УДК 534.8

**В.Ф.Рєзцов**[1], член-кор. НАН України, **Т.В.Суржик**[2], канд.техн.наук, **В.А.Щокіна**[3] (Інститут відновлюваної енергетики НАН України, Київ)

# Умови приведення до канонічної форми системи рівнянь електродинамічного наближення в процессах взаємодії сонячного випромінювання з середовищами

*Розглянуто умови приведення системи рівнянь Максвелла, яка є базовою моделлю взаємодії сонячного випромінювання, до канонічної форми, яка може мати вигляд рівнянь параболічного типу (для провідних середовищ), гіперболічного типу (для діелектриків) або змішаного типу (для неідеальних діелектриків). Бібл. 3*

***Ключові слова:*** *сонячне випромінювання, система рівнянь Максвелла, канонічні форми.*

Orcid: [1]0000-0001-8431-3968; [2]0000-0002-1418-7748; [3]0000-0003-2506-3131.

**Вступ.** На даний час проблема моделювання фізичних процесів взаємодії сонячного випромінювання з різними середовищами, зокрема з атмосферою, рідкою та твердою поверхнею Землі, активними елементами фотобатарей та сонячних колекторів, має не тільки теоретичне, але і практичне значення. Це обумовлено тим, що в світі, а також в Україні, швидкими темпами в промислових масштабах використовуються фотоелектричні станції з безпосереднім перетворенням енергії сонячного випромінювання в електрику, а також геліоенергетичні системи перетворення енергії в теплову енергію різних теплоносіїв, яка може використовуватись як для теплопостачання, так і для виробництва електричної енергії.

Відомо, що найбільш розвинутою моделлю взаємодії сонячного випромінювання з середовищами є представлення сонячної радіації у вигляді сукупності електромагнітних хвиль для обраної частоти випромінювання $\omega$ з послідовним використанням розподілу Планка для розрахунку інтегральних характеристик поглинання та розсіяння світла.

**Постановка задачі.** Відповідно до робіт [1, 2] базовою моделлю для розрахунку характеристик сонячного випромінювання для обраної частоти є система рівнянь Максвелла, яку зручно представити у вигляді:

$$\begin{aligned} &\nabla\times\vec{H}=\vec{\delta}_{пр.}+\vec{\delta}_{см.},\\ &\nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t},\\ &\nabla\cdot\vec{D}=\rho,\\ &\nabla\cdot\vec{B}=0, \end{aligned} \tag{1}$$

$$\vec{\delta}_{пр.}=\sigma\vec{E},\ \vec{\delta}_{см.}=\varepsilon\frac{\partial\vec{E}}{\partial t},\ \vec{B}=\mu\vec{H}. \tag{2}$$

Тут $\vec{H},\vec{E}$ – напруженість магнітного та електричного полів; $\vec{B},\vec{D}$ – індукція магнітного та електричного полів; $\vec{\delta}_{пр.}$ – густина струму провідності; $\vec{\delta}_{см.}$ – густина струму зміщення; $\sigma,\mu,\varepsilon$ – відповідно питома електрична провідність, магнітна проникність та діелектрична проникність.

Із системи рівнянь (1) після визначення просторово-часового розподілу векторів $\vec{H}$ і $\vec{E}$ можна визначити вектор Умова-Пойнтинга $\vec{\Pi}=\vec{E}\times\vec{H}$ з розмірністю Вт/м$^2$, який визначає густину потужності сонячного випромінювання для обраної частоти $\omega$ і інтегрування якого по всіх частотах з урахуванням функції розподілу Планка дає сумарну густину потужності сонячного випромінювання. Тому ключова задача полягає у визначенні векторів $\vec{E}$ і $\vec{H}$ і пов'язаних з ними інтегральних параметрів.

