

УДК 628.1

Г.О.Четверик (Інститут відновлюваної енергетики НАН України, Київ)

**Синергетичний аналіз умов виникнення автоколивань температури та концентрації органічної речовини під час анаеробного зброджування субстрату в біореакторі***Наведено умови виникнення автоколивальних режимів для процесів перетворювання енергії в біореакторі біогазової установки та умови, коли таких режимів можливо уникнути.***Ключові слова:** синергетичний аналіз, автоколивання, біореактор, анаеробне зброджування.*Приведены условия возникновения автоколебательных режимов для процессов преобразования энергии в биореакторе биогазовой установки и условия, когда таких режимов можно избежать.***Ключевые слова:** синергетический анализ, автоколебания, биореактор, анаэробное сбраживание.

**Вступ.** Як відомо, неоднорідність поля температур та концентрацій речовини (субстрату) в біореакторі істотно впливає на продуктивність біогазової установки та якість біогазу [1, 2]. Цей факт можна пояснити тим, що метаболічна активність та репродуктивна здатність популяцій мікроорганізмів, які продукують біогаз, залежать від температури та концентрації субстрату в біореакторі. А, наприклад, діапазон оптимальних температур у біореакторі є доволі вузьким, що характерно для більшості біотехнологічних процесів. Допустимі значення температур, за яких процес анаеробного метанового зброджування проходить оптимально: мезофільний – температура субстрату складає 33°C ( $\pm 3^\circ\text{C}$ ); термотолерантний – температура субстрату становить 40°C ( $\pm 2^\circ\text{C}$ ); термофільний – температура субстрату складає 53°C ( $\pm 1^\circ\text{C}$ ) [3, 4]. Отже, важливим для процесу зброджування лишається наявність рівномірного розподілу температури та концентрації речовини в біореакторі.

Причинами зниження продуктивності біогазової установки можуть бути наступні: багатоступінчастий процес зброджування в біореакторі; виведення вже збродженого субстрату разом з популяціями мікроорганізмів, а їх накопичення досить повільне; введення нових порцій субстрату.

Крім того, ще однією із причин погіршення ефективності функціонування біогазової уста-

новки може бути утворення автоколивальних режимів у біореакторі, а саме – коливання температури чи концентрації речовини. Утворення таких режимів у біореакторі можна пояснити нерівномірним розподілом температури та концентрації субстрату та існуванням їх невеликих локальних збурень внаслідок біохімічних реакцій і нерівномірності вводу сировини. Ці умови є необхідними для виникнення автоколивань. Тому безпосередньо в біореакторі можуть виникати нестійкості динаміки процесів тепло- та масоперенесення, результатом яких є просторово неоднорідні дисипативні структури. Тобто, виникнення автоколивальних режимів у біореакторі призводить до затухання процесу зброджування в окремих частинах біореактора. З часом ці зони можуть розширюватись, утворюватись обширні застійні зони і, як правило, знижується продуктивність біогазової установки.

Слід зазначити, що такі режими в біореакторі є шкідливими, оскільки в ньому спостерігається зміна локального збурення з певною частотою, а температура чи концентрація речовини в біореакторі може експоненціально зростати чи спадати або набувати хвильового характеру. Автоколивальні режими, в більшій мірі, стосуються ефективності функціонування біогазових установок, ніж надійності їх експлуатації. Особливо це важливо при початковому запуску біореактора або відновленні роботи біогазової

установки після технологічної зупинки, та ще більш важливо для випадків, коли процес виробництва біогазу є побічним у процесі очистки стоків, наприклад, на очисних спорудах. Тому виявлення та розуміння причин виникнення автоколивальних режимів допоможе усунути або хоча б обмежити їх наслідки.

**Мета роботи.** Метою роботи є аналіз умов виникнення автоколивальних режимів для процесів перетворення енергії в біореакторі біогазової установки.

