УДК 620.91; 92; 93

І.П.Кравченко (Інститут відновлюваної енергетики НАН України, Київ)

Математична модель планово-радіальної фільтрації геотермального теплоносія як елемент розв'язання рівняння нерозривності його потоку

В статті аналізується алгоритм побудови відомого диференціального рівняння нерозривності потоку, що фільтрується в пористому просторі підземних термоводоносних колекторів. Кінцевою метою такого аналізу є тлумачення робочого математичного апарату, за яким визначаються запаси геотермального теплоносія і параметри водозабірних споруд. На відміну від існуючих розглядів у монографіях і в учбовій літературі, такий аналіз викладений у доступній формі і послідовно: від одиничного елемента гідродинамічного поля до робочої формули.

Ключові слова: *геотермальний, пористе середовище, термоводоносний, свердловина, напір, фільтрація, теплоносій, флюїд, дебіт, зниження, математична модель, рівняння нерозривності.*

В статье анализируется алгоритм построения известного дифференциального уравнения неразрывности потока, фильтрующегося в пористом пространстве подземных термоводоносных коллекторов. Конечной целью такого анализа является толкование рабочего математического аппарата, с помощью которого определяются запасы геотермального теплоносителя и параметры водозаборных сооружений. В отличие от существующих рассмотрений в монографиях и в учебной литературе, такой анализ изложен в доступной форме и последовательно: от единичного элемента гидродинамического поля до рабочей формулы.

Ключевые слова: *геотермальный, пористая среда, термоводоносный, скважина, напор, фильтрация, теплоноситель, флюид, дебит, снижение, математическая модель, уравнение неразрывности.*

Обмеженість енергетичних ресурсів України ставить перед дослідниками завдання вишукування дешевих, у тому числі нетрадиційних і відновлюваних, джерел енергії. До числа таких джерел відноситься і глибинна теплота земних надр. Одним із шляхів вирішення задачі освоєння такого ресурсу є використання теплової енергії розвіданих запасів термальних вод – ресурсу, який в Україні досліджений недостатньо навіть з точки зору отримання прогнозних показників. Слід підкреслити, що під прогнозними експлуатаційними ресурсами розуміється та кількість природного теплоносія, яка може бути в принципі вилучена за допомогою умовного термоводозабору в межах обраної площі при заданому гранично допустимому зниженні рівня протягом необхідного терміну експлуатації за допомогою наявного на час прогнозу технологічного обладнання [1].

Розрахунки прогнозних запасів геотермального теплоносія виконуються індивідуально по кожному родовищу чи по кожній геолого-геотермальній площі за методиками, які передбачають кінцеві критерії його використання в майбутньому.

Наприклад, беруться до уваги розрахунки прогнозного теплового навантаження регіону і конкретних споживачів, або умов видобування і транспортування теплоти до споживачів, не кажучи вже про розрахунки взагалі доцільності її видобування в кожному окремому випадку. Але, якщо вже прийняте позитивне рішення, то прогнозна оцінка повинна проводитися за всіма затвердженими правилами та інструкціями, результатами чого зможуть скористатися експлуатаційники. Вони, у свою чергу, проводять дослідження можливості створення тих чи інших технологій тієї чи іншої потужності. Для цього використовуються пробні відкачки теплоносія через пошукові чи інші свердловини, дані суміжних галузей (наприклад, нафтовидобувних підприємств), інші наукові рекомендації, методики і математичний апарат.

До складу такого апарату входять, у першу чергу, розрахунки можливих дебітів при заданих чи розрахункових зниження рівня, а також відповідність температур поставленим технічним умовам. Одним із найважливіших розрахунків є вказаний вище розрахунок у часі зниження

© І.П.Кравченко, 2015

теплоносія в свердловині при заданому дебіті або розрахунок у часі зміни дебіту при постійному зниженні теплоносія.

В даній роботі не ставилося за мету розробити чи модернізувати якусь із методик чи процедур. Задачею є систематизація відомих теоретичних підходів та рішень з метою послідовного і доступного викладення алгоритму побудови однієї з математичних моделей, а саме – моделі розрахунків дебіту, зниження і гарантованого часу експлуатації геотермальних установок. Розробка цієї моделі у наявній великій кількості монографій та учбової літератури [2–4] викладена часто непослідовно, уривчасто, рознесена по різних тематичних розділах і передбачена не для виходу на практичні розрахунки, а на засвоєння читачем теоретичних прийомів оперування диференціальними рівняннями в галузі гідрогеологічних задач.

