

УДК 658.511.54:620.91:620.92

А.Ю.Гаевский, докт.физ.-мат.наук, **О.В.Ушкаленко** (Национальный технический университет Украины "КПИ", Киев)

Определение оптимальных углов наклона фотоэлектрических панелей

Предложен аналитический метод расчета оптимального угла наклона фотоэлектрических панелей, в котором используются экспериментальные данные по месячному приходу полной и диффузной радиации, а также коэффициенту отражения. Приведен пример расчета при различном составе учитываемых компонент радиации (прямая, диффузная, отраженная) для различных рабочих периодов.

Ключевые слова: фотоэлектрические панели, фотомодули, оптимальный угол наклона, прямая радиация, диффузная радиация, отраженная радиация.

Запропоновано аналітичний метод розрахунку оптимального кута нахилу фотоелектричних панелей, у якому застосовуються експериментальні дані про місячний прихід повної та дифузної радіації, а також коефіцієнт відбиття. Наведений приклад розрахунку при різному складі компонент радіації (пряма, дифузна та відбита) для різних робочих періодів.

Ключові слова: фотоелектричні панелі, фотомодулі, оптимальний кут нахилу, пряма радіація, дифузна радіація, відбита радіація.

Конструкция фотоэлектрических станций (ФЭС) должна обеспечивать максимальное использование солнечной радиации для генерации электроэнергии. Количество производимой и потребляемой энергии зависит от ряда факторов: временных профилей нагрузки и радиации, угла наклона и ориентации панелей фотомодулей (ФМ), температуры рабочих ячеек ФМ, нагрузочных и температурных характеристик ФМ, параметров инверторов и прочего оборудования. К настоящему времени опубликовано множество работ, посвященных оптимизации конструктивных параметров, которые влияют на суммарную выработку ФЭС в течение продолжительного интервала времени. Наиболее легко поддаются оптимизации параметры, на которые не существует конструктивных ограничений: угол наклона и ориентация панелей ФМ. Если ФЭС обеспечивает нагрузку в течение непродолжительного рабочего периода, например, летнего сезона, можно эти параметры зафиксировать на определенных значениях, оптимальных для данного сезона. Если же рабочим периодом являются несколько сезонов или круглый год, то можно предусмотреть конструктивное изменение этих параметров. Однако на практике в ФЭС достаточно большой мощности угол наклона и ориентация

панелей фиксированы, и желательно, чтобы они являлись оптимальными при заданном режиме нагрузки и профиле радиации, характерном для данной географической местности.

1. Модели солнечной радиации. Профиль радиации, необходимый для определения углов наклона панелей, представляет собой данные о суточном приходе радиации на приемную поверхность. Полная солнечная радиация на наклонной поверхности может быть вычислена через прямую и диффузную радиацию на горизонтальной поверхности, для определения которых используются данные метеостанций, расположенных по всему миру. Чтобы получать радиационные данные для районов, удаленных от метеостанций, применяются приближения, основанные на интерполяции. Неизбежны приближенные оценки и при определении отраженной компоненты радиации, которая зависит от отражательной способности земной поверхности и окружающего станцию ландшафта. Измерения коэффициентов отражения должны проводиться в точке расположения станции, что в большинстве случаев трудно реализовать. Отметим, наконец, зависимость эффективности ФЭС от спектрального состава солнечной радиации, который определяется не только источником излучения,

но и состоянием атмосферы. Данные о спектре прошедшего солнечного излучения являются еще менее полными, чем данные об интенсивности радиационных компонент. Таким образом, точное определение характеристик солнечной радиации в произвольно заданной географической точке не представляется возможным, и речь может идти лишь о приближенных моделях с эмпирическими параметрами.

Из трех компонент радиации (прямой, диффузной и отраженной) наиболее трудно определяемой является диффузная радиация, поскольку она непосредственно зависит от рассеивающих свойств атмосферных частиц и облачного покрова, турбулентности атмосферы и других факторов. Одним из очевидных способов определения диффузной радиации является нахождение регрессионных зависимостей между диффузной и полной радиацией на горизонтальной поверхности в данной местности, если такие данные доступны. Построение регрессии позволяет предсказывать значения диффузной радиации по измерениям полной радиации на горизонтальной поверхности.