**Спостереження за продуктивністю біогазових установок.** У роботі [5] наведено результати експериментів, які були отримані ірландським дослідником Г. К'елі на лабораторній біогазовій установці. Об'єм біореактора неперервного типу культивування мікроорганізмів цієї установки становить 2 л, а її схема наведена в роботі [6]. Зазначимо, що дослід тривав протягом 115 діб. Температура в біореакторі підтримувалась на рівні 36<sup>0</sup>С. В якості сировини використовувались різні субстрати, а саме: гній свиней, осади стічних вод та органічна частина міських відходів. Причому, перші 33 доби використовували гній свиней, наступні 7 діб у біореактор поступали осади стічних вод, а з 40-ої доби і до кінця експерименту для зброджування взяли суміш осадів стічних вод з органічною частиною міських відходів. При цьому фіксували значення питомого виходу біогазу (м<sup>3</sup> біогазу з м<sup>3</sup> біореактора за добу) та концентрацію органічної речовини (ОР), що зображені на рис. 1 та рис. 2.

Серед характеристик сировини слід відмітити: гній свиней має вологість 95,8%, а значення рН середовища складає 7,75 одиниць; осади стічних вод мають вологість 97,9%; вологість органічної частини міських відходів складає 94,1%, значення рН середовища становить 5,4 одиниць. Аналіз результатів, отриманих Г. К'елі, показує, що спостерігаються коливання виходу біогазу з часом.



Рис. 1. Питомий вихід біогазу для лабораторної біогазової установки К'елі.

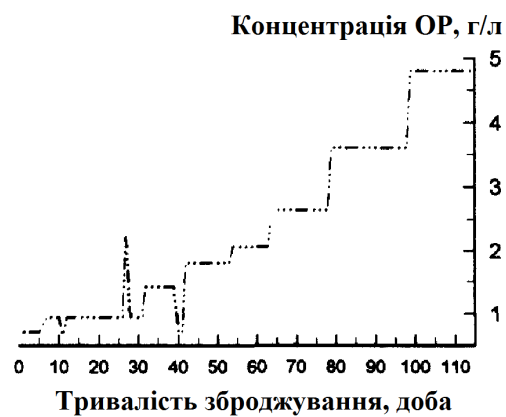


Рис. 2. Концентрація органічної речовини для лабораторної біогазової установки К'елі.

У роботі [7] наведено результати експериментів, які були отримані французьким дослідником Д.П. Стейером на промисловій біогазовій установці з очистки стічних вод підприємства з виробництва вина. Об'єм біореактора цієї установки становить 0,947 м<sup>3</sup>, а її схема наведена в роботі [8]. Зазначимо, що дослід тривав протягом 30 та 18 діб у вересні та жовтні 2001 року відповідно. При цьому фіксували значення виходу біогазу (л біогазу за годину) та значення рН середовища, що зображені на рис. 3 та рис. 4. Підкреслимо, що в цьому випадку використовувався тільки один субстрат. Аналіз результатів, отриманих Д.П. Стейером, показує, що спостерігаються коливання виходу біогазу з часом.



Рис. 3. Вихід біогазу та значення рН середовища у вересні 2001 року для промислової біогазової установки Стейєра.

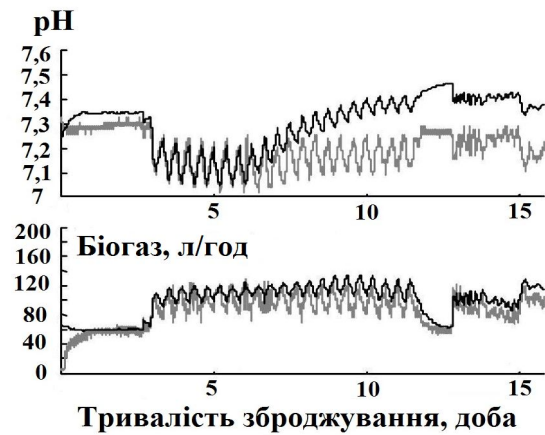


Рис. 4. Вихід біогазу та значення рН середовища у жовтні 2001 року для промислової біогазової установки Стейєра.

**Постановка задачі.** Проаналізуємо можливість виникнення автоколивань температури та органічної речовини в біореакторі. Вважаємо, що процес перетворювання енергії в біореакторі біогазової установки проходить за рахунок взаємопов'язаних процесів дифузії органічної речовини та теплоперенесення в біореакторі. Опишемо ці процеси за допомогою двох диференціальних рівнянь типу теплопровідності, що нелінійно зв'язані з джерелами  $F_T(T, S)$  та  $F_S(T, S)$  :

$$\begin{cases} \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot \{ \lambda(x, y, z) \nabla T \} = F_T(T, S) \\ \rho_s \frac{\partial S}{\partial t} - \nabla \cdot \{ D(x, y, z) \nabla S \} = F_S(T, S), \end{cases} \quad (1)$$

де  $T$  – температура в біореакторі;  $\rho$  – густина;  $c_p$  – питома теплоємність та  $\lambda$  –

теплопровідність середовища;  $S$  – концентрація;  $\rho_s$  – густина та  $D$  – дифузія субстрату.

