УДК 629.064.5

В.С.Смірнов[1]**,** докт.техн.наук, **О.Й.Штіфзон**[2]**, Н.В.Беленок**[3] (Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського", Київ), **В.В.Лізанець**[4]**,** канд.техн.наук (Свалявський коледж НУХТ, Свалява)

Концептуальні аспекти білінійного моделювання інваріантних перетворювальних систем відновлюваної енергетики

Розроблено методологічний підхід до аналізу інваріантних перетворювальних систем зі змінною структурою, який передбачає застосування білінійних моделей. Обґрунтовано можливість подання структури системи за допомогою білінійної математичної моделі. Запропонований підхід можна використати для аналізу перехідних і сталих процесів у регульованих системах із багаторазовою модуляцією. Бібл. 9, рис. 1.

Ключові слова: *перетворювальна система, силовий тракт, інваріантність, система керування, білінійні моделі.*

Orcid: [1]0000-0002-3840-7813; [2]0000-0003-0011-4617 [3]0000-0002-6408-443X; [4]0000-0002-9029-6751

Проблеми підвищення енергоефективності фотоелектричних систем електроживлення автономних об’єктів як аерокосмічного, так і наземного базування вирішуються на різних рівнях. До таких напрямків слід віднести: підвищення ККД перетворювання енергії сонячного випромінювання в електричну енергію за рахунок використання нових матеріалів і технологій; розробку ефективних принципів організації вторинних систем електроживлення; вирішення завдань управління системами вторинного електроживлення.

Таким чином, основні резерви підвищення енергоефективності зосередженні у раціональному функціонуванні первинних і вторинних джерел електроживлення. Саме з цього приводу розробка системного підходу до вирішення задачі підвищення енергоефективності фотоелектричних систем енергоживлення з урахуванням особливостей фотоелектричних перетворювачів є першочерговою актуальною задачею.

Системи вторинного електроживлення мають забезпечувати перетворення електроенергії, що надходить від первинних енергоджерел, в електроенергію необхідного для її споживання виду і якості з заданими параметрами енергетичних координат. До систем вторинного електроживлення при цьому висувається вимога реалізації заданих характеристик функціонування за умови найбільш повного забезпечення інваріантності вихідних енергетичних координат до процесів у первинних джерелах енергії та споживачах, особливо у динамічних режимах. Реалізація заданих характеристик функціонування передбачає інваріантність вихідних енергетичних координат системи електроживлення не лише до впливових збурень, але й до виду перетворюваної електроенергії, що обумовлює необхідність розширення функціональних і динамічних можливостей систем. При цьому відсутність єдиного методологічного підходу до побудови та аналізу інваріантних систем електроживлення із заданими характеристиками функціонування значно ускладнює задачу їх створення і не дозволяє забезпечити реалізацію вимог, які висуваються до таких систем. У зв’язку з цим набуває важливого значення розробка методів побудови та дослідження ефективних інваріантних систем електроживлення із заданими характеристиками функціонування, що забезпечують високі техніко-економічні показники.

До складу систем електроживлення (СЕЖ), як правило, входить низка напівпровідникових перетворювачів параметрів електроенергії, утворюючи перетворювальну систему (ПС), яка служить для узгодження джерел електроенергії та споживачів за видом електроенергії, її якості та номінальним значенням енергетичних координат.

При цьому особливе значення надається не лише покращенню масогабаритних показників

ПС, але й забезпеченню заданих характеристик функціонування. Крім того, варто підкреслити тенденцію до розширення функцій, покладених на засоби керування, які залучаються до розв'язання задач енергетичного характеру. При цьому ефективним засобом забезпечення заданих характеристик ПС є використання положень теорії інваріантності [1, 2, 6]. Проте використання цих положень при побудові ПС модуляційного типу ускладнено, що пояснюється нелінійністю дискретних систем автоматичного керування, якими є сучасні ПС. До цього часу не вирішено багато питань теоретичного і практичного характеру, пов'язаних зі створенням інваріантних ПС. Особлива увага приділяється розробці теоретичних основ аналізу ПС із багаторазовою модуляцією [7]. Крім того, актуальною проблемою керування ПС є збереження заданих характеристик функціонування при апріорній неповноті або відсутності інформації про властивості об'єкта керування, що обумовлює необхідність сумісного застосування адаптивного підходу і методів керування, які використовують нечітку логіку.