В роботі послідовно викладено відомі математичні процедури від розгляду одиничного елемента пористого середовища з гідравлічним теплоносієм до робочої формули розрахунків запасів через алгоритм побудови рівняння нерозривності в швидкісному вираженні, перетворенні його на рівняння у напірному, а потім і в знижувальному вираженні та наступного за цим отримання відомої робочої формули розрахунків процесу формування воронки депресії напору і, відповідно, зниження у свердловині за відомими параметрами родовища і заданими технічними умовами на водозабірну споруду.

Отже, відслідкуємо алгоритм створення відомого диференціального рівняння нерозривності [5]:

$$\frac{\partial(\rho\upsilon_x)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho\upsilon_y)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho\upsilon_z)}{\partial z}=-\frac{\partial(n\rho)}{\partial t}, \quad (1)$$

розв’язання якого в подальшому і приведе до робочої математичної моделі досліджуваного геотермального середовища та до формули числових розрахунків. Спочатку дослідимо його утворення, що надасть можливість отримати робочий розрахунковий математичний апарат.

Виділимо у фільтруючому середовищі одиничний паралелепіпед з ребрами *dx*, *dy*, *dz*, що паралельні відповідним осям координат (рис. 1). Відповідно об’єм такого паралелепіпеда позначимо:

$$\tau = dx\cdot dy\cdot dz\,. \quad (2)$$

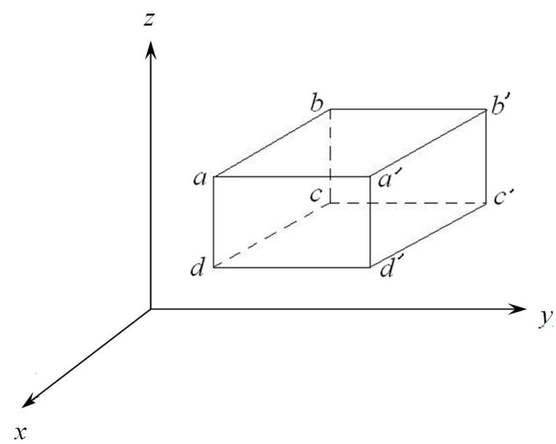

Рис. 1.

Оскільки об’єм паралелепіпеда не є порожнинним, більше того, не є однорідним, а складається з твердого скелета і порового простору в ньому, визначимо об’єм цього порового простору τ_p, по якому і фільтрується досліджуваний флюїд. Для цього введемо поняття коефіцієнта пористості *n* як відношення об’єму порового простору до всього об’єму, що запишемо таким чином:

$$\tau_p = n\cdot\tau. \quad (3)$$

Знайдемо зміну маси рідини всередині паралелепіпеда за проміжок часу *dt*, здійснюючи розрахунок двома різними способами.

Нехай маса рідини дорівнює *M*, тоді

$$M=\rho\tau_p=\rho n\tau\,, \quad (4)$$

де ρ – густина рідини.

Диференціювання цього виразу за часом дасть зміну цієї маси за проміжок часу *dt*:

$$\frac{\partial n}{\partial t}dt=\tau\frac{\partial(\rho n)}{\partial t}dt. \quad (5)$$

Поки що залишаємо цей результат і звернемось до другого способу.

Зробимо припущення, що через грань $bb'cc'$ площею *dydz* паралелепіпеда надходить рідина, що фільтрується, з масовою швидкістю фільтрації $\rho\upsilon_x$.

Тоді за час *dt* через цю грань надходить маса $M_{вх}$ рідини, що дорівнює:

$$M_{вх}=\rho\upsilon_x dydzdt\,. \quad (6)$$

 ISSN 1819-8058

За цей же час через протилежну грань $aa'dd'$, також площею $dydz$, яка знаходиться від першої грані на відстані dx, протікає маса $M_{вих}$, що дорівнює:

$$M_{вих} = \rho \upsilon_x dydzdt + \frac{\partial}{\partial x}\left(\rho \upsilon_x\right) dxdydzdt. \qquad (7)$$

Накопичена в паралелепіпеді за час dt маса складає різницю між масою, що надійшла, і масою, що вийшла за межі паралелепіпеда, що становить:

$$\begin{gathered} M_{вх} - M_{вих} = \rho \upsilon_x dydzdt - \\ -\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho \upsilon_x\right) dxdydzdt = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho \upsilon_x\right) dxdydz. \end{gathered} \qquad (8)$$

Аналогічним алгоритмом визначається і маса рідини, що накопичується у паралелепіпеді при фільтрації в напрямках, паралельних осям y та z.

