УДК 621.548

М.П.Кузнєцов, канд.фіз.-мат.наук (Ін-т відновлюваної енергетики НАН України, Київ)

Застосування нормального розподілу до опису швидкості вітру

Потужність вітрових електростанцій характеризується нестабільністю, обумовленою випадковим характером швидкості вітру. Математична модель поведінки вітру дозволяє спрогнозувати роботу ВЕС з урахуванням фактора випадковості. Використання нормального розподілу дає можливість застосувати відомий математичний апарат, проте для коректного його застосування необхідний попередній аналіз характеру зміни швидкості вітру і відповідної потужності вітроустановок.

Мощность ветровых электростанций характеризуется нестабильностью, обусловленной случайным характером скорости ветра. Математическая модель поведения ветра позволяет спрогнозировать работу ВЭС с учетом фактора случайности. Использование нормального распределения дает возможность применить известный математический аппарат, однако для корректного его применения необходим предварительный анализ характера изменения скорости ветра и соответствующей мощности ветроустановок.

Моделювання роботи ВЕС. Вітрові електростанції (ВЕС) набувають все більшої ваги у складі енергосистем багатьох країн. Їх питома потужність досягає 10% і більше. Однак збільшення частки вітрової енергії в загальному споживанні супроводжується низкою проблем, зумовлених нестабільністю вітру. Випадковий характер поточної потужності ВЕС вимагає вирішення певних завдань навіть при незначній частці вітрової енергетики в загальному енергоспоживанні (як в Україні) з урахуванням зростання обсягів використання відновлюваних джерел енергії. Крім потреби в поточному плануванні роботи енергооб'єктів, актуальними стають питання визначення резервних потужностей. Це обумовлено тим, що для забезпечення стабільного постачання електроенергією при змінному в часі (і випадковому) її споживанні певна частина потужностей повинна перебувати в стані готовності до початку генерації (з різним ступенем готовності). Наявність таких важко передбачуваних об'єктів, як ВЕС, посилює вимоги як до обсягу резервних потужностей, так і до їх швидкодії. Рішення задач забезпечення стійкості і стабільності енергопостачання вимагає все більш точного передбачення поведінки вітрових станцій. Це і прогнозування швидкості вітру, і моделювання можливих рівнів потужності ВЕС [1].

Математичні моделі роботи ВЕС з урахуванням стохастичної природи вітру як джерела енергії потребують знання імовірнісних характеристик вітру і відповідної потужності вітроелектричних установок (ВЕУ). При цьому вітер можна вважати величиною випадковою за визначенням, а потужність ВЕУ пов'язана зі швидкістю вітру функціональною залежністю, а отже також випадкова. Представлення функціональної залежності різні, розробниками ВЕУ вони подаються зазвичай у табличному або графічному вигляді і називаються кривою потужності ВЕУ. Середнє значення потужності ВЕС на часовому проміжку від моменту t_i до $t_i+\tau$ може визначатися формулою:

$$W_i(\tau) = \int_0^\infty P(v) f_\tau(v) dv \ , \qquad (1)$$

де функція щільності розподілу швидкості вітру $f_\tau(v)$ стосуватиметься даного часового проміжку. Запис енергетичної характеристики (кривої потужності ВЕУ) $P(v)$ виконується із застосуванням різних типів апроксимації. При виборі одиничного інтервалу осереднення τ поточний виробіток енергії чисельно співпадає із середньою потужністю на інтервалі. Отже, моделювати можна як безпосередньо швидкість вітру, так і результуючу потужність ВЕС, які характеризуються однією функцією щільності розподілу.

© М.П.Кузнєцов, 2013

Моделювання потужності ВЕС випадковим процесом Орнштейна-Уленбека з допомогою стохастичних диференціальних рівнянь дозволяє врахувати такі риси, як наявність стійкого середнього рівня потужності (що визначається місцевими кліматичними умовами) та випадкових відхилень з певним темпом і розмахом. Метод моделювання передбачає нормальний розподіл випадкових величин. З цією метою складові частини рівняння енергобалансу представляють у вигляді суми аналітичної функції, якою апроксимують типову поведінку цієї складової, та стохастичної, яка має бути нормально розподіленою випадковою функцією [2]. Моделювання стохастичної складової виконується за допомогою рівняння [3]:

$$X(t_j) = X(t_{j-1}) \cdot e^{-\beta} + \frac{\sigma}{\sqrt{2\beta}} \sqrt{1 - e^{-2\beta}} \cdot \varepsilon, \quad (2)$$

де ε – випадкова нормально розподілена величина з нульовим середнім та одиничною дисперсією; β та σ – параметри випадкового процесу. Природно, що моделювати таким чином можна процеси, щільність розподілу ймовірності яких близька до нормальної.