Зазначимо, що система диференціальних рівнянь (1) є системою термодифузії, в якій приймаємо, що  $\lambda = \lambda(x, y, z)$  та  $D = D(x, y, z)$ .

Біохімічні реакції, що мають місце під час виробництва біогазу, можуть призвести до виникнення збурень температури та концентрації речовини в біореакторі. У загальному випадку збурення температури та концентрації речовини в біореакторі набувають вигляду:

$$T = T_0 + \delta T, \quad \text{де} \quad \delta T = \delta T_a \exp(i \vec{k} \vec{r} + \omega t); \quad (2)$$

$$S = S_0 + \delta S, \quad \text{де} \quad \delta S = \delta S_a \exp(i \vec{k} \vec{r} + \omega t), \quad (3)$$

де нижній індекс 0 відповідає незбуреному стану системи;  $\delta T_a$  – амплітуда збурень температури;  $\delta S_a$  – амплітуда збурень речовини;  $\vec{k}$  – хвильовий вектор;  $\vec{r}$  – радіус-вектор;  $\omega$  – частота збурень, що визначає зміну параметру з часом;  $i$  – уявна одиниця.

Аналіз системи рівнянь (1) на стійкість до малих збурень температури та концентрації речовини, тобто за умови  $|\delta T| \ll T_0$  та  $|\delta S| \ll S_0$  виконаємо за класичним методом І. Пригожина [9, 10]. Розкладемо праву частину першого рівняння системи (1) в ряд Тейлора в околі точки  $(T_0, S_0)$  з точністю  $O(\delta T^m \delta S^j, m + j = 2)$  :

$$F_T(T, S) = F_T(T, S)|_0 + \left. \frac{\partial F_T(T, S)}{\partial T} \right|_0 \delta T + \left. \frac{\partial F_T(T, S)}{\partial S} \right|_0 \delta S + O(\delta T^m \delta S^j, m + j = 2). \quad (4)$$

Аналогічно розкладемо праву частину другого рівняння системи (1) в ряд Тейлора в околі точки  $(T_0, S_0)$  з точністю  $O(\delta T^m \delta S^j, m + j = 2)$  :

$$F_S(T, S) = F_S(T, S)|_0 + \left. \frac{\partial F_S(T, S)}{\partial T} \right|_0 \delta T + \left. \frac{\partial F_S(T, S)}{\partial S} \right|_0 \delta S + O(\delta T^m \delta S^j, m + j = 2). \quad (5)$$

Оскільки для часткових похідних від збурень температури чи концентрації речовини в біореакторі виконуються наступні рівності:

$$\begin{aligned}\frac{\partial(\delta T)}{\partial t} &= \frac{\partial(\delta T_a \exp(i\vec{k}\vec{r} + \omega t))}{\partial t} = \omega\delta T; & \frac{\partial(\delta S)}{\partial t} &= \frac{\partial(\delta S_a \exp(i\vec{k}\vec{r} + \omega t))}{\partial t} = \omega\delta S; \\ \frac{\partial(\delta T)}{\partial x} &= \frac{\partial(\delta T_a \exp(i\vec{k}\vec{r} + \omega t))}{\partial x} = ik_x\delta T; & \frac{\partial(\delta S)}{\partial x} &= \frac{\partial(\delta S_a \exp(i\vec{k}\vec{r} + \omega t))}{\partial x} = ik_x\delta S; \\ \frac{\partial(\delta T)}{\partial y} &= \frac{\partial(\delta T_a \exp(i\vec{k}\vec{r} + \omega t))}{\partial y} = ik_y\delta T; & \frac{\partial(\delta S)}{\partial y} &= \frac{\partial(\delta S_a \exp(i\vec{k}\vec{r} + \omega t))}{\partial y} = ik_y\delta S; \\ \frac{\partial(\delta T)}{\partial z} &= \frac{\partial(\delta T_a \exp(i\vec{k}\vec{r} + \omega t))}{\partial z} = ik_z\delta T; & \frac{\partial(\delta S)}{\partial z} &= \frac{\partial(\delta S_a \exp(i\vec{k}\vec{r} + \omega t))}{\partial z} = ik_z\delta S,\end{aligned}\quad (6)$$