Таким чином, маємо три складових зміни маси у виділеному елементі за напрямками фільтрації (буде очевидним, що в усіх отриманих виразах $dxdydz = \tau$):

по осі x:

$$-\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho \upsilon_x\right) dxdydzdt = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho \upsilon_x\right) \tau dt;$$

по осі y:

$$-\frac{\partial}{\partial y}\left(\rho \upsilon_y\right) dydxdzdt = -\frac{\partial}{\partial y}\left(\rho \upsilon_y\right) \tau dt; \qquad (9)$$

по осі z:

$$-\frac{\partial}{\partial z}\left(\rho \upsilon_z\right) dzdxdydt = -\frac{\partial}{\partial z}\left(\rho \upsilon_z\right) \tau dt.$$

Склавши усі три зміни маси, отримаємо повну зміну маси у виділеному елементі:

$$-\left[\frac{\partial\left(\rho \upsilon_x\right)}{\partial x} + \frac{\partial\left(\rho \upsilon_y\right)}{\partial y} + \frac{\partial\left(\rho \upsilon_z\right)}{\partial z}\right] \tau dt = div\left(\overrightarrow{\rho \upsilon}\right) \tau dt. \qquad (10)$$

Прирівняємо вирази (5) і (10), що визначають один і той же параметр, та скоротимо однакові елементи:

$$\frac{\partial\left(\rho \upsilon_x\right)}{\partial x} + \frac{\partial\left(\rho \upsilon_y\right)}{\partial y} + \frac{\partial\left(\rho \upsilon_z\right)}{\partial z} = -\frac{\partial\left(n\rho\right)}{\partial t}. \qquad (11)$$

Тим самим ми отримали декларовані раніше рівняння нерозривності (1) потоку, що фільтрується в підземному пористому просторі.

Це рівняння маємо у швидкісному вираженні через дивергенцію вектора зміни масової швидкості рідини, що фільтрується $\left(\overrightarrow{\rho \upsilon}\right)$. Для побудови робочої математичної моделі цього недостатньо. Необхідно виразити рівняння через зниження рівня у свердловині або в дебіті рідини. Безпосередній перехід до такої форми є проблематичним, тому перейдемо до нього послідовним перетворенням виразу (11). Першим кроком отримаємо його у напірному вираженні через напір H, для чого перетворимо його праву частину, поки що нехтуючи знаком мінус:

$$\frac{\partial\left(n\rho\right)}{\partial t} = n\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho\frac{\partial n}{\partial t}. \qquad (12)$$

При реальних змінах тиску вода є пружним тілом, деформація якого і, відповідно, зміна густини у відповідності з законом Гука, буде пропорційна зміні тиску:

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \beta_в \Delta P \quad \text{або} \quad \Delta \rho = \rho \beta_в \Delta P.$$

Відповідно

$$\partial \rho = \rho \beta_в \partial P, \qquad (13)$$

де $\beta_в$ – коефіцієнт об’ємного стискання води.

Коефіцієнт пористості n породи, з якої складається пласт, змінюється пропорційно зміні тиску $\Delta P_{ск}$, що передається на скелет:

$$\Delta n = -\beta_п \cdot \Delta P_{ск}, \qquad (14)$$

де $-\beta_п$ – коефіцієнт об’ємного стискання породи.

Якщо вважати зовнішній тиск ΔP на пласт незмінним, отримаємо: $\Delta P_{ск} = -\Delta P$, відповідно $\Delta n = \beta_п \cdot \Delta P$, звідки отримуєм:

$$\partial n = \beta_п \cdot \partial P. \qquad (15)$$

Підставивши у рівняння (12) значення (13) і (15), отримаємо:

$$\frac{\partial\left(n\rho\right)}{\partial t} = n\rho\beta_в\frac{\partial P}{\partial t} + \rho\beta_п\frac{\partial P}{\partial t}. \qquad (16)$$

Враховуючи, що $\partial P = \rho \partial H$, отримуємо:

$$\frac{\partial\left(n\rho\right)}{\partial t} = n\rho^2\beta_в\frac{\partial H}{\partial t} + \rho^2\beta_п\frac{\partial H}{\partial t}. \qquad (17)$$

Прийнявши

$$\rho\left(n\beta_в + \beta_п\right) = \beta_{пружн}, \qquad (18)$$

перетворимо рівняння (17) наступним чином:

$$\frac{\partial(n\rho)}{\partial t}=\rho\beta_{пружн}\frac{\partial H}{\partial t}, \quad (19)$$

де $\beta_{пружн}$ – коефіцієнт об'ємного стискання пласта і являє собою характеристику змінення об'єму води в одиничному об'ємі пласта, віднесеному до елемента потоку.