Одним із перспективних напрямків на шляху створення теорії аналізу нелінійних перетворювальних систем є теорія білінійних моделей. Нелінійні системи, що приведені до білінійного виду, займають важливе місце у математичній теорії систем. Тому побудова методики, орієнтованої на білінійне моделювання нелінійних процесів, є важливою науковою задачею, вирішення якої дозволяє розробити єдиний методологічний підхід до отримання умов інваріантності, сформульований у вигляді вимоги незалежності рішення системи диференціальних рівнянь, що описує ПС, від вектора впливових координатно-параметричних збурень. Керована ПС модуляційного типу виконує дві функції принципово різної природи – енергетичної та інформаційної. У відповідності до цього в структурі ПС функціонально можна виділити силовий тракт (СТ) і систему керування (СК). Математично обидві частини структури ПС пов'язані загальною функцією – варіантою керування $\mathrm{var}(\alpha^\tau)$ (рис. 1).

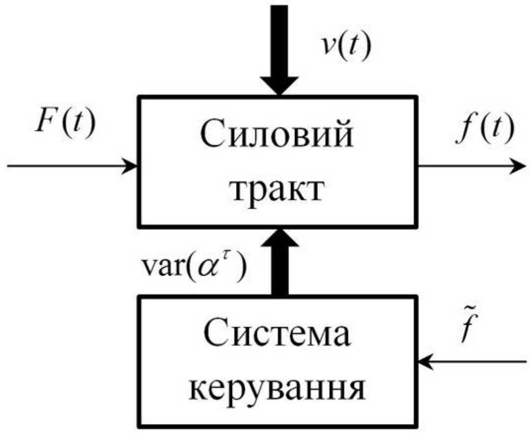

Рис. 1. Структура ПС.

Основною функцією СК є реалізація закону зміни вихідної координати $f(t)$ у відповідності до заданого закону $\tilde{f}(t)$ і заданої точності. При синтезі алгоритму керування ПС головною задачею є визначення варіанти керування $\mathrm{var}(\alpha_{ij}^\tau)$ на кожному інтервалі. Керування координатою $f(t)$ має дискретний характер, здійснюється за рахунок дискретної зміни оператора зв'язку за законом, що визначається варіантою керування $\mathrm{var}(\alpha^\tau)$.

Умови інваріантності $f(t)$ відносно збурення $v(t)$ мають реалізовуватись одночасно з умовами необхідного відтворення $\tilde{f}(t)$. Ці умови неподільні. Тому метою керування в такті, на основі якого формується (α^τ), можна вважати забезпечення в умовах безперервно діючих $v(t)$ співвідношення:

$$F(\alpha_i) = \tilde{F}(\alpha_i), \quad i = 1, 2, ..., \tag{1}$$

де $F(\alpha_i)$ – деякий еквівалент $f(t)$ упродовж i-го такту, згідно з яким відтворюється запропонований закон; $\tilde{F}(\alpha_i)$ – задане еталонне значення.

Основною задачею теорії інваріантності є знаходження таких умов структурної побудови перетворювальної системи, при виконанні яких рух однієї або декількох координат системи не залежить від одного або більшого числа вхідних впливів, що подаються на систему. Таким чином, перед СК ПС стоїть задача зміни коефіцієнтів варіанти керування $\mathrm{var}(\alpha_i^\tau)$ основного контуру координатного керування шляхом переведення стану СТ протягом такту керування з деякого стану $x(\alpha_{i-1})$ у заданий кінцевий стан $\tilde{x}(\alpha_i)$ у визначені моменти α_i та забезпечення реалізації умови адаптації (1).

Тоді при адаптивному керуванні досягається інваріантність ПС не тільки до зовнішніх, але й до початкових внутрішніх впливів, тобто значень $x(\alpha_{i-1})$. При адаптивному координатному керуванні для забезпечення повної керованості СТ ПС досягнення інваріантності $F(\alpha_i)$ до $v(t)$ необхідно, щоб розмірність вектора (α_i^τ) певним чином співвідносилася з розмірністю об'єкта керування. Невиконання цієї умови свідчить про неможливість фізичного здійснення в ПС умов інваріантності $F(\alpha_i)$ до $v(t)$.