**Схема приведення системи рівнянь до канонічної форми.** Як видно з (1), ця система для чотирьох векторних змінних ($\vec{H}, \vec{E}, \vec{B}, \vec{D}$), кількість яких можна скоротити з використанням матеріальних співвідношень (2) до двох, наприклад, для $\vec{H}$ і $\vec{E}$:

$$\begin{aligned} &\nabla\times\vec{H}=\sigma\vec{E}+\frac{\partial}{\partial t}\left(\varepsilon\vec{E}\right),\\ &\nabla\times\vec{E}=-\frac{\partial}{\partial t}\left(\mu\vec{H}\right),\\ &\nabla\cdot\left(\varepsilon\vec{E}\right)=\rho,\\ &\nabla\cdot\left(\mu\vec{H}\right)=0. \end{aligned} \quad (3)$$

Однак і в цьому випадку розв'язання цієї системи має труднощі при реалізації чисельних розрахунків і є практично неможливим для отримання рішень відомими аналітичними методами, причому як у багатовимірних випадках, так і в одновимірному варіанті.

**Умови приведення системи рівнянь до канонічного вигляду при $\sigma, \varepsilon, \mu - const$.**

При цих умовах система рівнянь (3) приймає вигляд:

$$\begin{aligned} &\nabla\times\vec{H}=\sigma\vec{E}+\varepsilon\frac{\partial\vec{E}}{\partial t},\\ &\nabla\times\vec{E}=-\mu\frac{\partial\vec{H}}{\partial t},\\ &\nabla\cdot\vec{E}=\rho/\varepsilon,\\ &\nabla\cdot\vec{H}=0. \end{aligned} \quad (4)$$

Використовуючи операцію подвійного ротора [3]:

$$\nabla\times\left(\nabla\times\vec{F}\right)=\nabla\left(\nabla\cdot\vec{F}\right)-\Delta\vec{F} \quad (5)$$

для першого рівняння в системі (4), отримуємо:

$$\Delta\vec{H}-\varepsilon\mu\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2}-\mu\sigma\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}=0. \quad (6)$$

З (6) бачимо, що при $\mu\sigma\to 0$ рівняння (6) після розкладання по координатах має канонічну форму рівняння гіперболічного типу (хвильового рівняння), а при $\varepsilon\mu\to 0$ – рівняння параболічного типу (рівняння теплової провідності).

Використовуючи операцію (5) для другого рівняння в системі (4), отримуємо:

$$\Delta\vec{E}-\varepsilon\mu\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}-\mu\sigma\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}=\left(1/\varepsilon\right)\nabla\rho. \quad (7)$$

З (7) бачимо, що це рівняння має структуру канонічних рівнянь гіперболічного або параболічного типу тільки при виконанні умови $\rho - const$.

В наближенні плоскої електромагнітної хвилі, що розповсюджується в напрямку $z$, коли в декартовій системі координат $x, y, z$ вектори $\vec{H}$ і $\vec{E}$ по компонентах мають вигляд: $\vec{H}=\left(0, H_y\left(z,t\right), 0\right)$, $\vec{E}=\left(E_x\left(z,t\right), 0, 0\right)$, рівняння (6), (7) трансформуються до вигляду:

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2}-\varepsilon\mu\frac{\partial^2 H_y}{\partial t^2}-\mu\sigma\frac{\partial H_y}{\partial t}=0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2}-\varepsilon\mu\frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}-\mu\sigma\frac{\partial E_x}{\partial t}=\frac{1}{\rho}\frac{\partial\rho}{\partial x}=0. \quad (9)$$

Зазначимо, що система рівнянь (8), (9) може бути отримана й іншим способом, враховуючи те, що в наближенні плоскої електромагнітної хвилі перші два рівняння системи (1) мають вигляд:

$$\begin{aligned} &-\frac{\partial H_y}{\partial z}=\sigma E_x+\varepsilon\frac{\partial E_x}{\partial t},\\ &-\frac{\partial E_x}{\partial z}=\mu\frac{\partial H_y}{\partial t}. \end{aligned} \quad (10)$$