В рівняння (11) підставляємо значення правої частини рівняння (19):

$$-\frac{\partial(\rho\upsilon_x)}{\partial x}-\frac{\partial(\rho\upsilon_y)}{\partial y}-\frac{\partial(\rho\upsilon_z)}{\partial z}=\frac{\partial(n\rho)}{\partial t}=\rho\beta_{пружн}\frac{\partial H}{\partial t}. \quad (20)$$

Звернемось до основного закону фільтрації, згідно з яким зв'язок швидкості фільтрації з втратами напору, що характеризують витрати енергії потоку, визначається формулою Дарсі у швидкісній формі:

$$\upsilon=k\frac{\Delta H}{L}, \quad (21)$$

де ΔH – втрати напору; L – довжина шляху фільтрації; k – коефіцієнт фільтрації, а саме $\frac{\Delta H}{L}$ є відношенням втрат напору до довжини шляху фільтрації.

Згідно з цим у нашому випадку отримаємо складові швидкості фільтрації по відповідних координатах у напірному вираженні:

$$\upsilon_x=-k_x\frac{\partial H}{\partial x};\ \upsilon_y=-k_y\frac{\partial H}{\partial y};\ \upsilon_z=-k_z\frac{\partial H}{\partial z}. \quad (22)$$

Знак мінус в цих виразах означає, що при вибраному позитивному напрямку швидкісної фільтрації по осях координат похідні від напору по осях координат є від'ємними.

Підставимо ці значення у рівняння (20):

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho k_x\frac{\partial H}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\rho k_y\frac{\partial H}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\rho k_z\frac{\partial H}{\partial z}\right)=\rho\beta_{пружн}\frac{\partial H}{\partial t}. \quad (23)$$

За умови, що потік однорідний за складом і густина $\rho_в$ в усіх напрямках постійна, однакова за величиною і, відповідно, не впливає на дивергенцію векторів напору, рівняння (23) приймає вигляд:

$$k_x\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}+k_y\frac{\partial^2 H}{\partial y^2}+k_z\frac{\partial^2 H}{\partial z^2}=\beta_{пружн}\frac{\partial H}{\partial t}. \quad (24)$$

Якщо прийняти, що пласт однорідний, для якого $k_x=k_y=k_z=k$, то це рівняння, розділивши обидві сторони на k, можна перетворити таким чином:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 H}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 H}{\partial z^2}=\frac{\beta_{пружн}}{k}\frac{\partial H}{\partial t}, \quad (25)$$

і утворений коефіцієнт при часовій похідній також можна перетворити:

$$\frac{k}{\beta_{пружн}}=\frac{k\cdot m}{\beta_{пружн}\cdot m}=\frac{k\cdot m}{\mu_{пружн}}=a_п, \quad (26)$$

де $a_п$ – коефіцієнт п'єзопровідності, що характеризує розвиток процесів пружного режиму фільтрації в часі; $\mu_{пружн}$ – коефіцієнт пружної ємності пласта, що визначається добутком:

$$\mu_{пружн}=\beta_{пружн}\cdot m, \quad (27)$$

де m – потужність напірного водоносного пласта.

Якщо в (26) замінити $\mu_{пружн}$ його значенням з (27), отримаємо:

$$a_п=\frac{k\cdot m}{\beta_{пружн}\cdot m}=\frac{k}{\beta_{пружн}}, \quad (28)$$

звідки видно, що коефіцієнт при похідній у правій частині (25) є величиною, оберненою до $a_п$.

Підставивши його в (24), отримаємо повне рівняння пружного режиму фільтрації у вираженні через напір:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 H}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 H}{\partial z^2}=\frac{1}{a_п}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}; \quad (29, а)$$

$$a_п\left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 H}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 H}{\partial z^2}\right)=\frac{\partial H}{\partial t}. \quad (29, б)$$

Ці рівняння є основними рівняннями пружного режиму фільтрації і за структурою відповідають однорідним рівнянням Фур'є.

Для потоку, паралельного площині xOy, що саме і має місце при розгляді нами одиночної свердловини в полі плоско-радіальної фільтрації, у лівій частині рівняння (29, а) вертикальна складова зміни швидкості дорівнює нулю, тому воно приймає вигляд:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 H}{\partial y^2}=\frac{1}{a}\cdot\frac{\partial H}{\partial t}. \qquad (30)$$

Якщо у якості початкової умови прийняти, що під напором H мається на увазі величина, яка вимірюється над п'єзометричним рівнем H_o, тобто над рівнем, від якого визначається також зниження S, і цей рівень є незмінним, що виражається виразом H=H_o=const, то рівняння (30) можна без поправок і похибки виразити через значення зниження S:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 S}{\partial y^2}=\frac{1}{a}\cdot\frac{\partial S}{\partial t}\ . \qquad (31)$$

В системі циліндричних координат, коли $r=\sqrt{x^2+y^2}$, це рівняння перетворюється таким чином:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial S}{\partial r}=\frac{1}{a}\cdot\frac{\partial S}{\partial t}\ . \qquad (32)$$

Цей вираз і покладемо в основу розрахункової математичної моделі плоско-радіального потоку.