Розгляд алгоритмів перетворення ПС і варіантів їхньої структурної організації дозволяють сформулювати положення про структурну інваріантність ПС, за якої структурна організація ПС не залежала б від функціонального призначення ПС, тобто безумовно забезпечувалась багатоопераційність ПС. Структурна інваріантність передбачає інваріантність вихідних енергетичних координат ПС до виду вхідної перетворюваної електроенергії та варіаціям її енергетичних координат за умови формування заданого вихідного сигналу ПС, взагалі, довільної форми, а також інваріантність вихідних енергетичних координат ПС до координатно-параметричних збурень.

Розгляд структурної організації ПС [7, 9] дозволяє сформулювати положення про структурну інваріантність ПС у вигляді необхідної та достатньої умов, а також умови можливості фізичної реалізації, причому достатньою умовою є наявність багаторазової, принаймні, дворазової модуляції вхідного впливу, а умова апаратурної реалізованості приводить до мінімізації числа некерованих ланцюгів силового тракту, які піддаються впливу координатно-параметричних збурень, при одночасному суміщенні функцій формування, регулювання вихідного сигналу і компенсації координатно-параметричних збурень у єдиному функціональному вузлі. Умовою фізичної реалізованості структурно-інваріантної ПС є сепаратна організація СТ ПС у відповідності до алгоритму "модуляція – демодуляція" [8, 9].

Виконання умов структурної інваріантності дозволяє реалізувати положення про симетрування нелінійних каналів передачі загального збурення на програмному рівні та надати системі властивість робастності при забезпеченні необхідної точності.

Таким чином, будемо вважати, що структура перетворювальної системи, яка розглядається, має властивості структурної дворазової інваріантності за координатою, якщо в неї включено блок адаптації, який перебудовує параметри системи або її структуру для підтримки відповідних умов структурної дворазової інваріантності. Звідси можна зробити таке твердження.

Твердження. При дотриманні умов стійкості і дворазової структурної інваріантності перетворювальна система є адаптивною структурно-інваріантною за координатою ε по відношенню до вхідних координатно-параметричних впливів.

Для синтезу структури інваріантних ПС необхідно формалізувати умови інваріантності. В основі такої формалізації лежить математична модель (ММ) СТ. Від точності ММ залежить точність компенсації $v(t)$. Найбільш повно динамічним процесам в СТ відповідає ММ, яка заснована на розв'язанні диференціальних рівнянь, що описують рух системи. При цьому доцільно використати положення теорії білінійних систем. Системи, які приводяться до білінійного вигляду, являють собою клас систем, що дозволяє розв'язувати задачу інваріантності та отримати алгоритми керування, які задовольняють вимогам фізичної реалізованості.

Для того, щоб забезпечити гарну компенсацію $v(t)$ у динамічних режимах, треба використовувати ММ СТ, що найбільш повно відображає динаміку процесів у СТ в межах такту управління і зв'язок цих процесів із параметрами вектора управління (α^τ). Через нелінійність СТ відносно управління для синтезу ПС малопридатні ММ, що зазвичай застосовуються в теорії інваріантності та базуються на використанні передаточних функцій, частотних характеристик, різних форм дискретного перетворення [2]. Тут можливі два підходи до побудови динамічної моделі СТ. Якщо в СТ можна знехтувати мікропроцесами, що обумовлені дискретним характером його роботи, то динамічну модель можна побудувати відносно мікропроцесів, виділяючи деякі корисні складові змінних, тобто розглядаючи ПС як квазінеперервну систему. Спотворення, обумовлені квантуванням, можна оцінювати за стаціонарним періодичним режимом для різних рівнів корисних складових. Але побудувати неперервну динамічну модель, яка адекватна реальним процесам в імпульсній системі, вдається не завжди, а використання неперервних моделей при дослідженні динаміки ПС, а саме впливу $v(t)$, може призвести до значних похибок.

Найбільш повно динамічним процесам в СТ відповідає ММ, яка заснована на розв'язанні диференціальних рівнянь, що описують рух системи.

Спочатку розглянемо динамічну модель СТ для загального випадку, припускаючи, що стан СТ характеризується вектором $x=(x_1,x_2,...,x_n)^T \in R^n$ ($R^n - n$-вимірний простір), вихід оцінюється вектором вихідних змінних $f=(f_1,f_2,...,f_q)^T \in R^q$. До СТ прикладені зовнішні, обмежені за модулем, координатні впливи $V=(v_1,v_2,...,v_r)^T \in V_D \in R^r$ (V_D – область допустимих значень цих впливів), частина з яких або всі є збуреннями. Крім того, в системі можуть діяти параметричні збурення (зміна параметрів навантаження та елементів СТ).

