 ISSN 1819-8058

УДК 620.91

С.В.Матях (Інститут відновлюваної енергетики НАН України, Київ)

Розв'зання двовимірної задачі при моделюванні розподілу зарядів у фотоелектричних і електрохімічних перетворювачах

В роботі представлено розв'зання двовимірної задачі розподілу зарядів з нелінійними параметрами їх переносу в фотоелектричних і електрохімічних перетворювачах із використанням адаптивного чисельного алгоритму з повністю нерівномірною сіткою і рекурсивними підсітками.
Ключові слова: *фотоелектричні перетворювачі, електрохімічні перетворювачі, нелінійні процеси, адаптивний чисельний алгоритм.*

В работе представлено решение двумерной задачи распределения зарядов с нелинейными параметрами их переноса в фотоэлектрических и электрохимических преобразователях с использованием адаптивного численного алгоритма с полностью неравномерной сеткой и рекурсивными подсетками.
Ключевые слова: *фотоэлектрические преобразователи, электрохимические преобразователи, нелинейные процессы, адаптивный численный алгоритм.*

Вступ. Складні процеси перенесення зарядів в електрохімічних і фотоелектричних елементах перетворювачів потребують високого рівня опису цих процесів. Застосування чисельних методів моделювання двовимірних процесів у фотоелектричних і електрохімічних перетворювачах дозволяє розширити область та підвищити ефективність досліджень, оптимізує виконання розрахунків і значно скорочує витрати часу та програмних ресурсів для одержання результатів із наперед заданою точністю. Це дає можливість вийти на новий якісний рівень розуміння даних процесів і, відповідно, на підвищення рівня ефективності устаткування, до складу якого вони входять. Моделювання процесів перенесення зарядів із застосуванням сучасного програмного забезпечення дозволить створити більш ефективну і дешеву елементну базу електротехнічних приладів і напівпровідників для застосування у відновлюваній енергетиці, що, у свою чергу, сприятиме широкомасштабному їх впровадженню, зменшенню споживання традиційних енергоресурсів і поліпшенню стану навколишнього середовища.

Постановка задачі та опис алгоритму її чисельного розв'язання. При дослідженні процесів перенесення заряду у фотоелектричних і електрохімічних перетворювачах виникає необхідність розв'язання квазілінійного рівняння у часткових похідних параболічного типу. При цьому мають місце принципові труднощі щодо використання ефективних одновимірних різницевих схем на випадок декількох вимірів [1]. При розв'язанні квазілінійного рівняння узагальненню підлягають різницеві схеми неявного типу. Це викликано декількома причинами, які накладають обмеження на вибір чисельного методу розрахунку. У рівнянь даного типу може існувати залежність коефіцієнта дифузії від значень концентрації. Тому явні різницеві схеми є неприйнятними через значні обмеження на крок, і розрахунок необхідно проводити за безумовно стійкими неявними різницевими схемами. Також у квазілінійних рівнянь існують розв'язки, похідні яких в окремих точках прагнуть до нескінченності. Такі розв'язки є близькими до розривних і в разі проведення розрахунків можуть бути немонотонними, хоча і стійкими схемами. Також можуть виникати пилкоподібні профілі, "розхитування" розрахунку [2] і тому подібне.

При узагальненні на той випадок, коли $n = 2$, де n – кількість просторових вимірів, можна скористатися схемою змінних напрямів, яка є однією з найбільш економічних двовимірних схем. Дана схема базується на шаблоні, що містить напівцілий часовий шар $t = t + \tau/2$.

У даній роботі побудовано адаптивний алгоритм, для якого сітка по змінних x та y при фіксованому t буде повністю нерівномірною, що дає можливість зменшити розмірність розв'язуваних систем алгебраїчних рівнянь та час розв'язання задачі. Це дозволяє повноцінно враховувати особливості поведінки невідомої функції і скоротити до мінімуму витрати машинного часу. У випадку наявності виражених зон жорсткості, що вимагають значного згущення сітки, значення функції у них розраховується окремо, застосовуючи метод рекурсивно для зменшення розмірності глобальної сітки і скорочення машинних витрат.