Задачу числових розрахунків параметрів планово-радіальної фільтрації в напірному пласті при заданих параметрах відкачки водозабірною спорудою через досконалу свердловину на основі такого рівняння в загальному вигляді ще в 1935 році розв'язав американський гідрогеолог Ч.Тейс [6]. В якості рішення він вивів формулу для визначення зниження рівня у будь-якій точці горизонту в будь-який момент часу при постійному дебіті (пряма задача) або визначення допустимого дебіту в будь-який період часу при постійному зниженні (обернена задача):

$$S=-\frac{Q}{4\pi km}[-E_i(-\frac{r^2}{4at})] \text{ – пряма задача;} \qquad (33)$$

$$Q=\frac{4\pi kmS}{-E_i(-\frac{r^2}{4at})} \text{ – обернена задача.} \qquad (34)$$

Причому, перед членом у дужках вживається знак мінус, якщо свердловина видобувна, і плюс – якщо нагнітальна.

Тут E_i – інтегральна показникова функція виду $E_i(-\alpha_o)=\int\limits_{\alpha_0}^{\alpha=\infty}\frac{e^{-\alpha}}{\alpha}d\alpha \quad (\alpha=\frac{r^2}{4at})$, що має назву функції свердловини, а її інтеграл носить назву інтегрального експоненціалу і може бути представлений у вигляді ряду, що сходиться в межах 0<α<∞:

$$E_i(-\alpha)=\sum_{1=0}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{\alpha^n}{n!n}= \\ =-0,5772+Ln\frac{1}{\alpha}+\alpha-\frac{\alpha^2}{4}+\frac{\alpha^3}{18}-\frac{\alpha^4}{96}+\frac{\alpha^5}{600}..., \qquad (35)$$

де – 0,5772 – стала Ейлера.

Функція $E_i\ (-\alpha_o)$ є показником безрозмірного гідравлічного опору потоку підземних вод при відкачці з досконалої свердловини у водоносному горизонті досить великої площі розповсюдження з постійним дебітом Q. Ця функція має від'ємне значення, що необхідноураховувати при розрахунках. Нерідко при посиланні на її інтеграл автори позначають нижнє значення діапазону інтегрування як α_o=0. Це неправильно, оскільки вираз $(\alpha=\frac{r^2}{4at})$ дорівнювати нулю не може в принципі.

Вважається [6, 7], що при малих значеннях $\frac{r^2}{4at}\leq$ 0,05÷0,1, або при t >(2,5÷5)$\frac{r^2}{4at}$ можна знехтувати усіма членами вказаного виразу, починаючи з третього, як величинами відчутно малими порівняно з першими двома, тобто, можна вважати, що

$$Ei(\frac{r^2}{4at})=\ln\frac{1}{r^2 4at}-0,5772. \qquad (36)$$

Виразивши 0,5772 через логарифм числа 1,7811 ($0,5772=e^{0,5772}=\ln 1,7811$), отримаємо:

$$E_i(\frac{r^2}{4at})=\ln\frac{1}{r^2\cdot 4at}-\ln 1,7811=\ln\frac{4at}{1,7811r^2}=\ln\frac{2,25at}{r^2},$$

тобто $E_i(\frac{r^2}{4at})=\ln\frac{2,25at}{r^2}$.

Таким чином, формула (33) приймає вигляд свого логарифмічного наближення, похибка обчислень за якою, як показали числові рішення, не перевищує 1-5%:

$$S=-\frac{Q}{4\pi kt}\ln\frac{2,25at}{r^2}. \qquad (37)$$

Демонстрацію розрахунків процесу формування воронки депресії напору в водоносному середовищі і зниження динамічного рівня у свердловині за цією формулою виконаємо на прикладі свердловини №20 Монастирищенського нафтового родовища Чернігівської області, що одночасно є і геотермальним родовищем, і скористаємось отриманою математичною моделлю на основі рівняння (29):

$$\frac{\partial^2 S}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial S}{\partial r}=\frac{1}{a}\frac{\partial S}{\partial t}$$