Одной из первых моделей, связывающих дневную диффузную и полную радиацию, являлась изотропная модель Лиу-Жордана [1], согласно которой интенсивность рассеянного излучения в каждой точке небесной полусферы считается одинаковой. В развитие изотропной модели был выполнен ряд работ, в которых предлагалось на основе метеоданных о часовой прямой и полной радиации оценивать диффузный вклад в полную радиацию на разных временных интервалах [2], учитывать корреляцию диффузной радиации с коэффициентом прозрачности и углом подъема Солнца [3, 4], рассматривать зависимость диффузной компоненты от земного альбедо, наличия аэрозолей и турбулентности [5], учитывать температуру вблизи земной поверхности, относительную влажность и угол подъема Солнца при расчете индекса облачности, что позволяет уменьшить стандартную ошибку изотропной модели [6].

Различными исследователями также были разработаны модели анизотропного неба, в которых учитывалось повышение яркости у горизонта и вблизи солнечного диска. При этом прямая и отраженная компоненты радиации рассчитывались, как правило, в соответствии с моделью

Лиу-Жордана, а анизотропный характер имела диффузная компонента [7–10]. В [11] было показано, что наиболее точное предсказание радиации для наклонных панелей, ориентированных на юг, дают модели работ [9, 10]. Однако во всех анизотропных моделях (как и в изотропных) основной проблемой является пересчет диффузной радиации, измеренной на горизонтальной плоскости, в радиацию на наклонной плоскости.

Указанные выше модификации изотропной и анизотропной моделей относятся к статистическим моделям, поскольку они привязаны к стохастическим экспериментальным данным о радиации в конкретном месте. Модель, отличную от статистических и относящуюся к физическим, предложил Максвелл [12]. В ней для оценки прямой нормально падающей радиации используется физический параметр – атмосферная масса m_{air} . Через m_{air} и коэффициент прозрачности в экспоненциальной форме выражается количество прошедшей через атмосферу прямой радиации, поэтому такая модель называется экспоненциальной. Отметим, что более полный обзор основных моделей солнечной радиации, разработанных к настоящему времени, можно найти в статьях [11, 13, 14].

В настоящей работе мы будем исходить из представления полной солнечной радиации на наклонную поверхность как суммы компонент прямой I_{Bt} , диффузной I_{Dt} и отраженной радиации I_{Rt} [15, 16]. Соответственно приход радиации на единицу площади наклонной поверхности в течение дня j выражается интегралом:

$$E_{total,t}(j) = \int_{T_j} [I_{Bt}(\tau) + I_{Dt}(\tau) + I_{Rt}(\tau)] d\tau, \quad (1)$$

где выполняется интегрирование по времени τ в интервале T_j (продолжительность светового дня с номером j). Дневная сумма прямой радиации выражается как

$$\begin{aligned} E_{Bt}(j) &= \int_{T_j} I_{Bn}(\tau) \cos(\theta(\tau)) d\tau = \\ &= I_0 \int_{T_j} \exp(-Bm(\tau)) \cos(\theta(\tau)) d\tau, \end{aligned} \quad (2)$$

где $I_{Bn}(\tau)$ – интенсивность прямой радиации на поверхности, нормальной к солнечным лучам;

I_0 – интенсивность излучения на верхней границе атмосферы (изменением этой величины в течение года пренебрегаем); $m(\tau)$ – атмосферная масса, которая в рассматриваемой модели пропорциональна длине пути солнечных лучей в атмосфере и поэтому зависит от времени τ ; $\theta(\tau)$ – угол падения, равный углу между нормалью к приемной поверхности и направлением на Солнце.

Для вычисления диффузной компоненты прихода радиации используем изотропную модель рассеянного излучения [1, 15, 17], согласно которой

$$E_{Dt}(j) = F_{ss} \int_{T_j} I_D(\tau) d\tau = CF_{ss} \int_{T_j} I_{Bn}(\tau) d\tau, \quad (3)$$

где $I_D(\tau)$ – диффузная радиация на горизонтальной поверхности; $F_{ss} = (1 + \cos \beta) / 2$ – угловой фактор "sky-surface"; C – эмпирический коэффициент, с помощью которого диффузная компонента I_D выражается через I_{Bn} : $I_D = CI_{Bn}$. Коэффициент C обычно определяется для каждого календарного месяца (см., например, стандарт ASHRAE [18]).