Нехай потрібно знайти розв'язок $u = u(x, y, t)$ рівняння [1, 3]:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau}-\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+v_1\frac{\partial u}{\partial x}+v_2\frac{\partial u}{\partial y}=\varphi\left(u-u^3\right), \quad (1)$$

яке задовольняє початковим і краєвим умовам:

$$u(\tau=0)=u^*(x,y),$$

$$u(x=0,y)=u_{01};\quad u(x,y=0)=u_{10},$$

$$u(x=\delta,y)=u_{\delta 1};\quad u(x,y=\delta)=u_{1\delta}.$$

Введемо нерівномірну сітку по координаті x з вузлами $x_i (i=0,1,...,n)$ та кроками $h_{1,i}=x_i-x_{i-1}$, по координаті y – з вузлами $y_j (j=0,1,...,m)$ та кроками $h_{2,j}=y_j-y_{j-1}$, а по часу t з вузлами $t_k (k=0,1,...)$ та змінними кроками τ. Позначимо через $u_{i,j}^k$ значення наближеного розв'язку в точці (x_i, y_j, t_k), а через $u=u_{ij}^k$ – точного. У методі змінних напрямків спочатку здійснюється перехід із шару t_k на напівцілий шар $t_{k+\frac{1}{2}}=t_k+\frac{\tau}{2}$, причому $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ та $\frac{\partial u}{\partial x}$ апроксимується на шарі $t_{k+\frac{1}{2}}$, а $\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ та $\frac{\partial u}{\partial y}$ – на шарі t_k, тобто перший етап є явним по змінній y і неявним по змінній x. На другому етапі виконується перехід із напівцілого шару $t_{k+\frac{1}{2}}$ на шар $t_{k+1}=t_k+\tau$, а апроксимація похідних здійснюється явно по змінній x на шарі $t_{k+\frac{1}{2}}$ і неявно по змінній y на шарі t_{k+1}.

Введемо позначення $h_{1,c}, h_{2,c}$ для середніх арифметичних двох сусідніх кроків для вузла (x_i, y_j): $h_{1,c}=\frac{h_{1,i}+h_{1,i+1}}{2}$, $h_{2,c}=\frac{h_{2,j}+h_{2,j+1}}{2}$. Значення функції на κ-му часовому шарі будемо позначати через $u_{ij}=u_{ij}^k$, на проміжному шарі – через $\bar{u}_{ij}$, на $(k+1)$-му шарі – через $\hat{u}_{ij}$.

На основі методу балансу [4–7] отримуємо різницеві рівняння на першому напівкроці:

$$\begin{aligned}
&\frac{\bar{u}_{i,j}-u_{i,j}}{\frac{\tau}{2}}=\frac{h_{1,i+1}\bar{u}_{i-1,j}-2h_{1,c}\bar{u}_{i,j}+h_{1,i}\bar{u}_{i+1,j}}{h_{1,c}h_{1,i}h_{1,i+1}}-\\
&-v_1\frac{h_{1,i}\bar{u}_{i+1,j}+(h_{1,i+1}-h_{1,i})\bar{u}_{i,j}-h_{1,i+1}\bar{u}_{i-1,j}}{2h_{1,i}h_{1,i+1}}+\\
&+\frac{h_{2,j}u_{i,j-1}-2h_{2,c}u_{i,j}+h_{2,j}u_{i,j+1}}{h_{1,c}h_{1,i}h_{1,i+1}}-\\
&-v_2\frac{h_{2,j}u_{i,j+1}+(h_{2,j+1}-h_{2,j})u_{i,j}-h_{2,j+1}u_{i,j-1}}{2h_{1,i}h_{1,i+1}}+\\
&+\varphi(\bar{u}_{i,j}-(\bar{u}_{i,j})^3),\ i=1,..,n-1,\ j=1,...,m-1.
\end{aligned} \quad (2)$$