В свою чергу, рівняння (10) після диференціювання по змінній $z$ приводиться до наступної канонічної форми:

$$\begin{aligned} &\varepsilon\mu\frac{\partial^2 H_y}{\partial t^2}+\mu\sigma\frac{\partial H_y}{\partial t}-\frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2}=0,\\ &\varepsilon\mu\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2}+\mu\sigma\frac{\partial E_x}{\partial t}-\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2}=0, \end{aligned} \quad (11)$$

яка може бути отримана також із рівнянь (8), (9), оскільки компоненти $\nabla\rho$ в (9) по осях $x, y$ дорівнюють нулю.

**Характерні приклади неможливості приведення рівнянь для $H_y$, $E_x$ до канонічної форми.** Як відмічалось вище, однією з причин неможливості приведення рівнянь для магнітного та електричного поля для обраної моди сонячного випромінювання є нелінійна залежність електрофізичних характеристик середовища від напруженостей полів, або від просторових координат. Розглянемо, як приклад, більш простий випадок залежності $\sigma, \varepsilon, \mu$ від просторової координати $z$.

В цьому випадку з перших двох рівнянь (3), на відміну від (10), має місце наступна система рівнянь:

$$-\frac{\partial H_y}{\partial z} = \sigma(z)E_x + \frac{\partial}{\partial t}\left(\varepsilon(z)E_x\right),$$
$$-\frac{\partial E_x}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\mu(z)H_y\right). \quad (12)$$

Диференціювання рівнянь (12) по координаті $z$ (при $\frac{\partial z}{\partial t} = 0$ для нерухомого середовища) приводить до наступного:

$$\varepsilon(z)\mu(z)\frac{\partial^2 H_y}{\partial t^2} + \mu(z)\sigma(z)\frac{\partial H_y}{\partial t} - \frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} =$$
$$= \frac{\partial \sigma}{\partial z}E_x + \frac{\partial \varepsilon}{\partial z}\frac{\partial E_x}{\partial t}, \quad (13)$$
$$\varepsilon(z)\mu(z)\frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} + \mu(z)\sigma(z)\frac{\partial E_x}{\partial t} - \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = 0.$$

З (13) бачимо, що навіть у самому простому варіанті $\sigma = \sigma(z)$, $\varepsilon \to const$, $\mu - const$, коли рівняння (13) суттєво спрощуються:

$$\varepsilon\mu\frac{\partial^2 H_y}{\partial t^2} + \mu\sigma(z)\frac{\partial H_y}{\partial t} - \frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} = \frac{\partial \sigma}{\partial z}E_x,$$
$$\varepsilon\mu\frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} + \mu\sigma(z)\frac{\partial E_x}{\partial t} - \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = 0, \quad (14)$$

вони не можуть бути приведені до канонічної форми, що суттєво ускладнює їх розв'язок.

**Рішення крайових задач для плоскої електромагнітної хвилі, падаючої на півпростір $(0 < z < \infty)$.**

Оскільки напруженості магнітного та електричного полів в електромагнітних хвилях змінюються в часі синусоїдально з частотою $\omega$, то внаслідок лінійності систем (10), (11) можна стверджувати, що поля $H_y(z,t)$, $E_x(z,t)$ в часі змінюються також синусоїдально. Це означає, що функції $H_y(z,t)$, $E_x(z,t)$, також як і в теорії синусоїдальних струмів в електричних колах з лінійними елементами, можна представити в комплексній формі. Тобто

$$H_y(z,t) \to \dot{H}_{ya}(z)exp(i\omega t),$$
$$E_x(z,t) \to \dot{E}_{xa}(z)exp(i\omega t),\ i^2 = -1, \quad (15)$$

де $\dot{H}_{ya}(z)$, $\dot{E}_{xa}(z)$ – комплексні амплітуди, які залежать тільки від просторової координати $z$.