за формулою (34): $S=-\frac{Q}{4\pi kt}\ln\frac{2,25at}{r^2}$

з початковими умовами:

$S = H_o - H$;

$t = 0$; $S(r; 0) = 0$

та за крайових умов:

$$t>0;\ r=r_o;\ 2\pi mk\frac{\partial S}{\partial t}=-Q;$$

$$t>>0;\ r=\infty;\ S=0;\ \frac{\partial S}{\partial r}=0,$$

де S – зниження у будь-якій точці радіально-планового потоку, що визначається за формулою (34), м; Q – дебіт свердловини, м^3/доб.; r – відстань від осі свердловини до точки заміру зниження (при замірі зниження у самій свердловині r приймають рівним r_o, де r_o – радіус свердловини), м; a – коефіцієнт п'єзопровідності, м^2; k – коефіцієнт фільтрації, м/доб.; m – ефективна потужність горизонту, м.

Спочатку виконаємо розрахунки за варіантом технології, коли відкачка відбувається зі свердловини №20, а утилізація відпрацьованого енергоносія здійснюється за межами контуру водозабору. Для цього у формулі (30) для свердловини №20 замінимо r на r_o, що є радіусом свердловини, а в розрахунках позначимо через $r_{св20}$.

Дослідимо зміну зниження рівня в часі, для чого вирахуємо його значення для реперних точок часу: 1 доба, 10 діб, 100 діб, 1000 діб та 9125 діб (25 років):

1. Для 1-ї доби:

$$S=\frac{Q_{св.20}}{4\pi Km}\left(\ln\frac{2,25at}{r^2_{св.20}}\right)=$$

$$=\frac{600\,м^3/доб.}{4\cdot 3,14\cdot 0,2\,м/доб.\cdot 31,6\,м}\times$$

$$\times\left(\ln\frac{2,25\cdot 1,5\cdot 10^4 м^2/доб.\cdot 1\,доб.}{(0,064\,м)^2}\right)=$$

$$=7,56\,м\cdot(\ln 8239746\cdot 1)=7,56\,м\,(15,92)=$$

$$=120,36\,м;$$

Для 10 діб:

$$S=7{,}56\,м\cdot(\ln 8239746\cdot 10)=7{,}56\,м\cdot(18{,}23)=$$

$$=132{,}3498\approx 132{,}35\,м;$$

2. Для 100 діб:

$$S=7{,}56\,м(\ln 8239746\cdot 100)=7{,}56\,м\,(20{,}53)=$$

$$=155{,}21\,м;$$

3. Для 1000 діб:

$$S=7{,}56\,м(\ln 8239746\cdot 1000)=7{,}56\,м\cdot 22{,}83=$$

$$=172{,}59\,м;$$

4. Для 9125 діб (25 років):

$$S=7{,}56\,м(\ln 8239746\cdot 9125)=7{,}56\,м(25{,}04)=189{,}30\,м.$$

Таким чином, вже за першу добу відкачки статичний рівень води в свердловині, що становив 150 м від поверхні, знизиться на 120,36 м до динамічного рівня, який на цей момент становитиме 270,36 м. На кінець терміну розрахункової експлуатації, тобто через 25 років, динамічний рівень становитиме 339,3 м від поверхні, що ще відповідає технічним можливостям видобувних насосів. Але енергетичні витрати на відкачку за цей час будуть збільшуватись і на кінець встановленого періоду потребуватимуть додаткової енергії, порівняно з першою добою, на підйом додаткових 68,94 м водяного стовпа у свердловині. Крім того, і це головний аргумент, запаси теплоносія на родовищі при такій технології скорочуються через поступове зменшення пластового тиску, а значить, і продуктивності свердловини, а під кінець експлуатації ще й втрачають в енергетичній якості, що може призвести до скорочення заданого терміну гарантованої експлуатації енергетичної установки.

Виходячи з цього, розглянемо видобування геотермального теплоносія за другою технологією, яка передбачає штучне відновлення гідростатичного напору в горизонті, який, відповідно, створює більш сприятливі умови для роботи ви-

 ISSN 1819-8058

добувного обладнання і збереження гідрологічної якості родовища.

Зробимо підрахунки зміни зниження рівня у тій же свердловині №20 при зворотному закачуванні у свердловину №25 (хоча вона є для цього найменш перспективною на родовищі, бо знаходиться на відстані всього 475 м від свердловини) для тих же реперних точок часу, що й раніше.