Вклад отраженной радиации в энергию $E_{total,t}(j)$ (1) в рамках рассматриваемой модели равен:

$$E_{Rt}(j) = F_{sg} \int_{T_j} I_R(\tau) d\tau, \quad (4)$$

где $F_{sg} = (1 - \cos \beta) / 2$ – угловой фактор "sky-ground"; I_R – интенсивность отраженной коротковолновой радиации, которая определяется отражательной способностью земной поверхности (альбедо) ρ_g как

$$I_R(\tau) = \rho_g [I_B(\tau) + I_D(\tau)] = (C + \cos \phi(\tau)) I_{Bn}(\tau), \quad (5)$$

где $I_B(\tau)$ и $I_D(\tau)$ – интенсивность прямой и диффузной радиации на горизонтальной поверхности. Из приведенных выше формул следуют часто используемые выражения для вычисления помесечных сумм радиации в различных регионах (например, [19, 20]).

2. Методы оптимизации углов наклона.

Существуют различные подходы к определению оптимальных углов наклона и ориентации панелей ФМ, которые различаются, прежде всего, ис-

пользуемыми моделями расчета радиации. Если для заданного места расположения ФЭС имеются достаточно подробные актинометрические данные, то целесообразно использовать именно их в нахождении оптимальных углов. Если же такие данные недоступны, то часто прибегают к аналитической модели небесной радиации ("sky radiance model") [15, 16], называемой также "моделью ясного неба".

Наиболее простой подход к определению угла наклона панелей β заключается в установлении его связи с географической широтой L места расположения ФЭС: например, для панелей, ориентированных на юг, и для летнего сезона β выбирается на $10-15^\circ$ меньше L и для зимнего сезона на $10-15^\circ$ больше L [15]. Предлагаются и иные интервалы углов наклона, например, $\beta = L \pm 8^\circ$ [21], $\beta = L \pm 20^\circ$ [22], где знак плюс относится к зимнему, а минус – к летнему периоду. Несоответствия указанных величин могут быть связаны с различием используемых расчетных моделей и, в первую очередь, с разными способами определения диффузной компоненты радиации.

Определение оптимального угла наклона ФМ основывается, как правило, на экспериментально измеренных данных – значениях радиации на горизонтальной и наклонной плоскости. Поскольку солнечная радиация является случайной величиной, необходимо использовать в расчетах метеоданные, усредненные за довольно продолжительный период (более 5 лет). Такие данные не всегда оказываются доступными, поэтому расчеты часто основываются на измерениях, выполненных за весьма короткие периоды (например, за один год) [23]. Понятно, что надежность полученных результатов в этом случае невелика.

При определении оптимального угла наклона панелей чаще всего используется условие максимума прихода радиации за выделенный отрезок времени. В работах, использующих изотропную модель диффузной радиации, оптимальные углы наклона обычно определяются путем численного моделирования [23, 20]. В данной статье показано, что эта задача определения углов наклона имеет точное аналитическое решение, благодаря чему существенно сокращается необходимый объем вычислений. При оценке компонент сол-

нечной радиации используются многолетние метеоданные из двух источников: данных метеостанций Украины [24] и базы данных NASA *Surface meteorology and Solar Energy* [25]. Все это позволяет избежать больших погрешностей в вычислении оптимальных β , а в случае существенного расхождения результатов, полученных на основе двух источников, воспользоваться средними значениями.

В настоящей работе предполагается, что максимальная эффективность ФЭС достигается, когда обеспечивается максимальный приход радиации за рабочий период. Однако при более полном исследовании эффективности ФЭС необходимо учитывать влияние температурного фактора [26], изменение спектрального состава излучения в течение дня [27], зависимость КПД фотопреобразователя от углов наклона [28].