Силовий тракт являє собою динамічну систему, умови функціонування в якій циклічно змінюються. В кожному інтервалі такту управління його можна вважати неперервною детермінованою системою. Яка в кожний момент може бути описана парою математичних рівнянь:

$$\frac{dx(t)}{dt}=\Phi^{ij}\left[x(t),v(t)\right]; \qquad (2)$$

$$f(t)=F^{ij}\left[x(t),v(t)\right],\ t\in(\alpha_{i,j-1},\alpha_{ij}),$$
$$i=1,2,...,,\ j=\overline{1,m}, \qquad (3)$$

де $\Phi^{ij}\left[\bullet\right]$ та $F^{ij}\left[\bullet\right]$ – вектор-функції, які залежать від структури та параметрів електричного ланцюга СТ в ij -му інтервалі.

Диференціальне рівняння (3) є рівнянням стану системи, розв'язання якого, що задовольняє початковій умові $x^{i,j-1}=x(\alpha_{i,j-1})$, дає вектор стану:

$$x(t)=\Psi^{ij}\left[x(\alpha_{i,j-1}),v(t)\right],\ t\in(\alpha_{i,j-1},\alpha_{ij}).$$

Рівняння (3) визначає вихідні змінні у залежності від $x(t)$ і $v(t)$.

В лінійних системах регулювання виведення умов інваріантності, як правило, базується на дослідженні рішень (або зображень рішень) диференціальних рівнянь, що описують ці системи. В істотно ж нелінійних системах такий підхід до рішення задачі інваріантності зустрічає на своєму шляху суттєві ускладнення, які пов'язані в загальному випадку з неможливістю отримання в аналітичному вигляді рішення нелінійних диференціальних рівнянь і тому вимагають індивідуального підходу до рішення задачі в кожному окремому випадку. Це призводить до того, що такий підхід не може бути використаний для отримання загальних умов інваріантності в істотно нелінійних автоматичних системах.

Під істотно нелінійною автоматичною системою будемо розуміти таку систем, яка описується рівнянням (2) з кусково-неперервною правою частиною. Фізично це означає, що функція $\Phi(t,x)$ має розрив у точках, які утворюють, у загальному випадку, деякі поверхні, що зазвичай називаються "поверхні переключення". При визначенні рішення $x(t)$ значенням функції Φ в точках розриву можна знехтувати. Головну ж, визначальну роль мають значення функції зліва та справа від точки розриву, тобто значення функцій лише на неперервних ділянках.

У загальному випадку рівняння (2) і (3) нелінійні. За допомогою рівнянь, які чергуються в певній послідовності, можна побудувати диференціальне рівняння зі змінними коефіцієнтами, справедливе для будь-якого моменту $t\in(\alpha_{i,j-1},\alpha_{ij})$. Але розв'язання такого рівняння є важким, тому що його коефіцієнти є розривними функціями часу.

Припустимо, що нелінійна автоматична система описується системою рівнянь:

$$\frac{dX}{dt} = \Phi\left[t, X, Y, Z, V(t)\right],$$
$$\frac{dY}{dt} = G\left[t, X, Y\right], \qquad (4)$$
$$\frac{dZ}{dt} = W\left[t, X, Y, V(t)\right].$$

Із загального вигляду системи (4) випливає, що рішення її $X(t)$, $Y(t)$ і $Z(t)$ повинно визначатися шляхом інтегрування одночасно всіх рівнянь цієї сумісної системи рівнянь при заданих початкових значеннях $X(T_0)$, $Y(T_0)$ і $Z(T_0)$. Звідси маємо, що коли потрібно отримати незалежність вектора $X(t)$ від вектора збурення $V(t)$, то потрібно таким чином синтезувати вектор-функцію Φ, аби серед її аргументів не було ані вектора збурень $V(t)$, ані вектора $Z(t)$ змінних системи, які залежать від збурення $V(t)$ згідно останнього рівняння системи (4). Дійсно, якщо виконати ці вимоги, то замість системи (4) буде мати місце інша система:

$$\frac{dX}{dt} = \Phi\left[t, X, Y\right],$$
$$\frac{dY}{dt} = G\left[t, X, Y\right], \qquad (5)$$
$$\frac{dZ}{dt} = W\left[t, X, Y, V(t)\right].$$

