УДК 620.91:662.997:631.563.2

В.Ф.Рєзцов, чл.-кор. НАН України, **Т.В.Суржик,** канд.техн.наук, **В.А.Щокіна**
(Ін-т відновлюваної енергетики НАН України, Київ)

Можливі причини формування неоднорідних структур при геліосушці вологовмісних середовищ

У статті наведено приклади різних неоднорідних структур, які формуються при природній взаємодії сонячного випромінювання з вологовмісними середовищами різного походження в їх об'ємі або на поверхні та розглянуто причини і механізм виникнення таких неоднорідних структур. Наведено методику аналізу процесу формування просторово неоднорідних структур у циліндричній та сферичній системах координат. Проаналізовано структури дисперсійних рівнянь для циліндричної та сферичної систем координат.
Ключові слова: *геліосушка, вологовмісне середовище, неоднорідні структури, сонячне випромінювання, теплопровідність, конвекція.*

В статье приведены примеры различных неоднородных структур, которые формируются при естественном взаимодействии солнечного излучения с влагосодержащими средами разного происхождения в их объеме или на поверхности, рассмотрены причины и механизм появления таких неоднородных структур. Изложена методика анализа процесса формирования пространственно неоднородных структур в цилиндрической и сферической системах координат. Проанализированы структуры дисперсионных уравнений для цилиндрической и сферической систем координат.
Ключевые слова: *гелиосушка, влагосодержащая среда, неоднородные структуры, солнечное излучение, теплопроводность, конвекция.*

Вступ. Геліосушка вологовмісних біоенергетичних ресурсів рослинного походження, зокрема, деревини, є одним із перспективних технологічних напрямків використання енергії сонячного випромінювання [1]. Необхідно також відмітити, що випаровування вологи є необхідною технологічною операцією при підготовці рослинних біоенергетичних ресурсів для їх використання в енергетичних пристроях, пов'язаних з використанням теплової енергії, яка утворюється у процесах згоряння.

Як свідчить практика, навіть при природній взаємодії сонячного випромінювання з вологовмісними середовищами різного походження в їх об'ємі (або на поверхні) формуються різні неоднорідні структури, приклади яких наведено на рис. 1-4.

Рис. 1. Радіальні та азимутальні неоднорідні структури на поперечному зрізі природно висушеного циліндричного зразка дуба.

Рис. 2. Сплюснуті сфероїдальні неоднорідні структури на поверхні природно висушеного циліндричного зразка кукурудзи.

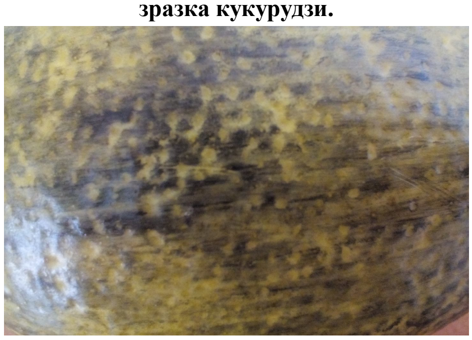

Рис. 3. Сплюснуті сфероїдальні неоднорідні структури на поверхні природно висушеного сфероїдального зразка лимона.

Рис. 4. Витягнуті сфероїдальні ромбовидні структури на поверхні ялинової шишки.

Оскільки така ж по суті ситуація може відбуватися і при цілеспрямованому використанні сонячного випромінювання в процесі геліосушки, то стає актуальним питання про причини та механізм виникнення таких неоднорідних структур.

Постановка задачі. Базовим рівнянням процесу геліосушки є рівняння теплопровідності з урахуванням перенесення теплової енергії конвекцією [2]:

$$\rho_p C_p \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda \Delta T + \rho_p C_p \vec{V} \cdot \nabla T = = F_T(T) = F_{T+}(T) - F_{T-}(T). \quad (1)$$

Тут T – температура середовища; t – час; ρ_p, C_p, λ – відповідно густина, питома теплоємність і коефіцієнт теплопровідності середовища; $\vec{V}$ – швидкість фільтрації водяної пари; $F_{T+}(T)$, $F_{T-}(T)$ – густина тепловиділення внаслідок поглинання сонячного випромінювання та густина поглинання теплової енергії внаслідок випаровування вологи.