Для найпростішого випадку ($\sigma \to const$), який можна розглядати як базовий, з рівнянь (11) з урахуванням (15) отримуємо наступні звичайні диференціальні рівняння для комплексних амплітуд $\dot{H}_{ya}(z)$, $\dot{E}_{xa}(z)$:

$$\frac{d^2\dot{H}_{ya}}{dz^2} + k^2\dot{H}_{ya} = 0,\ \frac{d^2\dot{E}_{xa}}{dz^2} + k^2\dot{E}_{xa} = 0, \quad (16)$$
$$k^2 = \omega^2\varepsilon\mu - i\omega\mu\sigma.$$

Загальні рішення рівнянь (16) для $\dot{H}_{ya}(z)$, $\dot{E}_{xa}(z)$ мають вигляд:

$$\dot{H}_{ya}(z) = \dot{A}exp(+ikz) + \dot{B}exp(-ikz),$$
$$\dot{A}, \dot{B} - const,$$
$$\dot{E}_{xa}(z) = \dot{C}exp(+ikz) + \dot{D}exp(-ikz), \quad (17)$$
$$\dot{C}, \dot{D} - const,$$

де $\dot{A}, \dot{B}, \dot{C}, \dot{D}$ – комплексні константи, які визначаються з граничних умов.

На перший погляд константи $\dot{A}, \dot{B}$ визначаються незалежно від констант $\dot{C}, \dot{D}$. Але це не відповідає дійсності, оскільки згідно (10) для комплексних амплітуд $\dot{H}_{ya}(z)$, $\dot{E}_{xa}(z)$ повинні виконуватися наступні рівняння:

$$-\frac{d\dot{H}_{ya}}{dz} = (\sigma + i\omega\varepsilon)\dot{E}_{xa},$$
$$-\frac{d\dot{E}_{xa}}{dz} = i\omega\mu\dot{H}_{ya}, \quad (18)$$

які пов'язують між собою константи $\dot{A}, \dot{B}, \dot{C}, \dot{D}$ і функції $exp(+ikz)$, $exp(-ikz)$.

Зрозуміло, що для виконання співвідношень (18) при змінних значеннях $z$ необхідне виконання наступних співвідношень між константами $\dot{A}, \dot{B}$ та $\dot{C}, \dot{D}$:

$$-ik\dot{A} = m\dot{C},\ -ik\dot{C} = n\dot{A},$$
$$ik\dot{B} = m\dot{D},\ ik\dot{D} = n\dot{B}, \tag{19}$$
$$m = \sigma + i\omega\varepsilon,\ n = i\omega\mu.$$

Тобто для виконання співвідношень (18) необхідним є виконання наступного зв'язку між параметрами $k, m, n$ $\left(k^2 = -mn\right)$. Таким чином, константи $\dot{C}, \dot{D}$ можна визначити з (19) за наступними залежностями:

$$\dot{C} = -\frac{ik}{m}\dot{A},\ \dot{C} = \frac{in}{k}\dot{A}, \tag{20}$$

$$\dot{D} = \frac{ik}{m}\dot{A},\ \dot{D} = \frac{-in}{k}\dot{B}. \tag{21}$$

Так, наприклад, для діелектричних середовищ ($\omega\varepsilon \gg \sigma$) з (20) маємо:

$$\dot{C} = -\frac{k}{\omega\varepsilon}\dot{A},\ \dot{D} = \frac{k}{\omega\varepsilon}\dot{B}, \tag{22}$$

а для провідних середовищ ($\omega\varepsilon \ll \sigma$) відповідно:

$$\dot{C} = \frac{-ik}{\sigma}\dot{A},\ \dot{D} = \frac{ik}{\sigma}\dot{B}. \tag{23}$$

Зазначимо, що параметр $k$ в загальному випадку є комплексним ($k = \alpha + i\beta$), приймаючи дійсне значення (при $\beta = 0$) тільки для граничного випадку діелектричних середовищ.