Для спрощення цього рівняння помножимо його на $\frac{\tau}{2}$ і позначимо:

$$\sigma_{11}=\frac{\tau}{2h_{1,c}h_{1,i}h_{1,i+1}};\ \sigma_{12}=\frac{\tau\cdot v_1}{4h_{1,i}h_{1,i+1}},$$

$$\sigma_{21}=\frac{\tau}{2h_{2,c}h_{2,j}h_{2,j+1}};\ \sigma_{22}=\frac{\tau\cdot v_2}{4h_{2,j}h_{2,j+1}}.$$

Далі отримаємо:

$$\begin{aligned}
&f_{ij}\equiv\bar{u}_{ij}-u_{ij}-h_{1,i+1}(\sigma_{11}+\sigma_{12})\bar{u}_{i-1,j}+\\
&+(2h_{1,c}\sigma_{11}+(h_{1,i+1}-h_{1,i})\sigma_{12})\bar{u}_{i,j}-\\
&-h_{1,i}(\sigma_{12}-\sigma_{11})\bar{u}_{i+1,j}-h_{2,i+1}(\sigma_{21}+\sigma_{22})u_{i,j-1}+\\
&+(2h_{2,c}\sigma_{21}+(h_{2,j+1}-h_{2,j})\sigma_{22})u_{i,j}-\\
&-h_{2,j}(\sigma_{22}-\sigma_{21})u_{i,j+1}-\varphi\cdot\bar{u}_{i,j}(1-(\bar{u}_{i,j})^2).
\end{aligned} \quad (3)$$

Дана рівність повинна виконуватися для всіх внутрішніх вузлів $\left(i=1,..,(n-1),\ j=1,...,(m-1)\right)$. У результаті породжується система з $(n-1)(m-1)$ нелінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{cases} f_{1j} = 0, \\ \quad \ldots \\ f_{n-1,j} = 0. \end{cases} \qquad (4)$$

Кількість невідомих у цій системі співпадає з кількістю рівнянь, оскільки значення невідомої функції в граничних вузлах відомі з граничних умов 1-го роду. У кожному рівнянні фігурують три сусідні точки у напрямку ОХ на шарі $\left(k+\frac{1}{2}\right)$. Виходячи з цього, систему можна розділити на (m–1) незалежних систем, кожна з яких відповідає ряду точок x_i для фіксованого j. Тому кожне з рівнянь j-ї системи, крім першого та останнього, містить три невідомих величини: $\overline{u}_{i-1,j}, \overline{u}_{ij}, \overline{u}_{i+1,j}$. Для розв'язання системи (4) застосовується метод Ньютона. На s-ій ітерації цього методу необхідно розв'язати систему відносно приростів $\Delta\overline{u}_{ij}^{(s)} = \overline{u}_{ij}^{(s)} - \overline{u}_{ij}^{(s-1)}$ невідомих:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial f_{1j}^{(s-1)}}{\partial \overline{u}_{1j}} & \frac{\partial f_{1j}^{(s-1)}}{\partial \overline{u}_{2j}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial f_{2j}^{(s-1)}}{\partial \overline{u}_{1j}} & \frac{\partial f_{2j}^{(s-1)}}{\partial \overline{u}_{2j}} & \frac{\partial f_{2j}^{(s-1)}}{\partial \overline{u}_{3j}} & 0 & 0 & 0 \\ & & \ldots & & & \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial f_{n-2,j}^{(s-1)}}{\partial \overline{u}_{n-3,j}} & \frac{\partial f_{n-2,j}^{(s-1)}}{\partial \overline{u}_{n-2,j}} & \frac{\partial f_{n-2,j}^{(s-1)}}{\partial \overline{u}_{n-1,j}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial f_{n-1,j}^{(s-1)}}{\partial \overline{u}_{n-2,j}} & \frac{\partial f_{n-1,j}^{(s-1)}}{\partial \overline{u}_{n-1,j}} \end{pmatrix} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} \Delta\overline{u}_{1j}^{(s)} \\ \Delta\overline{u}_{2j}^{(s)} \\ \ldots \\ \Delta\overline{u}_{n-2,j}^{(s)} \\ \Delta\overline{u}_{n-1,j}^{(s)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -f_{1j}^{(s-1)} \\ -f_{2j}^{(s-1)} \\ \ldots \\ -f_{n-2,j}^{(s-1)} \\ -f_{n-1,j}^{(s-1)} \end{pmatrix}. \qquad (5)$$

