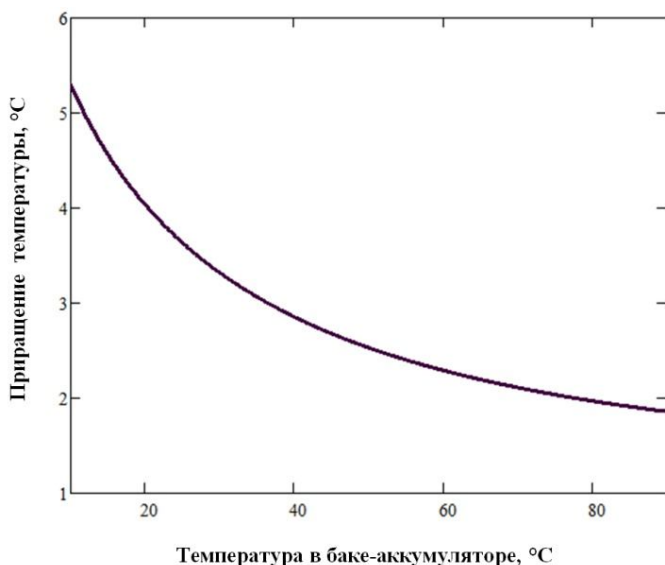


Рис. 3. Приращение температуры при однократном проходе трубы коллектора.

около 4,5°C и при дальнейшем росте температуры уменьшается, что связано с ростом скорости естественной циркуляции и, как следствие, с уменьшением времени экспозиции жидкости в трубе коллектора.

При известной скорости жидкости в гидравлическом контуре легко определить поток в трубе коллектора. Вследствие переменной плотности в контуре удобно выражать поток Φ не в единицах объема, а в единицах массы, так как такой поток будет одинаков в любом сечении контура. Поток определяется из выражения:

$$\Phi = \frac{\Delta m}{\Delta t} = S\rho(T_1)v_1, \quad (49)$$

где v_1 определяется в результате решения системы (48). Зависимость потока Φ от температуры в баке-аккумуляторе представлена на рис. 4.

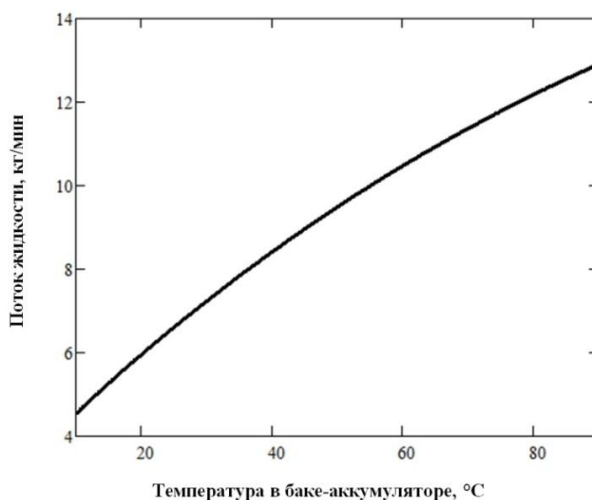


Рис. 4. Зависимость потока жидкости в коллекторе от температуры в баке-аккумуляторе.

Практический интерес представляет зависимость потока жидкости от плотности поглощенной энергии P_0 , так как эта величина существенно меняется в течение светового дня с высотой Солнца над горизонтом и изменением его азимута относительно коллектора. Эта зависимость для трех значений температуры в баке-аккумуляторе (20°C, 40°C и 60°C) приведена на рис. 5.