Для спрощення виконання громіздких математичних розрахунків (наприклад, у польових умовах), насичених, як видно з попереднього прикладу, великорозрядними числами під знаками логарифмів, складемо коротку програму автоматизованого розрахунку зниження на інженерному калькуляторі МК-61:

Програма виконання розрахунків зниження рівня у видобувних свердловинах на інженерному калькуляторі МК-61 в польових умовах

№ операції	Код операції	Поєднання клавіш	Зміст операції
00	04	4	Занесення числа 4 в регістр X
01	OE	B↑	-"-
02	20	F $\boldsymbol{\pi}$	Занесення значення числа π в регістр X
03	12	x	Помножити
04	62	П→X, 2	Вилучення в регістр X значення k
05	12	x	Помножити
06	63	П→X, 3	Вилучення в регістр X значення m
07	12	x	Помножити
08	48	X→П, 8	Занесення результату в комірку пам’яті "8"
09	61	П→X, 1	Вилучення з комірки "1" значення Q
10	68	П→X, 8	Вилучення з комірки "8" значення результату операції 08
11	13	÷	Ділення значення Q на знаменник
12	48	X→П, 8	Занесення значення дробу в комірку пам’яті "8"
13	65	П→X, 5	Вилучення з комірки "5" значення r
14	22	F, X^2	Зведення r в квадрат
15	49	X→П,9	Занесення r^2 в комірку пам’яті "9"
16	02,0-,02,05,OE	B↑	Набір в регістр X числа 2,25
17	64	П→X, 4	Вилучення з комірки пам’яті "4" значення a
18	12	x	Множення 2,25 на a
19	60	П→X, 0	Вилучення з комірки пам’яті "0" значення t
20	12	x	Множення результату операції 18 на t
21	4L	X→П, **b**	Занесення 2,25at в комірку пам’яті "в"
22	69	П→X, 9	Вилучення r^2 з комірки пам’яті "9"
23	13	÷	Ділення 2,25at на r^2
24	18	F, ***ln***	Логарифмування результату операції 23
25	47	X→П, 7	Занесення значення операції 24 в комірку пам’яті "7"
26	66	П→X, 6	Вилучення з комірки "6" значення R
27	22	F, X^2	Зведення значення R в квадрат
28	4[	X→П, **c**	Занесення в комірку пам’яті "c" значення R^2
29	6L	П→X, **b**	Вилучення з комірки пам’яті "b" значення 2,25at
30	6[	П→X, **c**	Вилучення з комірки пам’яті "c" значення R^2
31	13	÷	Обчислення дробу 2,25at/R^2
32	18	F, ***ln***	Логарифмування результату операції 31
33	OL	/ - /	Множення другого логарифму на (–1)
34	67	П→X, 7	Вилучення з комірки "7" значення І-го логарифму
35	10	+	Додавання значень логарифмів
36	68	П→X, 8	Вилучення з комірки пам’яті "8" значення дробу $Q/4\pi km$
37	12	x	Множення
38	50	**С/П**	**Виведення результату на дисплей**

Інструкція з виконання програми обчислення зниження:

1. Занести вихідні дані:
   Q – в комірку пам'яті 1
   K – в комірку пам'яті 2
   m – в комірку пам'яті 3
   M – в комірку пам'яті 4
   r – в комірку пам'яті 5
   R – в комірку пам'яті 6
   $T_{\text{діб}}$ – в комірку пам'яті 0 (нуль).
2. Включити режим програмування "F-ПРГ".
3. Набрати програму.
4. Включити автоматичний режим F-АВТ для автоматичної роботи програми.

Примітка. Для ручного пошагового проходження програми необхідно в автоматичному режимі пошагово натискати кнопку "ПП".

5. Натиснути кнопку "С/П" для запуску програми розрахунків.
6. Після зупинки рахунку прочитати результат на дисплеї.

Розрахунки показали такий результат:

1. За першу добу зниження становило:

$$S = \frac{Q_{\text{скв.20}}}{4\pi Km}\left(\ln\frac{2{,}25at}{r^2_{\text{скв.20}}} - \ln\frac{2{,}25at}{R^2_{20-25}}\right) =$$

$$= \frac{600\text{м}^3/\text{доб.}}{4\cdot 3{,}14\cdot 0{,}2\,\text{м/доб.}\cdot 31{,}6\,\text{м}}\times$$

$$\times\left(\ln\frac{2{,}25\cdot 1{,}5\cdot 10^4\text{м}^2/\text{доб.}\cdot 1\text{доб.}}{(0{,}064\,\text{м})^2} -\right.$$

$$\left.-\ln\frac{2{,}25\cdot 1{,}5\cdot 10^4\text{м}^2/\text{доб.}\cdot 1\text{доб.}}{475\,\text{м}^2}\right) =$$