Перше і друге рівняння системи (5) створюють замкнену підсистему в середині всієї системи, і ця система може бути вирішена самостійно. При цьому функції Φ і G не мають збурення $V(t)$. Отже, вектор $X(t)$ (а разом з ним і вектор $Y(t)$) не залежать від вектора збурення $V(t)$.
Таким чином, умова абсолютної інваріантності (незалежності) $X(t)$ від $V(t)$, з урахуванням сказаного, сформулюється у вигляді вимоги незалежності функції Φ в області задання від вектора збурення $V(t)$ і вектора змінних $Z(t)$ [7, 8].

Відсутність універсальних аналітичних методів отримання рішень системи нелінійних диференціальних рівнянь, які описують динамічні нестаціонарні процеси, обумовило актуальність створення системної теорії, що дозволяє провести аналіз нелінійних процесів із наступним синтезом структур ПС. Ефективність такої теорії істотно залежить від того, наскільки широкий клас нелінійних процесів може бути досліджений у межах даної теорії. Тому нелінійні системи, які приводяться до білінійного вигляду, займають особливе місце в математичній теорії систем [3, 5].

При цьому нелінійні системи, що приводяться до білінійного вигляду, являють собою клас систем, на прикладі якого можна вирішувати проблему інваріантності та отримати конструктивні алгоритми керування, які задовольняють вимогам фізичної реалізованості.

Припустимо, що існує нелінійна та нестаціонарна структура ПС, яка описується системою диференціальних рівнянь:

$$\frac{dX}{dt} = A^{ij}(t)x(t) + B^{ij}v(t),\ t \in (\alpha_{i,j-1}, \alpha_{ij}),$$
$$i = 1, 2, \ldots,,\ j = \overline{1, m}, \qquad (6)$$
$$f(t) = C^{ij}(t)x(t) + D^{ij}V(t),\ t \in (\alpha_{i,j-1}, \alpha_{ij}),$$

де $v(t)$ – вектор координатних впливів; $f(t)$ – вектор вихідних змінних; $V(t)$ – вектор збурень; $x(t)$ – вектор стану.

Систему (6) можна представити білінійною моделлю виду:

$$\dot{y}(t) = \left[A_0 + \sum_{i=1}^{m} V_i(t) \cdot B_i\right] \cdot y, \qquad (7)$$

де y – вектор стану; A_0, B_i – постійні матриці.

Тоді для системи (5) може бути побудована білінійна модель:

$$\dot{x}(t) = \left[A_0 + \sum_{i=1}^{m} M_i(t) \cdot B_i\right] \cdot x + G(t) \cdot V, \qquad (8)$$

де $M_i(t)$ описує алгоритм керування; V – координатний вплив.

Перетворювальні пристрої являють собою ланцюги, структура яких визначається алгоритмом керування, тому кожному набору станів відповідає білінійне рівняння виду:

$$\dot{X}(t) = \left[Z + \sum_{i=1}^{n} M_i(t) \cdot K_i \right] \cdot X(t), \qquad (9)$$

яке задано на l інтервалах періоду $0 < t_1 < t_2 ... < t_i = T$. Якщо $M_i(t)$ є кусково-постійною функцією, то для інтервалу $t_{K-1} < t < t_K$, $M_1(t) = V_{K1}$, $M_2(t) = V_{K2}, \ldots$, $M_n(t) = V_{Kn}$, і рішення (9) має вигляд:

$$X(t) = e^{\left(Z + \sum_{i=1}^{n} V_{1i} K_i\right)\alpha_k} ... e^{\left(Z + \sum_{i=1}^{n} V_{ni} K_i\right)\alpha_k}, \qquad (10)$$

де $\alpha_k = t_K - t_{K-1} > 0$ і $\alpha_1 + \alpha_2 + ... + \alpha_n = T$.