Таким чином, i-е рівняння для j-ої системи має структуру:

$$\frac{\partial f_{ij}^{(s-1)}}{\partial \overline{u}_{i-1,j}} \Delta\overline{u}_{i-1,j}^{(s)} + \frac{\partial f_{ij}^{(s-1)}}{\partial \overline{u}_{i,j}} \Delta\overline{u}_{ij}^{(s)} + \frac{\partial f_{ij}^{(s-1)}}{\partial \overline{u}_{i+1,j}} \Delta\overline{u}_{i+1,j}^{(s)} = -f_{ij}^{(s-1)}, \; i = 2,\ldots, n-2. \qquad (6)$$

Система (5) є тридіагональною, а кількість рядків якобіану визначається кількістю внутрішніх точок по просторовій змінній x. Частинні похідні $\frac{\partial f_{ij}}{\partial \overline{u}_{i-1,j}}$, $\frac{\partial f_{ij}}{\partial \overline{u}_{ij}}$, $\frac{\partial f_{ij}}{\partial \overline{u}_{i+1,j}}$, які необхідні для формування матриці Якобі, одержимо з (3):

$$\frac{\partial f_{ij}}{\partial \overline{u}_{i-1,j}} = -h_{1,i+1}\left(\sigma_{11} + \sigma_{12}\right),$$

$$\frac{\partial f_{ij}}{\partial \overline{u}_{ij}} = 1 + 2\sigma_{11}h_{1,c} + \sigma_{12}(h_{1,i+1} - h_{1,i}), \qquad (7)$$

$$\frac{\partial f_{ij}}{\partial \overline{u}_{i+1,j}} = h_{1,i}\left(\sigma_{12} - \sigma_{11}\right).$$

На першій ітерації методу Ньютона у якості початкового наближення до $\overline{u}_{ij}$ використовується значення з попереднього, κ-го часового кроку.

Аналогічним чином отримуємо різницеві рівняння для другого півкроку методу змінних напрямів. Вони мають вигляд [4–7]:

$$\begin{aligned} \frac{\hat{\overline{u}}_{i,j} - \overline{u}_{i,j}}{\frac{\tau}{2}} &= \frac{h_{1,i+1}\overline{u}_{i-1,j} - 2h_{1,c}\overline{u}_{i,j} + h_{1,i}\overline{u}_{i+1,j}}{h_{1,c}h_{1,i}h_{1,i+1}} - \\ &- V_1 \frac{h_{1,i}\overline{u}_{i+1,j} + (h_{1,i+1} - h_{1,i})\overline{u}_{i,j} - h_{1,i+1}\overline{u}_{i-1,j}}{2h_{1,i}h_{1,i+1}} + \\ &+ \frac{h_{2,j}\hat{u}_{i,j-1} - 2h_{2,c}\hat{u}_{i,j} + h_{2,j}\hat{u}_{i,j+1}}{h_{1,c}h_{1,i}h_{1,i+1}} - \\ &- V_2 \frac{h_{2,j}\hat{u}_{i,j+1} + (h_{2,j+1} - h_{2,j})\hat{u}_{i,j} - h_{2,j+1}\hat{u}_{i,j-1}}{2h_{1,i}h_{1,i+1}} + \\ &+ \varphi(\hat{u}_{i,j} - (\hat{u}_{i,j})^3), \; i = 1,..,n-1, \;\; j = 1,...,m-1. \end{aligned} \qquad (8)$$