$$= 7{,}56\text{ м}\cdot\left(\ln 8239746\cdot 1 - \ln 1{,}4958448\cdot 10^{-1}\cdot 1\right) =$$

$$= 7{,}56\,\text{м}\cdot\left(15{,}92 - (-1{,}899894)\right) =$$

$$= 7{,}56\,\text{м}\cdot 17{,}82 = 134{,}72\,\text{м};$$

2. Для 10 діб:

$$S = 7{,}56\,\text{м}\cdot\left(\ln 8239746\cdot 10 - \ln 1{,}4958448\cdot 10^{-1}\cdot 10\right) =$$
$$= 7{,}56\,\text{м}\cdot(18{,}23 - 0{,}403) = 7{,}56\,\text{м}\cdot 17{,}82 = 134{,}72\,\text{м};$$

3. Для 100 діб:

$$S = 7{,}56\,\text{м}\cdot\left(\ln 8239746\cdot 100 - \ln 1{,}4958448\cdot 10^{-1}\cdot 100\right) =$$
$$= 7{,}56\,\text{м}\cdot(20{,}53 - 2{,}71) = 7{,}56\,\text{м}\cdot 17{,}82 = 134{,}72\,\text{м};$$

Для 1000 діб:

$$S = 7{,}56\,\text{м}\cdot\left(\ln 8239746\cdot 1000 - \ln 1{,}4958448\cdot 10^{-1}\cdot 1000\right) =$$
$$= 7{,}56\,\text{м}\cdot(22{,}83 - 5{,}01) = 7{,}56\,\text{м}\cdot 17{,}82 = 134{,}72\,\text{м};$$

Для 9125 діб (25 років):

$$S = 7{,}56\,\text{м}\cdot\left(\ln 8239746\cdot 9125 - \ln 1{,}4958448\cdot 10^{-1}\cdot 9125\right) =$$
$$= 7{,}56\,\text{м}\cdot(25{,}04 - 7{,}22) = 7{,}56\,\text{м}\cdot 17{,}82 = 134{,}72\text{ м}.$$

Результат демонструє стабільність зниження без обмежень у часі завдяки штучному підтриманню пластового тиску в геотермальній циркуляційній системі (ГЦС), що дозволяє створювати на ній теплоенергетичну установку з добовим дебітом 600 м^3 теплоносія в межах планового терміну її експлуатації. Теплофізичні і теплотехнічні розрахунки параметрів теплоносія і теплоенергетичної установки при одній і другій використаних технологіях водозабору не є предметом дослідження в даній роботі, тому не наводяться і не аналізуються.

Висновки. Досліджена в роботі математична модель, зокрема, її робоча формула (37), є робочим інструментом при проектуванні водозабірних споруд, за результатами чого не тільки проектуються конструкція і параметри споруди, а й визначаються енергетичні можливості родовищ, необхідна кількість свердловин, а в кінцевому результаті – і техніко-економічні показники майбутнього виробництва. Вона також є робочою формулою в розрахунках прогнозних експлуатаційних запасів гідротермальних ресурсів, і значення знижень, отримані за цією формулою, є орієнтиром, що стримує від завищення прогнозних оцінок запасів. Практикою встановлено, що допускати зниження нижче однієї третини ефективної потужності термоводоносного горизонту від його підошви не слід. Виходячи з цього і розраховуються параметри водозабірних споруд, перш за все – допустимі величини дебіту енергоносія.

1. *Инструкция* по применению классификации эксплуатационных запасов подземных вод к месторождениям теплоэнергетических вод, – М., ГКЗ, СССР. – 1984 г.
2. *Бочевер Ф.М., Гармонов И.В., Лебедев А.В., Шестаков В.М.* Основы гидрогеологических расчетов. – М., Недра, 1965. – 306 с.
3. *Боревский В.Е., Дробноход Н.И., Язвин Л.С.* Оценка запасов подземных вод. – К., Вища школа, 1989. – 407 с.
4. *Забарный Г.Н., Шурчков А.В., Задорожная А.А.* Ресурсы и тепловой потенциал перспективних для промышленного освоения месторождений термальних вод Закарпатской области. – К., ИТТФ НАНУ, 1997. – 150 с.
5. *Пыхачев Г.Б., Исаев Р.Г.* Подземная гидравлика, – М., Недра, 1973. – 359 с.
6. *Theis C.V.* Trans. Amer. Geophys. Union. – V.35. – N 6. – 1954.
7. *Жернов И.Е.* Динамика подземных вод. – К., Вища школа, 1982. – 324 с.