Для випадку двох інтервалів $X(t) = e^A e^B$, де

$$A = \left[Z + \sum_{i=1}^{n} V_i K_i \right] \beta;$$

$$B = \left[Z + \sum_{i=1}^{n} V_{2i} K_i \right] (T - \beta),$$

причому A і B – квадратні матриці n-го порядку. Вочевидь, можна знайти матрицю C, коли $e^A e^B = e^C$, при цьому підмножина простору $n \times n$ матриць є лінійним простором і має $[A, B] = AB - BA$ кожного разу, коли має A та B, за допомогою теореми Кемпбела-Хаусдорфа, тоді коефіцієнти $C_n(A, B)$ однозначно визначаються рекурентним співвідношенням:

$$(n+1)C_{n+1}(A,B) = \left[A - B, C_n(A,B)\right]/2 + \\ + \sum_{p \geq 1,\ 2p \leq n} k_{2p} \sum_{\substack{m_1,\ldots,m_{2p} > 0 \\ m_1 + \ldots + m_{2p} = n}} \left[C_{m_1}(A,B), \left[\ldots, \left[C_{m_{2p}}(A,B), A+B\right]\ldots\right]\right],$$

$$\text{де } n > 1. \qquad (11)$$

Таким чином, білінійні рівняння на інтервалах за формулою Кемпбела-Хаусдорфа приводяться до рівняння на періоді, рішення якого отримується у вигляді $x(t) = e^{C \cdot t}$.

Розглянемо обчислення $e^{C \cdot t}$. Існує достатньо методів обчислення матричної функції $e^{C \cdot t}$. Один із методів базується на розкладанні функції $e^{C \cdot t}$ у степеневий ряд:

$$e^{C \cdot t} = 1 + Ct + \frac{C^2 t^2}{2!} + ... + \frac{C^K t^K}{K!} + ...$$

Процес зведення в степінь матриці C істотно спрощується, якщо спочатку обчислити її власні значення, а саме – матриця приводиться до діагональної форми.

Інші способи отримання матричної функції $e^{C \cdot t}$ засновані на теоремі про розкладання функції від матриці – теореми Гамільтона-Келі, згідно з якою будь-яка квадратна матриця C задовольняє своєму характеристичному рівнянню, тобто $\Delta(C) = 0$.

Ця теорема використовується для обчислення $e^{C \cdot t}$ за допомогою перших $n-1$ степенів матриці C. Обчислення проводиться за декілька етапів.

Етап I. Обчислюємо перші $n-1$ степені матриці C:

$$C^2, C^3, ..., C^{n-1}.$$

Етап II. Обчислюємо коефіцієнти характеристичного рівняння:

$$q_0 + q_1 \lambda + q_2 \lambda^2 + ... + q_{n-1} \lambda^{n-1} + \lambda^n = 0.$$

За формулами :

$$q_{n-1} = -T_1;$$

$$q_{n-2} = -\frac{1}{2}(q_{n-1} T_1 + T_2);$$

$$q_{n-3} = -\frac{1}{3}(q_{n-2} T_1 + q_{n-1} T_2 + T_3);$$

....

$$q_0 = -\frac{1}{n}(q_1 T_1 + q_2 T_2 + ... + q_{n-1} T_{n-1} + T_n),$$

де $T_K = t_r(C^K)$.

Етап III. За теоремою Гамільтона-Келі

$$C^{n+m} = -q_{n-1} C^{n-1} - q_{n-2} C^{n-2} - ... - q_0$$

та $(n+m) - a$ степінь матриці C знаходиться за допомогою послідовного множення цього співвідношення на матрицю C.

Маємо

$$C^{n+m} = x_{\ 0m} 1 + x_{\ 2m} C^2 + ... + x_{\ n-1,m} C^{n-1}$$

при $m = 0,1,2,...,$ де

$$x_{00} = -q_0,$$

$$x_{10} = -q_1,$$

$$x_{n-1,0} = -q_{n-1},$$

а інші коефіцієнти визначаються з рекурентних співвідношень:

$$x_{n-1,m} = x_{n-2,m-1} - q_{n-1} x_{n-1,m-1}.$$

Етап IV. Для будь-якого заданого Δt функцію $e^{C\Delta t}$ можна записати у вигляді:

$$X(\Delta t) = e^{C\Delta t} = \sum_{K=0}^{\infty} \frac{1}{K!}(C \cdot \Delta t)^K =$$

$$= \sum_{K=0}^{n-1} \frac{1}{K!}(C \cdot \Delta t)^K + \sum_{K=0}^{\infty} \frac{(\Delta t)^{n+K}}{(n+K)!}(C \cdot \Delta t)^K \left[\sum_{j=0}^{n-1} x_{jK} C^j \right] =$$

$$= \sum_{j=0}^{n-1} C^j \left[\frac{(\Delta t)^{j-1}}{(j-1)!} + \sum_{K=0}^{\infty} x_{jK} \frac{(\Delta t)^{n+K}}{K!} \right].$$

Тому функцію $e^{C \cdot t}$ можна визначити з будь-якою заданою точністю за допомогою вже обчислених матриць $C^2, C^3, ..., C^{n-1}$ та коефіцієнтів x без обчислення та складання степенів матриці C вище $n-1$.