3. Основные формулы для оптимизационного расчета. Поскольку критерием при выборе оптимального угла наклона является максимум суммы радиации за рабочий период, запишем сначала формулу для дневной суммы полной радиации. Исходя из выражений (2)–(5), получим:

$$E_{total,t}(j) = E_0(j) + \int_{T_j} I_{Bn}(\tau) \left\{ \cos \theta(\tau) + \frac{1}{2} [C(1 - \rho_g) - \rho_g \cos \phi(\tau)] \cos \beta \right\} d\tau, \quad (6)$$

где $E_0(j)$ – слагаемое, не зависящее от угла наклона панели β и равное:

$$E_0(j) = \frac{1}{2} \int_{T_j} I_{Bn}(\tau) [C(1 + \rho_g) + \rho_g \cos \phi(\tau)] d\tau. \quad (7)$$

Угол падения θ известным образом [16, 17] выражается через β , ϕ , азимутальные углы z (азимут Солнца) и z_s (азимут проекции нормали панели на горизонтальную плоскость, отсчитанный от направления на юг для северного полушария):

$$\cos \theta = \cos \beta \cos \phi + \sin \beta \sin \phi \cos(z - z_s).$$

После подстановки этого выражения в (6) имеем:

$$E_{total,t}(j) = E_0(j) + \int_{T_j} I_{Bn}(\tau) [A_c(\tau) \cos \beta + A_s(\tau) \sin \beta] d\tau, \quad (8)$$

где

$$A_c(\tau) = \frac{1}{2} C(1 - \rho_g) + (1 - \frac{1}{2} \rho_g) \cos \phi(\tau), \quad (9)$$

$$A_s(\tau) = \sin \phi(\tau) \cos(z(\tau) - z_s).$$

Общий приход радиации на единицу площади наклонной поверхности за рабочий период находится суммированием дневных вкладов $E_{total,t}(j)$:

$$E_{total,t} = \sum_{j=T_1}^{T_N} E_{total,t}(j), \quad (10)$$

где T_1, T_N – начальный и конечный дни рабочего периода. Оптимальный угол наклона панелей найдем из условия максимума $E_{total,t}$:

$$\frac{\partial E_{total,t}}{\partial \beta} = 0, \quad (11)$$

что приводит к равенству:

$$\operatorname{tg} \beta_{opt} = \frac{\sum_{j=T_1}^{T_N} \int_{T_j} I_{Bn}(\tau) A_s(\tau) d\tau}{\sum_{j=T_1}^{T_N} \int_{T_j} I_{Bn}(\tau) A_c(\tau) d\tau}. \quad (12)$$

После преобразований этого равенства получим формулу для оптимального угла наклона, в которой учитываются все три компоненты радиации:

$$\operatorname{tg} \beta_{opt} = \frac{\sum_{j=T_1}^{T_N} \int_{T_j} I_B(\tau) \operatorname{tg} \phi(\tau) \cos(z(\tau) - z_s) d\tau}{\sum_{j=T_1}^{T_N} \left\{ (1 - \frac{1}{2} \rho_g) E_B(j) + \frac{1}{2} (1 - \rho_g) E_D(j) \right\}}, \quad (13)$$

где

$$E_B(j) = \int_{T_j} I_B(\tau) d\tau, \quad E_D(j) = \int_{T_j} I_D(\tau) d\tau, \quad (14)$$

т.е. суммы за день j прямой и диффузной радиации на горизонтальную поверхность. Полученное выражение (13) является более общим, чем известная из литературы [29, 30] формула для оптимального угла наклона (вид этой формулы совпадает с (19)). В последней не учитывается диффузная и отраженная компоненты радиации, а также суточные зависимости зенитного и азимутального солнечных углов. Как видно из формулы (13), с увеличением интенсивности

диффузной компоненты E_D следует уменьшать угол наклона β_{opt} , чтобы большая часть площади небосвода освещала поверхность панели. Если же велика составляющая отраженной компоненты, то нужно увеличивать β_{opt} соответственно отрицательному вкладу в знаменатель (13) слагаемых с ρ_g . Влияние прямой радиации на угол наклона состоит в том, чтобы приблизить значение β_{opt} к зенитному углу (см. числитель дроби (13)).