Розподіл швидкості вітру відрізняється від нормального в силу хоча б того, що швидкість вважається додатною, тому обмежена знизу нульовим значенням і теоретично не обмежена зверху. Отже, розподіл повинен мати позитивну асиметрію. Як правило, для його опису застосовують розподіл Вейбула, який сприймається як промисловий стандарт.

Нормальність розподілу є умовою коректності застосування процесу Орнштейна-Уленбека в якості математичної моделі. В загальному випадку для випадкового (негаусового) процесу $X(t)$ необхідно знайти перетворення $g(u)$, яке пов'язувало б його з нормальним процесом $u(t)$:

$$x(t) = \frac{1}{\sigma_x}\left[X(t) - X_m\right] = g[u(t)]. \quad (3)$$

Тут $x(t)$ – нормалізований процес (X_m – математичне сподівання; σ_x – стандартне відхилення), тобто нормальний розподіл має нульове середнє та одиничне стандартне відхилення. Функція щільності розподілу для $x(t)$ повинна виражатися через нормальний розподіл:

$$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{u^2(x)}{2}\right] \frac{du(x)}{dx}, \quad (4)$$

де $u(x) = g^{-1}(x)$ – функція, обернена до (3). Якщо характеристики розподілу початкового процесу відомі, то залежність (3) можна записати у вигляді прямого чи оберненого перетворення Ерміта [4]:

$$x = u + h_3(u^2 - 1) + h_4(u^3 - 3u), \quad (5)$$

де параметри h_3 та h_4 виражаються через третій та четвертий моменти розподілу (асиметрію та ексцес), або

$$u = \left(\sqrt{\xi^2 + c} + \xi\right)^{1/3} - \left(\sqrt{\xi^2 + c} - \xi\right)^{1/3} - a, \quad (6)$$

де $\xi = \xi(x)$ – визначена функція, а параметри a та c також виражаються через асиметрію та ексцес.

До інших способів моделювання швидкості вітру належить авторегресивна модель із рухомим середнім (модель ARMA), відповідно до якої серії накопичених випадкових даних можуть бути описані формулою:

$$x_t = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i x_{t-i} - \sum_{j=1}^{m} \theta_j \alpha_{t-j} + \alpha_t, \quad (7)$$

де φ_i – параметри авторегресії; θ_j – параметри рухомого середнього; α_t – нормальний білий шум; x_t – значення випадкової величини в момент часу t. Така модель використовується здебільшого для прогнозування швидкості вітру за даними попередніх спостережень, а випадкова складова має нормальний розподіл.

Числове моделювання негаусового розподілу швидкості вітру за допомогою нормального розподілу описано також в [5]. Функція розподілу модельованого процесу $v(t)$ апроксимується за допомогою поліномів Ерміта. До розгляду беруться тільки перші члени апроксимуючого ряду:

$$f(v) \approx f_0(v)\left[1 + \frac{A_C}{6}\left(v^3 - 3v\right) + \frac{E_K}{24}\left(v^4 - 6v^2 + 3\right)\right], \quad (8)$$

де $f_0(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{v^2}{2}\right)$ – щільність нормального розподілу; A_C та E_K – відповідно асиметрія та

ексцес модельованого процесу. Диференціальне рівняння типу (4) в подальшому розв'язується числовим способом, забезпечуючи рівність моментів розподілу реального процесу та його моделі.

Представлення через ортогональні поліноми Ерміта є наближеним; в даному випадку збіжність ряду ролі не грає – важлива точність представлення першими членами розкладу. При малих значеннях аргументу розклад сходиться асимптотично. На практиці обмежуються першими 2-3 складовими; не рекомендується використовувати моменти більше 4-го [6]. Представлення функції щільності розподілу через похідні нормального розподілу можна записати у вигляді ряду Еджворта, в якому враховано члени одного порядку малості:

$$f(v) \approx f_0(v) - \frac{A_v}{3!} f_0^{(3)}(v) + \frac{E_v}{4!} f_0^{(4)}(v) + \\ + \frac{10 A_v}{6!} f_0^{(6)}(v) = f_0(v) + f_1(v). \quad (9)$$