Таким чином, розрахунок методом білінійних рівнянь складається з трьох основних етапів. На першому з них формуються білінійні моделі ПС на інтервалах сталості структури. Далі згідно з формулою Кемпбела-Хаусдорфа білінійна модель згортається для періоду роботи ПС. На останньому етапі обчислюється рішення отриманої моделі.

При знаходженні аналітичного рішення білінійних рівнянь доцільно також скористатись інтерполяційним поліномом Лагранжа-Сільвестра $r(c)$ для функції f на спектрі матриці C [3, 5].

Тоді при інтерполяції функції $x(t) = e^{C \cdot t}$ матимемо:

$$e^{C \cdot t} = r(c) = \sum_{k=0}^{m-1} \alpha_k(t) C^k \ ,$$

або у векторно-матричній формі:

$$x(\alpha_i) = \exp\left[C^{ij} \cdot \alpha_{ij} \right] = \sum_{i,j=0}^{m-1} \alpha_{ij}(\alpha_i) \cdot C^{ij} \ .$$

Векторно-матричні рівняння, що отримані, дають рекурентні співвідношення для визначення вектора стану в момент $t = \alpha_i$ за відомим керуванням (α^τ) та відомим координатним і параметричним впливом. При цьому для реалізації мети керування (1) підлягає визначенню $F(\alpha_i)$, котре є функцією значень варіанти (α^τ), параметрів системи, зовнішніх впливів і початкових значень вектора x:

$$F(\alpha_i) = F^i \begin{bmatrix} x_1(\alpha_{i-1}), ..., x_n(\alpha_{i-1}), v_1(t), ..., \\ v_r(t), y_1(t), ..., y_l(t), \alpha_{i1}, ..., \alpha_{im} \end{bmatrix}.$$

Отримані вирази дають повне уявлення щодо динамічних процесів в СТ ПС протягом такту, оскільки встановлюють зв'язок усіх його координат і $f(t)$ з векторами координатних і параметричних впливів. Тому ці вирази можуть розглядатися як динамічна модель СТ, причому ця модель адекватна меті керування СТ у кожному такті.

Висновки. Таким чином, застосування положень білінійних методів дослідження перетворювальних систем із багаторазовою модуляцією дозволило розробити узагальнену динамічну модель багатофункціональних ПС, засновану на представленні диференціальних рівнянь білінійними формами.

Розроблено єдиний методологічний підхід до одержання умов інваріантності у вигляді вимоги незалежності рішення системи диференційних рівнянь, яка описує ПС, від вектора впливових координатно-параметричних збурень, що дозволило оптимізувати алгоритми координатно-параметричного керування багатофункціональними ПС і підвищити точність реалізації умов інваріантності.

1. *Адаптивные системы автоматического управления* / В.Н. Антонов, А.М. Пришвин, В.А. Терехов, А.Э. Янчевский / Под ред. В.Б. Яковлева. – Л.:Изд-во Ленингр. Университета, 1984. – 204 с.

2. *Алиев Р.А.* Принцип инвариантности и его применение для проектирования промышленных систем управления. – М. Энергоатомиздат, 1985. - 128 с.

3. *Анго А.* Математика для электро- радиоинженеров. – М.: Наука, 1967. – 779 с.

4. Наймарк М.А. Теория представлений групп. – М.: Наука, 1976. – 559 с.

5. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М. : Наука, 1978. – 831 с.

6. *Смирнов В.С.* Инвариантная структура полупроводниковых преобразователей // Техн.електродинаміка. – 1998. – №2. – Том 1. – С.17–20.

7. *Смирнов В.С., Устенко Л.В.* Инвариантные полупроводниковые преобразователи электроэнергии автономных объектов // Техн.електродинаміка: Силова електроніка та енергоефективність. Темат.вип. – 2001. – Ч.2. – С.53–56.

8. *Смирнов В.С.* Структурная организация электротехнических комплексов с вентильными преобразователями // Авиационно-космическая техника и технология. – Харьков: ХАИ, 1999. – Вып. 13. – С. 152–159.