Значения величин $E_B(j)$ и $E_D(j)$ в (13) можно вычислить аналитически, пользуясь моделью "ясного неба" [15, 16], либо можно воспользоваться метеорологическими данными. При использовании месячных сумм радиации удобно оперировать усредненными величинами:

$$\overline{E_B}(m) = \frac{1}{M_m} \sum_{j \in m} E_B(j), \quad \overline{E_D}(m) = \frac{1}{M_m} \sum_{j \in m} E_D(j), \quad (15)$$

где M_m – число дней в месяце m . При этом знаменатель дроби (13) можно выразить через величины (15), а при вычислении числителя применим следующее приближение: будем считать панели ориентированными на юг ($z_s=0$) и заменим подынтегральное выражение его значением, отвечающим солнечному полдню, когда азимут $z=0$ и зенитный угол равен:

$$\phi(\tau) = \phi|_{TST=12} = L - \delta_j, \quad (16)$$

где TST – истинное солнечное время в часах (True Solar Time); δ_j – угол солнечного склонения в j -й день. При записи (16) считаем, что широта L расположена севернее тропика Рака. В результате вместо интеграла в числителе дроби (13) имеем приближенное выражение:

$$\int_{T_j} I_B(\tau) \operatorname{tg} \phi(\tau) \cos(z(\tau) - z_s) d\tau \approx E_B(j) \operatorname{tg}(L - \delta_j). \quad (17)$$

Отметим, что использование этого приближения целесообразно при ограниченности справочных данных, а именно отсутствии усредненных за длительный период значений $I_B(\tau)$ для каждого часа светлого дня.

Учитывая равенства (14), (15) и (17) в выражении (13), получим следующую формулу для оптимального угла наклона панелей:

$$\beta_{opt} = \operatorname{arctg} \frac{\sum_m \overline{E_B}(m) \operatorname{tg}(L - \delta_m)}{\sum_m \left\{ \left(1 - \frac{1}{2} \overline{\rho_g}(m)\right) \overline{E_B}(m) + \frac{1}{2} \left(1 - \overline{\rho_g}(m)\right) \overline{E_D}(m) \right\}}. \quad (18)$$

Здесь суммирование производится по месяцам m рабочего периода солнечной установки. Значения $\overline{E_B}(m), \overline{E_D}(m), \overline{\rho_g}(m)$ определяются из метеонаблюдений за продолжительное время от нескольких лет до десятилетий, а угол склонения δ_m вычисляется для середины месяца, например, как

$$\delta_m \approx \delta_0 \sin \left[\frac{360}{365} (30m + 269) \right], \text{ град.},$$

где $\delta_0 = 23,45$ град. – максимальное склонение.

4. Примеры расчета оптимальных углов

β. Приведем в качестве примера результаты расчета оптимальных углов наклона фотоэлектрических панелей в г. Запорожье для различных рабочих периодов сбора солнечной радиации. Такой расчет был проведен с использованием справочных данных [24], полученных на локальных актинометрических станциях, и базы данных NASA [25], получаемых обычно путем интерполяции результатов спутниковых радиометрических измерений. Отметим, что в справочнике [24] приведены данные для всех трех величин $\overline{E_B}(m), \overline{E_D}(m), \overline{\rho_g}(m)$, в то время как в [25] – данные только для $\overline{E_B}(m), \overline{E_D}(m)$. Поэтому при расчете на основе данных NASA в качестве $\overline{\rho_g}(m)$ были взяты значения из [24].

Результаты расчета приведены в табл.1. В этой таблице указаны оптимальные углы, полученные с учетом суммы полной радиации (18), суммы только прямой радиации, вычисляемой по формуле:

$$\beta_{opt} = \operatorname{arctg} \frac{\sum_m \overline{E_B}(m) \operatorname{tg}(L - \delta_m)}{\sum_m \overline{E_B}(m)}, \quad (19)$$

и суммы прямой и диффузной компонент радиации:

$$\beta_{opt} = \operatorname{arctg} \frac{\sum_m \overline{E_B}(m) \operatorname{tg}(L - \delta_m)}{\sum_m \left[\overline{E_B}(m) + \frac{1}{2} \overline{E_D}(m) \right]}. \quad (20)$$

Таблица 1. Оптимальные углы наклона фотомодулей

Город	Период работы, мес.	Угол β в зависимости от учитываемых компонент радиации					
		Полная		Прямая		Прямая и диффузная	
		[24]	[25]	[24]	[25]	[24]	[25]
Запорожье	12-2 (зима)	53,8	63,1	65,5	66,2	44,7	56,3
	1-12	32,7	36,9	38,4	41,1	29,2	33,2
	3-11	30,9	29,7	36,2	36,9	27,8	29,7
	4-10	29,4	30,5	34,0	34,1	26,4	27,5
	5-9	27,4	27,9	31,1	30,9	24,5	25,0
	6-8 (лето)	24,7	25,3	28,0	28,1	22,0	22,6