З рівняння (9) можна вирахувати похибку, що вноситься заміною реального розподілу на нормальний при ненульових значеннях асиметрії та ексцесу, тобто вплив складової $f_1(v)$. Відповідно до (1) вироблена за певний інтервал часу енергія дорівнює:

$$W_i = \int_0^{v_{max}} P(v) f_0(v) \left[1 + A_v \left(-\frac{5}{24} - \frac{1}{2} v + \frac{5}{8} v^2 + \frac{1}{6} v^3 - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{5}{24} v^4 + \frac{1}{72} v^6 \right) + E_v \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{4} v^2 + \frac{1}{24} v^4 \right) \right] dv. \quad (10)$$

В якості верхньої межі інтегрування обирається максимальна швидкість вітру, при якій потужність ВЕУ відмінна від нуля. У виразі (10) доданок до одиниці в квадратних дужках визначає ту поправку, яку не враховано при заміні реального розподілу швидкості вітру на нормальний. Розмір поправки порівняно з одиницею зображено на рис. 1; при одночасній зміні обох знаків асиметрії та ексцесу крива змінюється дзеркально відносно горизонтальної осі.

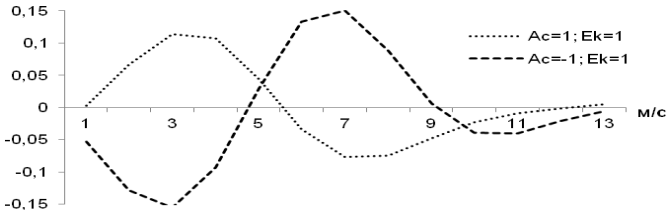

Рис. 1. Додаткова складова приведеної потужності ВЕУ.

Оскільки аргумент функцій нормалізовано, їх поведінка змінюватиметься в залежності від бази нормалізації (середнього значення та дисперсії); також при певних співвідношеннях між асиметрією та ексцесом результуюча похибка прямує до нуля (рис. 2). При співвідношеннях, що знаходяться на перпендикулярі до ліній нульової похибки, вплив анормальної складової максимальний.

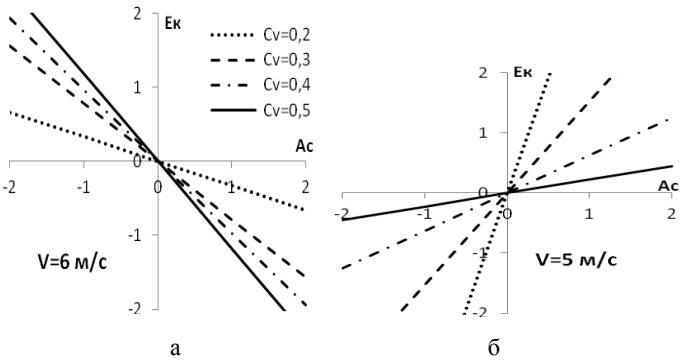

Рис. 2. Чутливість похибки моделювання до значень асиметрії та ексцесу (лінії нульової похибки) при різній середній швидкості вітру та коефіцієнтах її варіації C_v.

Приклад представлення реального розподілу швидкості вітру різними моделями (для місячного обсягу 10-хвилинних вимірів) зображено на рис. 3.

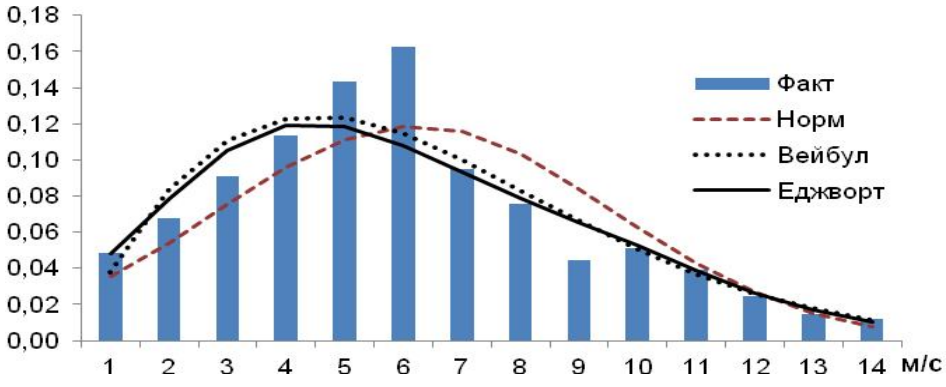

Рис. 3. Фактична гістограма швидкості вітру та її моделі (висота 80 м).