Після спрощень отримуємо:

$$\begin{aligned} f_{ij} &\equiv \hat{u}_{ij} - \overline{u}_{ij} - h_{1,i+1}(\sigma_{11} + \sigma_{12})\overline{u}_{i-1,j} + \\ &+ (2h_{1,c}\sigma_{11} + (h_{1,i+1} - h_{1,i})\sigma_{12})\overline{u}_{i,j} - \\ &- h_{1,i}(\sigma_{12} - \sigma_{11})\overline{u}_{i+1,j} - h_{2,i+1}(\sigma_{21} + \sigma_{22})\hat{u}_{i,j-1} + \\ &+ (2h_{2,c}\sigma_{21} + (h_{2,j+1} - h_{2,j})\sigma_{22})\hat{u}_{i,j} - \\ &- h_{2,j}(\sigma_{22} - \sigma_{21})\hat{u}_{i,j+1} - \varphi \cdot \hat{u}_{i,j}(1 - (\hat{u}_{i,j})^2). \end{aligned} \qquad (9)$$

Дана рівність повинна виконуватися для всіх внутрішніх вузлів $\left(i = 1,..,(n-1), \; j = 1,...,(m-1)\right)$.

Тому знову породжується система з $(n-1)(m-1)$ нелінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{cases} f_{i1} = 0, \\ \quad ... \\ f_{i,m-1} = 0. \end{cases} \qquad (10)$$

У кожному рівнянні фігурують три сусідні точки у напрямку OY на шарі $(k+1)$. Тому систему можна розділити на (n–1) незалежних систем, кожна з яких відповідає ряду точок y_j для фіксованого i.

У кожному з рівнянь i-ої системи, крім першого та останнього, міститься три невідомих величини $\hat{u}_{i,j-1}, \hat{u}_{ij}, \hat{u}_{i,j+1}$. Для розв'язання системи, що виникає на другому півкроці, знову застосовуємо метод Ньютона. На s-ій ітерації цього методу необхідно розв'язати систему відносно приростів $\Delta\hat{u}_{ij}^{(s)} = \hat{u}_{ij}^{(s)} - \hat{u}_{ij}^{(s-1)}$ невідомих. Відповідно j-е рівняння матиме структуру:

$$\frac{\partial f_{ij}^{(s-1)}}{\partial \hat{u}_{i,j-1}} \Delta\hat{u}_{i,j-1}^{(s)} + \frac{\partial f_{ij}^{(s-1)}}{\partial \hat{u}_{i,j}} \Delta\hat{u}_{i,j}^{(s)} + \frac{\partial f_{ij}^{(s-1)}}{\partial \hat{u}_{i,j+1}} \Delta\hat{u}_{i,j+1}^{(s)} = -f_{ij}^{(s-1)}, \quad j = 2,...,m-2. \qquad (11)$$

Матриця системи (11) є тридіагональною, а кількість рядків якобіану визначається кількістю внутрішніх точок по просторовій змінній y. Використовуючи (9), знайдемо частинні похідні:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial f_{ij}}{\partial \hat{u}_{i,j-1}} = -h_{2,j+1}\left(\sigma_{21} + \sigma_{22}\right), \\ &\frac{\partial f_{ij}}{\partial \hat{u}_{ij}} = 1 + 2\sigma_{21} h_{2,c} + \sigma_{22}(h_{2,j+1} - h_{2,j}), \\ &\frac{\partial f_{ij}}{\partial \hat{u}_{i,j+1}} = h_{2,j}\left(\sigma_{22} - \sigma_{21}\right). \end{aligned} \qquad (12)$$