5. Основные результаты и выводы. В данной работе разработан аналитический метод расчета оптимальных углов наклона фотоэлектрических панелей, в котором в качестве параметров, характеризующих локальную радиацию, могут быть использованы как справочные данные, так и расчетные величины, получаемые с помощью различных теоретических моделей солнечного излучения (например, модели "ясного неба"). В последнем случае в качестве усовершенствования теоретической модели, апеллирующей только к солнечным углам, можно использовать различного рода поправки на прозрачность атмосферы, число пасмурных дней и другие, а также регрессионные методы типа Ангстрема-Пейджа [15, 17] с использованием данных для продолжительности солнечного сияния.

Расчеты, выполненные на основе двух типов данных (метеорологический справочник УССР [24] и веб-ресурс NASA [25]), показали удовлетворительное совпадение значений оптимальных углов лишь при учете прямой и диффузной компонент радиации. Учет лишь прямой радиации, выполняемый по формуле (19), совпадающей с формулой для оптимального угла наклона в работах [29, 30], показал завышенные результаты по β .

Существенные расхождения в расчетах с двумя типами исходных данных появляются при учете отраженной компоненты (полная радиация), что видно из столбца "Полная". Такое расхожде-

ние максимально для рабочего периода – зимы, т.е. когда наиболее велика роль излучения, отраженного от снежного покрова. Это свидетельствует о важности в задачах оптимизации β корректного учета альбедо земной поверхности, а также отражения излучения от окружающего ландшафта и строений. Дальнейшие расчеты, выполненные в данной работе, показали, что использование наземных данных по $\overline{\rho_g}(m)$ [24] в расчетах на основе спутниковых измерений [25] приводит, как правило, к завышенным значениям β .

Если не учитывать в расчетах β отраженную радиацию, это может приводить, как показано в работе, к занижению углов наклона от нескольких градусов (для работы летом и в межсезонье) до десятка градусов (для зимнего периода). Возможно введение систематических поправок на альбедо к данным расчетов на основе прямой и диффузной радиации, однако этот вопрос требует дополнительного изучения.

1. Liu B.Y.H., Jordan R.C. The interrelationship and characteristic distribution of direct, diffuse and total solar radiation // Solar Energy. – 1960. – No. 3. – Vol. 4. – P. 1–19.
2. Erbs D.G., Klein S.A., Duffie J.A. Estimation of the diffuse radiation fraction for hourly, daily and monthly-average global radiation // Solar Energy. – 1982. – Vol. 28. – No. 4. – P. 293–302.
3. Iqbal M. Prediction of hourly diffuse solar radiation from measured hourly global radiation on a horizontal surface // Solar Energy. – 1980. – Vol. 24. – No. 5. – P. 491–503.