Таким чином, з викладеного вище аналізу випливає, що, незважаючи на незалежність рівнянь для напруженостей магнітного та електричного поля, приведених до канонічної форми, можна знайти напруженість електричного поля через напруженість магнітного поля (і навпаки).

**Особливості розрахунку напруженостей магнітного та електричного полів у випадку неоднорідної провідності ($\sigma = \sigma(z)$) в наближенні плоскої електромагнітної хвилі, що розповсюджується в провідному середовищі.**

Виходячи з (12), вихідною системою рівнянь для $H_y(z, t)$, $E_x(z, t)$ є наступна:

$$-\frac{\partial H_y}{\partial z} = \sigma(z)E_x,\ -\frac{\partial E_x}{\partial z} = \mu\frac{\partial H_y}{\partial t} \tag{24}$$

і відповідно для комплексних амплітуд $H_y(z, t)$, $E_x(z, t)$ маємо:

$$-\frac{d\dot{H}_{ya}}{dz} = \sigma(z)\dot{E}_{xa},\quad -\frac{d\dot{E}_{xa}}{dz} = i\omega\mu\dot{H}_{ya}. \tag{25}$$

Диференціювання рівнянь (24), (25) по $z$ приводить до наступних рівнянь у дійсних значеннях:

$$\frac{d^2H_y}{\partial z^2} - \mu\sigma(z)\frac{\partial H_y}{\partial\varphi} = -\frac{\partial\sigma}{\partial z}E_x, \tag{26}$$

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \mu\sigma(z)\frac{\partial E_x}{\partial t} = 0. \tag{27}$$

та комплексних змінних:

$$\frac{d^2\dot{H}_{ya}}{dz^2} + k^2\dot{H}_{ya} = -\frac{\partial\sigma}{\partial z}\dot{E}_{xa}, \tag{28}$$

$$\frac{d^2\dot{H}_{ya}}{dz^2} + k^2\dot{E}_{xa} = 0,\ k^2 = -i\omega\mu\sigma(z). \tag{29}$$

З (26) – (29) бачимо, що в даному випадку система рівнянь (28), (29) має таку особливість, що в рівнянні (28) не можна розділити змінні $\dot{H}_{ya}$, $\dot{E}_{xa}$. Також для рівняння (29) виникає проблема із визначенням загального рішення цих рівнянь, оскільки параметр $k$, по-перше, залежить від $z$, а по-друге – він є комплексним зі змінними по координаті $z$ дійсною та уявною компонентами $\dot{k} = \alpha(z) + i\beta(z)$.

З виразу для $k^2$ бачимо, що параметри $\alpha(z)$, $\beta(z)$, що задовольняють системи рівнянь

$$\alpha^2 = \beta^2,\ 2\alpha\beta = -\omega\mu(z), \tag{30}$$

можуть бути визначені таким же чином, як і у випадку $\sigma(z) - const$.

Необхідно звернути увагу також на те, що рівняння (29) має структуру звичайного диференціального рівняння для комплексної змінної, для якого загальне рішення може бути надане лише в деяких граничних випадках (наприклад, при $\sigma - const$). В загальному випадку цього не можна зробити, оскільки рівняння (29) розкладається на наступну систему рівнянь для дійсної $E_{хад}$ та уявної $E_{хам}$ складових комплексної амплітуди $\dot{E}_{ам}$:

$$\begin{aligned}&\frac{d^2E_{хад}}{dz^2}+\left(\alpha^2-\beta^2\right)E_{хад}-2\alpha\beta E_{хам}=0,\\&\frac{d^2E_{хам}}{dz^2}+2\alpha\beta E_{хад}+\left(\alpha^2-\beta^2\right)E_{хам}-=0.\end{aligned} \tag{31}$$

При $\sigma\left(z\right)\rightarrow const$ і відповідно при $\alpha\left(z\right),\ \beta\left(z\right)\rightarrow const$ система (31) може бути трансформована до рівнянь четвертого порядку відносно тільки змінних $E_{хад}$ і $E_{хам}$, для яких загальне рішення повинне мати чотири константи. Це відповідає тому, що для комплексних амплітуд $\dot{H}_{уа}$, $\dot{E}_{ха}$ загальне рішення (17) має дві комплексні константи, кожна з яких еквівалентна двом дійсним.