Оскільки зразки вологовмісних середовищ, що представлені на рис. 1-4, мають циліндричну або наближену до сферичної геометрії структуру, то оператори Лапласа ΔT і градієнта ∇T необхідно представити відповідно в циліндричній (ρ, φ, z):

$$\Delta T = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}\left(\rho \frac{\partial T}{\partial \rho}\right) + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \quad (2)$$

$$\nabla T = \frac{\partial T}{\partial \rho}\vec{i}_\rho + \frac{1}{\rho}\frac{\partial T}{\partial \varphi}\vec{i}_\varphi + \frac{\partial T}{\partial z}\vec{i}_z \quad (3)$$

та сферичній (r, θ, φ) системах координат:

$$\Delta T = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r}\right) + +\frac{1}{r^2}\frac{\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta \frac{\partial T}{\partial \theta}\right)}{\sin\theta} + \frac{1}{r^2 \sin^2\theta}\frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2}, \quad (4)$$

$$\nabla T = \frac{\partial T}{\partial r}\vec{i}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial \theta}\vec{i}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial T}{\partial \varphi}\vec{i}_\varphi. \quad (5)$$

Необхідно відмітити, що особливістю диференціальних операторів Лапласа є наявність похідних першого порядку по радіальній координаті ρ в циліндричній системі координат. Ця обставина поряд з наявністю конвективної компоненти $\rho_p C_p \vec{V} \cdot \nabla T$ в базовій моделі (1) може привести до появи у дисперсійному рівнянні для частоти малих збурень температури ω уявної складової і, відповідно, до хвильового характеру зміни малих збурень δT в часі [3]. Така ж ситуація має місце і в сферичній системі координат.

Методика аналізу процесу формування просторово неоднорідних структур у циліндричній та сферичній системах координат. Однією з основних особливостей постановки задачі, що відрізняє її від постановки в декартовій системі координат (x, y, z), є необхідність зміни початкової структури просторових збурень температури δT. Відзначимо, що в декартовій системі координат збурення δT задаються у вигляді [4]:

$$\delta T = \delta T_a \exp\left(i\vec{k} \cdot \vec{r} + \omega t\right) = = \delta T_a \exp\left(ik_x x + ik_y y + ik_z z\right)\exp(\omega t), \quad (6)$$

де δT_a – амплітуда збурень; $\vec{k}$ – хвильовий вектор збурень з компонентами k_x, k_y, k_z ($\vec{k} = k_x\vec{i} + k_y\vec{j} + k_z\vec{k}$, де $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ – орти по осях x, y, z); $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ – радіус-вектор в системі координат (x, y, z); $i^2 = -1$.

Враховуючи ту обставину, що структура операторів Лапласа і градієнта в циліндричній та сферичній системах координат суттєво відрізняється від їх представлення в декартовій системі координат, доцільно просторову структуру збурень у загальному вигляді задавати не у вигляді скалярного добутку хвильового вектора на радіус-вектор, а в покомпонентному уявленні.

Виходячи з вищесказаного, в подальшому збурення δT в циліндричній системі координат (ρ, φ, z) будемо представляти у вигляді:

$$\delta T = \delta T_a \exp\left(ik_\rho \rho + ik_\varphi \varphi + ik_z z\right)\exp\left(\omega t\right) \quad (7)$$

для циліндричної системи координат і відповідно у вигляді:

$$\delta T = \delta T_a \exp\left(ik_r r + ik_\theta \theta + ik_\varphi \varphi\right)\exp\left(\omega t\right) \quad (8)$$

у сферичній системі координат.

Аналіз структури дисперсійних рівнянь для циліндричної системи координат. Нижче розглянемо характерні випадки формування просторово неоднорідних структур для різного виду задання початкових (при $t = 0$) просторових збурень при $V = 0$.

Варіант 1. Розшарування по осі z $\left(k_\rho = 0, k_\varphi = 0, k_z \neq 0\right)$.