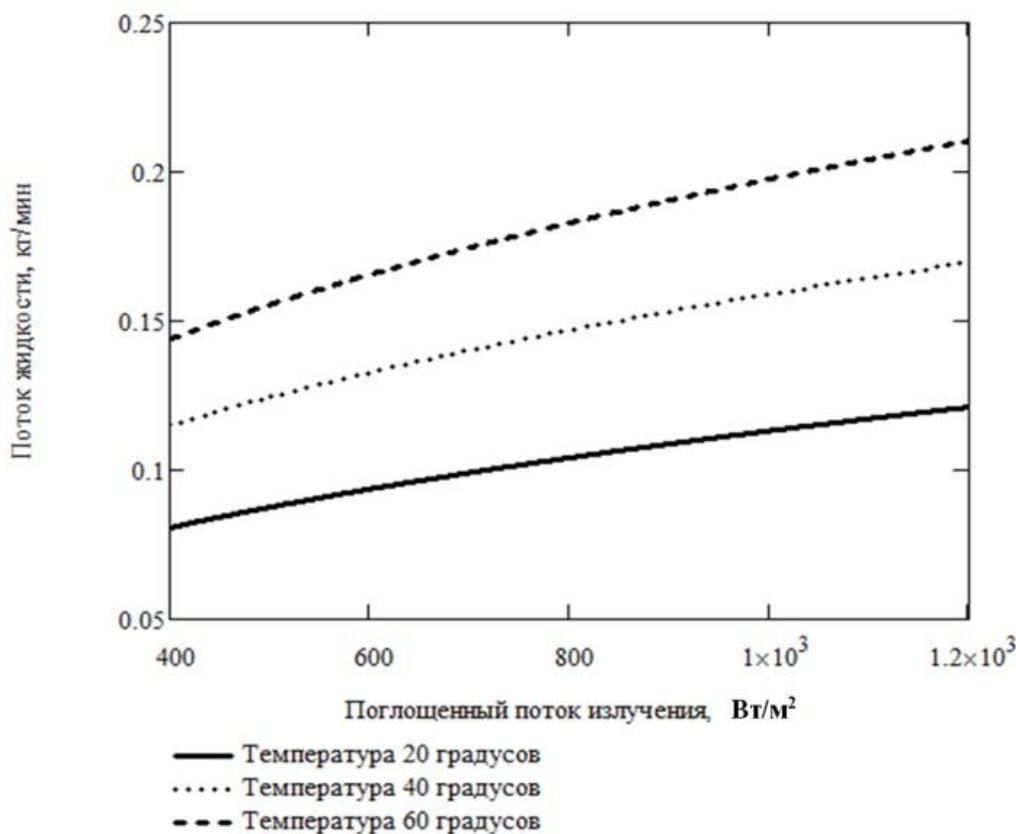


Рис. 5. Зависимость потока жидкости от поглощенного потока солнечного излучения.

Как и следовало ожидать, поток возрастает с увеличением освещенности. Скорость его роста существенно зависит от температуры. При температурах в баке-аккумуляторе 20°C, 40°C и 60°C средняя скорость увеличения потока жидкости при изменении поглощенного потока P_0 соответственно равна $5 \cdot 10^{-5} \frac{\text{кг}}{\text{мин} \cdot \text{Вт}}$; $7,5 \cdot 10^{-5} \frac{\text{кг}}{\text{мин} \cdot \text{Вт}}$; $9 \cdot 10^{-5} \frac{\text{кг}}{\text{мин} \cdot \text{Вт}}$. Это увеличение связано с уменьшением трения в коллекторе и росте движущего давления с температурой.

Выводы. В предложенной модели солнечного коллектора наблюдается увеличение скорости циркуляции жидкости с увеличением температуры в баке-аккумуляторе. Это увеличение скорости приводит к быстрому уменьшению приращения температуры в трубе коллектора, которое при температурах выше 37°C составляет менее 3°C. Наблюдается увеличение потока жидкости при росте поглощенного потока тепла P_0 и темпера-

туры. В среднем поток увеличивается на 25% при повышении температуры на 10°C. Разработанная модель также пригодна для описания переходных процессов в солнечном коллекторе при учете конечного размера бака-аккумулятора и потерь энергии с поверхностей коллектора через излучение, конвекцию и теплопроводность. Такое моделирование может быть полезно при рассмотрении коллектора как саморегулирующейся системы и оптимизации его параметров для обеспечения максимального КПД и уменьшения сроков окупаемости установки.

1. Даффи Д.А., Бекман У.А. Тепловые процессы с использованием солнечной энергии. – М.: Мир, 1977. – 410 с.
2. Биркгоф Г. Гидродинамика. – Москва: Иностранная литература, 1963. – 244 с.
3. Стырикович М.А., Катковская К.Я., Серов Е.П. Котельные агрегаты. – М.: Госэнергоиздат, 1959. – 488 с.
4. Кутателадзе С.С., Боришанский В.М. Справочник по теплопередаче. – Л.: Госэнергоиздат, 1958. – 414 с.
5. HighExpert.ru. Разносторонняя информация для инженеров и конструкторов. Физические свойства воды. <http://www.highexpert.ru/index.php?go=Content&id=1>.