**Висновки.** Аналіз структури рівнянь (30), а також (28), (29), приводить до висновку про те, що для довільних залежностей електричної провідності від просторової координати їх загальне рішення не може бути сформульоване у відомій аналітичній формі. Як альтернатива, може бути запропонована методологія якісного аналітичного аналізу поведінки функцій $\dot{H}_{уа}\left(z\right)$, $\dot{E}_{ха}\left(z\right)$, суть якої полягає в наступному:

а) розбиття простору на окремі зони, в яких рівняння (28), (29) розв'язуються при умові $\sigma\left(z\right)\rightarrow\sigma^*\rightarrow const$.

б) розрахунок розподілу $\dot{H}_{уа}\left(z\right)$, $\dot{E}_{ха}\left(z\right)$ при граничних екстремальних значеннях $\sigma^*$ на межі зон ($\sigma^*=\sigma^*_{max}$, $\sigma^*=\sigma^*_{min}$) та середнього значення $\sigma^*$.

в) співставлення даних про розподіл $\dot{H}_{уа}$, $\dot{E}_{ха}$ при різних значеннях $\sigma^*$.

1. *Рытов С. М.* Теория электрических флуктуаций и теплового излучения // Москва: Изд-во АН СССР, 1953. – 232 с.

2. *Борен К., Хафмен Д.* Поглощение и рассеяние света малыми частицами // Москва: Мир, 1986. – 660 с.

3. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике (для научных работников и инженеров) / пер. с англ. И.Г. Арамановича, А.М. Березмана, И.А. Вайнштейна, Л.З. Румшиского, Л.Я. Цлафа, под общей ред. И.Г. Арамановича. – Москва: Изд-во "Наука", 1973. – 832 с.

REFERENCES

1. *Ritov S.M.* Theory of electrical fluctuations and thermal radiation // Moscow: Publishing House of the USSR Academy of Sciences, 1953. - 232 p.

2. *Boren K., Hafmen D.* Absorption and Scattering of Light by Small Particles // Moscow: Mir, 1986. - 660 p.

3. *Korn G., Korn T.* Reference book in mathematics (for scientists and engineers) / translation from English. I.G. Aramanovicha, A. M. Berezmana, I. A. Weinstein, L.Z. Rumshiskii, L.Y. Tslafa, under the general editorship I.G. Aramanovicha. - Moscow: Publishing House "Science", 1973. - 832 p.

**В.Ф.Резцов,** чл.-корр. НАНУ, **Т.В.Суржик,** канд.техн.наук, **В.А.Щекина** (Институт возобновляемой энергетики НАН Украины, Киев)

**Условия приведения к канонической форме системы уравнений электродинамического приближения в процессах взаимодействия солнечного излучения со средами**

*Рассмотрены условия приведения системы уравнений Максвелла, которая является базовой моделью взаимодействия солнечного излучения, к канонической форме, которая может иметь вид уравнений параболического типа (для проводящих сред), гиперболического типа (для диэлектриков), либо смешанного типа (для неидеальных диэлектриков). Библ. 3.*

***Ключевые слова:*** *солнечное излучение, система уравнений Максвелла, канонические формы.*

**Ryeztsov V., Surzhyk T., Shchokina V.** (Institute of the renewable energy, NAS of Ukraine, Kyiv)

**Conditions of reduction to the canonical form a system of equations electrodynamic approximation in the processes of interaction solar radiation with the mediums**