В цьому випадку диференціальне рівняння для δT ($\delta T = T - T_0$, де T_0 – незбурений стан) приймає вигляд:

$$\rho_p C_p \frac{\partial(\delta T)}{\partial t} - \lambda \frac{\partial^2(\delta T)}{\partial z^2} = \left.\frac{\partial F_T}{\partial T}\right|_0 \delta T,$$
$$\left.\frac{\partial F_T}{\partial T}\right|_0 = \frac{\partial F_T}{\partial T}\left(T = T_0\right). \quad (9)$$

Відповідно вираз для частоти збурень ω має вигляд:

$$\omega = \omega_r = \frac{\left.\frac{\partial F_T}{\partial T}\right|_0 - \lambda k_z^2}{\rho_p C_p}, \quad (10)$$

тобто має таку ж саму структуру, як і в декартовій системі координат.

Варіант 2. Азимутальні структури $\left(k_\rho = 0, k_\varphi \neq 0, k_z = 0\right)$.

Диференціальне рівняння для δT має вигляд:

$$\rho_p C_p \frac{\partial(\delta T)}{\partial t} - \lambda \frac{\partial^2(\delta T)}{\partial \varphi^2} = \left.\frac{\partial F_T}{\partial T}\right|_0 \delta T \quad (11)$$

і, відповідно, вираз для ω:

$$\omega = \omega_r = \frac{\left.\frac{\partial F_T}{\partial T}\right|_0 - \frac{1}{\rho^2}\lambda k_\varphi^2}{\rho_p C_p}. \quad (12)$$

З (12) видно, що в даному варіанті, як і у варіанті 1, величина ω є дійсною, проте, на відміну від (10), величина ω залежить від радіальної координати ρ.

Варіант 3. Радіальні структури $\left(k_\rho \neq 0, k_\varphi = 0, k_z = 0\right)$.

В цьому випадку диференціальне рівняння для збурень δT приймає вигляд:

$$\rho_p C_p \frac{\partial(\delta T)}{\partial t} - \lambda \frac{\partial^2(\delta T)}{\partial \rho^2} - \frac{\lambda}{\rho}\frac{\partial(\delta T)}{\partial \rho} =$$
$$= \left.\frac{\partial F_T}{\partial T}\right|_0 \delta T \quad (13)$$

і, відповідно, вираз для частоти збурень ω має вигляд:

$$\omega = \omega_r + i\omega_i, \ \omega_r = \frac{\left.\frac{\partial F_T}{\partial T}\right|_0 - \lambda k_\rho^2}{\rho_p C_p},$$
$$\omega_i = \frac{\lambda}{\rho_p C_p} \cdot \frac{1}{\rho} k_\rho. \quad (14)$$

З (14) видно, що внаслідок наявності похідної першого порядку по радіальній координаті ρ частота збурень ω є комплексною, причому уявна складова ω_i, яка веде до коливань δT [3], залежить від радіальної координати ρ.

Аналіз структури дисперсійних рівнянь для сферичної системи координат. В даному випадку розглянемо наступні три варіанти:

Варіант 1. Радіальні структури $\left(k_r \neq 0, k_\theta = 0, k_\varphi = 0\right)$.

В цьому випадку рівняння для збурень δT має вигляд:

$$\rho_p C_p \frac{\partial(\delta T)}{\partial t} - \lambda \frac{\partial^2(\delta T)}{\partial r^2} - \frac{2\lambda}{r}\frac{\partial(\delta T)}{\partial r} =$$
$$= \left.\frac{\partial F_T}{\partial T}\right|_0 \delta T, \quad (15)$$

а величина частоти збурень є комплексною:

$$\omega = \omega_r + i\omega_i,\ \omega_r = \frac{\left.\frac{\partial F_T}{\partial T}\right|_0 - \lambda k_r^2}{\rho_p C_p},$$
$$\omega_i = \frac{2\lambda}{\rho_p C_p}\cdot\frac{1}{r}k_r. \qquad (16)$$

З (16) видно, що характер зміни радіальних збурень δT у випадку сферичної геометрії такий же, як і в циліндричній геометрії.

Варіант 2. Азимутальні структури $\left(k_r = 0, k_\theta = 0, k_\varphi \neq 0\right)$.