У наведеному прикладі коефіцієнт асиметрії дорівнює 0,9 при ексцентриситеті 1,0. Характер розподілу помітно ближчий до вейбулового, ніж до нормального.

Порівняємо розрахунки потужності за розподілами Вейбула, Еджворта та нормальним із фактичним розподілом. Результати розрахунків для місячних наборів значень швидкості вітру, виміряних на різних висотах, у різних регіонах та в різні місяці, наведено в таблиці 1.

Як бачимо, при малих швидкостях вітру (менше 5 м/с) нормальний розподіл дає занижене значення виробленої енергії, при великих – завищене. Результуюча похибка знаходиться в межах 10 відсотків, а представлення розподілу швидкості вітру рядом Еджворта в цілому є більш точним, ніж розподіл Вейбула. Даний висновок стосується місячного обсягу даних. Що стосується добових записів (по 144 значення при 10-хвилинному інтервалі), розрахунки показують, що при меншій швидкості вітру нормальний розподіл у середньому дає занижені на 1,5% значення потужності, а при вищій швидкості – завищені на 0,5%.

Розподіл швидкості вітру на різних висотах. Чи залежить характер розподілу швидкості вітру від висоти над рівнем землі? В роботі [5] стверджується, що зі збільшенням висоти швидкість вітру може отримати симетричний розподіл і навіть переходити до від'ємної асиметрії. Аналогічно характер розподілу має змінюватися при збільшенні середньої швидкості вітру – оскільки потужність вітрового потоку пропорційна кубу швидкості, то наявність флуктуацій швидкості приводить до певного збільшення середньої потужності вітру через несиметричність кубічної залежності.

Результати розрахунків для двох типів розподілу (симетричного та Вейбула) свідчать, що відмінності стають помітними для значень коефіцієнта варіації швидкості вітру C_v>0,4, що відповідає осередненню даних за значний проміжок часу (місяць, рік). Для коротких інтервалів (година, доба) застосування розподілу Вейбула дає такий же результат, що й симетричний розподіл. При зростанні середньої швидкості вітру вплив випадкової складової знижується [7].

Наскільки ці закономірності підтверджуються результатами спостережень? Для прикладу розглянемо реальні місячні масиви даних про швидкість вітру на деяких вітчизняних площадках ВЕС, зазначених в таблиці 1.

Для оцінки залежності типу розподілу від висоти розглянемо синхронні виміри вітру на різних висотах, зроблені на двох дослідних метеопостах на сході Криму: висотою 80 м (розташований у долині) та 50 м (встановлений на вершині пагорба). Результати розрахунку при осередненні за 1 годину (744 записи) та 10 хвилин (4464 записи) наведено в таблиці 2.

Таблиця 1. Значення коефіцієнта використання встановленої потужності ВЕУ

Площадка ВЕС, висота вимірів	Місяць	Швидкість вітру, м/с	КВВП ВЕУ				Похибка нормального розподілу
			факт.	Вейбул	Еджворт	норм.	
Мирний, 20 м	березень	6,13	0,268	0,283	0,275	0,291	8,5%
Прісноводне, 20 м	жовтень	6,11	0,261	0,272	0,266	0,274	5,0%
Новоазовськ, 20 м	жовтень	4,31	0,089	0,089	0,088	0,087	-2,2%
Долина, 80 м	березень	5,7	0,251	0,256	0,256	0,275	9,6%
Долина, 80 м	жовтень	4,47	0,153	0,148	0,153	0,150	-2,0%
Меганом, 50 м	січень	6,19	0,309	0,299	0,316	0,330	6,8%

Таблиця 2. Параметри розподілу швидкості вітру на різних висотах

Площадка	Висота вимірів, м	Середня швидкість вітру, м/с	Параметри розподілу			
			асиметрія		ексцес	
			1 год.	*10 хв.*	*1 год.*	*10 хв.*
Долина	80	4,47	0,60	0,61	-0,33	-0,21
	65	4,24	0,56	0,58	-0,35	-0,20
	50	4,14	0,52	0,53	-0,40	-0,27
Долина	80	5,70	0,91	0,90	0,96	0,94
	65	5,56	0,89	0,88	0,71	0,72
	50	5,41	0,87	0,86	0,58	0,59