9. *Преобразователь напряжения*: А.с.1814177 СССР, МКИ Н 02 М 7 /48./ В.И. Сенько, В.С. Смирнов, К.В. Трубицын, А.А. Мозоляко, А.П. Калиниченко (СССР - №4880667; Заявл. 05.11.90; Опубл. 07.05.93, Бюл.№ 17.– 8 с.

REFERENCES

1. *Adaptive automatic control systems* / V.N. Antonov, A.M. Prishvin, V.A. Terekhov, A.E. Yanchevskiy/ Under the editorship of V.B. Yakovlev. – Publishing of Leningrad University 1984. – p. 204.

2. *Aliev R.A.* Invariation approach and its application within industrial control systems developement. – M. Energoatomizdat, 1985. – p. 128.

3. *Ango A.* Mathematics for electrical and radio engineers. – M.: Nauka, 1967. – p. 779.

4. *Naymark M.A.* Group formalization Theory. – M. : Nauka, 1976. – p. 559.

5. *G. Korn, T. Korn.,* Mathematical Handbook for Scientists and Engineers. – M.:Nauka, 1978. – p. 831.

6. *Smirnov V.S.* Invariative structure of semiconductor convertors // Technical electrodynamics. – 1998. – №2. – Vol. 1. – p. 17–20.

7. *Smirnov V.S., Ustenko L.V.* Invariative semiconductional electricity convertors of standalone objects // Technical electrodynamics: Power electronics and energy efficiency. Special release. – 2001. – Part 2. – p. 53–56.

8. *Smirnov V.S.* Structural organization of electro technical complexes with valve invertor // Aerospace technics and technology. – Kharkov: KAI, 1999. – Edition 13. – p. 152–159.

9. *Voltage convertor:* Pat. № 1814177 USSR, MKI H 02 M 7/48. / V.I.Senko, V.S.*Smirnov*, K.V. Trubitsyn, A.A.Mozolyako, A.P.Kalenychenko (USSR - №4880667; Application 05.11.90; Published 07.05.93, Journal № 17. – p. 8.

В.С.Смирнов, докт.техн.наук, **О.Й.Штифзон, Н.В.Беленок** (Национальный технический университет Украины "Киевский политехнический институт им. Игоря Сикорского", Киев), **В.В.Лизанец,** канд.техн.наук (Свалявский коледж НУХТ, Свалява)

Концептуальные аспекты билинейного моделирования инвариантных преобразовательных систем возобновляемой энергетики

Разработан методологический подход к анализу инвариантных преобразовательных систем с переменной структурой, предполагающий применение билинейных моделей. Обоснована возможность представления структуры системы с помощью билинейной математической модели. Предложенный подход может быть использован для анализа переходных и устойчивых процессов в регулируемых системах с многократной модуляцией. Библ. 9, рис. 1.

Ключевые слова: *преобразовательная система, силовой тракт, инвариантность, система управления, билинейные модели.*

Smirnov V., Ph.D., **Shtifzon O.**, **Belenok N.** (National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv), **Lizanets V.** (Svalyava College NUFT, Svaliava)

Conceptual basis of invariant conversion systems bilinear modeling for the renewable energy systems

The methodological approach to the analysis invariant conversion system with variable structure supposing use of models is developed. The opportunity of representation of structure of system with help of bilinear mathematical model is proved. The offered approach can be used for the analysis of transitive and stable processes in adjustable systems with multiple modulations. References 9, figure 1.

Keyword: *conversion system, power tract, invariance, control system, bilinear models.*

SYNOPSES

Solving the task how to increase photovoltaic power generating system energy efficiency, taking to account that special features of photovoltaic power conversion systems is up to now the actual matter of a top priority. Main reserves for energy efficiency improvement are based within rational use of primary and secondary power supply. But in this case absence of one entire methodological approach how to make analyses of invariant power supply systems with assigned functional characteristics makes their creation become quite difficult and doesn’t allow to ensure implementation of requirements, requested for such systems. One of the most promising ways within creation of nonlinear conversion systems analyses is a theory of bilinear models. Formulas for multiple modulation conversion systems analyses obtained from the application bilinear models, enabled to develop generalized dynamical model of multifunctional conversion systems, based on description of differential equations by bilinear models.

Стаття надійшла до редакції 27.02.17
Остаточна версія 02.03.17