Для цього випадку рівняння δT має вигляд:

$$\rho_p C_p \frac{\partial(\delta T)}{\partial t} - \lambda \frac{1}{r^2}\frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2(\delta T)}{\partial \varphi^2} = \left.\frac{\partial F_T}{\partial T}\right|_0 \delta T. \qquad (17)$$

Відповідно рівняння для ω є дійсним:

$$\omega = \omega_r,$$
$$\omega_r = \frac{\left.\frac{\partial F_T}{\partial T}\right|_0 - \lambda\frac{1}{r^2}\cdot\frac{1}{\sin^2\theta}k_\varphi^2}{\rho_p C_p}. \qquad (18)$$

Видно, що характер залежності ω_r від радіальної координати r такий же, як і у випадку циліндричної геометрії, однак додається залежність від меридіональної координати θ.

Варіант 3. Меридіональні структури $\left(k_r = 0, k_\theta \neq 0, k_\varphi = 0\right)$.

Рівняння для δT має вигляд:

$$\rho_p C_p \frac{\partial(\delta T)}{\partial t} - \lambda\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2(\delta T)}{\partial\theta^2} - \lambda\frac{1}{r^2}\frac{1}{tg\theta}\frac{\partial(\delta T)}{\partial\theta} = \left.\frac{\partial F_T}{\partial T}\right|_0 \delta T, \qquad (19)$$

і, відповідно, для ω отримуємо:

$$\omega = \omega_r + i\omega_i,\ \omega_r = \frac{\left.\frac{\partial F_T}{\partial T}\right|_0 - \frac{\lambda}{r^2}k_\theta^2}{\rho_p C_p},$$
$$\omega_i = \frac{\lambda}{r^2}\frac{1}{tg\theta}k_\theta. \qquad (20)$$

На завершення відмітимо, що, використовуючи отримані вище залежності, можна якісно пояснити причину появи при геліосушці радіальних та азимутальних структур, які з'являються (рис. 1, 2), а також структур більш складної форми (рис. 3, 4), вважаючи, що всі компоненти хвильового вектора не дорівнюють нулю.

Висновки. 1. Показано, що внаслідок наявності диференціальних операторів непарного (першого) порядку в рівняннях, що описують процеси переносу теплової енергії в циліндричній і сферичній системах координат, можлива поява комплексних коефіцієнтів у дисперсійних рівняннях для частоти збурень. Це приводить до того, що корені дисперсійного рівняння також можуть бути комплексними, що зумовлює коливальний характер зміни збурень температури в часі.

2. Встановлено, що значення компонент частоти збурень можуть залежати від координат, що, в свою чергу, може слугувати якісним поясненням причини нерівномірного по об'єму формування неоднорідних структур, що виявляється в реальних умовах при геліосушці вологовмісних середовищ.

3. Аналізуючи структуру базового рівняння (1), також можна зробити висновки про те, що викладена методика і результати щодо комплексності ω можуть бути узагальнені на випадок, коли враховується конвекція $\left(\vec{V} \neq 0\right)$, оскільки в даному випадку оператор $\nabla\left(\delta T\right)$ має непарні похідні по всіх координатах.

1. *Суржик Т.В., Щекина В.А.,* Некоторые аспекты использования сушильных технологий // Альтернативная энергетика и екология. – 2013. – №17 (139). – С. 125–132.

2. *Рєзцов В.Ф., Суржик Т.В., Щокіна В.А.* Синергетичний аналіз можливих причин формування просторових неоднорідних структур при геліосушці вологовмістких матеріалів // Відновлювана енергетика XXI століття: матеріали XV Міжнар. наук.–практ. конф. 16-20 вересня 2014 р. – Київ, 2014. – С. 198–201.

3. *Резцов В.Ф., Суржик Т.В.* Некоторые условия реализации автоколебательных режимов при синергетическом анализе динамики процессов преобразования энергии // Альтернативная энергетика и екологія. – 2012. – №7 (111). – С. 33–36.

4. *Резцов В.Ф.* Некоторые принципы синергетического анализа динамики процессов преобразования энергии нетрадиционных и возобновляемых источников // Відновлювана енергетика. – 2012. – №2. – С. 12–15.