4. Skartveit A., Olseth J.A. A model for the diffuse fraction of hourly global radiation // *Solar Energy*. – 1987. – No. 4. – Vol. 38. – P. 271–274.
5. Garrison J.D. A study of the division of global irradiance into direct and diffuse irradiance at thirty-three U.S. sites // *Solar Energy*. – 1985. – No. 4. – Vol. 35. – P. 341–351.
6. Reindl D.T., Beckman W.A., Duffie J.A. Diffuse fraction correlations // *Solar Energy*. – 1990. – No. 1. – Vol. 45. – P. 1–7.
7. Temps R.C., Coulson K.L. Solar radiation incident upon slopes of different orientations // *Solar Energy*. – 1977. – No. 19. – P. 179–184.
8. Klucher T.M. Evaluation of models to predict insolation on tilted surfaces // *Solar Energy*. – 1979. – No. 23. – P. 111–114.
9. Hay J.E., Davies J.A. Calculation of Solar Radiation Incident on an Incline Surface // *First Canadian Solar Radiation Data Workshop*. – April 17-19, 1978. – Toronto, Ontario, Canada, Ministry of Supply and Services, Canada.
10. Reindl D.T., Beckman W.A., Duffie J.A. Diffuse fraction correlations // *Solar Energy*. – 1990. – No. 1. – Vol. 45. – P. 1–7.
11. Noorian A.M., Moradi I., Kamali G.A. Evaluation of 12 Models to Estimate Hourly Diffuse Irradiation on Inclined Surfaces // *Renewable Energy*. – 2008. – No. 33(6). – P. 1406–1412.
12. Maxwell E.L. A quasi-physical model for converting hourly global horizontal to direct normal insolation. Report SERI/TR-215-3087 // *Solar Energy Institute*, Golden, CO, 1987.
13. Jakhriani A.Q., Othman A., Rigit A.R.H. et al. Estimation of Incident Solar Radiation on Tilted Surface by Different Empirical Models // *Int. Journ. Sci. Research Publications*. – 2012. – Vol. 2. – Issue 12. – ISSN 2250-3153.
14. Souza A.P., Escobedo J.F. Estimates of Hourly Diffuse Radiation on Tilted Surfaces in Southeast of Brazil // *Int. Journ. Renewable Energy Research*. – 2013. – No. 1. – Vol. 3. – P. 207–221.
15. Даффи Д.А., Бекман У.А. Тепловые процессы с использованием солнечной энергии. – М.: Мир, 1977. – 420 с.
16. Kalogirou S.A. *Solar Energy Engineering: Processes and Systems*. – London: Academic Press, 2009. – 760 p.
17. Кондратьев К.Я., Пивоварова З.И., Федорова М.П. Радиационный режим наклонных поверхностей. – Л.: Гидрометеоздат, 1978. – 170 с.
18. ASHRAE. *Handbook of Fundamentals*. Atlanta, Georgia: American Society of Heating, Refrigeration, and Air Conditioning Engineers. – 1985.
19. Rakovec J., Zaksek K., Brecl K., Kastelec D., Topic M. Orientation and Tilt Dependence of a Fixed PV Array Energy Yield Based on Measurements of Solar Energy and Ground Albedo – a Case Study of Slovenia // *Energy Management Systems*, ISBN: 978-953-307-579-2. – 2011. <http://www.intechopen.com/books/energy-management-systems/orientationand-tilt-dependence-of-a-fixed-pv-array-energy-yield-based-on-measurements-of-solar-ener>.
20. Li D.H.W., Lam T.N.T. Determining the Optimum Tilt Angle and Orientation for Solar Energy Collection Based on Measured Solar Radiance Data // *International Journal of Photoenergy*. – 2007. – Article ID 85402. – 9 p.
21. Lewis G. Optimum tilt of a solar collector // *Solar and Wind Technology*. – 1987. – No. 3. – Vol. 4. – P. 407–410.
22. Yellott J.I. Utilization of sun and sky radiation for heating cooling of buildings // *ASHRAE Journal*. – 1973. – No. 12. – Vol. 15. – P. 31–42.
23. Ihya B., Mechaqrane A., Tadili R., Bargach M.N. Optimal tilt angles for solar collectors facing south at Fez city (Morocco) // *Journ. Natural Sci. Research*. – 2014. – No. 10. – Vol. 4. – P. 120–127.
24. *Справочник по климату СССР*. Украинская ССР. Часть I. Солнечная радиация, радиационный баланс и солнечное сияние. – Л.: Гидрометеорологическое изд. – 1966. – 126 с.
25. <https://eosweb.larc.nasa.gov/cgi-bin/sse/global.cgi?email=skip@larc.nasa.gov>
26. Skoplaki E., Palyvos J.A. On the temperature dependence of photovoltaic module electrical performance: A review of efficiency/power correlations // *Solar Energy*. – 2009. – No. 83. – P. 614–624.
27. Nakamura H, Yamada T, Sugiura T. et al. Data analysis on solar irradiance and performance characteristics of solar modules with a test facility of various tilted angles and directions // *Solar Energy Mater Sol Cells*. – 2001. – No. 67. – P. 591–600.
28. Mondol J.D., Yohanis Y.G., Norton B. The impact of array inclination and orientation on the performance of a grid-connected photovoltaic system // *Renewable Energy*. – 2007. – No. 32. – P. 118–140.
29. Rahman M.M., Shareef S., Rahman R. et al. Computation of solar radiation tilt factor and optimum tilt angle for Bangladesh // *Indian Journ. Of Radio & Space Physics*. – 1999. – Vol. 29. – P. 37–40.
30. Kern J., Harris I. On the optimum tilt of a solar collector // *Solar Energy*. – 1975. – Vol. 17. – No. 5. – P. 97–102.