При використанні даного адаптивного методу необхідно на кожному часовому кроці для кожного вузла (x_i, y_j) контролювати точність одержаних результатів, порівнюючи локальну похибку e_{ij} з допустимою $e_{доп}$, та на основі цього обирати величини кроків $h_{1,i}$, $h_{2,j}$ та величину часового кроку τ так, щоб при максимальній величині кроків похибка знаходилася в заданих межах. Метод змінних напрямків має похибку апроксимації $O(\tau^2 + h_1^2 + h_2^2)$. Взявши за умову, що значення для k-го шару обчислено точно, для кожного вузла e_{ij} величину можна представити у вигляді [8, 9]:

$$e_{ij} = u_{ij}^{k+1} - u_{ij}^{k+1} = \tau(C_1\tau^2 + C_2 h_1^2 + C_3 h_2^2). \qquad (13)$$

Для оцінки похибки і вибору нової сітки необхідно кілька разів провести перехід із $к$-го тимчасового шару на ($к$+1)-й з різними величинами кроків. Використовуємо наступну послідовність зміни кроків:

1) h_1, h_2, τ ; 2) $\frac{h_1}{2}, h_2, \tau$; 3) h_1 , $\frac{h_2}{2}, \tau$; 4) h_1, h_2, $\frac{\tau}{2}$.

Нехай розв'язок на $к$-му шарі вже знайдений, визначена нова нерівномірна сітка і треба знайти розв'язок на ($к$+1)-му шарі. Величини $h_{1,c}$ та $h_{2,c}$ для вузла (x_i, y_j) далі будемо позначати через h_1, h_2. Спочатку за допомогою обраної різницевої схеми другого порядку знайдемо розв'язок $\hat{u}_{ij}$ зі змінними кроками $h_{1,i}$, $h_{2,j}$ та кроком τ. Далі зробимо перехід з k-го на (k+1)-й шар з кроками $\frac{h_1}{2}, h_2, \tau$. Одержаний при цьому в точці (x_i, y_j, t_{k+1}) розв'язок позначимо через $u_{\frac{h_1}{2},h_2,\tau}$. Для нього справедлива рівність:

$$e_{\frac{h_1}{2},h_2,\tau} = u_{i,j}^{k+1} - u_{\frac{h_1}{2},h_2,\tau} = \tau(C_1\tau^2 + C_2(\frac{h_1}{2})^2 + C_3 h_2^2). \qquad (14)$$

Виконуємо такий же перехід, але з кроками $h_1, \frac{h_2}{2}, \tau$. Для отриманого в цьому випадку розв'язку $u_{h_1,\frac{h_2}{2},\tau}$ справедлива рівність:

$$e_{h_1,\frac{h_2}{2},\tau} = u_{i,j}^{k+1} - u_{h_1,\frac{h_2}{2},\tau} = \tau(C_1\tau^2 + C_2 h_1^2 + C_3(\frac{h_2}{2})^2). \qquad (15)$$

І, нарешті, виконуємо перехід з k-го на (k+1)-й шар з кроками h_1, h_2, $\frac{\tau}{2}$, застосувавши обраний різницевий метод двічі. Одержаний при цьому в точці (x_i, y_j, t_{k+1}) розв'язок позначимо через $u_{h_1,h_2,\frac{\tau}{2}}$, і для нього буде справедлива рівність:

$$e_{h_1,h_2,\frac{\tau}{2}} = u_{ij}^{\ k+1} - u_{h_1,h_2,\frac{\tau}{2}} = 2\left[\frac{\tau}{2}\left(C_1\frac{\tau^2}{4} + C_2 h_1^{\,2} + C_3 h_2^{\,2}\right)\right]. \quad (16)$$

Запишемо отриману систему чотирьох рівнянь з чотирма невідомими u, C_1, C_2, C_3. Ця система справедлива для розв'язку в околі конкретної точки xi, yj, tk+1. Далі знаходимо невідомі величини:

$$C_1 = \frac{4}{3\tau^3}(u_{h_1,h_2,\frac{\tau}{2}} - u_{h_1,h_2,\tau}), \quad (17)$$

$$C_2 = \frac{4}{3h_1^{\,2}\tau}\left(u_{\frac{h_1}{2},h_2,\tau} - u_{h_1,h_2,\tau}\right), \quad (18)$$

$$C_3 = \frac{4}{3h_2^2\tau}\left(u_{h_1,\frac{h_2}{2},\tau} - u_{h_1,h_2,\tau}\right), \quad (19)$$

$$u = -3u_{h_1,h_2,\tau} + \frac{4}{3}u_{\frac{h_1}{2},h_2,\tau} + \frac{4}{3}u_{h_1,\frac{h_2}{2},\tau} + \frac{4}{3}u_{h_1,h_2,\frac{\tau}{2}}. \quad (20)$$