та враховуючи те, що:

$$\begin{aligned}\nabla(\delta T) &= i\vec{k}\delta T, \quad \nabla \cdot \{ \lambda(x, y, z) i\vec{k}\delta T \} = -\lambda(x, y, z)\vec{k}^2\delta T + i\vec{k}\nabla\lambda(x, y, z)\delta T; \\ \nabla \cdot \{ D(x, y, z) i\vec{k}\delta S \} &= -D(x, y, z)\vec{k}^2\delta S + i\vec{k}\nabla D(x, y, z)\delta S,\end{aligned}\quad (7)$$

отримаємо систему рівнянь термодифузії зі збуренням температури та концентрації речовини:

$$\begin{cases} \rho c_p \frac{d(\delta T)}{dt} = \rho c_p \omega \delta T = \left. \frac{\partial F_T(T, S)}{\partial T} \right|_0 \delta T - \lambda(x, y, z)\vec{k}^2\delta T + i\vec{k}\nabla\lambda(x, y, z)\delta T + \left. \frac{\partial F_T(T, S)}{\partial S} \right|_0 \delta S \\ \rho_s \frac{d(\delta S)}{dt} = \rho_s \omega \delta S = \left. \frac{\partial F_S(T, S)}{\partial T} \right|_0 \delta T + \left. \frac{\partial F_S(T, S)}{\partial S} \right|_0 \delta S - D(x, y, z)\vec{k}^2\delta S + i\vec{k}\nabla D(x, y, z)\delta S,\end{cases}\quad (8)$$

або систему (8) можна переписати у матричному вигляді:

$$\begin{pmatrix} \rho c_p \frac{d(\delta T)}{dt} \\ \rho_s \frac{d(\delta S)}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left. \frac{\partial F_T(T, S)}{\partial T} \right|_0 & -\lambda\vec{k}^2\delta T + i\vec{k}\nabla\lambda \\ \left. \frac{\partial F_S(T, S)}{\partial T} \right|_0 & \left. \frac{\partial F_S(T, S)}{\partial S} \right|_0 - D\vec{k}^2\delta S + i\vec{k}\nabla D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta T \\ \delta S \end{pmatrix} = \hat{A} \begin{pmatrix} \delta T \\ \delta S \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Зазвичай процеси теплопровідності та дифузії залежні один від іншого. Але якщо недиагональні елементи матриці  $\hat{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$  рівні 0, то в такому випадку процеси тепло- та масопереносу не зв'язані між собою, і ці процеси не залежать один від іншого, тобто один процес є головним, а інший – підпорядкованим до головного процесу.

Розв'язавши систему рівнянь (9), маємо дисперсійне рівняння  $a\omega^2 + b\omega + c = 0$ , де  $a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{C}, c \in \mathbb{C}$ , а саме:

$$\begin{aligned}a &= \rho c_p \rho_s; \\ b &= (\rho_s \lambda(x, y, z) + \rho c_p D(x, y, z))\vec{k}^2 - \rho_s \left. \frac{\partial F_T(T, S)}{\partial T} \right|_0 - \rho c_p \left. \frac{\partial F_S(T, S)}{\partial S} \right|_0 - i(\rho_s \nabla \lambda(x, y, z) + \rho c_p \nabla D(x, y, z))\vec{k}; \\ c_r &= \left. \frac{\partial F_T(T, S)}{\partial T} \right|_0 \left. \frac{\partial F_S(T, S)}{\partial S} \right|_0 - \left. \frac{\partial F_T(T, S)}{\partial T} \right|_0 D(x, y, z)\vec{k}^2 - \left. \frac{\partial F_S(T, S)}{\partial S} \right|_0 \lambda(x, y, z)\vec{k}^2 + \\ &+ \lambda(x, y, z)D(x, y, z)\vec{k}^4 - \nabla \lambda(x, y, z)\nabla D(x, y, z)\vec{k}^2 - \left. \frac{\partial F_T(T, S)}{\partial S} \right|_0 \left. \frac{\partial F_S(T, S)}{\partial T} \right|_0; \\ c_i &= \left. \frac{\partial F_S(T, S)}{\partial S} \right|_0 \vec{k}\nabla \lambda(x, y, z) + \left. \frac{\partial F_T(T, S)}{\partial T} \right|_0 \vec{k}\nabla D(x, y, z) - \nabla \lambda(x, y, z)D(x, y, z)\vec{k}^3 - \lambda(x, y, z)\nabla D(x, y, z)\vec{k}^3.\end{aligned}\quad (10)$$