*In this article we considered conditions of reduction to Maxwell's equations system, which is the base model of interaction of solar radiation to the canonical form, and may take the form of parabolic type equations (for leading media), hyperbolic type (for dielectrics) or mixed type (for non-ideal dielectrics). References 3.*

***Keywords****: solar radiation, the Maxwell's equations system, canonical forms.*

SYNOPSIS

Currently, the problem of modeling physical processes of solar radiation interaction with various media, including the atmosphere, liquid and solid surface of the Earth, active elements and PV solar panels is not only theoretical but also practical significance. This caused by that in the world and in Ukraine rapidly on an industrial scale using photovoltaic station with direct conversion of solar energy into electricity, and solar power systems of convert energy into heat energy of different heat carrier that can be used for heating, and for the production of electricity.

It is known that the most developed model of the interaction with solar radiation and environments are presenting by solar radiation as a set of electromagnetic waves for the selected frequency radiation $\omega$ with consistent use of Planck distribution to calculate integral characteristics of the absorption and scattering of light.

Accordingly, the base model to calculate the characteristics of solar radiation for the selected frequency radiation is the Maxwell's equations system. The analysis of which leads to the conclusion that for any dependency of electrical conductivity to the spatial coordinates their overall solution can not be formulated in a known analytical form.

As an alternative, may be proposed methodology of qualitative analytical analysis behavior features $\dot{H}_{ya}(z)$, $\dot{E}_{xa}(z)$ - the essence of which is follows:

a. Breakdown space into separate zones.

b. The calculation of distribution $\dot{H}_{ya}(z)$, $\dot{E}_{xa}(z)$ at limiting extreme values.

c. Comparison of data distribution $\dot{H}_{ya}$, $\dot{E}_{xa}$ , with different meanings $\sigma^{*}$.

Стаття надійшла до редакції 29.09.16
Остаточна версія 05.11.16

УДК 621.383.4

**В.І.Шевчук** (Інститут відновлюваної енергетики НАН України, Київ)

# Перспективи використання сонячних елементів для комбінованих фотоелектричних модулів

*Окреслені особливості розвитку фотоенергетики в теперішній час. Зокрема, увагу приділено перевагам комбінованих фотоелектричних модулів. Розглянуто можливість застосування різних типів фотоелектричних елементів у комбінованих фотоелектричних модулях за допомогою порівняння їх температурних характеристик. Бібл. 5, табл. 2, рис.74.*
***Ключові слова:*** *комбінований фотоелектричний модуль, температурний коефіцієнт, сонячний елемент.*

Orcid: 0000-0002-4176-7799

**1. Світові тенденції розвитку фотоенергетики.** Бурхливий розвиток фотоенергетики в країнах ЄС останнім часом почав виходити на новий рівень, який характеризується розвитком менш енергоємних плівкових технологій, що дозволяють формувати багатоперехідні матриці сонячних елементів, і поступовим обмеженням площ під будівництво наземних сонячних станцій. Ці процеси проходять у таких провідних країнах, як Франція, Італія та ін. Зростають лише площі фотоелектричних панелей на дахах великих будівель, автостоянок гіпермаркетів, приватних будинків. Слід також зазначити, що з метою відокремлення проблем, пов'язаних із встановленням модулів на дахах будівель, модулі виконуються як складові частини дахів.

По-друге, широко застосовуються дахи будь-яких будівель з метою використання сонячної енергії. Крім дотримання вимог щодо естетичності будівель, конфігурації дахів створюються із дотриманням правила (в певних межах): щоб схили цих дахів були спрямовані на максимум одержання сонячної енергії (у північній півкулі мова йде про південні напрямки).

Наступною рисою цих процесів стала спроба виготовлення, використання та удосконалення комбінованих фотоелектричних модулів (КФЕМ) (рис. 1), які поєднують у собі характеристики фо-