Площадка	Висота вимірів, м	Середня швидкість вітру, м/с	Параметри розподілу			
			асиметрія		ексцес	
			1 год.	*10 хв.*	*1 год.*	*10 хв.*
Меганом	50	6,19	0,70	0,69	0,10	0,11
	30	6,08	0,75	0,75	0,15	0,17
Мирний	20	6,13	0,75	0,77	0,78	0,87
Новоазовськ	20	4,31	0,57	0,54	0,69	0,79

Нормальність розподілу швидкості вітру можна оцінити за критеріями ISO 5479 [8]. В розглянутих прикладах розподіл далекий від нормального як по асиметрії, так і по ексцесу. При цьому явної кореляції з висотою вимірювання не спостерігається – синхронні виміри на різних висотах (площадки Долина та Меганом) дають однаковий характер розподілу. Можна також стверджувати, що тривалість інтервалу осереднення (1 година чи 10 хвилин) при запису швидкості вітру мало впливає на показники розподілу.

Якщо розглядати не місячний масив даних про вітер, а окремо дані за кожну добу (по 144 заміри при 10-хвилинному осередненні), то показники відповідності критерію нормальності розподілу зміняться в силу того, що зміняться самі критерії: якщо для набору в 4464 записи вимоги щодо асиметрії та ексцесу – не більше 0,06 та 0,12 відповідно, то для 744 записів – 0,15 та 0,30; для 144 записів – 0,32 та 0,65. При 1-годинному осередненні (по 24 заміри) критерії нормальності: 0,71 та 1,16 (з імовірністю 0,95).

Таблиця 3. Рівень відповідності розподілу швидкості вітру критерію нормальності (%)

Місцевість	Висота, м	1 год.	10 хв.
Долина	80	67	20
	65	60	23
	50	57	23
Долина	80	65	16
	65	58	19
	50	58	19
Меганом	50	52	26
	30	48	26
Мирний	20	74	19
Новоазовськ	20	77	29

Застосувавши до розглянутих вище прикладів двонаправлений критерій нормальності (по асиметрії та ексцесу одночасно) [8], визначимо відсоток часу, коли добовий розподіл швидкості вітру відповідав критерію нормальності (таблиця 3).

Отже, розподіл швидкості вітру протягом доби з 1-годинним інтервалом осереднення в більшості випадків може бути досить коректно описаний за допомогою нормального закону, тоді як для 10-хвилинних інтервалів чи для місячного терміну застосування такого закону виглядає невиправданим. Це стосується всіх досліджених висот – від 20 до 80 м.

Порівняння розподілів швидкості вітру та потужності ВЕС. Для типової енергетичної характеристики ВЕУ функція щільності розподілу потужності як випадкової величини близька до гіперболи (рис. 4):

$$f_P(P) = f\left[v(P)\right] \cdot \left|\frac{dv}{dP}\right| \approx \frac{Const}{P^2}. \qquad (11)$$

Гістограма потужностей має ще більш несиметричний вигляд, ніж швидкостей вітру. Характерними для розподілу потужності ВЕУ є локальні максимуми в області малих та великих значень (рис. 4), оскільки там діє штучне обмеження (до старту та після виходу на номінальну потужність).

Для отримання випадкового процесу Орнштейна-Уленбека в роботі [2] пропонується застосувати логарифмічно-нормальний розподіл потужності:

$$P(t) = P_0 \cdot e^{\omega(t)+U(t)}, \qquad (12)$$

де $\omega(t)$ – алгебраїчна функція, що представляє середнє значення логарифму від приведеної величини поточної потужності ВЕС, а $U(t)$ є стохастичним процесом і описується рівнянням типу (2). Розподіл логарифма потужності виглядає значно ближчим до нормального (рис. 4):

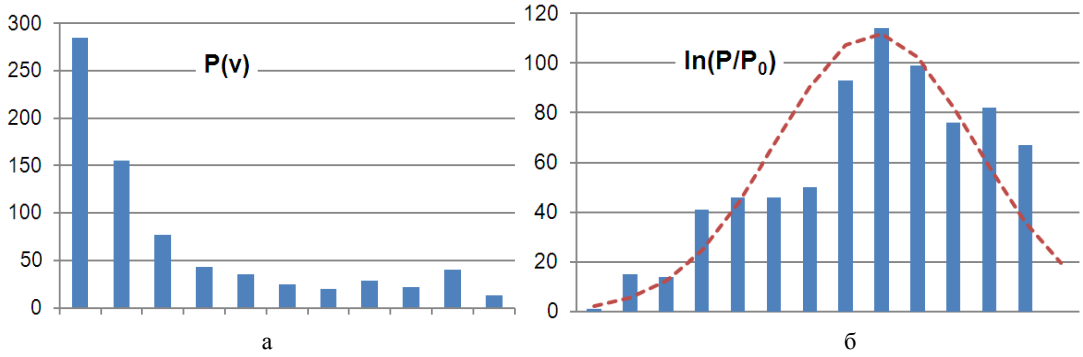

Рис. 4. Гістограма розподілу потужності ВЕУ та її логарифму.