Слід зазначити, що це дисперсійне рівняння може мати комплексні корені. Для його розв'язку прийемо, що:

$$\omega = \omega_r + i\omega_i; \quad b = b_r + ib_i; \quad c = c_r + ic_i. \quad (11)$$

Тоді для визначення дійсної та уявної складової частоти збурення маємо наступну систему алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{cases} a(\omega_r^2 - \omega_i^2) + [b_r\omega_r - b_i\omega_i] + c_r = 0 \\ 2a\omega_r\omega_i + [b_i\omega_r + b_r\omega_i] + c_i = 0. \end{cases} \quad (12)$$

Якщо виразити  $\omega_r$  через  $\omega_i$  з другого рівняння і підставити в перше рівняння, то отримаємо алгебраїчне рівняння четвертого порядку, аналітичний розв'язок якого існує тільки для певних співвідношень між його коефіцієнтами.

**Аналіз критичних станів дисперсійного рівняння.** Для дослідження процесу термодифузії представляють інтерес виключно критичні стани системи. Прийемо, що  $\omega_i = 0$  і  $\omega_r > 0$ . У такому випадку система алгебраїчних рівнянь (12) спроститься до системи, з якої визначається дійсна складова частоти збурення:

$$\begin{cases} a\omega_r^2 + b_r\omega_r + c_r = 0 \\ b_i\omega_r + c_i = 0. \end{cases} \quad (13)$$

Зазначимо, що при виконанні умови  $b_r^2 = 4ac_r$  маємо:

$$\omega_r = -\frac{c_i}{b_i} \quad \text{за умови} \quad \frac{c_i}{b_i} = \frac{b_r}{2a}. \quad (14)$$

Тоді як при виконанні умови  $b_r^2 > 4ac_r$  маємо:

$$\omega_r = -\frac{c_i}{b_i} \quad \text{за умови} \quad \frac{c_i}{b_i} = \begin{cases} \frac{b_r + \sqrt{b_r^2 - 4ac_r}}{2a} \\ \frac{b_r - \sqrt{b_r^2 - 4ac_r}}{2a}. \end{cases} \quad (15)$$

Отже, при виконанні співвідношення (14) або (15) між коефіцієнтами системи (13) зміна збурень у часі має експоненційний характер. А це означає, що температура та концентрація речовини в біореакторі буде зростати чи спадати за експоненціальним законом, тобто не буде автоколивань температури та концентрації речовини в біореакторі.

Тепер вважаємо, що  $\omega_i \neq 0$  і  $\omega_r = 0$ . У такому випадку система алгебраїчних рівнянь (12) спроститься до системи, з якої визначається уявна складова частоти збурення:

$$\begin{cases} a\omega_i^2 + b_i\omega_i - c_r = 0 \\ b_r\omega_i + c_i = 0. \end{cases} \quad (16)$$

Зазначимо, що при виконанні умови  $b_i^2 = -4ac_r$  маємо:

$$\omega_i = -\frac{c_i}{b_i} \quad \text{за умови} \quad \frac{c_i}{b_i} = \frac{b_r}{2a}. \quad (17)$$

Тоді як при виконанні умови  $b_i^2 > 4ac_r$  маємо:

$$\omega_i = -\frac{c_i}{b_i} \quad \text{за умови} \quad \frac{c_i}{b_i} = \begin{cases} \frac{b_r + \sqrt{b_r^2 + 4ac_r}}{2a} \\ \frac{b_r - \sqrt{b_r^2 + 4ac_r}}{2a}. \end{cases} \quad (18)$$

Як бачимо, у цьому випадку можливий розвиток нестійкості з експоненційно-синусоїдальним ростом збурень у часі, тобто автоколивання температури та концентрації речовини в біореакторі можливі, але за умови, що виконуються співвідношення (17) або (18) між коефіцієнтами системи (16).

**Висновки.** В результаті аналізу системи термодифузії на стійкість до малих збурень температури та концентрації органічної речовини встановлено співвідношення між коефіцієнтами цієї системи, за яких виникають автоколивальні режими і за яких автоколивання температури і органічної речовини відсутні в біореакторі. Отримані співвідношення можливо використовувати для прогнозу та вибору режимів експлуатації біогазових установок.