Контрольовану величину (локальну похибку) отримаємо з (13):

$$e_{h_1,h_2,\tau} = \left|U - u_{h_1,h_2,\tau}\right| =$$

$$= \left|-4u_{h_1,h_2,\tau} + \frac{4}{3}u_{\frac{h_1}{2},h_2,\tau} + \frac{4}{3}u_{h_1,\frac{h_2}{2},\tau} + \frac{4}{3}u_{h_1,h_2,\frac{\tau}{2}}\right| = e. \quad (21)$$

Порівнюємо отриману величину похибки e з допустимою. Якщо $e > e_{доп}$ і хоча б один із кроків більший від мінімального, то результати анулюються і виконуються наступні дії:

- крок τ ділиться навпіл;
- по просторових координатах будується нова нерівномірна сітка, вузли якої ущільнені в околі вузлів із великим значенням e_{ij};
- повертаємося на шар t_k;
- на шарі t_k створюється опорна функція з новою, більш щільною сіткою.

Якщо $e < e_{доп}$, то як остаточний розв'язок на (k+1)-му шарі можна взяти уточнене значення згідно (20) [8, 9].

Ускладнений варіант адаптивного алгоритму для випадку, коли у розв'язку виникають зони високої жорстокості, які займають невеликий відсоток відносно усієї розрахункової області. При застосуванні базового алгоритму зони жорсткості будуть приводити до значного збільшення загальної кількості вузлів сітки в інших зонах. Це призводить до проведення надлишкових розрахунків, що суттєво впливають на тривалість обчислень. Тому в цьому випадку алгоритм виділяє зони жорсткості як окремі, бере для них крайові умови із отриманих результатів, де похибка є прийнятною, та провадить рекурсивний запуск методу окремо для виділеної підзони, що дозволяє значне ущільнення сітки для розрахунку із заданою точністю, але без впливу на розподіл вузлів у сусідніх зонах. Після успішної ітерації алгоритму результати апроксимуються на значення вузлів глобальної сітки і переносяться у загальний розв'язок для нового шару шуканої функції.

Висновки. 1. Моделювання процесів перенесення заряду у фотоелектричних і електрохімічних перетворювачах за допомогою адаптивних чисельних методів підвищує якість виконання розрахунків і значно скорочує витрати часу для отримання результатів із заздалегідь заданою точністю.

2. Для розв'язання нестаціонарних рівнянь у часткових похідних з дифузією і переносом при дослідженні процесів переносу заряду у фотоелектричних і електрохімічних перетворювачах з нелінійними параметрами у наближенні амбіполярної дифузії ефективним є використання адаптивного чисельного алгоритму з повністю нерівномірною сіткою.

3. Для випадку з наявними зонами високої жорсткості, що займають до 10% усієї розрахункової зони, ефективною є модифікація адаптивного алгоритму, що проводить розрахунок нових значень функції у зонах жорсткості, запускаючи для них алгоритм рекурсивно.

1. *Матях С.В., Лук'яненко С.О.* Програмне забезпечення для моделювання процесів у фотоелектричних та електрохімічних перетворювачах // Відновлювана енергетика. – 2007. – №1. – С. 27–33.

2. *Калиткин Н.Н.* Численные методы. – М.: Наука, 1978. – 512 с.