Таблиця 4. Частка добових розподілів (1 год), що відповідають критеріям нормальності (%)

Площадка	Висота	Швидкість вітру			Потужність ВЕУ			Логарифм потужності		
		Ас+Ек	*Ас*	*Ек*	*Ас+Ек*	*Ас*	*Ек*	*Ас+Ек*	*Ас*	*Ек*
Мирний	20 м	**74**	87	55	**39**	61	45	**45**	35	55
Новоазовськ	20 м	**77**	94	68	**58**	48	64	**58**	84	42
Долина	80 м	**66**	77	57	**33**	35	47	**46**	50	46
	65 м	**59**	77	53	**23**	40	46	**37**	50	43
	50 м	**57**	77	51	**19**	37	41	**35**	50	45

Проаналізуємо відповідність нормальному розподілу значень потужності ВЕУ та її логарифму для прикладів із таблиці 1, використовуючи типову енергетичну характеристику. Розрахунки показують, що як місячний обсяг даних, так і добові записи з 10-хвилинним інтервалом загалом не відповідають двонаправленому (асиметрія та ексцес) критерію нормальності; виняток складає однонаправлений критерій по ексцесу, за яким добові набори логарифму потужності відповідають критерію у 5-10 відсотках часу. Однак для 1-годинних замірів добові дані значно ближчі до нормальних (таблиця 4). Зазначимо, що для добових наборів погодинних значень критерії нормальності розподілу становлять: $|Ac|<0{,}71$; $-1{,}09<Ek<1{,}16$.

Висновки. Розрахунки для різних регіонів, сезонів і висот показують, що добовий розподіл швидкості вітру в більшості випадків можна вважати нормальним; окремо за показником асиметрії розподіл дещо ближчий до нормального, ніж за двонаправленим критерієм. Потужність та її логарифм дають гірше наближення до гіпотези нормальності; при цьому логарифм потужності задовольняє критеріям нормальності майже в половині досліджених випадків. Зазначимо, що зі збільшенням висоти всі розподіли наближаються до нормального, проте на висотах до 80 м ця тенденція виражена слабо, хоча теоретично на висотах понад 100 м вітровий потік має стабілізуватись. Отже, коректне моделювання потужності ВЕС потребує попереднього вивчення вітрових тенденцій на конкретній площадці, і при необхідності модель нормального розподілу має уточнюватися з допомогою вищих моментів розподілу.

1. *Кузнєцов М.П.* Стохастичні моделі роботи енергосистеми, яка містить вітрові електростанції // Відновлювана енергетика. – 2012. – №1. – С.34–41.

2. *Olsson M., Perninge M., Soder L.* Modeling real-time balancing power demands in wind power systems using stochastic differential equations // Electric Power Systems Research. – 2010. – № 80. – P. 966–974.

3. *Кузнецов Н.П.* Моделирование работы комбинированной энергосистемы с использованием стохастических дифференциальных уравнений // Альтернативная энергетика и экология. – 2012. – № 7. – С.64–67.

4. *Gurley K., Kareem A.*. Analysis interpretation modeling and simulation of unsteady wind and pressure data // Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics. – 1997. – V.69–71. – P. 657–669.

5. *Пекур П.П.* Аналітичне зображення щільності ймовірності та функції розподілу швидкості вітру // Відновлювана енергетика. – 2005. – № 2. – С.53–58.

6. *Крамер Г.* Математические методы статистики. – М.: Мир, 1975. – 648 с.

7. *Кузнєцов М.П.* До визначення вітропотенціалу за даними електронної реєстрації швидкості вітру / Матеріали VIII міжнародної конференції "Відновлювана енергетика XXI століття". АР Крим, 2007. – С.127–131.

8. *ГОСТ Р ИСО 5479-2002*. Статистические методы. Проверка отклонения распределения вероятностей от нормального распределения.