1. Дубровский В.С., Виестур В.Э. Метановое сбраживание сельскохозяйственных отходов. – Рига: Знание, 1988. – 204 с.
2. Никитин Г.А. Метановое брожение в биотехнологии. – К.: Выща школа, 1990. – 208 с.
3. Семенов И.В. Проектирование биогазовых установок. – Сумы: МакДен, 1996. – 347 с.
4. Баадер В., Бренндерфер Е., Доне М. Биогаз. Теория и практика. – М.: Колос, 1982. – 148 с.
5. Kiely G., Tayfur G., Dolan C., Tanji K. Physical and mathematical modelling of anaerobic digestion of organic wastes

// Water Research. – Oxford: Pergamon, 1997. – Vol. 31. – No. 3. – P. 534 – 540.

6. *Kiely G., Dalton M., Dolan C., Murphy J.* A laboratory study of the co-digestion of the organic food fraction of MSW and primary sewage sludge // Proceedings of the 7-th International symposium on anaerobic digestion. – Oxford: Pergamon, 1994. – 445 p.

7. *Steyer J.P., Bernard O.* An example of the benefits obtained from the long term use of mathematical models in wastewater biological treatment // Proceedings of the 4-th Mathmod International symposium on mathematical modelling. – Vienna: University of

Technology, 2003. Argesim report No. 24. – 6 p.

8. *Steyer J.P., Bouvier J.C., Conte T., Gras P., Sousbie P.* Evaluation of a four year experience with a fully instrumented anaerobic digestion process // Water Science and Technology. – London: IWA Publishing, 2002. – Vol. 45. – No. 4-5. – P. 495–502.

9. *Резцов В.Ф.* Некоторые принципы синергетического анализа динамики процессов преобразования энергии нетрадиционных и возобновляемых источников // Відновлювана енергетика. – 2005. – № 1. – С. 19–25.

10. *Николис Г., Пригожин И.* Самоорганизация в неравновесных системах. – М.: Мир, 1979. – 512 с.

УДК 662.76.032

Д.С.Довженко (Інститут відновлюваної енергетики НАН України, Київ)

### Розрахунок термодинамічного циклу автомобільного двигуна внутрішнього згорання, що працює на генераторному газі

*Проведено розрахунок термодинамічного циклу двигуна внутрішнього згорання, який використовує в якості палива генераторний газ. Розроблена комп'ютерна програма розрахунку термодинамічного циклу двигуна внутрішнього згорання.*

*Ключові слова:* генераторний газ, термодинамічний цикл, двигун внутрішнього згорання, розрахунок термодинамічного циклу.

*Расчитан термодинамический цикл двигателя внутреннего сгорания, в котором в качестве топлива используется генераторный газ. Разработана компьютерная программа расчета термодинамического цикла двигателя внутреннего сгорания.*

*Ключевые слова:* генераторный газ, термодинамический цикл, двигатель внутреннего сгорания, расчет термодинамического цикла.

На даний час набуває розвитку технологія газифікації твердої біомаси в енергетичних цілях. Отриманий у процесі газифікації генераторний газ зазвичай спалюють у двигунах внутрішнього згорання як електрогенераторів, так і автомобілів. У зв'язку з цим постає проблема недослідженості термодинамічних циклів та процесів, які мають місце у двигуні внутрішнього згорання при спалюванні генераторного газу. За хімічними та фізичними якостями генераторний газ відрізняється від бензину та природного газу. Всі фундаментальні дослідження технології газифікації та роботи двигуна на генераторному газі проводилися ще у 30-50-х роках минулого століття і, безсумнівно, дуже застаріли.

Тому метою даної роботи є розрахунок термодинамічного циклу двигуна внутрішнього згорання, що працює на генераторному газі, та розробка математичної програми обрахунку всіх точок цього циклу.

При цьому прийемо, що термодинамічний цикл двигуна внутрішнього згорання, який працює на генераторному газі, буде замкненим (ідеальним).

Розрахунок буде проводитися для карбюраторного двигуна марки ЗиЛ-130. Основні відомості про двигун наведено в таблиці 1.

Методику розрахунку замкненого (ідеального) термодинамічного циклу наведено в роботі [1].