3. *Нефёдов П.В., Резцов В.Ф.* Моделирование процессов переноса заряда в полупроводниковых структурах в приближении амбиполярной диффузии // Технічна електродинаміка. Тематичний випуск. "Силова електроніка та енергоефективність". – 2003. – Ч.3. – С. 114–119.

4. *Самарский А.А.* Теория разностных схем. – М.: Наука, 1983. – 616 с.

5. *Марчук В.И.* Методы вычислительной математики. – М.: Наука, 1977. – 456 с.
6. *Wesseling P.* An introduction to multigrid methods. – John Wiley &Sons, 1992. – 284 p.
7. *Самарский А.А., Гулин А.В.* Численные методы математической физики. – М.: Научный мир, 2000. – 316 с.
8. *Гавурин М.К.* Лекции по методам вычислений. – М.: Наука, 1977. – 250с.
9. *Лук'яненко С.О.* Адаптивні обчислювальні методи моделювання об'єктів з розподіленими параметрами. – К.: ІВЦ "Політехніка", 2004. – 236 с.

УДК 621.311.245

А.М.Донець, В.А.Хілько (Інститут відновлюваної енергетики НАН України, Київ)

Деякі питання створення продуктивних вітродизельних електростанцій

Визначено принципи забезпечення якості електроенергії автономної вітродизельної електростанції в залежності від змін обсягу видачі електроенергії споживачам та мінливості вітрового навантаження вітрових електричних установок системи. Обґрунтовано заходи щодо оптимізації роботи автономної вітродизельної електростанції за критеріями економії викопного палива та досягнення технічно можливої продуктивності.
Ключові слова: *відновлювані джерела енергії, автономні системи електропостачання, вітродизельні електричні станції, якість електроенергії, оптимізація продуктивності, система керування.*

Определены принципы обеспечения качества электроэнергии автономной ветродизельной электростанции в зависимости от изменений объема выдачи электроэнергии потребителям и изменчивости ветровой нагрузки ветровых электрических установок системы.
Обоснованы мероприятия по оптимизации работы автономной ветродизельной электростанции по критериям экономии ископаемого топлива и достижения технически возможной производительности.
Ключевые слова: *возобновляемые источники энергии, автономные системы электроснабжения, ветродизельные электрические станции, качество электроэнергии, оптимизация продуктивности, система управления.*

Загальна частина. Впровадження відновлюваних джерел енергії (ВДЕ) до існуючих автономних енергосистем, які працюють на викопному (органічному) паливі, забезпечує ряд вигод як економічного характеру, так і пов'язаних з охороною навколишнього середовища. Такі вигоди включають зниження рівня споживання палива і зниження рівня викидів, а також сприяння довготривалій стабільності витрат на виробництво електроенергії. Для систем, розташованих у віддалених місцевостях, зниження споживання палива може зменшити ризик, пов'язаний із впливом на навколишнє середовище, шляхом зниження кількості запасів палива і витрат на транспортування. У той час, коли електроенергія від ВДЕ перевищує вимоги по навантаженню, надлишок енергії може використовуватися для інших виробничих цілей, таких як опалення та накачування води. Однак для успішної інтеграції компонентів, що працюють на основі ВДЕ, ускладнюється конструкція традиційних енергогенеруючих систем і додається спеціалізоване технічне та програмне забезпечення.

Автономні системи електропостачання з викори-станням ВДЕ широко застосовуються у всьому світі там, де є труднощі з приєднанням до централізованої електроенергетичної мережі та з доставкою палива для електричних станцій. Досвід створення таких систем у Внутрішній Монголії (Китай), Австралії, на Алясці, островах північної Ірландії, на островах Середземного моря та в Антарктиді свідчить про їх ефективність. Найбільш переважним варіантом є вітродизельні електричні станції (ВДЕС), в яких у комбінації з енергією дизельних генераторів використовується легкодоступне і тому найбільш дешеве джерело енергії – вітер.

Принцип роботи ВДЕС.

У зв'язку з малою потужністю і замкнутістю мережі, принциповою особливістю автономної електричної системи є висока чутливість до дії